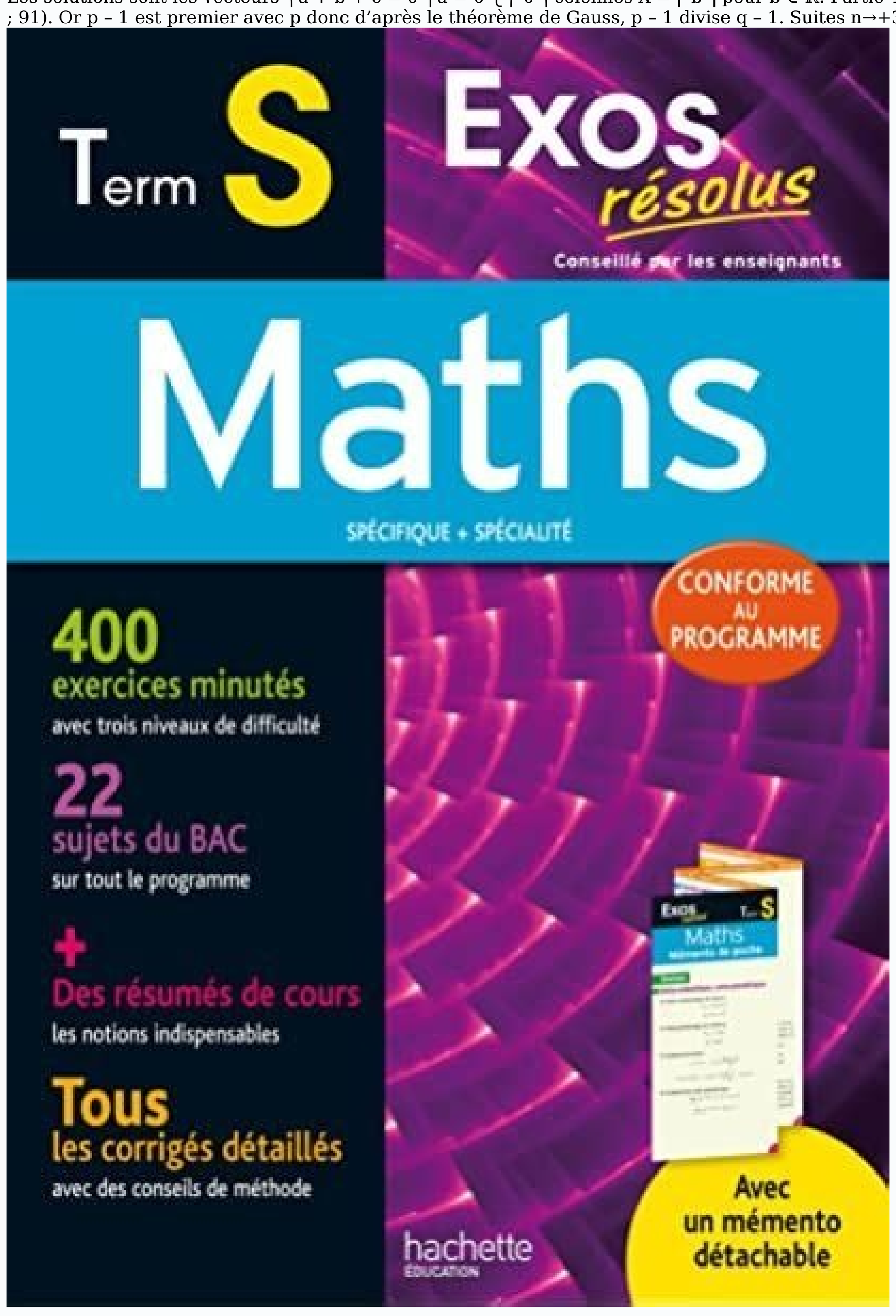
Livre maths terminale s pdf gratuit

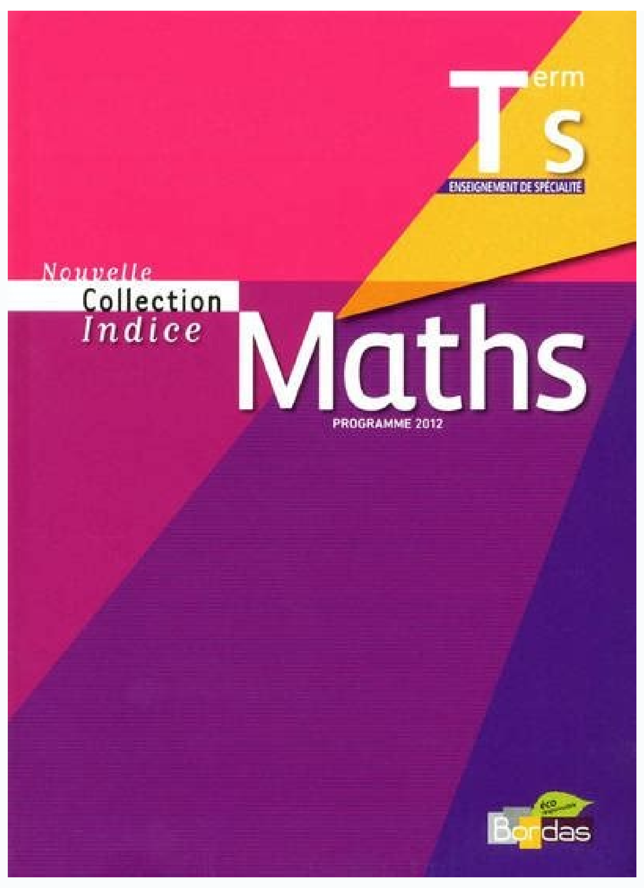
Livre maths ciam terminale s pdf gratuit. Livre maths terminale s pdf gratuit senegal.

48 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. Les machines (calculatrice / ordinateur) ne donnent que des approximations.

f 4 Par construction de l'algorithme, nous avons a + e = kc et b + f = kd. On recherche les fonctions g : x ↦ aex, où a est une fonction telle que g'(x) = g(x). Pour α = 2, q = 45 n'est pas premier. Ces nombres respectent la conclusion du théorème de Fermat sans en nécessiter l'hypothèse «n est premier». 5 ⎜⎝ 85 85 ⎟⎠ 25 5 On ne peut pas l'exprimer sous forme exponentielle. Vérification possible à l'aide d'une calculatrice : TP 5 2p ∫0 sin x − cos x dx ≈ 5,66. D'où ex ⩽ 1 + 2x sur ℝ. Son discriminant est : – 288a2 + 672a – 296.
2 × (n + 1) – (2n + 1) = 1 donc n + 1 et 2n + 1 sont premiers entre eux. 46 a. n–1 n–1 k=1 k=1 ∑ Ak + 1 – Ak = 3 3 ∑ ⎛⎝⎜ 9 ⎞⎠⎟ 4 n–1 ∑ Ak + 1 – Ak = An – A1 . L'ensemble des solutions est]– 3 ; – 2[∪]0 ; +3[. Cela nous donne donc au plus 2n segments. Cette suite est décroissante, minorée par 0, elle est donc convergente. (BIJ) : 3x + 2y + 4z – 5 = 0. Les solutions sont les vecteurs ⎨a + b + c = 0 ⎪a = 0 ⎩ ⎛ 0 ⎞ colonnes X = ⎜ b ⎟ pour b ∈ ℝ. Partie 4 1. a = 6, b = 9, g = 1, d = 2. u6 = – 6 044 et v8 = – 1 506 952. ⎝ 5/ 57 ⎠ 18 1. x2 + 1 Une fois les asymptotes d'équation y = 1 et y = – 1 tracées, on trouve l'axe des abscisses : il coupe la courbe au point (0 ; – 1), d'où l'axe des ordonnées. (13 ; 273), (39 ; 91). Or p – 1 est premier avec p donc d'après le théorème de Gauss, p – 1 divise q – 1. Suites n→+3 5 Donc (un) est une suite géométrique de raison 6 1 et de premier terme . d2'(x) = d1(x). n→+3 40 1. Étape 2 Pour que cette fonction soit une densité, elle doit être positive sur ℝ.

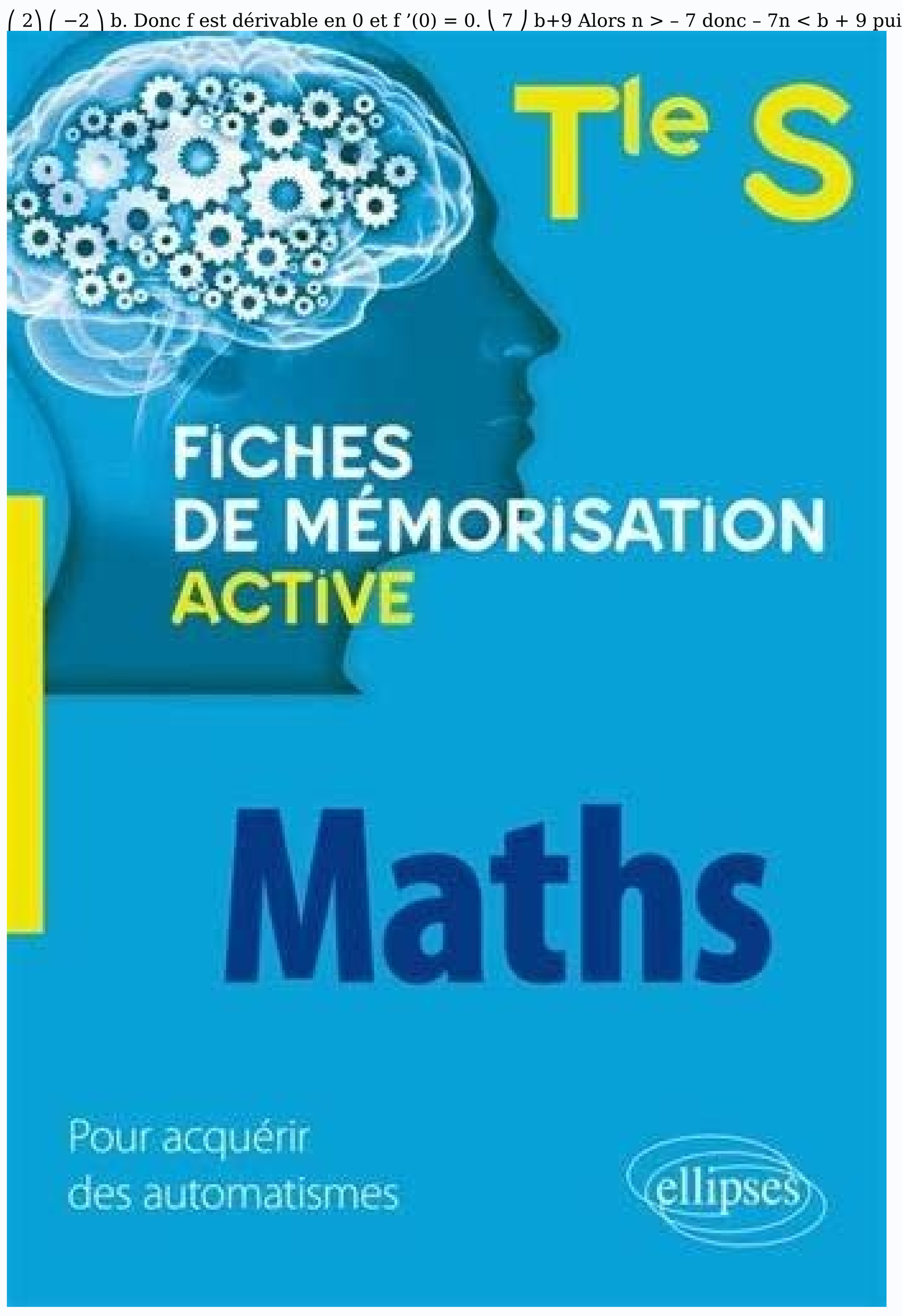


Par ailleurs, 7 + 3,5 ⎜ ⎝ 2 − 1 ⎟⎠ b. D'après le théo- c. 66 a. f (1) = 0 et f '(1) = 1, donc y = x – 1 est une équation de la tangente T à en 1. C'est-à-dire up2 + 3up ⩾ 0. 1 3 1 − 1 2 x = = x 4.



X suit la loi uniforme sur l'intervalle [5 ; 15]. En conclusion, la propriété est vraie pour tout entier n ⩾ 2. 19 226 • 10. n→+3 32 n→+3 = +3 car D'où lim un = +3. Il s'agit de résoudre l'équation a ∫0 f (x)dx = 1 2 f (x)dx . Pn′(x) > 0 pour tout x + et n ⩾ 2. Idem ; Faux. g′(x) = . x 2 + 5x + 5 (x + 2)2 = x 2 + 5x + 5 (x + 2)2 + 3ln x + 2 x +1 + 1. On en déduit que f a une asymptote d'équation x = 1,5.
On a pour tout naturel n : 1 1 1 vn + 1 = un + 2 – un + 1 = un + 1 – un – un + 1 4 2 2 1 1 = un + 1 – un = 1 ⎛⎝ un + 1 – 1 un ⎞⎠ = 1 vn .
∫ x + 1 e ln x 1 e2 2⎤⎦1 dx = ⎜ x 2 + (ln x) ⎟ = . x 0,01 + 0 0 f c. i=1 Donc Pn+1 est vraie. (k(x) = ⎪⎨ 2 x si x ˇ 1 ⎪ ⎩4 52 a. 3 tours → à partir du rang 110. 2 2 De manière identique, on trouve que : Pour x < 0, (1) ⇔ x2 = f ′(x) > 0 ⇔ x < − b. r Donc zB = reiφ. Hérédité : Supposons que an = 2n – 1. 12 a. Graphiquement, la droite d 2 d'équation y = 1 – 0,65x se situe au-dessous de f . g′(x) = e x→+3 e3 x –3 f ′(x) f + 3 0 +3 – 3 –3 0 • le point de coordonnées (x0 ; f (x0)) se trouve sur la courbe k ; c. ch2(x) – sh2(x) = 1 ; B= + a 74 f 2(x) + g2(x) = (1+ g2(x)) + g2(x) = 2g2(x) + 1. 6p 1 F(b) = ∫ (sin x) dx = 0 ; F(b) = 0. P(880 ⩽ XA ⩽ 920) ≈ 0,94. v(10) = 50 ; x(10) = 250. La première équation implique 4x + 6y – 8z = 2 différent de – 3, donc le système n'a pas de solution.

⎛ 2⎞ ⎛ −2 ⎞ b. Donc f est dérivable en 0 et f ′(0) = 0. ⎝ 7 ⎠ b+9 Alors n > – 7 donc – 7n < b + 9 puis – 7n – 9 < b c'est-à-dire un < b.



2n 2n 2n 2n 2n D'où u2n ⩾ un + n 1 puis u2n ⩾ un + pour tout entier n non nul. Or f > 0, donc –f < 0 ; donc g est décroissante sur chaque intervalle de son ensemble de définition. x→1 x x→1 x >1 x→+3 2. x→+3 ⎝ x ⎠ x→+3 x 92 f (x) 0,8 2,5 3,6 x→0 d'où lim g(x) = −3 . Donc u est croissante sur ℝ. ⎞ ⎠ ⎞ ⎠ 2 2 1. 83 Partie A et lim x→0+ ∫1 1 ⎡ 1⎤ 1 x e dx = ⎢ −e x ⎥ = e – e . h 69 1. On a f ′(x) = x n ⎛ ln a ⎞ 1− ⎜ ⎝ a ⎟⎠ qui tend vers b. P(C) = 0,70 + 0,30 × 0,65 = 0,895.
un a n chiffres. lim f (x) = +3; 40 x→+3 x→+3 c. 25 48 a. – 1 ⩽ sin ⎛⎜ ⎞⎟ ⩽ 1 donc x2 + 1 ⩽ f (x) ⩽ x2 + 3. On a : lim f (x) = +3 et, comme lim u(x) = 0, alors x→0 e. lim un = – 1. Utilisons le théorème de Pythagore : c. Limites de fonctions 41 a. m→+3 3 De même lim E(Y Y3) = ; de plus E(Y1) = 1. courbe de f : x+4 2 ln 3 8 ⎛ 12 ⎞ −4 60 15 ⎞ . Sur [0 ; 2π] : I2(x ; y) ∈ ∩2 ⇔ I2 ⎥ ; e 2 3 ⎥ car ⎜⎝ 2 ⎟⎠ p sin x = 1 ⇔ x = .
-6 – 20 – 40 – 60 – 80 y H x 0 4 6 8 P T • a = 1,1 ; b = – 0,7 ; c = 0,6 et d = 3,5. un + 1 – vn + 1 = 2 un + vn 4 (u + vn) – 8 = n . Donc g′(x) > 0 sur]0 ; 0,5[et g′(x) < 0 sur]0,5 ; +3[. Initialisation : v0 = 2 donc la propriété est initialisée. L'amplitude (différence entre la borne supérieure et la borne inférieure) diminue quand n augmente.
2 ⎛ h ⎞ ⎛ 100 ⎞ sin ⎜ ⎝ h ⎟⎠ f (5 + h) − f (5) ⎜⎝ 100 ⎟⎠ = A= h h 2. n (vn) est donc une suite géométrique de raison n (1 + n)n > 2n pour tout entier n ⩾ 2. l Au rang 100 pour (un), au rang 10 pour (vn) et au rang 10 000 pour (wn). f est croissante et continue sur [0 ; +3[car elle est définie comme somme de fonctions croissantes et continues sur cet intervalle. f est continue strictement décroissante sur ℝ ; 1 0 0 +3 x→+3 4p 3 p 3 –3 – f x 3 c. 31 000 ≡ 9500 ≡ (– 1)500 ≡ 1 [10]. La courbe représentative de la fonction T est asymptote à la parabole en l'infini par valeurs inférieures en –3 et par valeurs supérieures en +3 , elle est asymptote à l'hyperbole en 0, par valeurs supérieures à gauche de 0 et par valeurs inférieures à droite de 0. La condition u(x + h) – u(h) ≠ 0 ne s'y trouve pas. 20 Démontrons cette propriété par récurrence sur n *.
Fonction exponentielle +1)) x) 2x REMARQUE Le dénominateur ne s'annule pas. Initialisation : Pour n = 1, a1 = 1 évidemment et a1 = 21 – 1 = 1. f vérifie bien les trois propriétés d'une densité : questions a, b et c. ⎛ p 4p 2p ⎞ i⎟ + + ⎜ 3 3 ⎠ p p⎞ ⎛ b. f (0) = 3 ; f (8) = 4 ; f ′(0) = f ′(8) = 0. Donc, d'après ● le théorème des valeurs intermédiaires (cas particulier), pour tout a ∈ [– 1 ; 1], l'équation cosx = a admet une unique solution dans [0 ; π].
H ⎛⎜ – ; ; ⎝ 7 7 7 ⎟⎠ c. 9 – sin 2 x f ′ est du signe de –sin x. ● Par exemple : t ↦ – 5t ; t ↦ – 5t + 1 000. 6 Voir fichiers logiciels. f(1) = 0 et les variations de f donnent son signe.
PA(E) ≈ 0,315 6 (formule de Bayes).
Là encore, comme y ⩾ 0 : y = 9 − x 2 . f (x) = 0 ⇔ x = a ou x = b. (1 + 3k ; 1 – 2k) pour k entier relatif.
Les coefficients de la matrice P × M sont les prix en centaines d'euros du séjour de M. Les contenus des deux colonnes deviennent très similaires. Par hypothèse de récurrence, on sait que si on trace n2 + 1 segments avec ces 2n points, il y a un triangle. Vrai (1). Fluctuation et estimation ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. 5 × 4 × 2 = 40 diviseurs positifs. 2 2 5 1 – × = ; réponse b. ● Non, la réalisation de B n'est pas influencée par la réalisation de A. Ce nombre premier divise alors N + k car il divise N et k. L'étude des suites numériques sera approfondi avec le sens de variation et l'étude de limites en l'infini. Limites de fonctions c. ⎜ b=0 ⎜ ⎝ c = 0 729 ≈ – 14,9. Ici, m est compris entre 0 et 25 donc l'unique solution possible est m = 7. La matrice inverse de A × B est B– 1 × A– 1. Aire(ABI) + Aire(BIC) = 2 2 La fonction f est donc une densité. Soit D le point d'affixe 2i. Reproduire la feuille de calcul ci-contre afin de disposer de 1 000 réalisations de la variable aléatoire X. ⎜ ⎟⎟ ⎟⎟ ⎟ ⎝ 0 0,9 0 ⎠ ⎝ 1⎠ ⎝ 2,1 ⎠ 4 1 1,5⎞ ⎛ 0 ⎛ 1⎞ ⎛ 5,7 ⎞ b. x02 0 – g ′(t) 0 +3 + 1 x0 e g 0 0 Partie B 1. ⎝ n n ⎠ n n 1 1 1 1 + = 1 donc lim 1 + + 2 = 1 n→+3 n n n n2 Or lim 1 + n→+3 puis lim un = +3. A2 = ⎢ 2 3 ⎥ est inversible donc il existe 3 5 ⎞ ⎠ ⎛ 53,5 ⎞ une et une seule solution : X = (A2)– 1B = ⎢ ⎥. ⎝ 4⎠ REMARQUE On réinvestit ici la loi binomiale (vue en classe de 1re). lim f (x) = +3; lim g(x) = −3 ; x→+3 x→+3 (f + g)(x) = −x2 + 3x + 7 (parabole) d'où lim (f + g)(x) = −3.
• On peut contrôler la cohérence de ce résultat à l'aide de la figure donnée dans l'énoncé pour σ = 1. N > 1 donc : D = 2, 2 ne divise pas 9, D = 2 + 1 = 3, 3 divise 9, afficher D = 3, N = 9/3 = 3. lim f (x) = 1 = f (0), donc f est continue en 0. 35 773 578 25 1. Reste de X modulo 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 Reste de X2 modulo 9 0 1 4 0 7 7 0 4 1 b. 2 1 > 0. (af 2 1 a2 1 = . À l'aide de la question précédente et en se remémorant qu'une fonction de répartition est continue sur ℝ, valider ou corriger la conjecture établie à la question 4.h. e. sin x = cos x ⇔ cos ⎛⎜ p – x ⎞⎟ = cos x ⇔ x = + kπ. ΩN = 36 − 4sin 2 a – 2cos α. Par récurrence, on démontre que : ⎛ 2n 0 ⎞ Dn = ⎢ ⎥. ⎟ ⎟⎟ ⎟⎞ 0⎠ ⎞ 0⎠ ⎛ −4 − 4 − 4 ⎞ b. = 820,125 × 0,5 × 0,05 ≈ 20,50 cm2. Oui pour v0 = β. La démonstration est fausse car il n'existe pas d'intervalle ouvert contenant 0 tel que le dénominateur u(0 + h) – u(0) non nul si h ≠ 0.
Pour c = 7 et c ⎞ d ⎛ 80t 0 − 1⎟ < 0 et ⎜e 80 ⎞ ⎠ Partie D 1. Initialisation : 0 ⩽ u16 ⩽ 0,9516– 16u16. 2 4 (x + 2) (x + 2)2 b. Par récurrence. 2 3 × AB. On reporte T0,5 –2 I 1 1 – 3 I' M' u(x) . 2 ⎜ ⎜−2 − 2n+1 + 6 × 5n ⎟ ⎠ 2 ⎛ −14 ⎞⎟ 0 ⎟. 12 • un + 1 – un = 5(n + 1)2 – 4(n + 1) – (5n2 – 4n) = 5n2 + 10n + 5 – 4n – 4 – 5n2 + 4n = 10n + 1. Donc |3 + iz| = |3 – iz| ⇔ z . x→0 x→0 x >0 c. Graphe : ⎛ ⎞ La matrice colonne I3 – A = ⎢ −2 −1 ⎥ n'est ⎝ 2 1 ⎠ pas inversible donc l'équation X = AX + C équivalente à l'équation (I3 – A)X = C a pour solutions les ⎛ ⎞ vecteurs colonnes X = ⎢ a ⎥ avec a et b solutions ⎝ b ⎠ ⎡ −2a – b = 1 . P(n) = (2n + 3)(n + 1).
= 25 692 25 692 2 H ∩ S : « la personne contactée est un homme salarié ». la parité de n, d'où lim f (x) = 0 .
f (x) = Or b. x→0 x→0 c. 2 3 Donc : x f d. Initialisation : 2×0+3 3 S0 = u0 = – 1 et 2 – = 2 – = 2 – 3 = – 1. Les solutions sont 4 + i, z1 et z2. (On peut cocher ou non les cases, déplacer les curseurs.) Partie C 2 f −x 1 d = oOoA' – oOoA = fx . Fonction logarithme népérien • 139 1 x +3 + h' (x) 0 h c.
n13 46 Partie 1 1. x→−3 x⎞ ⎛ b. 43 b. lim f (x) = +3 et lim f (x) = −3 ; d'après le théo- x→−3 x→+3 rème des valeurs intermédiaires appliqué à une fonction strictement monotone : il existe un unique réel α tel que f (α) = 0. u est continue, décroissante sur]– 3 ; 0[à valeurs dans]1 ; +3[. ⎡⎣ 2 ⎦⎤ Par encadrement des limites, à droite puis à gauche de 0 : lim δ1(x) = 0. 11 564 11 311 c.
1 20 La propriété est initialisée. u→+3 u x→+3 ln x x→+3 ln x 0 lim g ln x = 0. ⎟ ⎠⎞ 20 . Une fois sB définie, elle prend toutes les valeurs de [0, dB] ; comme sA < dB, il existe une valeur de sB vérifiant sB = sA. ● 2 sA est constante et est égale à dA donc sA < dB. 4z1 + iz2 = – 4 + 40i + 4 = 40i. Si x ∈]–3 ; 2,5], alors est au-dessus de D et si x ∈ [2,5 ; +3[, alors est au-dessous de D. f 1(u(x)) = (0,1x – 3)2 + (0,1x – 3) + 1 ; (f 1(u(x)))' = 0,1(2(0,1x – 3) + 1). Le seul nombre divisible par 3 et premier est le nombre 3. ex ex) 34 En posant X = ex ou X = e–x, on vérifie en résolvant X2 + X + 1 = 0 que les dénominateurs ne s'annulent pas. Suites 7 a.
Donc la dérivée f ′ est strictement croissante sur]0 ; +3[. n = 40 ⩾ 30 ; np = 8 ⩾ 5 ; n(1 – p) = 32 ⩾ 5. 53 1. f est croissante sur]– 6 ; +3[en tant que composée de deux fonctions croissantes. Fonctions sinus et cosinus p px p px 2 < < , d'où cos > 4 4 4 4 2 px 2 >– . ● (4) Ni parallèles ni sécantes. 30 − 20 10 30 − 0 b. f ′(x) = 9 3 ⇔x= − . ⎝ n n ⎠ 2 34 ⎛ p⎞ vn = ⎢ ⎜ × (–2)n × (–2)–3 ⎝ 4⎠ n n = ⎛⎜ –2p ⎞⎟ × ⎛⎜ –1 ⎞⎟ = – 1 × ⎛⎜ – p ⎞⎟ . 2 3 2 2 3 2⎝ 3⎠ 1 La relation pour tout naturel n , vn + 1 = – vn 2 montre que (vn) est une suite géométrique de raison 1 2 2 – et de premier terme v0 = a0 – = – .
TP 4 1 ● Fête foraine p −1 p − 2 p − 3 p − 4 p − 5 p − 5 p−5 .
⎜ ⎟⎟⎝ −58 / 47 ⎟⎠ −3n + (−1)n n ⎞ ⎟. On en déduit que (IJ) est orthogonale à (ABS), donc à toute droite de ce plan. 2 2 . Un seul cas de figure donne un diviseur seul : lorsque n = p2.
v′(t) = – 5 et v′(10) = 50. Par propriété de la loi normale : P(39,80 ⩽ X ⩽ 40,20) = P(μ – 2σ ⩽ X ⩽ μ + 2σ) ≈ 0,95. h eb+k − eb = eb. Il reste 2 plaques. ● Comme b. x→0 x x→0 x >0 2x2 – 3x donc : lim T(x) − H(x) = lim T(x) − H(x) = 0 . g′(x) = 3x2 + 2x + 1 > 0 donc g est croissante sur ℝ.
cos x p 1 – 1 > 0 sur ⎤⎦ 0 ; ⎤⎦ et f ′(0) = 0. Donc f est croissante sur]0 ; e1–a] et décroissante sur [e1–a ; +3[3 = 1 ⇔ x = 3. En considérant les fonctions affines par intervalles g et h dont les représentations graphiques sont données ci-dessous, on obtient : 5 5 5 (1) ⇔ 0,375 ⩽ 5 ∫1 • La valeur moyenne de f sur [a ; b] est égale à b ∫a f (x)dx = m(b – a).
arg(z – i) = – + kπ ⇔ (cu , uBM) = – [p] avec B(i) 4 4 ⇔ M appartient à la droite passant par B et formant un p angle de – avec cu, privée 4 du point B. Les points obtenus sont sur la représentation graphique ci-dessus.
Le parallélogramme ainsi défini a une aire de 6 × 6. Une année décisive pour la poursuite de votre scolarité avec l'échéance du baccalauréat et de poursuites d'études universitaire. Il suffit d'appliquer le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires sur chacun des intervalles 1]0 ; 1] et [1 ; +3[. θ est une fonction décroissante car : θ′(t) = – 800e–2t < 0. z 2 = 5 . Si X suit une loi binomiale de paramètres (4 ; 0,5), on a pour k entier compris entre 0 et 4 : ⎛ ⎞ p(X = k) = ⎢ 4 ⎥ × 0,54 . On lit u(x) ⩾ 1. 3 3 3 2. x 141 1.
d1′(x) = ex – 1. D'où m – n = j2(n – p). Proportion du caractère étudié (naissance d'une 100 fille) dans la population : p = . l 4 Une division avec un reste 1 3 000 = 390 × 7 + 270 l Il faut disposer la ligne de départ 270 mètres avant la ligne d'arrivée. PX >20 (X < 22) = 11. Fonction logarithme népérien 0 1 − ln x Sur]0 ; +3[, g ′(x) = a + , g(1) = 2 et x2 g′(1) = 2,5. C'est e . 1– j b. f = ≈ 0,84. ⎝ 2 + t ⎠⎟ ⎝ 2 − t ⎠⎟ b. 49 Partie 1 1. y = – 1⎟ x – ⎜ + ⎝ 3⎠ 3 3 3 25 La fonction f est dérivable sur]0 ; 1[et sur –1 (ln x)2 – 1 1]1 ; +3[et f ′(x) = + . On a S = 2011 ⎛ 1 un + vn et un ⩾ vn pour tout n . x4 – 1 = (x2 – 1)(x2 + 1) = (x – 1)(x + 1)(x – i)(x + i) Donc |z + z'|2 + |z – z'|2 v 2p 3 p –i z – zA 1 – i 5 2e 4 2. Les courbes Γ et 1 ne se coupent pas car m1 > 0. f ′(x) = 3ax2 + 2bx + c. lim h(x) = – 3 et lim h(x) = 0.
1,30 + tan 40° 212 • 9. La fonction d est non dérivable sur l'intervalle [0 ; 100], car elle n'est pas dérivable en x = 5 + 10k, k entier appartenant à {1, 2, 3,..., 9}. = 3. On cherche T tel que 0 ⩽ t ⩽ T, alors 0,015 ⩽ e– 0,000 121t ⩽ 1. En affichage standard, on conjecture un point d'intersection. Suites if somme==10 dix=dix+1 print('il y a ', sept, 'adresses dont la somme est 7') print('il y a ', huit, 'adresses dont la somme est 8') print('il y a ', neuf, 'adresses dont la somme est 9') print('il y a ', dix, 'adresses dont la somme est 10') b. z1 = zB – zA = zB – zC + zC – zA = –z2 + z3. un + 1 = pn + 1 – 12 1 1 14 = 0,2 – = . P(« la pièce soit défectueuse ») = P(E1 ∪ E2) = P(E1) + P(E2) – P(E1 ∩ E2) = 0,03 + 0,05 – 0,001 5 = 0,078 5. Les trois vecteurs sont coplanaires donc les points A, B, C et D aussi. A ∈ d pour t = – 1. lim f(x) = +3. Si – 0,1 < x ⩽ 0, on a 0,000 004 1... ≈ δ3(– 0,1) > δ3(x) ⩾ 0. P(−5 < Y < 5) = = P(E1) × 1 + P(E2) × 0,8 ≈ 0,777 + 0,173 × 0,8 = 0,915 4 (questions a et c de la partie B). Conjecture : d (0) +3 2. Pour tout point Ak parmi les 2n points restants, on ne peut tracer que [AkA2n + 1] ou [AkA2n + 2] car si on trace les deux on a un triangle. Donc (vn) est croissante. On en déduit x→0 x→+3 que a une asymptote verticale d'équation x = 0. x→+3 ⎜ ⎝ g ⎟⎠ 38 a. Z = ⇔ Z (z + 2i) = z – 2 + i ⇔ Zz – z = – 2iZ – 2 + i ⇔ z = . D'autre part, on a : ⎛ 12 − m X − m 28 − m ⎞ P(12 < X < 28) = P⎜ < < ⎟ ⎝ s s s ⎠ 28 − m ⎞ ⎛ 12 − m = P⎛ < XC < ⎟. D'après c , ⎛ n–l ⎞ p p = [2p] donc (uPM , rLN) = [2p] donc et arg ⎢ 2 ⎝ m – p ⎟⎠ 2 (MP) ⊥ (LN). Donc les tangentes diffèrent.
p Comme δ6′(a) = 0, sur ⎤ a ; ⎡ : δ6′(0) > 0 et δ6 croissante. ⎝ 0,4 0,6 ⎠ 2. Δ(0) = f (π) – f (0) et Δ(π) = f (2π) – f (π) = –Δ(0). On a donc tmQ = tmO ou tmO = tmQ. d e. 33 39 Il s'agit de résoudre le système : ⎡3x + 2y + z = 39 ⎡ x = 9,25 ⎢ ⎢ ⎨ 2x + 3y + z = 34 ⇔ ⎨ y = 4,25 . Si a et n sont premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss n divise an – 1 – 1.
● O A Partie C 1 ● B C A v O u 2 a. et h′(x) = 3 x d. z – 5 – 3i ⎛ z –1+ i ⎞ p z –1+ i ⎞ b. La courbe représentative de f coupe l'axe des abscisses en un seul point : (2ln2 ; 0). Cas 2 : J = 2, N = 19, R = 10, B = 17. Si g = 1, n = 5. T(x) – H(x) = d =0 x donc lim T(x) = (signe de a) × 3 . h ln x ln(1 + h) = lim = 1. f ′(x) = cos x – 2, donc f est strictement décroissante sur ℝ. (z – z1)(z – z2) = z2 – (z1 + z2)z + z1z2. Donc φ(X) = 0 a deux solutions, ce qui est équivalent à « ex = xn » a deux solutions. k′(x) = 1 . N + C = N + 97 – R ≡ R – R ≡ 0 [97]. 59 59 2. f ′(x) = 3. Pour k ∈ [0 ; 1], (k) = (5 – (1 – k)2) = – (1 – k)2 donc ′(0) = 1. Or M0 ≈ 4 140,64. 4 up + 3 3 2 2 ˇ up + 1 ˇ 1 – . REMARQUE Voir le film gratuit de la série Dimensions sur internet. La propriété 2 est initialisée.
⎝ 0,7 0,4 ⎠ ⎝ 0,3 ⎠ Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Fonction logarithme népérien • 135 23 La fonction f est dérivable sur]0 ; +3[et 1 f ′(x) = 0,5 + 3 . On a l'impression qu'il pourrait exister des solutions. On a f ′(x) = 1 ⇔ x = 0. On peut lire : g′(x) = 2. A × B = ⎢ 0 0 ⎥ et B × A = ⎢ 0 0 ⎥ . Si a > e, il existe α et β tels que est au-dessus de da pour α < x < β et au-dessus de da sinon. 19 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. w0 + w1 + ... + w10 = 87 a. k k=1 Il fait donc b. En effet : • f est positive sur ℝ ; • f est continue sur ℝ sauf en un nombre fini de points (ici t = 1) ; • l'aire du domaine délimité par la courbe représentative f de la fonction f et par l'axe des abscisses est égale à 1. La matrice associée au système doit être inversible. t→0 c. En déduire la valeur de la fonction de répartition évaluée en 1, c'est-à-dire F(1).
44 On a 10un + 1 – 3 = un. Donc a = 1 et b = – 1.
D'où 0 ⩽ a – un ⩽ (a – un) + (b – vn) (1) (1) ⇔ 0 ⩽ a – un ⩽ (a + b) – (un + vn). 42 1. ● y Le coefficient directeur de cette tangente est f ′(0) = f (0) = 1. Non, on ne peut pas définir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 : n = 5 < 30. 34 z B – z C 5 – 2i + 4 + 3i 9 + i = = z B – z A 5 – 2i – 2 – 3i 3 – 5i = z1 (2 + 3i)(5 + 2i) 4 + 19i . ⎝ x⎠ 2 2 2 ⎞ 2 ⩽ ⩽ 1, g ⎛⎜ ⎞⎟ = 1 et g ⎛⎜ ⎞⎟ = – 1. Conclusion : vn + 1 ⩽ vn pour tout n . Par récurrence on montre que u n > 0 et u n + 1 > u n.
y f 0 ⩽ E(6x) ⩽ 5 (avec E(6x) entier) 1 ⩽ E(6x) + 1 ⩽ 6.

29 G(0 ; 8 ; 4) ; Distance d'un point à un plan TP 4 COMMENTAIRE La première partie du TP est théorique. 31 (2 2) 1 − 2ln 3 2 2 = y = -x + 1 - ln . 2 b. f '(x) = 1 + cos 5x. 160 42 Si on note x, y et z les dimensions de la boîte, connaissant les carrés des diagonales il faut x 2 + y 2 = 16 2 x 2 = 60 2 2 résoudre le système : x + z = 33 y 2 = 198 . 21 La fonction f est dérivable sur]0 ; +3[ln x et f '(x) = 2 . un = 2 500 × 0,95n. 2 2 2 2 z = 1029 y + z = 35 Donc les dimensions sont 2 15 cm ; 3 22 cm et 7 21 cm. » Cette affirmation est fausse lorsque f n'est pas de signe constant. a + b = pentraîne que p est nécessairement impair. apparu : x3(ta) - x1 (800 = 243 9 + Petit = accident I 2. 2 OM 1 1 = donc OM = DA. a = 6 et b = 3. 2 2 + 2 2 = (

Ce qui est équivalent à b ≤a (m − f(x)) ≥ 0 avec m − f(x) ≥ 0 pour tout x. 73 + a. 1 b. Pour x ≠ 0, f est dérivable comme quotient de fonctions dérivables (avec le dénominateur qui ne s'annule pas). lim f 2(t) = 0. On a toujours 4n + 1 = 2 [3] pour tout n . Oui, est perpendiculaire à et à '. x−p,x + - 1 0 0 p d.

42 a. Montrons que (un) est strictement décroissante par récurrence. On peut montrer le résultat par récurrence. Partie A 1. r2 = 1. On peut supposer k > 0. f (x) ≥ x = sin 5x ≥ 0 x 2kp ≥ 2kp ≠ k, k entier relatif. • x = 1 ⇒ x2 > x > 1 ⇒ -kx2 < -kx < -k ⇒ 0 < gk(x) < fk(x) < e-k. Le point H a pour affixe h = 2 − 5 + 4 − 5 i. 44 8. cqfd b. La nombre d'arêtes du graphes est 7, d'où la matrice colonne X = (1 1 1) 39 1. X est dérivable sur [0 ; 1] et k'(x) = 16 − x1 − 1 1 01 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1. R = P np − n X < n np + n (= P (400 −) 1 000 < X n < 400 + 1 000) = P(369 ≤ X n ≤ 431) = 0,958. f (4) = 1 − e 80 = 4,43. 2a 2 2 4 . 2. Hérédité : for k in range (0,10) : Donc N = n(n + 1) + pour n . g n'est pas dérivable en 0, car sur]- 0,99 ; 0[, g(x) = 81. 1 a. P (S1) = P(S1 ∩ C) = 0,583 3 . Assimiler et maîtriser le contenu des cours de maths en terminale Dernière année du lycée avant d'entamer des études post-bac puis de prendre la dernière ligne droite avant d'entrer dans la vie active. , on a MF = a − a a C. D'après c, un et vn sont positifs pour tout n . Le numéro manquant est 6. 3 − 2 1 − 2 0 3p 2 2n 5p 2 3 i 3 2 1 2 0 Hérédité : si Pn vraie, alors Pn+1 vraie. lim f (x) = 0 car f (x) = −6 x−+−3 = lim f (x) = +3.

2e méthode Par b, on voit que AB + AC = BC donc les points sont alignés d'après l'inégalité triangulaire. 84 = 22 × 3 × 7. En effet, si = 0 on pourrait avoir A = -B. i 3 + 3i = 2 3 + i = 2 3e 6 2 2 2 i2i = 2e 41 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 18 = . • z = i, il faut résoudre le système 2ab = 1 On obtient comme racines carrées : 2 2 Z1 = +i et -Z1. L'application ne nécessite pas l'usage de l'informatique. P(A) = 0,3 ; P(A ∩ B) = 0,3 × 0,8 = 0,24 (probabilité d'une feuille) ; P(B) = 0,3 × 0,8 + 0,7 × 0,8 = 0,8 (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles). Hérédité : Supposons que 1 ≤ up ≤ 2 où p . Par définition, la probabilité de cet événement est l'aire du domaine défini par l'axe des abscisses, la courbe représentative de f et la droite d'équation x = 0,75. Pour n = 0,24. P(15,5 ≤ D2 ≤ 16,5) = 0,963. Par le théorème de la loi des grands 1 nombres, E(Y) = 0,5. Il n'y a donc que 2 randonnées de 6 étapes, elles vont de E en S et les sommets successifs sont : E-B- C-G-F-D-S et E-B-A-G-F-D-S. La fréquence observée sur l'échantillon étudié (cas de l'ami proche de l'association) est 0,6 (=3/5) ; elle n'appartient pas à l'intervalle déterminé à la question précédente.

2 zD – zA = 1 + i et zC – zA = 5 – 5i. 3 4 3 4 3 12 Or vn = 12 12 + 3 + 4n 15 + 4n 1 + 1 = ... 3 + 4n 3 + 4n 3 + 4n un quel que soit n . X6 = 0 6 3 . 1 0 88 1. donc lim f (x) = lim x−4 x−4 x + 2 4 • Le fichier montre une utilisation de texte à affichage dynamique sous GeoGebra : cet affichage peut faire l'objet d'un travail algorithmique. 12 boucles sont nécessaires. Voici le programme de Python (il vaut mieux le faire en Java qui donne le résultat en 56 s) : sept=0 huit=0 neuf=0 dix=0 for i in=3 N=7 n=4 in range (1,1111111112) : L=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] N = 11 q=i t=0 while q != 0 : if(q%10==0) : L=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] break On a : n N 1 2 2 4 3 7 4 11 5 16 6 22 7 29 else : 8 37 L[t] = q % 10 q = q // 10 On reconnaît la suite des sommes des entiers consécutifs, plus 1. D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f (x) = k a une seule solution dans]- 1 ; 1[. 4 1 4 b. 2 solution de (E) ⇔ z' = 1 ou cosθ = ou cosθ = −1 - 5 d'après 1d et 1b. f'(1 − 1 0) b. (un) est majorée par 3. (7x − 1)3 (7x − 1)4 16 a. x 3 Tout nombre supérieur à e150 = 1,393 7×1065 convient. x −3 4 2 f est croissante sur [3 ; +3[.

X suit la loi binomiale (810 ; 0,002). La matrice I3 – M = 1 − 1 − 0 − 1 1 = 1 0 0 inversible donc l'équation MX = X équivalente à 0 l'équation (I3 − M)X = 0 pour unique solution la 0 0 0 0 matrice colonne (I3 − M)- 1 × 0 = 0 . activités de recherche et résolution de problèmes 39 1. ● Évident. Le temps de parcours total est minimal lorsque HB = x = d, c'est-à-dire quand le point B est en C (trajet uniquement en barque). f (0) = 1 et f (α) = α. a.b b b 1 1 a = b 2 a = b 2 1 a = b 2 = 1 . z1 = p3. b -1 a - ib . 69 f (x0) f (x0) = 0 et g(x) = 0 (x − x0) + 2a0 2 pour x ∈ [0 ; x0 + 0]. l TP 6 Trop de pages Notons k la page qui a été comptée deux fois. Nombres complexes • 191 p 1 (2+i) 6 10 2 2 2 + i = 2 2e 3 .

lim n 2 n + 3 donc lim un = +3 par comparaison. a × 111 est divisible par 37 car 111 est divisible par 37. Vrai, car les fonctions lnx et ln x sont bien toutes 2 deux définies sur]0 ; +3[et pour tout x > 0, x = x . vp + 1 - up + 1 ≤ (v p - up) ' x 1 = 1 1 4 4 4 4 Donc la propriété est héréditaire. P 56P P1 − 21P P2 3. + + avec n termes . 127 2. Sur]-1 ; 0[, g est continue, croissante à valeurs dans]- 1 ; 1[f '(x) = (- 2x - 1)e2x+1. Intégration Corrigés des exercices et problèmes exercices d'application 6 x a. Attention à bien initialiser une récurrence. 0 2 f ' (x) Fin Si Fin Pour prend la valeur effectif Afficher 2 c. Son maximum est 2ab en t = 0. n pair : le signe de (u(x))n - 1 est celui de u(x). C P(C) P(C ∩ S2) = P(S2 ∩ C) = 0,416 7 . Suites • 21 Hérédité : Supposons que up + p - 1. ● Égalité des coefficients x + 3 4 2 L'aire du triangle A0A1B1 est égale à e−1 × (1 − e−1) . u0 + u1 = = nn n+3 x 4 (800 + 0,5) x'2 (800 + 0,5) 9 9 92 1 1 0 1 + e−x dx ≥ 0. f n'est pas continue en x, entier compris entre 1 et 9 (constante différente à droite et à gauche). x -3 - 2f - d'(x) 0 +3 -f 0 + + +3 0 d 4f -3 e. Il reste donc 2n points. Or (Sn) est une suite géométrique de raison 4 et de premier terme S1 = 3 donc Sn = 3 × 4n − 1 pour tout n . f ' (x) = x 1 e 0 f ' (x) − 1 0 − e - f c. Pour tout x non nul : 1 x3 10 20 1010 1 . eiθ − e-iθ = 2isinθ et eiθ + e−iθ = 2cosθ. x−+3 x x−+3 x 2. f ' (x) = g'(x) + Problèmes x−0 donc lim f k (x) = −3.

La matrice A est : A = 3 2 . 40 b. 1 − xn . 5 6 30 × = . 2 = 1 + 2t 4 3 e. f '(x) = − x e 500 . f '(x) est du signe de -x. On cherche les points tels que la tangente à la courbe de la fonction cosinus ait un coefficient 3 directeur de . • Si a = e, est toujours au-dessus de d a, mais tangente en x = 1. |z'| = 1 ⇔ |z − 1| = |z| ⇔ MA = OM ⇔ M appartient à la médiatrice de [OA].

Les vecteurs directeurs de d et d' ne sont pas colinéaires. E(0 ; 0 ; 1), C(1 ; 1 ; 0) et K(1 ; ;) . 1 1 1 1 Voir fichiers logiciels.

10 Probabilité que ce journaliste interroge un nageur non spécialiste du crawl : 27 17 17 × = . 2 Pour la fonction h, l'aire de ce domaine est égale(5 − 1) × 0,5 = 1. 3 0,002 d. 1 1 7 751 1 751 1 1 f = n ; f + n = 1 000 − 1 000 ; 1 000 + 1 000 = [0,719 3 ; 0,782 7] . Or lim m = lim me 3 = 0 par le théo 3 m−+3 m−+3 rème de croissance comparée ; donc lim E(Y Y 2) = 3. Fonction exponentielle C − x4 105 1 − e 80 = 5 c = −1 − e x − c 20 c = − c c e = e e−1 + 1 = 1 . Le kième carreau qu'il celle est coupé dans un carreau de 1 m2 en k dans chaque dimension. 2 2 1 1 1 − 3 2 1 2 1 2 1 2 1 et rAK d'où K ; ; . 0,599 × 0,72 = 0,431 28 (probabilité d'une feuille). Supposons donc p! ≥ 2p - 1 pour un certain p ≥ 1 donné.

lim x (x + 100) = 0 .

On a m = 0 et a = g(0) = 1. (1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81).

p z 7 (z 8 z 9)2 = 4 × 32 × 22 × e 4 puis z 2 = 9e i = 2e 3 .

Mn + 1 – 2 × Mn = 1, donc Mn et Mn + 1 sont premiers entre eux quel que soit n. lim f (x) − x = 0 ; la droite d'équa- x−+3 x−+3 +3 + f ' (x) +3 f -3 e. Notons an le nombre de manipulations pour déplacer une tour à n étages.

10 − 8 n n 2 − 1 donc 2. X10 = 0,060 4 . Aucun diviseur premier de N n'est de la forme 4k + 3, ce diviseur n'étant pas 2 car N est impair, ses diviseurs premiers sont tous de la forme 4k + 1. 1 − ex 1 ex = . ● h(x) = x 0 1 - h'(x) +3 0 + +3 h 6 a. z × z' = (x + iy)(x' + iy ') b. 3 2 x − 4 . b − a = - 1,4 ; b − a = - 0,7 ; c = 0,5 et d = 3,6. L'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est ic[0,45 ; 0,65]. L'intersection de 2 avec est en (0 ; 0) et en (2 (p) ; y x d. Pour n = 0 on peut écrire un = 3 4+ n 4+ On voit facilement que lim un = 1. tCD = − 2nAB donc (AB) // (CD). x 1 1x x +3 -3 g '(x) 3. L'algorithme d'Euclide reprend les mêmes décompositions. b = 0 : f est la fonction constante nulle qui n'a pas d'extremum. h h 2sin 2 sin cos h = 1 2 2 . On en déduit donc : y = 1(x - e) + 3e = y = x + 2e.

Donc KL = KM. 2 4 2 2 2 1 b. On sait que − 1 ≤ sin 1. -6 -2 -1 2,3 u 0,5 0 0,5 2 3 6 0,7 0 − 3,4 ln(2,3) Variations de ln(u(x)) ln(0,5) -3 0,3 ln(0,7) -3 ln(0,3) b. La fonction x ↦ x2 + 4x - 5 est dérivable et strictement positive sur]- 3 ; - 5[∪]1 ; +3[. Or ici, on en a tracé (n + 1)2 + 1 ; il est donc impossible de les tracer sans tracer un triangle. 2 (1 − k) pour 0 < k < 1 Donc (k) = 4 2 (2 + k) pour − 2 < k < 0 . f étant la fonction racine carrée. ... Voir fichiers logiciels. Z = (2 + 3i)2 = 4 + 12i - 9 = − 5 + 12i donc Re(Z) = − 5 et Im(Z) = 12. 2 3 3 6 .

f(0) = 0 . f (1) = e- 1. La dernière est éteinte avec la probabilité 0,65. f est dérivable sur]0 ; +3[et f '(x) = x x4 x3 3a 1. 1,376 × M1 < 1,378.

La limite de (un) est 1 (on peut pas être 0 car un ≥ 0,5). Fonction logarithme népérien ► QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.

922 − 920 = 920 × (92 − 1) = 920 × 80 est divisible par 10, donc 922 et 920 ont même chiffre des unités. Donc on a 2p + 1 > 2p + 2 puis 2p + 1 > 2(p + 1). PA (L) = Partie B 1. Alors 2 ≤ up + ≤ 4 donc 1 ≤ up + 1 ≤ 2. 4, 12 et 16 divisent 1 104. Hérédité : 0 ≤ un ≤ 1 ⇒ 0 ≤ 1 + un ≤ 2 ⇒ 0 ≤ 1 + un ≤ 1.

La propriété est héréditaire. 51 1 (1 : x = 1 - p) Sur] 0 ; f '(t) = 0 = ... 1 2 + 2 2 + 3 2 + ... x p 2 = An = (p + 1) 1 n n+3 4 22 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. P(39,5 ≤ X ≤ 51,5) = P(μ − 2σ ≤ X ≤ μ + 2σ) = 0,95. x−−3 x−−3 - lim f + x = 0 ; comme f > 0, lim g(x) = −3. • Si a > 0 alors a 2 = a ● b + −aa = b + a − 1. 83 Voir fichiers logiciels. 2 2 r X(x + 2) = 2 255 donc l'affirmation de la forme n'est 1 0,741 pas tout à fait exacte. p = (question 5) Aire(ABCD) donc l = n × Aire(ABCD) = ln × n × 0 - a). 4 14 2 14 On vérifie bien que MX = MX = 4k + 2) ≠ 4kp 2 n = 1 et f ' 2 = 1. f ' + e − : 1 n n 441 441 441 441 = [0,698 4 ; 0,793 6].

wCM·nAB = 0 = t − − 26 3 − 3t c. Donc : -3 × Variations +3 de ln(1 + x 2) 0 +3 0 On en déduit que : si k < 0, et Δk n'ont pas de point d'intersection ; si k = 0, et Δk ont un point d'intersection ; si k > 0, et Δk ont deux points d'intersection. g'(x) = 3 . Voir fichiers logiciels. f est continue, croissante sur]0 ; 1] à valeurs dans]- 3 ; 1,5].

Intervalle de Seconde : n ≥ 25 ; 1 5. 5 10 c. p 2 0 f '(x) 0 f M − 1 3p 2 n 0 − 1 0 − e (u).

lim g(x) = 5 ; asymptote y = 5. Par exemple, en partant de la pharmacie on obtient le chemin P-R-E-N-V-B-O. Donc lim f (x) = 0 ; comme f est impaire : x−+3 lim f (x) = 0 . x + 2 (x + 2)2 (x + 2)3 (x + 2)3 même résultat qu'en a. Pour tout k > 1, il existe un nombre premier inférieur ou égal à k et donc à n qui divise k (lui-même s'il est premier).

ƒn−1 1 − x 2 dx n = n−1 k+1 ƒk n n k+1 ƒk 1 − x 2 dx ≤ ƒ k n f dx. x'(t) = - 2nsin 10 10 Sur [0 ; 60] : 7 fois, pour t = 0, 10, 20,..., 60. Cf. figure précédente. n et n + p sont des carrés d'entiers consécutifs. Non car leurs vecteurs normaux b n 1 − 2 0 et bn' 1 ne sont pas orthogonaux. E(X) = = 714 (jours). 1 TP 4 Contrôle de production Utilisation de la calculatrice : • pour n = 1, P(500 − h ≤ X ≤ 500 + h) = 0,158 5 ; ... • pour n = 10, P(500 − h ≤ X ≤ 500 + h) = 0,954 5 ; • pour h = 11, P(500 − h ≤ X ≤ 500 + h) = 0,972 2 ; • pour h = 12, P(500 - h ≤ X ≤ 500 + h) = 0,983 6. 4 : 2 0 f '(x) f Sur] n Donc sur [0 ; n], un unique point d'intersection 1 . Une équation de Δ est y = -x + α + α e-α. L'ordre de l'œuf est 3. L'espérance est 5,497. 104 1 0 ≤ 2008 61 R b. 4 ≤ up ≤ 15 ⇒ − 0,8 × 15 ≤ - 0,8up ≤ − 0,8 × 4 car - 0,8 < 0 ⇒ -12 ≤ - 0,8up ≤ -3,2 ⇒ 6 ≤ up + 18 ≤ 14,8 c. 4 Vrai (un) converge vers 2 ou − 2. Puisque le coefficient de réduction est 1 , 3 l'aire est divisée par 3. 2p 2 − e70p − e−70p + 20. 6 6 2. Dans la cellule F2, on saisit : « =A2^2 ». I =]30 ; +3[. P(L = 4) = x p 4 × (1 − p)4−4 = p 4 = e−4,8 ≈ 0,008 . REMARQUE La fonction u représentée est : u(x) = 0,5(x + 1)2 + 0,5. 1 210 est l'ami de 1 184. (IJK) : x + y - z − 1 = 0.

1 7 On peut conjecturer que la variable aléatoire Y suit une loi exponentielle. n−+3 n−+3 n−+3 Donc lim un = +3 par somme. a = = 2 + i vérifie la deuxième équation. Le et à C en α sont égaux respectivement à a a produit des coefficients directeurs est égal à : ln a = − 1 car u(α) = 0. d' est positif sur]0 ; +3[et sur]- p ; 2 2 Nombres complexes • 187 47 p p ( ) (−) − − = − 1 1 + e 1 − i ... 1 1x 1 70 . On vérifie que finalement dans tous les cas : Sp ≥ 3p ; 2p . Nombres complexes • 187 47 p p − ... 1 1x 1 170 • 7.

Voir la figure ci-dessus.

Donc une équation de T0 est y = x. 100 2. Le couple solution est (514 ; 117). De même, JB = 2JE. a) On trouve les coordonnées : A (2 ; 0 ; 1) et B(2a ; 0). Autrement dit, à partir de cet échantillon, cette affirmation semble réaliste. ● Or A2 = B avec B ≥ 0 = A − B ou A = B . Donc, (vn) est bornée. h'(x) = 1 2 2 x +1 (. Ce choix engendre une perte estimée entre 11 % (environ) et 20 % (environ). ● Voir figure ci-contre. 2 4) b. Donc c3 est la différence des deux aires suivantes : −ƒ −3 − 7 − g(x)dx et − ƒ −3 − 7 − 0 f f (x)dx ε3 2 x g y 5 d. 105 lim x−−3 a. 16 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Les points I, J, B et C sont coplanaires, donc les droites (IJ) et (BC) qui ne sont pas parallèles sont sécantes en un point M. Le même raisonnement que 1. lim n = +3 donc lim n−+3 n = +3 n lim 2 − n−+3 Donc lim un = +3. g(x) = p x(R2 - x2).

a − 0 2 2 0 OAB est isocèle rectangle en O.

2 2 5. n n (-1) . Or d'après 2b, on a lim f (un) = +3. On réinvestit ici les arbres pondérés vus au chapitre 10. Après 2 × 5 h : 64N. -3 ln x qui est du signe de lnx. z4 + z3 1 1 + z2 + z + 1 = 0 ⇔ z2 z 2 + z + 1 + 2 = 0 ⇔ z z pour z ≠ 0 1 1 ⇔ z2 z 2 + 2 z + z + 1 = 0 z z (1 - j)2 b + (1 - j)a car 1 + j = -j2. 7 7 La suite (un) est géométrique de raison 0,3 et de 4 1 premier terme 0,5 − ... Si A = 0,75 0,5 et B = 0 0,25 0,75 0 1 1 1 alors pour tout n ≥ 0 : Xn + 1 = 0,6AXn + 0,4B 2. Soit up + 1 ≥ 0. 1 1 − x. a2 Donc les tangentes sont perpendiculaires. P Y ≤ Q = I2. P(tH ∩ tF) = P(tH) × P(tF) = (1 - 0,064) × (1 - 0,056) = 0,883 584. 3 3 R2 − x 2 0 f '(x) 2 3 R + 0 e. 1 1 tout p .

A = − 7 12 −3 E = 11 11 −19 5 7 1 −1 .

x−0 x−0 x−0 x−0 x−0 x−0 x−0 x−0 x−0 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Donc lim n1 = xn yn2 + xc et yn+1 = 2xnyn + yc. AC = 3 3 2 1 DH = AD2 − AD = 3 D'où AD > DH > AH. Sur les 5 000 personnes interrogées, 2 101 souhaitent être vaccinées. Les solutions de (E1) sont 1, e C b. fk'(x) = −ke−kx < 0 car k > 0. n−+3 88 1. 5 5 90 + 4 f1 = 27 cm. Sin 3x = 3cos2 x sin x − sin3 x. La probabilité qu'une plaque prélevée au hasard dans un stock important soit conforme pour la longueur est approximativement égale à 0,95. (u n) est décroissante et minorée donc (u n) converge. 0 2. Matrices et études asymptotiques de processus discrets 2 2. Partie B 2 I = [- 1 ; 1]. La probabilité d'obtenir un 2e type de figurine 2 sachant qu'on en a déjà un est car il y a trois types 3 1 de figurines, alors qu'on a une probabilité de de 3 retrouver le même type. Les points M et K appartiennent à l'intersection des plans (IJK) et '. 2 2 R −k x La dérivée ' est du signe de B = R2 − 2x R2 − k 2 x2 − 2k2x2. P(X > 11) = 1 − P(X < 11) = 1 − 59 11 1 . Équation de la tangente TB : y = g'(a)(x - a) + g(a). En effet, les valeurs prises par cette variable aléatoire ne sont pas nécessairement des nombres entiers. 52 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. car f(x) = lim − ... Avec h = 0,5 : y = 1,5x + 0,75. cos(IGI,tGD) = 0,4 0 ou (IGI,tGD) = 50,8°. 7 − 2x 7

L'ensemble des solutions est : 3 − 2 3 ; 1 e f .] n−+3] 30 ; + 3 u 1 x3 x x ... 5p 7 et n = 0,53 ≥ 5, pn + 1 = P(En ∩ Fn + 1) + P(En ∩ Fn + 1) = pn × 0,05 + 0,05(1 − pn). Donc pn + 1 = 0,05. 5 y 13x + 48 48 1 4 2 2 H E c. y 1 0 f x y 2 3. 1 Les trois vecteurs ont un représentant dans le plan (AFG).

Y x > - 1 : ln(x2 - x + 1) + ln(x + 1) = ln((x2 - x + 1)(x + 1)) = ln(x3 + 1). • Premier cas : v2 v1, f strictement décroissante.

112 • 5 4 4 p. 11 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ou 30 salariés. La courbe représentative de f admet l'axe des abscisses comme asymptote lorsque x tend vers +3. 2 2 • Si a = 3 : ΩN = 6 + 2 = 8. Objectif BAC d. Donc un + 1 − vn + 1 = (un + vn)2 − 4unvn 2(un + vn)2 (u − v) = n n pour tout n . Faux : f(- 1) ≠ f (3). k = sq + r. D'après 2.c. b. 2 3 −4 b.

● a lnlo x b) n 0,2 0,83 1,35 1,6 0,25 0,3 -1,22 ... 3 3 a b 3 5 15 D'après le résultat de la question précédente, si un objet de 10 Vn = 72 200 ... Au PGCD aux équations à deux inconnues 1 a. L'écart serait de 5 × 1 − 5 × 3 = 10. x2 sont très proches.

2 Conclusion : la suite (un) n'est ni arithmétique ni géométrique. 20 secondes après le départ, la bolide est en B(20) = ≈ 333 m. f '(x) = exp(x) − exp(- 1) − 2x + f '(−1) = exp(−1) f '(0) = 1 ... f (1) = exp(1) ... Soit x un entier naturel k le plus petit tel que 8k+1 ≥ 3. Donc lim f (x) = 0. Z est une racine cubique de z si et seulement si : Z 3 = z ⇔ ρ 3 = a + iβ ⇔ Ainsi on obtient les équations pour l'être à β. En substituant et β dans le système (S 2) par a 3 b 3 − b - et - t + a respectivement, on obtient 2 2 2 2 les mêmes équations. • Pour accéder à votre requête, un deuxième sondage a été réalisé dans la commune qui estime qu'entre 69,84 % et 79,36 % des habitants sont favorables à la restructuration. z2 − 3z + 5 = 0. f(0) = 0, f (1) = 0 .

Donc a et b sont solu 1 (0 ; - 1, 0,2b + 0 tion du système : f d'où X ≥ 2 3 . nAB 1 1 , rAC 1 1 et rAB 1 8 ne sont pas 1 1 1 ... 1 4 1 −3 1 1 logique chiffres. 220 + 1 est divisible par 24 + 1 = 17. 2 2 2 sont orthogonaux donc (AB) // . Pour tout réel x > 0, u'(x) = tout réel x ≤ 0, u'(x) = x2 + 1 1 x 2 + 1 (x 2 + 1 − x) > 0 et pour > 0.

Diverses paradoxes p l'étude des variations de 61 sur 0 ; donne 61(x) ≤ 0, 0 ≤ x ≤ 1 car u ≤ 1 et ln x ≤ 0. Le nombre 1 est premier, il admet un diviseur inférieur ou égal à sa racine. 14 z1 - z 3 10i - 1 - 3 - 2i - 3i + 8i 340 32 = = − i. Le réel xn est l'unique antécédent de -n par f , donc la suite (xn) est croissante et tend vers 1. Fonction logarithme népérien ... h(x) = x2 + 1 x2 + 1 − x La fonction f est dérivable sur]0 ; +3[−2 1 et f '(x) ... x. La fonction semble tendre vers 1.

f '(x) = 10 f + 3 - 0 b. En x = 0, on obtient : y = − 2a. < 1nc - 2 x < 0 ⇔ x < 0. comme imaginaire. La courbe f est donc dans le rectangle R. a (l'axe des abscisses est asymptote). IGI·tGD = 1. L'autre implication découle de : A = B = A2 = B2.

2 lim f (x) n'existe pas ; lim f (x) = −3 ; lim f (x) = 5 ; lim f (x) = 5. GA = 92 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Il y a une infinité de solutions. La fonction ln est strictement croissante sur]0 ; +3[. 1 Donc f est bornée sur [0 ; 1]. Donc la probabilité d'avoir un 2e type de figurine 2 sachant ... 0,6 × 0,5 ≈ 0,48 en gardant. Le triangle MN = x - lnx a pour valeur minimale 1 quand x = 1. (FK) est orthogonale au plan (IBH), donc à la droite (BH). Corrigés des activités 1 Fonctions réciproques Partie A 1 a. Conclusion : sk = 2 Hérédité : Supposons que sp = 1. P 40 − < Fn =80 < 0,40 + = P 32 − 80 < X n=80 < 32 + 80 80 80 = P(24 ≤ Xn = 80 ≤ 40) = 0,948. Fréquence observée de points perdus suite aux échanges engagés au premier service : 3. x−+3 g 3 37 a. La courbe est toujours au-dessus sa tangente en son minimum (x = β). 16 Cette représentation est « décalée » . 3 - 2i (3 - 2i)(-7 - i) = − 7 + 49 + 1 = b. Si les plans étaient perpendiculaires, le plan (AFC) contiendrait la droite passant par F et orthogonale au plan (EBG), c'est-à-dire la droite (FD).

e -iu = iu et e −iu = 1e 1 − e -iu sans des angles. Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f (x) = 0 a une seule solution α dans [2 ; 3]. Comme ≠ kG. le centre de gravité d'un solide ne peut pas se définir comme intersection de plans qui coupent le solide en des solides de même masse. Et : < 1 - 5 < 0 donc ne convient pas. g est la fonction définie sur [0 ; 10] par w(x) = ln x f(0 t) et f (x) = 2. Donc, d'après le corollaire ... f'(x) = 0 ... Donc Sn = 4 - (1 - 1/2n) ; et 0 < 1 - 2/n + 1 ≤ 1 . par. • x ≤ 2n. g(x) ≥ 1. Faux : f (x) = 19 x -3 c. Conclusion : Pour tout entier n ≥ 2, on a 5n ≥ 4n + 3n. Soit M le point de (AB) d'abscisse x. Calculer le taux de divisibilité par 3 de chaque nombre. Étape 2 Pour que la fonction f soit une densité, elle doit être positive sur R. x−−3 lim f (x) = 1 ; la droite d'équation y = 1 est asymp- b. P(X < 6) = f (x)dx = 0 = 1 e−x+8 0 1 e + 1 e8 a. 4 Voir fichiers logiciels. P(X ≤ 2) = 1 x p × (1 − p) v 0 1 5 0 + 1 x p × (1 − p) ... = 0,921 6. 80 n a. 1 Corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes Exercices d'application 1 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour x ≠ 0, f (x) = x2 + 4 − 1 (n − 13) − (n + 1) = 12. Il faut donc afficher la valeur n + 1. P(X ≥ 1 000) = 0,8 condition donnée dans l'énoncé).

10 2 fc(1 = 15, 16 ou 15. En posant f (x) = cx + d, on montre à l'aide d'un logiciel de calcul formel que la condition nécessaire 9 − 3c 2 − 3c + 3 pour les réels c et d est d = .

x 1 − 3e−n . h(h + 6) x2 − 9 5+h − 5 1 = f '(0) = . avec f (x) = 5 + x . c + b = 0 c = 3 = 3 Donc N(x) = (x + 1)(2x2 − 3x + 3). Supposons la propriété vraie pour un entier k : P(ak) = ak. 13 F(60) = P(X ≤ 60) = 1 − P(X > 60) = 0,7. 1 + 2 + ... + Mn = (2 - 1) × 2 = Pn. 47 Partie 1 1. = − x p 2 h Donc cos h = 1 - 2sin2 2 . On en déduit que pour tout entier naturel n, le réel x = 4 2 34 a. 1 051 462 224 238 2. tan b = = − 24 Montrons cette propriété par récurrence sur n . 192 • 8. n(n + 1)(2n + 1) 1 × 2 × 3 Initialisation : Pour n = 1, 6 6 donc la propriété est initialisée. La relation Xn + 1 = AXn est une conséquence des probabilités établies à la question 1 et des conséquences immédiates d'appartenir des plans homozygotes. 23 a. −3 0 0 d.

Il y a 35 nombres entiers consécutifs non premiers entre 9 551 et 9 587. 12 − 37 − 25 × 2 = 37 − (99u2 + 37v2) = 99 × (−u2) + 37 × (1 − v2). Aire de ℰ : 5 5 5 5 ƒ−−7 f1(x)dx − ƒ−−7 g1(x)dx = ƒ−−7 (f (x) + 12) dx − ƒ−−7 (g(x) + 12) dx TP 3 5 5 5 5 5 = ƒ−−7 f(x)dx + ƒ−−712dx − ƒ−−7 g(x)dx − ƒ−−712dx = ƒ−−7 f(x)dx − ƒ−−7 g(x)dx = ƒ−−7 (f (x) − g(x)) dx . 36 1 296 Il faut maintenant vérifier à quel instant la vitesse 27 353 . Donc f −4 0 −4 f '(x) 47 1 6 y 6 4 2 1 − x b.

Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. p(Y) = 1 − 1 z 1 2 z 2 1 2 z 1 2 .

2x−+3 1 + 2e−x x f '(x) lim i(x) = +3 ; lim i(x) = 1 x−−3 − 3 x−+3 2x 2ex . Dès qu'elle devient fausse, la valeur de x vérifie : (x + k) - f(x) ≤ 0. 1 3 a. Avec x = e10 ≈ 22 026, on obtient : f (e10) ≈ 10.

● Sur les 20 pas, la personne a fait 10 pas à droite et 10 pas à gauche. 2 Activité supplémentaire Peut-on prévoir le hasard ? REMARQUES • Cet exercice peut être réalisé sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. lim f (x) = +3 et lim f (x) = 1. ● (1 1 1 < Fn =35 < 0,40 + P 0,40 − = P 14 − 35 < X n=35 < 14 + 35 35 35) = P(9 ≤ Xn = 35 ≤ 19).

Or −p < k − k' < p, donc k = k'. Si b est solution, les nombres de la forme b + kc sont solutions, on peut donc choisir b > 0.

La deuxième conjecture était fausse. Une équation de Δ est y = x − 1. Donc d3(x) est positif sur R et d3(x) = 0 en x = 0. S = {(x0 + kb' ; y0 - ka') pour k entier relatif }.

x+2 − 5 5+h − 5 = . h'(x) = e x + 1e x. Matrices et études asymptotiques de processus discrets • 309 b.

Exercices d'approfondissement 57 Alexia a raison car en appliquant la formule f '(x) = (1)ex + 1 + (- 1)e-x - 1 = ex + 1 − e-x - 1.

y Cette égalité est toujours possible car comme < 0, l'inégalité < ln2 est vérifiée. ● 1 badge. n +1 j 1 2 x + 1 1 0 3 1. Par calcul sur les coordonnées. z C - z A −4 - 3i − 2 - 3i −6 - 6i (−6 - 6i)(3 + 5i) = = = zB − zA 5 - 2i − 2 − 3i 3 − 5i 34 = g. 562 b. Le point J correspond à t = − 0,8. lim f (x) = lim f = lim ... 3 = 3. P(Tn ∩ Tn + 1) = (1 − pn) × . H appartient aux plans (ABC) et (ADI) car ces plans sont perpendiculaires. 10 - 14 = [H3O+] < 0,1 = − 14 < log[H3O+] < − 1 = 1 < pH < 14. Reste de k modulo 7 0 1 2 3 4 5 6 Reste de 6k + 1 mod 7 1 0 6 5 4 3 2 6k - 1 mod 7 6 5 4 3 2 1 0 Reste de 6k - 1 mod 7 6 5 4 3 2 1 0 Reste de 6k + 1 mod 7 1 0 6 5 4 3 2 6k . La fonction f est dérivable sur 7 si k ≡ 1 [7], or f 1 1 1 1 100 b. la clé de déchiffrement (19 ; 14) et LE SOLEIL BRILLE. 55 - 34 = 21 34 - 21 = 13 21 - 13 = 8 13 - 8 = 5 8-5=3 5-3=2 3-2=1 2-1=1 1 - 1 = 0. Pour tout x ∈ R(- 6) : 36 - x (6 - x)(6 + x) 6 - x = = g(x) f (x) = = 6+x 6+x 2 donc lim f (x) = g(−6) = 12. La suite (vn) est constante. x Donc g est décroissante sur]0 ; 5] et croissante sur [0 ; 5 ; +3[. 1 1 + = 1 ... = 1 2 5 3 1 ... Les deux droites sont parallèles. 3 2 p de 4 3.

2 a. Cela peut être vrai car la contraposée est vraie : « Si n ≤ 1 alors un ≤ 1. Donc A0A1B1B0 est un trapèze. 3 66 1. Pour tout h ≥ 2 car la fonction racine carrée est croissante sur +. Pour tout n ≥ 1, 0 < b. On a : fn'(x) > 0 ⇔ lnx > -n - 1 ⇔ x > e-n - 1. Conditionnement et indépendance • 221 5 p − 1 p − 1 p − 1 p − 1 p − 1 p − 1 .

S'appuie sur la décomposition du nombre d'INSEE suivant la base 10. On démontre d'abord que A2 = A et B2 = B puis on fait une démonstration par récurrence immédiate. Partie B 1 1 a.

2n n'est pas divisible en 0,10, car (10 ; 12) = 5 (1 0). Par récurrence, la fonction est continue ... on a donc f (x) = 4. lim f (x) = +3 ... Pour x = 2p (+3p, 2p. 1,25) ...

87 divise 609, donc 87 divise 1 914 et 1 437. f '(x) = - x − b + a −x. 2 x −1 1 − x 1 − x. f (x) = 0 donc la matrice A est inversible. Inverse : A − 1 = 1 3 −1 3 . Les intentions de vote se situeraient donc entre 50,17 % et 55,83 % (toujours en prenant un certain risque). Suites • 31 d. 0,04 14 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 + x2 1 ≤ 1 − x + 4 pour tout x dans [0 ; 1]. ... lim - ... x 1 2 3 ... Or la propriété n'est pas héréditaire. 2 3 ● 3 Des droites sécantes et des matrices de taille 2 inversibles 10x + 4y = 1 et b. On place Mn(a ; an(1 - ln a)) et Mn+1(a ; an+1(1 - lna)) puis on trace les droites demandées. L'égalité précédente montre v0 1 que la suite (vn) est une suite arithmétique de premier terme - 1 et de raison 2. f est croissante sur [- 25 ; 0] et décroissante sur [0 ; 25]. 4 = 1 k(3) = 1 − p 2 3 2 Donc k(x) = 3lnx − 2,61. REMARQUE La proportion est très faible : c'est un phénomène rarissime. Le point F appartient au plan . On a f(e−n) = − 1 + n e-n − 1 + e−n = 1 a. Les coordonnées du point K sont 1 2 3 4 On peut choisir n = 2 et b = 5, par exemple. Il suffit de modifier l'écriture de g pour qu'elle reste définie. Ce qui est équivalent, d'après le logiciel de calcul formel, à x ≥ 1. (un) est décroissante minorée par 0, donc elle converge vers l = f (l). Comme 80 est divisible par 5 et 34p + 1 aussi, 34p+1 + 1 est aussi et la propriété est héréditaire. P(X >10) = P(10 < X < 30) = (30 − 10) × 1 2 = . 4 + zz 4 + zz 2 2 (z + z) et y + ... 10 1 b. 5 Voir fichiers logiciels : Pour p = 0,48 on a n = 399. x x−0,x x a x + sin 2x − a x a + sin 2 x − a Par encadrement de limites, lim h(0) = h − f (0) = 0 le et f sont dérivables sur R. Par symétrie, on obtient que l'aire de D est 2 × 58 ≈ 1 14 . Théorème 1 4 , 5 ... 5 0 ≤ 2 x − 1 ≤ 8 ≤ 5 ≤ 5. Il est donc inverse, U = A−1 V = 49 47 .

• Si la fréquence observée sur l'échantillon étudié appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question b), on ne peut pas remettre en cause l'affirmation faite par cette encyclopédie. 238 • 11. Étage 1 2 3 4 Nombre de truffes 1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 56 7 8 9 10 b. ● sB est définie quand la corde existe, c'est-à-dire dès qua la droite Δ est tangente à B.

Donc (un)n * est croissante. = f 42 1 0 1 38 a. Alors Re(z) = x et Im(z) = y. lim f (x) = f(0) = − f(1 5 4 3 2 1 0 y P dk la condition (x × k) - f(x) > 0 est fausse x 3 3,5 d. 10 1 f(n) ≤ f (16) < 1,9.

80 = 0,157 8. 4 p p p p p = e = +e +x + ek. Si n = kd, avec x = ad on montre que an − 1 est divisible par ad − 1. Pour tout x ∈ R, ... 3 ≤ x +5 avec x tel que ... p = 2 × 2 × 2. 4 + q. Pour s, ... Suites : 1 Donc Un ... 6, 15, 24, 33, 42, 51, 114, 141, 411, 123, 132, 321, 312, 132, 213, 231, 222, 1113, 1131, 1311, 3111, 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211, 11112, 11121, 11211, 12111, 21111, 111 111. 5 ● a ln(a) 1 0 2 0,69 4 1,39 5 1,61 10 2,3 25 3,22 1 h 1,5 0,5 0,5 2 0,3 2 1 1 0,01 0,04 ln(1 1 (a) 0 − 0,69 − 1,39 − 1,61 - 2,3 - 3,22 Il semble que ln(1 a) = −ln(a). avec f une fonction polynomiale du second degré qui vaut r2 pour n = 0, R2 pour n = 1 et r2 pour n = 2, on a : r2 + 4R2 + r2 r2 + 2R2 r2 + 2R 2 V = ph. la suite (un) converge vers 15 et la suite (vn) tend vers −3 ; c. Pour tout n ≥ 1 ; 1 4 × 3,5 × 0,20 + 1 n. A ≥ 1 ≥ 4. À l'aide de l'assistant graphique du tableur, placer les points de coordonnées (C2 ; E2), (C3 ; E3), ..., (C12 ; E12). lim x 2 × b. p 2 p 1 × 3 15 ≈ 1,5 × 15. x 0 x 1 2 = + ≥ x−0 f (x) 1 x - 3 − .

Le premier nombre impair est 1. Ces points se trouvent sur la droite d'équation y = x et, lorsque n augmente, ils se rapprochent de l'origine. (1 – 0,54) × 0,577 = 0,265 42 (probabilité d'une feuille). 268. Si a = e, est tangente à a. Le point de contact I a pour coordonnées (e ; 9 2. ● Énoncé On appelle X la variable aléatoire qui à toute exécution de l'instruction ALEA() d'un tableur associe le nombre qu'elle génère. TP 3 Inverse ou pas ? − b.

11 107 Partie A 1. Les relations de récurrence se traduisent par l'égalité matricielle Xn + 1 = AXn 14 −18 avec A = .

z12 = (2 + 3i)2 = 4 − 9 + 12i = − 5 + 12i. PGCD(a ; b) = PGCD(a ; b).

M = 0,20 ; N = 100. 2y P2 + (y − yF)2 = (x − b)2 + y2 (3) ⇔ 2yF - 2bx + b2 (3) ⇔ y = b y 2 − b2 . Si f était continue en - 1, on aurait lim f (un) = 0 n−+∞ car f (- 1) = 0. Sur [0 ; 0,1[, 0 ≤ ex − (1 + x) ≤ e0,1 − 1,1.

Fonctions sinus et cosinus • 97 Ce qui donne un minimum de f sur [0 ; 2π[, un maximum en π. Les nombres N(A0, B(5 ; 10) et C(10 ; 0). lim 1 − x−0 1 = 0 n . ... donc m(u ≥ 2) ≥ −3. x−0 x−0 Donc lim f (x) = −3.

f '(x) = - 86 400e- 86 400x. 6 Voir fichiers logiciels. PC(M) 5 . ... Au maximum 1 sur [0 ; 2π[. ... mais on ne peut ... La matrice A ≥ 0,9. N = 2,4. ... f (x) = 0,85 ...

Fonctions sinus et cosinus • 97 ... 2k ... P(X = 5) = 1 - PA(E) - PA(L) = 0,517 8. La fonction x ↦ 1 + ex est dérivable et strictement positive sur R. 999 999 = 106 - 1 est divisible par 7. • Si a > e, le minimum de g est strictement négatif, donc un tableau de variations de g confirme la conjecture. M(1,6 ; 3,4 ; 1). P(F ≤ 0,48) = P(X ≤ 240) = 0,38. 5 7 569 48 = . 11,6. Corrigés des activités Aire sous une courbe 1 1 a. Intégration • 161 14 x = 1 5 e + 5 x − e 5. x 2 1 b. X suit la loi normale (5,8 ; 0,232). Donc 3n − 1 est divisible par 4. 2p 4p : g(x) = −sin x − 1. lim f (x) = +3 1 2x - 3 + x2 + 1 x + 2x(1 + x) − (3 + x2) (3 + x2)2 (1 + x) 2 ... 3 = 3 ... 0,65 0,65 2 L2n + 1 3 b. 2 x b. p(3 n 3) = 4 = 3 cos ≥ 16 . 4 5 3 sin . Les 4 5 3 5 4 3 ... x 2 x b. Problèmes Sujets type BAC 53 Cet exercice est résolu dans le manuel, p.

119 . On déduit de la formule précédente avec x = 3 1 puis x = que : 3 m m+1 ... f (2) = 1 + E(Y2) = 3 − (m + 1) ... f ... et E(Y3) = 3 ... Voir fichiers logiciels. t = 1 (t + t + 3) ... t5 = (t 2 + t 4 + 3) ... 4 1 5 + 5 + 7 ... L'égalité.

Reprendre le raisonnement de la question 2. 14 On augmente de 4 % donc on multiplie par le coefficient 1 + et on ajoute 350. x−0 x−0 x−0 1 b. f +x y = 2. 2 9 1 1 0 4 On obtient les mêmes limites. 3 - 2i 9+4i 13 13 13 u1 20 Z = (2+i)((Re(z) + iIm(z))2 + 3 + 2iRe(z)Im(z)) Re(Z) = 2Re(z)2 - 2Im(z)2 + 6 - 2Re(z)Im(z) et Im(Z) = Re(z)2 - Im(z)2 + 3 + 4Re(z)Im(z). C'est la propriété d'Al-Kashi. (− 1) b. 2 2 p. f '(x) = (1 - x)e-x. P(X ≤ 0,25) = P(X ≤ 3,75) = P(X ≤ 3) = 0,648. Même démonstration. Traitement : Tant que d > 0,1 faire Affecter n+1 à n • f n'est pas définie lorsque x = a car il n'y a pas de rectangle. La fonction u est dérivable sur]0 ; +3[1 − x −1 + 1 = 0,5 x .

3 3 8 190 = 3,48. Cette dernière équation admet une solution α d'après la continuité et la stricte croissance de la fonction exponentielle. Les vecteurs du repère conviennent. Or la propriété est vraie pour n. Par une relation de récurrence, Oui, l'affirmation est valable (mais des précisions doivent être apportées, voir question suivante).

a = 2 et b = 3. Conclusion : un + 1 < un pour tout n . 1 1 1 1 − 2 2 − 4 2 x 4x 2x . z = Début Entrer X1 dans X Pour i de 1 à 7 faire : X prend la valeur (0,7A)- 1 × (X − 0,3B) Afficher X Fin Pour Fin À partir du dimanche précédent, il manque des vélos dans certaines garages. n−+∞ 2.

1 k Si b > 0 : x1 < x2 ⇔ 5 - < - 10 + k < 0,2 k = 0 < k < 0,2. A est inversible donc il existe une et une (- 8) seule solution : X = A- 1B . En particulier ln(1066) ≈ 152.

Par exemple, pour n = 2. On constate que la représentation à l'aide des rectangles coïncide avec une courbe en cloche qui est exactement la courbe représentative de la fonction f tracée dans cette même fenêtre graphique. Nombres complexes • 189 c. 26 1 2 2. 1 x2 1 ≤ f(x) ≤ . z z r 1 r x ≥ 1 r 2 r r ... ln 3 = -3u. À l'aide du programme, pour A = 0,58, R = 0,88 ; pour A = 0,62, R = 0,83. Ce qui montre que la demi-vie de l'iode 131 est d'environ 8 jours. tan est croissante sur] ; [, car tan' est posi 2 tive. 42 ans. x 2 On a h(x) = g o f (x). k 5 b. 2 2 2 b. Théorème des milieux dans le triangle SAC. • La valeur de la variable N reste inchangée, celle de R est modifiée comme suit : R = R - 1 10 − 10 = - 9. 1 y' 3 a.

Le discriminant de z2 + z + 3 est - 11 donc il y a 2 solutions complexes : -1 - i 11 -1 + i 11 z1 = et z2 = . 3 4. 2 = −1 − 2 . 32 Il s'agit de résoudre le système : 2. (I + B)2 = (0 − 0,001 125 b. ≤ 5 5 5 b. x − 1 x−1 2. Pour tout réel x > 1,5, f(x) = 0 ⇒ 2 - 4. Au plus 99. Initialisation : D'après a, u1 ≥ u0 donc la propriété est initialisée. (IJ) // (BC) par le théorème des milieux dans le triangle BCS, donc (IJ) // (AD). X suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ. Hérédité : Supposons que pour un entier p, 1 ≤ up ≤ 2. Ainsi les deux tangentes communes aux deux courbes C et . x2 − x2 − 1 x2 + 1 0 f '(x) f - 0 2n + 1 0 2 2 p 2 = 3 p 5. e 22 La fonction f est dérivable sur]1 ; +3[et f '(x) = 2 - . donc lim n−+3 1 3 2 4 x 4 7 4 1 a. 59 a.

6 6 x b REMARQUE a2 + b2 - ab = 0 car a2 + b2 - ab = (a - b)2 + ab, 221 - 51 = 170 170 - 51 = 119 119 - 51 = 68 68 - 51 = 17 51 - 17 = 34 34 - 17 = 17 17 - 17 = 0. Sur]10,5 ; 21[, f admet un minimum en x = 15,75. P1 et P3 : Fausses. 58 3 + iz = 3 − iz ⇔ (i(- 3i + z) = (i(- 3i - z) ⇔ z - 3i = z + 3i. Le coefficient directeur de la droite (AnBn) est égal à : Bn − yAn = e−1n − e−(n - 1)2n − n + 1 = e−n + 1 − e−1 . n + 1 x 100 A+n 1 Donc la fonction est majorée par 1. Correction de la courbe sur l'ensemble des ... Il n'y a qu'un seul point ... Le système ... d'où x = 2,5 ... a ≥ 5 ... La fonction f ... ≥ 1 ≥ ... 2 x 6 ... Suites • ... 4 2 = − 1 ... donc ... x + 0 ... 1 + ... la distance ... égale ...

k x + k x 2 0 = − 3e 2 x − e 2 0 = e 0 − e 2 0 ... (1 2. La durée t0 de la première perfusion est obtenue comme solution de l'équation : 7 7 7 − t − t t 155 1 1 − e 80 = 10, soit e 80 = .

f '(x) = + 2 > 0. Comme y'(a) = 0 ⇒ a = 2e. ... Donc lim un = 2. 57 lim f (x) = 0 et lim f (x) = 1. Pour tout x > 0, on a ... f = 1 ... k(x) ... 2e ... 6 5 e ... 4 2 + ...

2z - 6z - 5 = 0. n = X X ≥ 13 N 65 a. −3 x 0 10 20 30 x x−−3 x = ... e−x+20. z2 - z1 -4i - 10i + 1i − 14i 591 591 13 P(i) = 1 − 2i − 2 − 1 ... Pour tout x > 0, on a un ... Donc la ... On a ... A(6 ; 0 ; 0) ; B(6 ; 8 ; 0) ; C(0 ; 8 ; 0) ; D(0 ; 0 ; 0) ; H(0 ; 0 ; 4). 0 +3 - 0 +3 f 0 5 1 0 0 5. Comme lim 2 n−+3 n = 0, le théorème des encadre- 64 = 2,37. Le triplet (4n ; 3n ; 5n) convient. Corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes Si pour tout n ≥ 0, on a un < ... Un+1 0 x 1 0 1 − 3 = x . Or MQ = k et OR = 2 donc m0 2 k 2 3.

x x1 Si 0 > x > - 1 alors x2 - 1 < 0, -x2 - 1 donc f (x) = − x + 1.

130. Faux : x0 ≠ 02. 2/3 1/3 D n'est ... 5 On trouve M(0,4 ; 1,4). On en déduit que : v(x) < 0 sur [0 ; a[, u(x) > 0 sur]a ; +3[et u(a) = 0. Le contre-exemple x ↦ x sur [- 1 ; 1] permet de montrer que l'affirmation est fausse. 4 Donc v0 > u1 . Sur]1,5 ; +3[: 5 e +3 . 20 P(X = 10) = ... 0,520 ≈ 0,176.

2 Pour tout entier naturel n, on a 0 ≤ un ≤ 1 . 1 P(C ∩ A) = P(C) × PC(A) = 1 × 3 p. p p + 2 = 1 ... 1 2 pour tout x de [−2 ; 2] Donc lim un = 1. 2 Hérédité : Supposons que la propriété est vraie pour un entier naturel k. Donc P(F 2 |1) = 0,979 et A2 = P(E 2 |2) = 0,950. p d. Découle immédiatement de l'énoncé. a 4 b. P(tJ ∩ D) + P(∩ tD) = P(tJ) × P(tD) = 0,068 8. Pour n = 9, P(880 ≤ XB ≤ 920) = 0,973 7. x2 + 1 t = 0,1sin 4 t + 1 + e 2cos(t). ● TI Casio Python Xcas 3 u10 = 0,693 064 856 et u20 = 0,693 147 137. La coupe selon ce plan est cercle dessiné. Δ = 36 + 40 = 76 > 0 donc il y a 2 racines réelles : 6 + 76 6 − 76 z1 = et z2 = . Nombres complexes • 183 4 .

Pn est dérivable sur un tant que polynôme. 100 ln(ln(−0,4 + 1 − 0), Fn et - 0 Les limites de fonctions. Fonctions sinus et cosinus • 99 35 1 3 3 a. 3 3

1 5 0 pour (un), (vn) et (wn) et +3 pour les trois autres suites. x−−3 x−−3 x−−3 Si k < 0 : lim f k (x) = +3 ; lim f k (x) = 0. (2) Sécantes. Or B et C sont symétriques par rapport à l'axe des réels car − 3i = s3i. 2 61 2sin x cos x 9 − sin 2 x 3. 10 30 d. f ne peut donc pas être égale à la fonction exponentielle. Donc pour tout réel x > 0, f(x) ≤ 0 ≥ a. 3 3

Donc m = n + 1 (1 1 1 1) 1 et un(x) = 1 ... Limites de fonctions -2 0 x 1 2 3 4 5 6 Lentille convergente TP 4 Partie A 1 ● f fx . ● 4 ● x(t) v(t) y(t) 300 35 5 200 20 100 10 0 t 10 20 30 0 −10 −20 −30 x 20 10 20 t 20 Partie B 1 a. Ce qui prouve que y = x(10 − x)3 ou y = −x(10 − x)3 impaire lim f (x) = x 3 2 2 1 − 1 − 2 × 2 − 1 0 1 2 3 4 5 x b. Le graphique 1 est donc exact. −1 × 1 2 ... x−1 2 La fonction h semble continue : si x ≥ 0, alors f ... P(250 ≤ Y ≤ 254) = 0,321 7. 20 a.

Si Y = 98 alors X = (1 − A)- 1Y = 140 100 140 . 63 Donc la somme des carrés des longueurs des diagonales vaut la somme des carrés des côtés du parallélogramme. Les 10 triplets distincts sont (1 ; 1 ; 84), (1 ; 2 ; 42), (1 ; 3 ; 28), (1 ; 4 ; 21), (1 ; 6 ; 14), (1 ; 7 ; 12), (2 ; 2 ; 21), (2 ; 3 ; 14), (2 ; 6 ; 7), (3 ; 4 ; 7). E(X) = 0 0 − 1 = 0 0,393 5. 3 1 2 x = 1 1 2 2 a2 + x2 . Sujets type BAC 32 X : La variable aléatoire qui à toute personne (de sexe masculin) choisie au hasard associe son taux d'hématocrite.

z + 3 = MA. Il existe α ∈ [0,75 ; 1] tel que f (α) = 0. Fonction exponentielle • 113 2. D'autres fiches similaires : Le raisonnement par récurrence : cours de maths en terminale en PDF.La fonction exponentielle : cours de maths en terminale en PDF. Les probabilités conditionnelles : cours de maths en terminale en PDF. h(x) = 12x - 1. u4 = 211 est premier. x−2 3 c. B(k,N):=somme(d(2^k*x)/(sqrt(2)^k),k,0,N). x = c. c x = x x = est g g g g un multiple de a et b. Par exemple, pour p − 1 . • Avant l'exécution de l'instruction conditionnelle, les valeurs de N et R sont inchangées donc N = 20 et R = 10. p 2 3 3 3 Donc = 1,58. La dérivée de v(t) = 5t vaut 5. 2 f est g est les mêmes sont fonctions mais ne sont pas les ensembles de ces fonctions n'est pas différentes. Variables Q R A 156 R 132 1 5 2 24 132 24 12 0 Entrée : le boucle 2e boucle 3e boucle 3. M(0,75 ; 0,375 ; 1) et N(1 ; 1 ;).

32 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.

f(x) = e20e−x ; e20 = 485 × 106. Les premiers termes de la suite de Fibonacci sont 1,1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89. Les calculs sont plus nombreux donc le temps est plus long. ... e. 2 ... sont sécants ... 2 2 4 p (n. f x1 x+5 x−−3 lim f (x) = lim f (x) = +3 . 17 4 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. = 2 5 x2 − 9 f (−0,5 + h) - f (−0,5) = 4 + 4h − h2 ... Donc ... −3 = ... = 1 Cet ... 3 × 1 = 3 ... 2 = ... −3 ... Il ... pour tout ... f(x) ... Pour ... sur [0 ; 10]. 298 • 5.

Le canal C On pose : AH = x, HC = x et HB = x. Fonction exponentielle ► QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. Les deux autres angles du triangle isocèle DGI mesurent environ 64,61°. n 3. parts seront coupées en 2 sur les 2 Pour n + 1 coupes, nous avons donc : somme=somme+L[k] if somme==7 sept=sept+1 if somme==8 huit=huit+1 if somme==9 neuf=neuf+1 Supposons que N = n(n + 1) + 1 n + 1 parts. 70 1. D'après ces premières observations, la campagne est donc lancée car 0,14 > 0,1. Un conjecture sur la matrice ... 000 3 ... Un ... 5. ... 3 ... d'où f(α) = α ... Non ... Pour tout n ≥ ... lim ... 2 ... 2 4 ... Une ... e ... 2 ... 2 ... g ... 4n + 3 ... 4.

Pour tout n ≥ 0 : (3vn + 1 − 4un + 1)vn + 1 = (1,4un + 3,75vn + 12 − 3,2un − 12vn + 8vn + 5vn + 3,75vn) × 0,6vn = (3vn − 4un)vn. en f pour x0 ... > 0 ... [illegible]

000 ... 1 ... 0 0 1 ... 2 3 ... [illegible]

(3t + 1). 2 Une implication : si y2 = x(10 - x)3, alors x(10 - x)3 ≥ 0 ; ... La probabilité ... f ... [illegible]

h(t) = Asin(ωt) + Asin(ωt + φ) ... [illegible]

est appelée une fonction ... [illegible]

ABCD est un parallélogramme. a + b + d a + b + (j + 1)b - ja m... 12 Le nombre d'éléments de (a) est inférieur ou égal à a. Par la troisième caractéristique d'une densité, l'aire du domaine délimité par sa courbe représentative, par l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1 (aire d'un rectangle), doit être égale à 1. ... [illegible]

0,02. ... 2 ... 3 ... 5. 2 ... [illegible]

Comme g'(0) < 0 et g'(1) > 0, g' est continue strictement croissante. z = t ... d. La factorisation permet de résoudre f (x) = 0. Programme de calcul ... Exercices 3,4 ... [illegible]

29 N RRN R RNR 19 28 29 N 28 NR RRN R NRR 19 28 18 29 N RRN R NRR 18 28 N NRR N NRR 18 28 N NRN R NRN R 19 29 2 a. L'algorithme retourne une liste contenant uniquement 0. 3e méthode rAC = 2rBC (d'après a) donc les vecteurs sont colinéaires d'où A, B, C sont alignés. Oui, ce résultat pouvait être prévu car le numérateur tend vers 0 et le dénominateur tend vers +3.

f(t) = sin t ; g(t) = sin t + t = cos t ... 2 - 2 y 1 x Par définition de cette limite infinie, pour tout A > 0, il existe x0 tel que pour tout x ≥ x0, on a f(x) > A, et en particulier f (x0) > A. Γ x 2. 10 tours → à partir du rang 1055. Comme a^b + b' ≡ 0 [26], 21 × 17 + b' ≡ 0 [26], soit b' = 7. Pour tout n ≥ 0 : un = a × 3n × 2 × ... − 1 × − 0,5 16 (x+5) 2 10 ex -7 b. x2 + 1 + x2 + x 2 + 1 x2 + 1 − x . Soit : - 3x + a + 2b est du signe de - 3x + 2b. Pour x > 0, x x2 x + 3 g(x) est du signe de ... g'(x) ... Les coordonnées de M'0 sont (- 6 ; 0) car et le milieu de M0M'0. 82 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. • 2. De plus, comme tout prélèvement de 50 plaques choisies au hasard dans la production est assimilé à un tirage avec remise, la variable aléatoire X suit la loi binomiale (50 ; 0,02). Vrai : 2 p... ... = 2 p = e 2 i.

100 101 2. x−+3 35 a. Par le théorème d'encadrement des limites lim f k (x) = +3. n4 = 11 0 ... Un programme ... 1 = 2. Fonction logarithme népérien 1 2 2 ... A ... 81. Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives. A- 1 = 41 ... 1 4 4 ... 0,325 0,282 ... 3 ... 1. Soit un réel A ≥ 1 ... sa densité ... 1 n ≥ 1 ... Donc n ... 2 ... 7 ... donc ... +3 ...

Donc pour tout n. Initialisation : ... B ... 1 1 ... Pour x ≥ 1 ... 3 9 y 1 ... p ... x ... 30 ... Un nombre ... 1 ...

TP 8 Suspension Le clou doit être à la perpendiculaire du centre de gravité, ici le milieu de l'hypoténuse du placard. Donc le nombre de paquets possibles sont n − 1 et n2 + n + 1. Un diviseur de 12 ; 3 par exemple. 2 x x2 f est strictement croissante sur]0 ; +3[avec lim f(x) = −3 et lim f(x) = +3. ... Les suites (u n) et (v n − ...) convergent vers 0. c'est-à-dire (unvn − un) converge vers 0. Les fonctions ...

31 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. lim f (x) = 0 ... 2 2 x + ... Donc ... 1 ... P ... ln ... f ... sur ... Fonction exponentielle • 111 eu(a+h) − eu(a) = eu(a) car en écrivant b = u(a) ; h→0,h≠0 u(a + h) − u(a) ... lim h ... [illegible] ... Partie A 1. D'après la question précédente, on en déduit que sur l'intervalle [0 ; 1], f est définie par : F(x) = x + K (F est une « primitive » de la densité sur cet intervalle). Donc ... La première valeur cherchée peut être + 2nn, 6 pa − 6 ... la solution ... est ... sin ... x + 1 − ... = ... e ... 1 106 • 5. x−−3 c.

= 16. 21 a. lim f (x) = ... lim x ... 2 ... a ... (x) = x + 1 ... 0 par composée, p Sur [0 ;] : 0 ≤ cos x ≤ 1 ... Croissantes. x. 48 a. Sur]- 1 ; 1[, ... et cos 88 • 4.

2 Darwin (6,2 ; 147°). Hérédité : Supposons que up + 1 < up avec p . L'unique solution est le triplet (1 ; 2 ; - 1). 2x x 2x b. Par ce qui précède, la suite définie par (3vn - 4un)vn est constante et donc égale à son premier terme. Donc la propriété est vraie au rang p + 1. L'ensemble des solutions est]- 3,1 ; 1,1[environ. (1 − 0,055) × (1 − 0,055) = 0,893

025. = = z2 29 29 (9 + i)(3 + 5i) 27 – 5 + 3i + 45i 11 24 = = + i. Si x = 2, z – y = 1 et z + y = 4, ce qui entraîne 2z = 5, or z est un entier. AH = 16 3 . x D'où lim f (x) = 0 (théorème des gendarmes). |z + 2 – 5i| = 4 ⇔ MC = 4. MB 1 – eia –iw –ia 1 e –e en changeant le d. A(3) = 82 n'est pas premier. + 1 2+ 1 2 1 avec n – 1 fractions. 147 x→0 x→+3 2 T1,5 T1 x→0 1 ⎛ 1⎞ c. x -3 h'(x) –f 0 + + +3 h f 0 –3 d.
(ln x)2 1 – x2 . Exercices d'approfondissement 63 Soit N(x) = 2x3 – x2 + 3.
« Il existe au plus un nombre réel x tel que l'égalité soit vérifiée. 64 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ● 3 024 = 24 × 33 × 7. 2 3 Orthogonalité et calcul de volume TP 3 COMMENTAIRE Ce TP permet un travail important sur les coordonnées, les équations de plan et de droite, le calcul de longueur dans l'espace. ⎢ ⎢5 ⎞ ⎠ 136 • 6. 0,8 63 5 7 35 × = . 2 2 2 La fonction f est donc une densité. ⎛ 0 0 0 ⎢ 0 0 0 ⎢ ⎜ 1 1 1 ⎞ ⎟. Mais dans ce cas, a n'appartient pas à [b ; +3[.
On en déduit que les courbes et sont symétriques par rapport à Δ. 1 40 a. h''(x) est du signe de 2e2x + 2ex + 1 qui est strictement positif. g'(x) = 2lnx + 1 + 2x . f(x) = x ⇔ x = 0 ou x = 1. OA = |a| = 32 + 12 = 10 ; a. (AC) est orthogonale à (BD) dans le carré ABCD. Conclusion : un ⩾ 0 pour tout n ⩾ 1. 1 ln(a × a) = ln(a) + ln(a) ⇔ ln(a2) = 2ln(a) ⇔ ln(a) = ln(a2). Il retourne N. x→+3 x ⎣0 si n > 1 Donc lim x→+3 ln x = 0. n→+3 3 3 86 1. Donc u est positive sur]0 ; 1] et négative sur [1 ; +3[.
⎛ −0,001 125 0 2.
2 3x ⩽ f(x) ⇔ x ∈ [0 ; 3]. TP7 Inégalité de Ptolémée AB × CD + BC × AD = |zB – zA| × |zD – zC| + |zC – zB| × |zD – zA| = |(zB – zA) × (zD – zC)| + |(zC – zB) × (zD – zA)| ⩾ |(zB – zA) × (zD – zC) + (zC – zB) × (zD – zA)| ˘ zBzD – z A zD – zBzC + z A zC + zC zD – zBzD – zC z A + z A zB ˘ z C (z D – z B) – z A (z D – z B) ˘ zC – z A × zD – zB d'où AB × CD + BC × AD ⩾ AC × BD. A × B = ⎢ −12 ⎝ −38 ⎛ 31 −32 et B × A = ⎢ ⎝ 56,5 −24 16 2 4 34 ⎞ 19 ⎟ ⎠ ⎟. Si d > 0, alors la courbe représentative de la fonction T est au-dessous de celle de P sur]–3 ; 0[et au-dessus de celle de P sur]0 ; +3[; sinon c'est le contraire.
H1(x) = (sin x) . Pour tout x > 0, f '(x) = 1 ⇔ = x + 1 − 1 (1) 2 x +1 (1) ⇔ 1 = 2(x + 1) – 2 x + 1 ⇔ 2 x + 1 = 2x + 1 (1) ⇔ 4(x + 1) = 4x2 + 4x + 1 ⇔ 4x2 = 3 ⇔ x = 0,5 3 . Applications du PGCD Activités de recherche et résolution de problèmes 45 1.
r12 = r22 + r32 – r2r3ei(u2 –u3) + r2r3ei(u3 –u2) 2 zk + 1 . ⎛ 1 0 0 ⎢ 0 = ⎢ 0 1 ⎜ 0 0 0,5n ⎞ ⎟. 0 2 Donc l'intervalle est ⎡ ; ⎤ = [0 ; 0,4]. ment l'aire d'un triangle : 2 Étape 4 h est donc la courbe représentative d'une densité (réponse c). ⎝ 2 ⎠ ⎛ 2⎞ ⎛ − 2⎞ 2 ⎢ d'où rCE·hAI = 0. Lois à densité • 241 c. b2 b. 5 y 4 3 2 1 x 0 1 2 e 3 4 5 6 6. Il semble que, si on note sn le nombre de truffes du nième étage, on a : n n(n + 1) sn = ∑ k = . La propriété est vraie pour n = 0 puisque P(0) = 0. y 7 1 (0 ; 1) Γ7 – 1,52 0 1 x c. Hérédité : Supposons que Sp = 2 – 2p + 3 .
Mais f est positive, donc il existe x0 tel que f(x0) > 0. Le nombre complexe z admet finalement deux racines carrées opposées. (2) ⇔ ⎨ k ⎢ 1– 2 3 = –3e ⎢ ⎣ ke x 3 x⎞ ⎛ lim g(x) = –3 ; ⎜ ⎝ 1 – ⎟⎠ ; g(3) = 3 ; x→–3 3 x lim g(x) = 0, car g(x) = 3e 3x .
P(tG) = 1 1 3 – – = 0. ⎡ a = kax0 ⎡ ⎡ a = kekx0 a = kekx0 ⎢ ⎢ ⎢ ⇔ ⎨ kx ⇔ ⎨ kx (1) ⎨ kx0 = ax + b 0 = ax 0 = ax e e ⎢ ⎣ ⎢ ⎣ ⎢ ⎣ e 0 0 0 ⎡ a ⎢ k= ⎡ kx0 = 1 ⎡ ⎢ kx0 = 1 ⎢ ⎢ e ⇔ ⎨ ⇔ ⎨ . Or x > 10,5 et y > 0, donc y = 5. Les résultats sont différents pour M = 0,05 ; M = 0,10 et M = 0,20. Immédiat car : f (x0) f (x0) f (x0) 3 f (x0) f(x0) – = et f (x0) + = . ⎢ 1 ⎢ ⎜ −7 ⎟ ⎠ ⎛ u Si pour tout n ⩾ 0 on note Xn = ⎢ n ⎢ ⎝ vn ⎛ 0,5 −0,8 ⎞ ⎛ 0,25 ⎞ alors A = ⎢ ⎢ et B = ⎢ . lim x→+3 b. L'existence et l'unicité de α sont assurées par les variations de f continue. Un nombre de dents premier avec 20. 2p ∫0 b. ⎢⎣ 5 ⎥⎦ Dans ce cas, est au-dessus de d.
n = 2. Donc la suite (un) est croissante. y Δ2 b. Nombres premiers • 279 4. × p −1 p Condition imposée dans l'énoncé : 1 – p−6 p−7 × > 0,60 . ⎝ z '⎠ ⎝ z '⎠ z' z' ⎛z⎞ x D'où ⎢ = . f(x) = = 11 11 ⎞ ⎛ 3+ x⎢3+ ⎢ ⎝ x x⎠ Or lim – 4 + x→+3 7 11 = −4 et lim 3 + =3 x→+3 x x 4 donc lim f (x) = − . Pour n ≡ 1 [4] 2. Faux : elle vaut – 1, en écrivant x Son signe est donné par le tableau : 10 + +3 – 100 e 10 10 d. A B V C O u e.
lim 1 − x = 1 ; d'après le théorème des gendarmes : x→0 x 0 1 , x lim f (x) = lim f (x) = 1 ; donc f peut être prolongée x→0 x x→0 x >0 par continuité en 0 en posant f (0) = 1. zk ⎝ zk ⎠ e. 10n − 1 est entier. 2x 2 – 4x 4 + x 2 + 2 = 2x 2 ⎢ 1 – 1 + 2 + 4 ⎢4x 2x ⎠ ⎞ ⎝ 23 ⎞ ⎝ 23 x⎢9+ ⎢ ⎝ 9x + 23 1 9+ x . x f e + 1. l 2 608 – 487 = 121 est divisible par 11. 7 = –log[H3O+] ⇔ [H3O+] = 10– 7. y F 1 0,5 –1 – 0,5 0 0,5 1 1,5 2 2,5 x Corrigés des travaux pratiques TP 1 Préparation pour couscous 1 à1 5 Voir fichiers logiciels. d pas d'enfant d D Rhésus + r R Rhésus + d D Rhésus + r R Rhésus – D 11 2. x→+3 2 x→+3 x e. On lit u(x) = 0,5. REMARQUE Voir Savoir-faire 3 du chapitre 11. 30 27 30 11 Probabilité qu'une personne décédée par accident sur une route en France soit un piéton âgé de 65 ans ou plus : 0,12 × 0,51 = 0,061 2. Comme 0 ⩽ un ⩽ lim un = 0. ⎢ ⎜ 0,25 0,25 0,5 ⎟ ⎠ 1 + 2 × 0,25n 1 – 0,25n et vn = .) x +x))) = 0,5ln(x – x). ⎝ 17 23 ⎞ ⎛ P2 ⎞ ⎝ N 2 ⎠ On obtient la phrase : JE SUIS UN AS DU DECRYPTAGE PAR LA METHODE DE HILL. A(5) = 626 n'est pas premier. Les probabilités limites sont : X = ⎢ 3/ 9 ⎢. Mathovore c'est 13 782 125 cours et exercices de maths téléchargés en PDF. 26 a. On cherche le temps t tel qu'il reste 10 % de la concentration maximale. Pour chaque ticket, il y a deux issues possibles : – soit le ticket est gagnant (p = 0,20) ; – soit le ticket n'est pas gagnant (q = 1 – p = 0,80).
Un module est toujours positif donc cet ensemble est vide. Initialisation : A est un entier de l'intervalle [1 ; 100] N prend la valeur 50 (N représente le premier nombre proposé) E prend la valeur 1 (E représente le nombre d'essais) S prend la valeur 0 (S représente la somme des essais) Traitement : Pour j de 1 jusque 1 000 par pas de 1 faire Tant que N est différent de A faire si N > A alors N est décrémenté de 1 sinon N est incrémenté de 1 Fin Si E est augmenté de 1 Fin Tant que S est augmenté de E Fin Pour Afficher le résultat de S/1 000. ⎡ f (−7) = −9 ⎡ 49a − 7b + c = −9 ⎢ ⎢ 2. g divise 87. (dn) est une suite géométrique de raison 0,84 donc elle converge vers 0. ⎢ x + x2 ⎢ ⎝ ⎠ Donc est au-dessus de ℒ sur]0 ; 3[et au-dessus sur]3 ; +3[. x2 – 3x – 5 est un polynôme de degré 2 ; la parabole est orientée « vers le haut », donc lim x 2 – 3x – 5 = +3. 2, 3, 5 et 7 appartiennent à E. La hauteur h est telle que : 150 6 Donc h = 50 3 ≈ 86,6 m. Il est plus avantageux de partir de N = 50.
Le système est : ⎨ . v v v (1) ⇔ T = 2kp . z admet exactement n racines n-ièmes, ce sont les complexes n r e ⎛ a 3⎞ ⎛ b 3⎞ = ⎢– –b . Fenêtre en y : [– 0,000 000 2 ; 0,000 000 2]. v est dérivable sur ℝ car g et f sont dérivables sur ℝ. 5 ln x × = 0. –3 f '(x) 15 – – y 5 k – 10 0 + 0 f +3 – 1 f x 01 k ∈]0,2 ; +3[: x –3 f ' (x) g 5 15 – k – 10 – 0 + 0 +3 4. Il s'agit de résoudre le système : 37 = M(x+y) ⎛ 1 x 3. lim fx f = 0 et lim f + x = f donc lim h(x) = 0. F 4 > 1 donc lim Pn = +3. En particulier, elle l prend les valeurs entières comprises entre 0 et n. 2 y A2 A1 0B 0,5 1 x 2 1 0 3. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équax→+∞ tion f(x) = 0 admet une seule solution a2 sur [2 ; +3[: a2 ≈ 4,68. l Dans la cellule E2, on saisit : « =A2*RACINE(A2) ». L'événement C est associé à deux feuilles : A ∩ C et B ∩ C.
15 divisions. Les solutions de (E2) sont 1, eiπ, e i p 2 et e –i p 2. n Reste modulo 7 de 2n b. lim f (x) = +3; lim g(x) = 0 x→+3 x→+3 ; (f × g)(x) = x – 1 d'où lim (f × g)(x) = +3. zA = 2 + 3i ; zB = 5 – 2i ; zC = – 4 – 3i. Donc T n'est pas unique. ⎢ z = −1 + 4t ⎣ 3 c. Donc seul un équilibre des concentra⎝ 0 ⎠ tions initiales permet de retrouver des concentrations en équilibre. p0 = – 0,018. Ainsi, X suit la loi binomiale ℬ(50 ; 0,20). PA (L) = PL (A) × P(L) (probabilité d'une feuille) P(A) = PL (A) × P(L) PL (A) × P(L) + PS(A) × P(S) + PE (A) × P(E) 64 Partie A 1. 1– x b. Le numéro complet vaut 100 × N + C. Pour des questions de durée de la séance, la seconde partie peut être traitée sans contrôler le résultat avec l'outil informatique. y Partie A lim g(x) = –3 ; lim g(x) = +3.
Si nous rajoutons une nouvelle droite, elle coupe les n droites en n points au plus. f 'a,m (x) = – 2 ⎛⎢ x – m ⎞⎢ e a⎝ a ⎠ de m – x. On a f (1) = ln2 et f '(1) = 1. En 0 : lim !(k) = lim (2 + k) = 2 et lim !(k)= (0) = 2 donc la fonction est continue en 0. 1 ⎞ ⎛ 2. j 3 = ⎢ e 3 ⎢ = e6ip = 1.
a 2 b.
⎡b = cos−1 a ⎡cosb = a 2 On a donc l'équivalence suivante : ⎢⎨ ⇔ ⎢⎨ .
(AC) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (SBD) donc (AC) est orthogonale au plan (SBD). 1 (cos (x + 20))2 + 1 ⇔ h(x) ⩾ (x + 20)2 × 1 . 90 1. Les points O, A et B sont alignés lorsque a = 2.
∀ x ∈ ℝ : ln(x2 + x + 1) + ln(x2 – x + 1) = ln((x2 + x + 1)(x2 – x + 1)) = ln(x4 + x2 + 1). lim(x + 1)(x – 2) = 0 donc lim f (x) = +3. eiθ = cosθ + isinθ et eiθ' = cos(θ') + isin(θ'). Comme a < b et g(x) ⩽ f (x), A=0+ 7. rBK = 44 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. – 1 ⩽ sin x ⩽ 1, donc 0 ⩽ 1 – sin x ⩽ 2. Graphiquement, la valeur de t qui rend cette vitesse maximale est 52,8. D'où fn(x) ⩾ fn + 1(x). ⎝ 30 ⎠))= 1 x +1 +1 71 a. k +1 5 Partie B 1. n n Voir fichiers logiciels. g(x) = ex – 2x – 1 ; g'(x) = ex – 2. ⎝ x⎠ a(2) + l'aire du rectangle de base (t – 2) et hauteur 1. g, [0 ;2π] ≠ Veff. 9 9 La fonction x2 donne la position de la voiture. la suite (un) converge vers 15 et la suite (vn) vers 20. x2 − x − 2 b.
Exercices d'approfondissement 35 a. La fonction –log étant décroissante, quand la concentration en ions H3O+ augmente, le pH diminue. a b c. Suites n→+3 D'après les théorèmes de comparaison, n lim (1 + n) = +3.
Graphiquement, on observe que pour 0 < a < b, on a : ⎝ 2 ⎠ a < ab < TP 3 a+b < b. ⎢ ⎢ ⎟⎠ 0 0 1 0 0 ⎞ ⎢ ⎢. Comme g'(x) ⩾ 0 sur]– 1 ; 3[, g est croissante sur]– 1 ; 3[. 3 17 × 279 3 cm2. lim – x ln x = – 3. y x –y ⎞ ⎠ δ 100 −(x+ y) −e = g(x + y). 112 1. Donc (DH) ⊥ (ABC). P(44 ⩽ X ⩽ 60) = P(μ – 2σ ⩽ X ⩽ μ + 2σ) ≈ 0,95. n0 – k est divisible par 3, 5 et 7 donc par 3 × 5 × 7 = 105. Soit G(xG ; yG) le centre de gravité.
2 2 g3'(x) = 0 ⇔ cos x = 0,5 ou cos x = – ou cos x = 2 2 ⇔x=– p p p p + 2kπ ou x = + 2kπ ou x = +k .
• |z1 × z2| = |z1| × |z2|.) x +2))) = 0,5ln(x – 4). 1 1 c. Le lot évoqué semble respecter les termes du contrat : « aux environs de 16 % ». Si 2m + 1 est premier alors m est une puissance de 2. 2 ⎝ z C – z B ⎟⎠ ⎛ z – zB ⎞ = (rBC , nBA). a. 6 1 z – 1 = 0. lim 3x 2 – 4x + 3 = 3. u0 = 1 ; u1 = 1 ; u2 = 2 ; u3 = 4 et u4 = 7. x 2 + (y + 2)2 x 2 + y 2 – 2x + 3y + 2 –x + 2y + 4 et Im(Z) = 2 . B 0 1 2 3 4 5 x 39 40 L Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Comme u est croissante sur ℝ alors f = ln(u) est également croissante sur ℝ. Mickaël s'est nécessairement trompé. Pour tout réel a, f '(x) = x2 signe du numérateur. xab ≡ xmc + 1 ≡ x [p]. sn = a1 + a2 + … + an D'où an + 1 = n ⎛ 1⎞ n 1-⎢ ⎢2 ⎛ ⎛ 1⎞ ⎞ ⎝ 4⎠ a = a2 ⎢ 1 – ⎢ ⎢ ⎢.
x –3 1 0 + f '(x) +3 – Partie C 1. 20 • 1. +3 + + + x x→+3 x t0 t0 e – –3 , f ' est donc du signe opposé 0 + f '(x) x2 2t 0 0 +3 – 1 t0 f 0 0 5. D'après la question 1. La fonction t ↦ t est croissante sur [0 ; +3[, donc la fonction t ↦ 1 est décroissante sur]0 ; +3[. e e. 1, 3, 5 ou 15 lots.
⎢⎝ 0 1 ⎟⎠ ⎢⎝ 1 ⎟⎠ 1 ⎢ ⎢⎝ 1 ⎟⎠ ⎝ ⎠ 60 % 2 ⎞ ⎢ ⎢ ⎢⎠ 11 13 Salle 3 Le calcul à faire est : ⎛ ⎞ 2.
Cette initialisation découle de l'affirmation du professeur, plus précisément : « il existe une taille minimale de l'échantillon inférieure ou égale à 1 000 ». Comme le tirage est avec remise, c'était prévisible. Étape 1 Quelle que soit la valeur du nombre réel K, cette fonction est continue sur ℝ. Si n est impair, a et n2 – 1 sont pairs, alors c = 2.
x x x 1 – 3(lnx)2 > 0 ⇔ – 3. n rn 3 4 5 6 7 8 9 1,6 2,8 5,2 10 19,6 38,8 77,2 b. f = = 0,2. ● a 1 2 4 10 0,25 0,1 dy dx 1 0,5 0,25 0,1 4 10 1 . Grâce à l'arbre ci-dessous ou un tableau croisé des génotypes, on trouve les différentes probabilités recherchées : 0,5 A A 0,5 0,5 0,5 a 0,5 A 0,5 a a ⎛ 1/ 3 2. Par la question précédente, on valide la conjecture établie à la question 2 de la partie A. 1 1 > m ⇔ x2 < . y= 2 2 c. 204 • 9. 2n + 3 ≡ 2n × 23 ≡ 2n × 8 ≡ 2n × 1 ≡ 2n [7]. ⎛ 1⎞ Soit n tel que n ⩾ E ⎢ ⎢. D'(t) = 8 ⎢ – ⎢100 ⎝ 100 ⎠ et ⎛ t et ⎛ ⎞⎞ – – 8 ⎢ e 100 ⎢ e 100 e100 – e ⎢ ⎢=– 100 ⎢⎢ ⎝ ⎞ ⎠ ⎟⎠ y 1 000 0 x 30 =– a b. x→–3 x→–3 x + f lim – x + f = +3 ; lim x + f = −3 donc lim x→–3 x→–3 On remarque que d est de la forme d(x) = –x + f + φ(x) avec lim w(x) = 0 .
Comme I est le milieu de [OA], on a : I ⎛⎢ a ; ln a ⎞⎢ .
lim f (x) = 0 ; x→+3 (f × g)(x) = lim g(x) = −3 x→+3 ; 5 1 – d'où lim (f × g)(x) = 0 . Comme k > 0, on a < 2 012 < +n . f 3 : μ = 16 ; σ = 2. Comme X ↦ eX est continue strictement croissante de [0 ; +3 [dans [1 ; +3 [, φ'(X) = 0 a une unique solution X0. et 3. On lit : lim f (x) = 0 . P(0,8 ⩽ X ⩽ 1,26) = P(1,03 – 2 × 0,115 ⩽ X ⩽ 1,03 + 2 × 0,115) = P(μ – 2σ ⩽ X ⩽ μ + 2σ) ≈ 0,95. Le taux de croissance annuel des lynx vaut vn+1 − vn mais aussi αun – β. 2 1 1 1 1 3. 7 a. En comptant le temps à partir de ce moment-là (– 3t2 + 22,2t), il lui faudra 3,7 s et 41 m pour s'arrêter. a→0 4 b. On conjecture que la valeur de I est supérieure à 1 j O i 1 x 1 ∫0 (1 – 0,65x) dx = 0,7. 65 1.
+ un n vn = 2 – 1 + 3 – 2 + 4 – 3 + … 10sin x . P(5,5 ⩽ X ⩽ 6,2) ≈ 0,86. 100 59 100 ou P(« Rhésus + ») = 1 – r2. IJ = 3,6 . 6 2 2 c. Il semble que oui en prenant comme abscisse la droite (AB). – 60 ⩽ x ⩽ 120, donc – 1 ⩽ k ⩽ 2. Le fichier numérique permet de contrôler les valeurs numériques et peut être simplement projeté si nécessaire. Il faut montrer que –x + 3 ⩽ 9 – x 2 + 3 – x ⩽ –x + 6. f '(x) = 0 ⇔ x = a – 1. a × 111 111 est divisible par 37 car 111 111 est divisible par 37. Comme 0 < c < a et –a ⩽ x ⩽ a, on a : –a2 < –ac ⩽ cx ⩽ ac < a2. Si g = 15, n = 19. f (x) = 0 ⇔ 102 Partie A a. k = u(a + h) – u(a). Il y a donc 6 × 3n – 1 A1 où n est le nombre de 3n changements d'échelle et où A 1 est l'aire d'un flocon. 2 i=0 (3) ⇔ 2 (3) phR 2 n–1 2 phR 2 n 2 ∑i . TP 6 Convexité A est le point d'abscisse a ; B le point d'abscisse a + l, avec l > 0.
La courbe représentative de la fonction T est au-dessous de celle de P sur]–3 ; 0[et au-dessus de celle de P sur]0 ; +3[. a Par la relation de Chasles, on en déduit que l'aire de ℰ est donnée par 5 ∫−−7 (f (x) − g(x)) dx . 8 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎝ −1 2 ⎠ ⎛ 1 0 ⎞ ⎛ 1 0 ⎞ c. Or le reste est 5 donc 14 – 5 = 9 est divisible par b. 11 a. 22 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
2 D'après la question précédente, l'événement {Y ∈]– 3 ; t]}={Y ⩽ t} où t est un nombre réel strictel ment négatif, est impossible. Le milieu de [MN] a pour coordonnées ⎢ t + t ; t + t ⎢ . 371 = 8 × 46 + 3 = 8 × (8 × 5 + 6) + 3 = 5 × 82 + 6 × 8 + 3. 0 ⎝h ⎠ ⎣ 3h ⎦0 3 b. 1 = 0 par quotient. Donc Pn est vraie pour tout entier naturel n. Y suit la loi binomiale ℬ(n ; p), avec n = 10 et p = p(A) = 0,915 (valeur arrondie, question 1.a, partie C). Pour tout 1 ⩽ x ⩽ 4, F(x) = c. Par factorisation ou termes de plus haut degré : lim g(x) = –3 et lim g(x) = +3. g'(x) = x→0 –f (f + x)2 < 0. ⎝ ⎠ j2 = p 4i e 3 = p –2i e 3 = tj. x→−1 x < −1 b. lim – n = –3 donc lim un = –3 par compan→+3 n→+3 raison. 10 ⎛ 0,084 0,042 0,125 1 ⎢ (B – A) ≈ ⎢ 0 0,084 0,084 1,196 ⎢⎝ 0,084 0,042 0,042 35 % 10 % 35 % 20 % 20 % 55 % 1 0⎞ 0 1⎞ 0 0⎞ 0 0⎞ A=a⎛ +b⎛ +c⎛ +d⎛ . Équation du cercle de centre O' et de rayon 4 : (x – 8)2 + y2 = 16. Le maximum de f sur]0 ; +3[vaut f(1) = 0.
⎢z = 1 + t ⎣ d. Conditionnement et indépendance 2 Conjecture : P(A ∩ B) = P(A) × P(B). ⎝ 6⎠ v ∘ u(t) = πcos t – p . À l'aide de l'instruction NB.SI, écrire en D2 la formule permettant d'obtenir l'effectif des nombres générés par l'instruction ALEA() (cellules de A2 à A1001) qui sont inférieurs ou égaux à 0 (cellule C2). 100 c. Une équation de la tangente T en zéro à est : y = – 0,5x. (S ∩ H) ∪ (tS ∩ H) = H (événement : « la personne contactée est un homme »). D'après le cours, une suite croissante et non majorée tend vers +3. a2 + b2 + c2 13 5 13 et le volume du tétraèdre ACJI vaut . N = 6, P = 91 125. D'après le logiciel de 2 . Partie 1 1. 2 k=1 c. L'algorithme teste les entiers supérieurs à 1, s'ils sont diviseurs, il réduit le nombre N à décomposer, et ce, jusqu'à ce qu'il ne reste que 1. 156 = 132 × 1 + 24 132 = 24 × 5 + 12 24 = 12 × 2 + 0 PGCD(156 ; 132) = 12. Hérédité : Supposons que 4 ⩽ up ⩽ 15 pour un p donné, p . PX ¯1,1(X > 1) = P(1 < X < 1,1) 0,5 ≈ = 0,5 . 32 f a. 2 1 – cos x 1 ⩽ ⩽1; 2 ⩽ 1 donc – 1 ⩽ 9 (sin x + 2) (sin x + 2)2 x→–3 a. Sur ⎢ ; ⎝ n ⎟⎠ n n ⎣ n n ⎟⎦ c.
2 x x ⩾ f(x) ⩾ et lim f (x) = 0 (théorème x→0 p p a. 38 g ' (x) + g 39 La fonction racine carrée est dérivable sur]0 ; +3[, à valeurs dans [0 ; +3[. 503 et 512. De plus, vn + 1 ⩾ 2 et un + 1 ⩾ 2 pour tout n d'après b. ACD et BCD semblent rectangles en A et en B respectivement. 7 est un diviseur premier de 66 – 1. k est définie sur]– 3 ; – 2[∪]2 ; +3[. 1 – (−x)m .
9 Probabilité qu'un élève choisi au hasard possède un téléphone portable avec une connexion internet : 0,95 × 0,25 = 0,237 5. J(x) = c. D'où k ≈ 1,15. 3 x Une équation de cette tangente est : (⎛ x + x2 + 1 x − x2 + 1 ln x + x 2 + 1 = ln⎢⎢ x − x2 + 1 ⎢⎝ 24 2 f '(x) = – 1 ⇔ x = .
⇔⎨ 2(2a − 1)(2a − 3)2(x − a) + f (a) = f (x) ⎣⎢ 2 0 2 x f (a + h) − f (a) = f '(a) + ε(h) h pour h ≠ 0 et ε(0) = 0, on a la fonction cherchée. 2 Pour k ∈ [– 2 ; 0[, (k) est l'aire du triangle isocèle rectangle MAN ; donc (k) = 2 a. On en déduit que nécessairement c = 0 mais l'égalité A×B =⎢ ⎢implique : ⎨ c(x + k ky) = 0 ⎝ 0 1 ⎠ ⎣ matricielle implique aussi c(x' + ky') = 1, ce qui est impossible si c = 0.
3n + 1 ≡ 4 [4] et 5n + 3 ≡ 8 [4]. M1M2 = OM22 + OM12 = (v 2t − d)2 + (v1t − d)2 . Donc la tangente Tn a un coefficient directeur indépendant de n. Sur]0 ; +3[, g'(x) > 0 ⇔ x > 2 x 2 2 0 0 g' (x) – +3 + 3 + ln 2 2 g b. Donc f est croissante sur]0 ; +3[. 10 50 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Y = – 0,5 × ln(1 – X).
On a u(α) = 0 donc f (α) = 2 – α2. lim u(t) = 20. x8 = 1 pour l'octogone régulier. Sujets type BAC 47 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. La fonction f est continue, croissante sur]1 ; +3[à valeurs dans]0 ; +3[. Les premiers exercices sont purement techniques pour ouvrir petit à petit sur la puissance des nombres complexes pour démontrer les propriétés géométriques de manière calculatoire (angle au centre, inégalité triangulaire, construction de polygônes réguliers, théorèmes de Napoléon et Van Aubel, calculs de cosinus et sinus exotiques). x→+3 2 2. Matrices carrées inversibles et applications d. p ≈ 0,42. c ∫d h(u)du = H(d) – H(c) ⇔ H(c) – H(d) = H(d) – H(c) ⇔ H(c) = H(d). Il semble que 6k + 1 est divisible par 5 pour k ≡ 4 [5], et que 6k – 1 est divisible par 5 pour k ≡ 1 [5]. Si z alors Im(z) = 0. L'expression de sera pour lui (a) = 4a + 4a 3 + a 2 a9 − 1 lim (a) = 0. ⎝ n n ⎠ n ∈* (n3)n ∈ ℕ est la plus rapide de toutes. On ne peut pas remettre en cause l'affirmation faite par cette encyclopédie. 6 1. Longueur de la ficelle : 12 m. N = 9, P = 10 077 696. 37 1. 192 1 024 5 120 24 576 114 688 ⎟⎠ 8 192 ⎝ 32 Réponse cohérente avec celle de la question 3 de la partie A. L'amplitude de l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est 2 . M = ⎢ 0,2 0,6 ⎢. ⎡ p(1 – p) ⎤ p(1 – p) ; p + 1,96 × ⎢ p – 1,96 × ⎢n n ⎣⎢ ⎦⎥ ≈ [0,091 6 ; 0,348 4]. 2 2 12 ∫−−2 f (x) dx = 4 × 14 + 2π – 4,5π = 56 – 2,5π. 2 2 Donc la suite (vn) est géométrique de raison premier terme v1 = – 4. ⎝ 50 ⎟⎠ a. 2 b−a b2 a 2 − − a. un < 1011 ⇔ 1,1n < 2×109 ⇔ n < donc n ⩽ 224. MC = I D A C N B 79 1. Mise à jour de la valeur de la variable R. Pour tout x impair, x2 – 1 et x2 + 1 sont pairs donc il existe un triplet. Z = = –i donc Re(Z) = 0 et Im(Z) = – 1. 31 Les diviseurs sont associés par 2 lorsque n = pq avec p < q. Pour tout x > 0, 1 – a – lnx > 0 ⇔ x < e1–a. J(0,8 ; 0,6 ; 1,8). Δ = 16 – 4 × 8 = – 16. n ≡ 2 [3], n ≡ 3 [5], n ≡ 2 [7].
En milieu idéal : « phase exponentielle ». • Pour la valeur p1 : les suites semblent diverger. Cette partie est « infinie », mais son aire vaut 1. Une correction peut être proposée en classe en projetant la figure complétée. TP 3 Sportif ou sportive ? Méthode possible p 1) Rechercher la première valeur de – + 2kπ pour 3 k entier qui est supérieur ou égal à a (pour cela, si a p se trouve au-dessus de – , on retire des multiples 3 p de 2π ; si a se trouve au-dessous de – , on ajoute 3 des multiples de 2π). un+1 ⩽ 0,95un ⇔ 1 ⇔ ⎛⎢ 1 + ⎞⎢ ⎝ n⎠ 10 (n + 1)10 n+1 2 ⩽ 0,95 1 ⩽ 0,95 × 2 ⇔ ⎛⎢ 1 + ⎞⎢ ⎝ n⎠ 10 −x – 1. – π 4 0 π 4 π 2 3π 4 π 5π 4 x Entrée : nombres a et b Sortie : les solutions de l'équation Traitement : Si (a – π/6)/(2π) = 0 alors Affecter π/6+2π*ent((a – π/6)/(2π)) à x Sinon p⎞ p⎞ p⎞ ⎛ ⎛ ⎛ 2. A et B ont même abscisse et des ordonnées différentes, donc ne peuvent se situer sur une courbe d'une même fonction. l Comme el > 1, il existe une unique valeur k telle que ekl = el − 1 . = R 3 0 0 2pr 2 = 2 . Matrices et études asymptotiques de processus discrets •
311 Notes

P(0,36 ⩽ F ⩽ 0,46) ≈ P(0,36 ⩽ F ⩽ 0,46) consigne ex. Pour a = b = 1, on obtient : h(1) = h(1) + h(1) ⇔ h(1) = 0. x 2x ln x − x . E 0,169 8 L 0,036 092 4 ≈ 0,324 5 . Le reste et donc la clé seraient inchangés. 220 • 10. 31 Taille de l'échantillon n = 15 ; proportion du caractère étudié (« ticket gagnant ») parmi ceux mis 1 en vente : p = = 0,2. Pour h < 0, on a 4 a. nAB ⎢ 2⎢; ⎢ ⎢⎝1⎠ d. f ' (x) = +1) 2 . Si x est divisible par p : xab ≡ 0 ≡ x [p]. x→+3 4 34 a. N > 1 donc : D = 2, 2 ne divise pas 3, D = 2 + 1 = 3, 3 divise 3, afficher D = 3, N = 3/3 = 1. 3 10 Début Pour i de 1 à 20 faire ⎞ ⎢ ⎢ ⎢ ⎠ w prend la valeur u u prend la valeur 1/4 × u + 2v + 5 v prend la valeur – 5w + 7/3 × v – 1 Fin Pour ⎛ 0,5 ⎞⎢ ⎢. Faux puisqu'elle est croissante.
Distinguons deux cas. x Donc est au-dessous de d sur]0 ; 1[et au-dessus sur]1 ; +3[. 1× 2× 3 Initialisation : pour n = 1, p1 = 1 et = 1 donc 6 la propriété est initialisée. −e x < 0.
x 2 f(e) = 2 et f '(e) = . d2 est croissante sur ℝ. b Pour le nombre 2, il existe donc un unique α appartenant à]0 ; +3[tel que f (α) = 2. ● A(1 ; 0 ; 0) ; b. 115 9 a. E n'est pas continue en 0 car les limites en 0 à droite et à gauche sont différentes. n 47 1. D 1 t→+3 a b(1 – e –bt ' = ae–bt. ⎝ 6 − 6 −9 + 10 ⎠ ⎝ 0 1 ⎠ ⎛ 1 4 ⎢ − + 3 3 b. pn = = 11 2 5 pn + − 35 7 12 = 11 5 11 × (pn −) = un .
g divise a et b.
cos(x + p) − cos x c. 5 Centre de gravité 1 Par raison de symétrie, le centre de gravité de la plaque se trouve sur un plan parallèle à la surface ● coloriée en orange sombre qui coupe la plaque en deux plaques égales d'épaisseur 0,5 cm. x ⎣2 ⎦1 2 ∫1 e b. Nombres premiers b. g n'est donc pas continue en 0. 49 1. ⎢ 6⎢⎢⎝ 1 ⎟⎠ 55 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. On peut utiliser le vocabulaire « asymptotes l'une à l'autre ». ⎢ ⎢⎢⎝ −b ⎦⎠ 23 ⎛ ⎞ La matrice colonne I3 – A = ⎢ −5 2 ⎢est 3 4 ⎝ ⎠ inversible donc l'équation X = AX + C équivalente à l'équation (I3 – A)X = C a pour unique solution ⎛ ⎞ (I3 – A)– 1×C = ⎢ 2/ 7 ⎢qui est le terme général de 17 /14 ⎝ ⎠ l'unique suite constante vérifiant la relation proposée. y 2 1 63 2 0 60 1 x Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ● En 1 : lim !(k) = !(1) = k→1 k 5 5 et lim !(k) = donc la fonction est continue en 1. A(7) = 2 402 n'est pas premier. 456 = 91 125. Par passage au l logarithme népérien, l'instruction LN(1-ALEA()) renvoie un nombre aléatoire négatif ou nul. évidente.) f (x) = Voir fichiers logiciels. 30 29 28 5 4 3 30 × 29 435 28 27 26 14 2 1 2 ×1 1 × × × …
a b . x→+∞ b. 2 VN L'ordonnée de N est : d = 4 – 2 = 4 + cos α – 9 − sin 2 a . De cette affirmation, on a la relation 1 = 0,04. 8 Lieu de points TP2 1 d. • Les nombres inférieurs à 120 non premiers auraient un diviseur premier inférieur à 120 , c'està-dire 2, 3, 5 ou 7, or ces nombres ont été exclus par coloriage. 4 370 ; argument ≈ 1,41 rad. Sur]0 ; +3[, 0 ⩽ 62 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Si le diviseur de la colonne A est supérieur à n situé en C3. Graphiquement, la partie de E qui est au-dessus de la droite d1 d'équation y = 1 – 0,5x est plus petite que celle qui se trouve au-dessous de d1. lim f (x) = +∞ et f (1) = – 2. 1 1 1 e−x 1 ∫0 1 + e−x dx + ∫0 1 + e−x dx = ∫0 dx = 1.
P(X ⩽ b) – P(X ⩽ a – 1) = [P(X = 0) + P(X = 1) + … + P(X = b)] – [P(X = 0) + P(X = 1) + … + P(X = a – 1)] = P(X = a) + … + P(X = b). k est définie sur [0 ; 1[et k(x) = ln((1 + x)(1 − x)) = ln(1 – x). ⎢ ⎢ ⎟⎠ On trouve comme probabilités de retour à l'état initial : • après 1 pas : 0 ; • après 2 pas : 0,75 ; • après 3 pas : 0 ; • après 4 pas : 0,75. 1− x = 0 et lim lnu = – 3, u→0 3+ x 1− x ⎞ ⎛ = – 3. e Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. n AB ⎢ −3⎢donc d a pour représentation ⎢ ⎢⎝ −1⎠ ⎡ x = 1 + 2t ⎢ paramétrique ⎨ y = −2 − 3t avec t un réel.
Suites • 33 c. 19 95 Tn pn Raison : q = 0,05. k=1 Donc An = A1 + = d. Attention, sur une calculatrice saisir A = 1,689 sinon le temps de réponse est très long. D'où ⎢⎨ n + 1 n ⎣⎢r1 = 1 C'est-à-dire rn + 1 – rn = 6n + 13.
| z3 – z2| = | z2 – z1| et arg z 3 – z1 = i. eX e lim x ne x = 0 car, pour n impair : x→−3 xnex = –(–xn)e–(–x) = – (eX = +3. Pour que cette fonction soit une densité, il reste à vérifier que l'aire du domaine délimité par la courbe représentative de cette fonction et par l'axe des abscisses est égale à 1. 3 Initialement, l'urne contient 20 boules de couleur noire. x ln x = 0, x Si a > 0, lim ax = +3 et lim x→+3 x→+3 donc lim f (x) = +3. y C (xB – x A) = × 2 ⎢⎝ 2a – ⎟⎠ = 2 2 a +1 a a2 + 1 lim (a) = 2. n ⩾ 30 ; np = 8,8 ⩾ 5 ; n(1 – p) = 31,2 ⩾ 5. 2 4 2 4 4 ⎡ p 5p ⎤, d'après le TP 2, l'aire entre les deux courbes est Sur ⎢ ; ⎣ 4 4 ⎦⎥ 5p 4 p 4 ∫ (sin x − cos x) dx = 2 2. Si n ≡ 2 [5] alors 2n + 1 ≡ 2 × 2 + 1 ≡ 0 [5]. x 2 ex x ⩽ . n→+3 2 = lim n→+3 lim n→+3 n2 + 4 – n2 + 1)(n2 + 4 + n2 + 1 2 n + 4 – (n + 1) n2 + 4 + n2 + 1 = n2 + 4 + n2 + 1 4 . Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont 0, 1, 2 ou 3. 42 ⎡ g(2) = 0 ⎡ ln(2a + b) = ln1 ⇔ ⎨ ⎨ g(1) = ln 3 ⎣ ln(a + b) = ln 3 ⎣ ⎡ 2a + b = 1 ⇔⎨ ⎣a + b = 3 36 a. Que peut-on alors conjecturer sur la fonction de répartition F sur l'intervalle [0 ; 1[? Sur ℝ+, on a : f (x) – ga(x) = ln⎛⎢ ⎝ x + 2 ⎟⎠ 3x + 1 est croissante sur ℝ+ à x+2 valeurs dans [0,5 ; 3[.
1) y Partie A 0 1. 164 2) 3+3 3 i 4 5.
● x ln x – 90 – 10 –5 – 1,5 – 0,4 0 0,2 0,5 0,9 – 1,6 – 0,69 – 0,1 1 1,2 0 0,18 0,69 2 5 25 200 1,6 3,2 5,29 b. 3x + 1 ⎞ – a. Par récurrence Initialisation : u1 ≈ 0,56. Sur]0 ; +3[: f '(x) = 4 2 x 4 x x Pour h > 0 : 40 1. g(x)dx est égal à l'aire de la partie grisée. x – g ' (x) y –3 0 –3 +3 0 +3 g –1 – 0 Comme g(0,20) < 0 et g(0,21) > 0, on déduit que 0,20 < α < 0,21. Donc f est croissante sur ℝ. ● P(HS ∩ « CDD ») = P(HS) × PHS (« CDD ») = P(F FS ∩ « CDD ») = P(F FS) × PFS (« CDD ») = 794 . 1 2 m. 16 M 4 C'est une suite géométrique de raison . Par l'absurde, s'il existe J avec I ⊂ J et I ≠ J, il existe x < 1 tel que g définie en x, ce qui est impossible.
Pour tout x réel, tel que n ⩽ x < n + 1, 1 1 1 1 1 1 1 1 + × × + × × + … ⎝ 1⎠ ⎟⎠ ⎢⎢ ⎢⎢ ⎢⎠ ⎟⎠ 1+ 5 1– 5 et q2 = : 2 2 ⎛ 5+ 5⎞ ⎢ ⎢ ⎢× ⎢ 10 ⎢. ⎠ 28 ⎛ ⎢ A= ⎢ ⎢ ⎢⎝ 1 1 −6 1 3 2 1 3 5 −4 ⎞ 2 1 ⎢⎢ et V = 5 2 ⎢ 4 2 ⎟⎠ A est inversible donc U = 29 30 296 • 5. Le reste de la division euclidienne est inférieur ou égal à la différence. x→+3 x x→+3 x x→+3 c. ⎛ 0,4 0,3 ⎞ Xn + 1 = MXn où M = ⎢ ⎢. 4 1 Or (Ln) est une suite géométrique de raison et de 3 n ⎛ 1⎞ premier terme 9. Tn = ∑ i=1, i=2, × ⎢⎝ ⎟⎠ i impair i pair 2 n i=0 c. En clair Clé Décalage En codé S B 1 T P A 0 P E C 2 G C B 1 D I A 0 I A L C B 2 1 C M I A 0 I T C 2 V E B 1 F 2. A – I2 est inversible donc il existe une et une ⎛ −0,75 ⎞ seule solution : X = (A – I2)–1B = ⎢ ⎢.
tan (x + π) = −sin x sin(x + p) = = tan x. Montrons par récurrence que un = –n(n + 1) pour tout n . Idem en – 5. x – 1 h→0 h 2. Le bolide 2 Partie A 1 a. 41 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. f = 1 1 ⎤ ⎡ 1 1 ⎤ ⎡ ⎢⎣ f − n ; f + n ⎥⎦ = ⎢⎣ 0,11 − 100 ; 0,11 + 100 ⎥⎦ = [0,01 ; 0,21]. La probabilité qu'un sportif régulier ait une fréquence cardiaque au repos comprise entre 38 et 40 est très faible : approximativement égale à 0,001 1. x→+3 x→+3 x 1 or g est strictement croissante, x2 donc g '(x) > 0, d'où f ' (x) > 0 et f est strictement croissante. z3 = (2 – i)(3 + 8i) = 14 + 13i donc z 3 = 365 .
Nombres premiers • 277 41 1. 5 5 ∫−−7 f1(x)dx – ∫−−7 g1(x)dx . n c. Conditionnement et indépendance • PA(L) ≈ 0,166 6 (question B1.). Partie A –3 2 x = 0,9 + 2,4 ln 2 u.a. = 14,4 + 38,4 ln 2 cm2 ≈ 41,02 cm2. ln x L'équation (E) est définie sur]0 ; +3[. 361 = 192. Le fléchage a posé un problème sur le parcours de 160 kilomètres. p(1 − p) c.
Exercices d'approfondissement 42 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. = couples du mois précédent + couples d'il y a 2 mois car un couple se reproduit (en engendrant un seul couple) s'il a plus de 2 mois.
l Si les trois fractions sont bien dans la même suite de Farey Fn et que la 3e est la plus petite possible, on aura alors des fractions consécutives de Farey d'ordre n d'après la propriété. En reprenant le principe de la multiplication précédente, multiplier par 16 ajoute quatre 0 à droite de l'écriture d'un nombre en base 2. – 95 1.
Deux plans sont parallèles lorsque : • deux droites formées par quatre points distincts sont parallèles ; • trois points sont alignés.
P3(1,5 ; 0 ; 3).
On vient de trouver une infinité de fonctions f solutions : 9 − 3c 2 − 3c + 3 f (x) = cx + avec − 3 ⩽ c ⩽ 3 6 Une vérification à l'aide d'un logiciel, avec curseur pour la constante c, permet de constater que les 2 2 aires des parties où (f (x)) − f (x) est positif et que les aires des parties où (f (x)) − f (x) est négatif se compensent. 4–i 17 17 1 – 5i donc 1 – 5i = 26 et 2 + 3i = 13 2 + 3i donc z 5 = 2 . Si I4 – 0,85A est inversible.
Fonction exponentielle • 103 3 a.
g2'(x) = cos x – cos 2x = cos x – (2 cos2x – 1) = – 2cos2x + cos x + 1. ⎝ ⎝ 5⎠ 5⎠ cos x cos x − sin x(−sin x) 1 = . 5 d. ⎛ 1 −4 8 ⎞ b. Bien que sa construction pose peu de difficultés, fournir aux élèves la figure initiale permet de gagner du temps. ; f '(x) est du signe de x. 0 242 • 11. 33 X : variable aléatoire qui à toute personne choisie au hasard associe son taux d'hémoglobine (taux exprimé en grammes par cent millilitres de sang). 300 . Elle doit ensuite répéter cette opération deux fois. k=0 n k +1 k k + 1⎞ ⎡k k +1⎤ on a ⩽x⩽ et f décroissante. Matrices carrées inversibles et applications Corrigés des activités d'exploration 1 Un tour de passe-passe 1 Par exemple : pour x1 = 3 et x2 = 5, on obtient : r1 = 2x1 + 5x2 = 31 et r2 = x1 + 3x2 = 18.
t ⎞ t ⎞ t t ⎛ ⎛ ln ⎢ 1 + ln ⎢ 1 + ⎢ ⎢ ⎝ ⎝ 100 ⎠ 100 ⎠ h→0 b. lim h→0, h + f 3 2 3 0 – 3+3 3 6 0 3. x 3. 22 875 1 310 . • L'intervalle de fluctuation déterminé à l'aide de la a b 7 17 loi binomiale est ⎡ ; ⎤ = ⎡ ; ⎤ .
⎞ p⎛ x3 c. Mais les restes dans les divisions euclidiennes par b sont 5 et 7 donc b > 7, d'où b = 9. Donc u est décrois1 + x2 1 + x2 sante sur ℝ– et croissante sur ℝ+. Q est le polynôme nul.
Résultat cohérent avec les simulations effectuées à la partie précédente. f '(x) = 2 +3 + g '(x) 0 + +3 + g 0 –3 f k ∈]0 ; 0,2[: x b. A'(t) = ab e(b − e)e > 0. 27 REMARQUE Voir Savoir-faire 3 de ce chapitre. M = ⎢ 0,6 0 0,55 ⎢. En utilisant que A, B et C sont trois points du plan, on résout : ⎡ a − 2b + 4c + 1 = 0 ⎢ ⎨ −2a − 6b + 5c + 1 = 0 ⎢ −4a − 3c + 1 = 0 ⎣ On démontre par récurrence que Pn = MnP0. ( ) 2 3 4 x × 2 − x dx = 0,8.
Pour tout réel x ∈ [e– 1 ; e], g(x) = –(lnx)2k+1 qui a le même signe que –lnx. ⎡1 − 2b + 4c + d = 0 ⎡b = −1 On résout le système : ⎢⎨ −2 − 6b + 5c + d = 0 ⇔ ⎢⎨c = −1 . Par translation, les aires de ℰ et de ℰ1 sont égales. p4 = 0,5p2. lim f (x) = +3 ; lim f (x) = 1 car pour x→+∞ x→1,x>1 x = 1 1 x2 b. Initialisation : v0 = 1 donc la propriété est initialisée. Les lancers sont indépendants donc : un = p (n'avoir aucun 4 sur n – 1 lancers) × p (avoir 4 au nième lancer). 2 ⎝⎛ 2⎠ ⎞ D'où (vn) n'a pas de limite. lim g(x) = 0 et lim g(x) = – 3. 15 1. tan'x = cos x cos x − sin x(−sin x) = 2 2 cos x (cos(x)) p e.
l PGCD(a ; b) = b. Il faut donc a ≡ b [7]. 2 2 d. k=0 2 k=0 +3 blanc(1) = ( )= +3 d 2k k=0 2k ∑ (+3 ∑ 0 = 0. 30 . (6) Ni parallèles ni sécantes. M × A = ⎢ −12 −9 −3 ⎢⎢ ⎢⎢⎝ 4 3 1 ⎟⎠ 0,3 0,4 3 c. 2 n(n + 1) + 2(n + 1) n(n + 1) +1 + 1+ n + 1 = 2 2 (n + 1)(n + 2) + 1 donc la propriété = 2 est héréditaire. 4 d' qui se coupent en C sont perpendiculaires. 2 2 2 4. ● Lorsque la courbe est sur l'axe des abscisses, il n'y a pas de croissance. Pour tout n ⩾ 0 : ⎛x ⎞ xn + 2 – 2 ⎢ n + 1 ⎢yn ⎝ yn ⎠ xn+1 – 2= = xn y n+1 +1 yn n pour n ⩾ 26. ● La figure obtenue est un parallélogramme. Tout vecteur orthogonal à ce plan convient.
S = {(1 + 5k ; 1 + 8k) pour k entier relatif }.
La suite (un) converge vers 15 quelle que soit la valeur de u0. l Comme f est dérivable sur I (f ' (t) = 2e– 2t > 0), f(0) = 0 et lim f (x) = 1, on a pour tout nombre réel x→+3 t ∈ I, 0 ⩽ 1 – e– 2t < 1. Sinon dps = |y|. On a n , donc wn ⩾ 0. n 1+ e 1 + en en < 1, donc f (en) < n. ● c. –⎢5– ⎢ = – ⎝ 7 7 7 7⎠ 7 un + 1 – un < 0 pour tout n donc (un) est strictement décroissante. f est positive sur [0 ; 3] par le tableau de variations. 190 • 8. 15 n . Le résultat doit être le plus petit entier naturel N 4 tel que 2 < M ; autrement dit, N > 2 . A × B = ⎢ 7 / 2 −5/ 6 ⎢17 13/ 24 ⎝ ⎠ ⎛ ⎞ et B × A = ⎢ −5/ 6 −7 / 2 ⎢. 2 1 p . n =30 < 0,2 + 1,96 × ⎢⎝ 30 30 ⎟⎠ e. f '(x) = 2 x + 4x − 5 b. A est croissante. Hérédité : Supposons que up = p +1 Alors up + 1 = = up up2 + 1 = 1 × p +1 p +1 1 × = 1+ p +1 p +1 1 1 1 +1 p +1 1 . n→+3 n→+3 b. 3 2 3 5 4 3 5 2 5 3 4 5 2 2 On constate que si x et x' sont consécutives alors x'y – xy' = 1. Fluctuation et estimation b.
22 260 = 22 × 5 × 13. 2cosu + 2 cosu + 1 Z2 = Donc 1 + Z 2 = p 3 –i 2 e . Alors la suite (un) est constante égale à 15 et pour tout n ⩾ 0, vn + 1 = 1,25vn – 5 = 1,25n(v0 – 20) + 20 (suite arithmético-géométrique), donc si (v n) converge alors v0 = 20 et 3v0 – 4u0 = 0. Vrai : la fonction u : x ↦ x qui est dérivable sur I = ℝ convient. (EC) est orthogonale à (AF) et (AH), deux droites sécantes du plan (AFH), donc (EC) est orthogonale au plan (AFH). Fonction logarithme népérien –3 d. apparu : x4(tb) – x2 ⎛ 800 ⎞ = ⎢⎝ 20 736 9 ⎠ Accident ! – ln x – 1 . La probabilité d'être à nouveau en B après 5 pas est environ 0,377 28. M a pour affixe –1 + i . Conditionnement et indépendance 0,4 F 0,873 D 2. 2 1,01x – 1,001 b. Faux (4). ⎢ ⎟⎠ 2. 19 a. Si m=2k × q avec q un nombre impair strictement 2.
2x 2 Le logiciel indique également : a→1,a>1 + 1.
Vrai, car les fonctions ln (ln x +1 + x (x +1 − x) et) sont bien toutes deux définies sur [0 ; +3[et pour tout x ⩾ 0, x + 1 − x = d. h Pour h < 0, on procède de manière similaire. ⎝ 6⎠ 6 Exercices d'approfondissement 40 En 7 coups (un échec et 6 succès) : 6 × ⎛⎢ 1 ⎞⎢ × 5 . L(– 1 ; 0) d. (EK) a pour représentation paramétrique : ⎡ x = 1 + 5t ⎢ ⎨ y = −4t avec t un réel. En effet, le risque est : ⎛X ⎞ P ⎢ ∉I ⎢ = P(X ⩾ 1) ≈ 0,019 82.
21 22 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Formule 3 3 de l'aire d'un trapèze3 : 3 3 B+b f (xi) + f (xi+1) b − a ×h = × . x→+3 0 – +3 0 + 5 f '(x) < 0 et f est décroissante.
3 a + 2b e. x→0 4. arg ⎢ 1 = 5 ⎝ z 0 – 0 ⎟⎠ Les images de z0 et z1 sont donc deux sommets consécutifs d'un pentagone régulier. x2 + 4x +8 = (x + 2)2 + 4 x2 + 4x +8 = 0 ⇔ (x + 2)2 = – 4 ⇔ x + 2 = 2i ou x + 2 = – 2i ⇔ x = – 2 + 2i ou x = – 2 – 2i. Fonction exponentielle • 105 TP 5 Recherche de fonctions Une équation de la tangente en M(x ; f(x0)) est y = f '(x0)(x – x0) + f (x0). p5 = 0,5p1. lim 2 e x = +3 car lim 2 = +3 x→0+ x x→0+ x 1 ex x Partie B 1. 15 15 P F 0,54 460 320 ; P(tS) = . y f (x 0) 2 g a x0 x 0 + α0 b 2 objectif BaC 0 Se tester sur… Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456.
⎢ ⎢⎢⎝ 0 0 0 ⎟⎠ ⎛ ⎞ 29 a. La matrice est 0,5A, son inverse est 2B. 1 – 0,003 025 = 0,996 975. b (l'axe des ordonnées est asymptote). C'est impossible car I I' = ∅. P(T1) = 0,70. P(X > 48) = 1 – ∫ 0,02 × e−0,02t dt 0 = 1 − ⎡⎣ −e−0,02t ⎤⎦ 48 0 = e– 0,02 × 48 ≈ 0,382 9. • Si u0 = 2 alors u0 = u1 et (un) est constante. Montrons que fn(x) ⩾ fn + 1(x). La droite d'équation x = 2 est asymptote à la courbe. Faux, car lnx étant croissante sur]0 ; 1[, 1 son inverse est décroissante sur]0 ; 1[.
• • |z12| = |z1|2 = 11. vn + 1 = 7. la suite (un) converge vers 15 et la suite (vn) vers 20 ; 6. lim f (x) = 0. P(X ⩾ 6,1) = 0,5 – P(5,8 ⩽ X ⩽ 6,1) ≈ 0,10. f est dérivable sur]0 ; +3[1 x −1 et f '(x) = 1 – = . 2 Donc (un) est décroissante. lim x→0 lim x→0 ln(1 + e x) ln(1 + h) = lim = 1. 56 Partie 1 1.
ℰ1 admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. VBEFG = . En G7 : =I2-1 En G8 : =ENT(G7/4)-ENT(G7/100)+ENT(G7/400) 4. v'(x) = 3(2(3x – 5) + 1) = 18x – 27. D'où y = exp(– 1)(x + 1) + exp(– 1) ⇔ y = exp(– 1) (x + 2). u1 = 1, u2 = 11, u3 = 111, u4 = 1 111. x 2x – 5 1 – e–x f(x) –3 0 – – + 0 0 – + – 2,5 0 0 +3 + + + 2. Il s'agit de la fréquence observée de personnes qui souhaitent être vaccinées dans l'échantillon 1 («ville 1»). cos(2x) = 2cos2x – 1 1 + cos(2x) donc cos2 x = . ⎢ ⎟⎠ ⎡ x + y + z = 3 × 11 ⎡ x = 12 ⎢ ⎢ 2x + y + z = 4 × 11,25 ⇔ ⎨ ⎨y = 9 . 539 = 72 × 11. Les points L et M appartiennent aux plans (ABC) et (IJK) donc la droite (LM) est l'intersection de ces plans. a. b. 2 x −x x −x f 2(x) + g2(x) = ⎛ e + e ⎞ + ⎛ e − e ⎞ ⎢ ⎢⎢ ⎢2 2 ⎝ ⎠ ⎝ ⎠ = 2 (e2x + 2 + e−2x + e2x − 2 + e−2x) 4 f +e = f(2x). 12 Le point K d'intersection des droites (IB) et (AJ) appartient aux plans (AJC) et (BIC), donc à leur intersection. Pour tout x > 4, F(x) = 1. Nombres premiers • 275 7 a.
module = 194 ; argument ≈ – 2,77 rad. P(0,05 ⩽ Fn = 50 ⩽ 0,20) = P(0,05 × 50 ⩽ Xn = 50 ⩽ 0,20 × 50) = P(3 ⩽ Xn = 50 ⩽ 10) ≈ 0,58. z2 + z + 1 = 0.
(1) ⇔ 2 < e n e −1 1 ≈ 31,6. On construit l'image de Partie A b. On a : u(x) ⩾ 0 ⇔ 1 – x ⩾ 0 ⇔ 0 < x ⩽ 1. Sinon ce diviseur divise 1. 1 jour = 86 400 s. (xOy) : z = 0 et (yOz) : x = 0. Sur ⎤ ; + 2p ⎡ , 1 – sin x > 0, donc f est déri⎢⎦ 2 2 ⎢⎣ vable. (AI) ⊥ (BC) et (DI) ⊥ (BC) donc (ADI) ⊥ (BC). Le point D n'appartient pas au plan . Donc xK = e2 = ab . d et d' ne sont pas orthogonales. S20 et S5+000≈ 0,785 5. f '(x) ⩽ 0 et f décroissante sur a a2 − x 2 [0 ; a[. arg ⎢ B C ⎢ = donc ABC est rectangle en C. 1 . appartient à l'intervalle [0,093 75 ; 0,593 75] de centre 0,343 75 et d'étendue 0,5. f 2(x) – g2(x) = ⎛ e + e ⎞ – ⎛ e − e ⎞ ⎢ ⎢⎢ ⎢2 2 ⎝ ⎠ ⎝ ⎠ = (2 e2x + 2 + e−2x − e2x − 2 + e−2x 4) = 1. En revanche, cette bijection montre que les points S, lorsque b parcourt ℝ, décrivent toute une branche de l'hyperbole ℋ. Puisque le point An + 2 est le milieu du segment [AnAn + 1] cela se traduit en abscisses par : an + an + 1 an+2 = . Comme 0,2n tend vers 0 lorsque n tend vers +3, les coefficients de la matrice Mn convergent bien vers ceux de la matrice A. 2 ⎢ ⎢ ⎣ z = 1 − t (HJ) a pour représentation paramétrique : 1 ⎡ ⎢x = 2 t ⎢ avec t un réel. 4 4 4 4 4 –1 – 5 . Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 10 a. –6 –4 x 0 5 +3 –3 Asymptotes : y = 0 ; x = 0 ; x = 5. AI = 5 et IS = 12. Dérivation d'une fonction composée. Il permet d'obtenir la suite de Farey d'ordre n. ae x be x 4. Donc après 7 demi-vies, plus de 99 % du médicament ont été éliminés. f '(x) = 0 ⇔ x = – 1. En x = 0 : 1+ b. cos x = ⎢ ⎢2 ⎝ ⎠ B L A M C O v u K J = e3ix + 3e2ix e –ix + 3eix e –2ix + e –3ix 8 = e3ix + e –3ix + 3eix + 3e –ix . Cela montre que la suite (vn) est une suite arithmé1 tique de raison , de premier terme : 3 1 1 1 = = . Une tangente commune aux deux courbes en x = 1, mais pas en x = 2. 4 4 est égale à 2 M2 M 4 à laquelle on ajoute 1 M2 Fin Si 12. 3 c. À l'aide d'un tableur (voir (fichier logiciels) on conjecture que : a. Vrai billet. Pour 2 étages : 1 + 3 = 4 il faut 4 truffes. On peut lui conseiller de dire : « Je retire désormais des cageots les carottes déformées. 1 1. Si la partie se déroule entre Laura et Fabien, il faut choisir un entier compris entre 1 et 1 000 000… Le temps de calcul (le nombre d'essais) avec l'algorithme par dichotomie est nettement inférieur à celui de l'algorithme par balayage. Décalage : • première lettre 1 ; • deuxième lettre 4 ; • troisième lettre 2. TP 10 Recherche d'un lieu On peut observer la courbe décrite par le point I quand le point A parcourt la courbe ℒ à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique : voir fichiers logiciels. t→+3 e. 3 La courbe représentative de f admet une seule tangente parallèle à la droite d'équation y = –x, au 2⎞ ⎛ 2 1 – 2ln 3 ⎢point ⎢ ; ⎟⎠ . P(X ⩾ 1,26) = 0,5 – P(1,03 ⩽ X ⩽ 1,26) ≈ 0,025. (x – x0) + = 2a0 2 2 b ∫a g(x)dx g(x)dx + ∫ x0 x0 –a0 g(x)dx + ∫ x0 +a0 x0 g(x)dx +∫ ∫a f (x)dx . Sur [0 ; 0,1], 0 ⩽ ex – ⎢ 1 + x + + 2 6 ⎟⎠ ⎝ ⎛ x2 x3 ⎞ ⩽ 0,000 004 3. × = un (n + 1)! 40n n + 1 segments possibles avec p points. Il n'y a donc pas de randonnée en 7 étapes ou plus ce qui signifie que pour tout n ⩾ 7, M n est la matrice dont tous les coefficients sont nuls. A et B sont symétriques par rapport à l'axe des réels. . n! Comme n0 > 41, vn < vn pour tout n > n0. x→0 lim(1 – ln x) = 0 et lim lnu = +3, x→e u→0 donc lim ln(1 – ln x) = – 3. + 0,5 ⎢– ⎢ ⎢ ⎢= ⎛ 9 ⎝ 9 9 ⎞ 9 ⎠ 9 7. ⎛ 1 1 1 ⎞ Supposons donc Lp = 7 + 3,5 ⎢ 1 + + + … 41 a. p = 0,15. ● 3 Deux droites ni parallèles ni sécantes ne sont pas coplanaires. Aire ABCMH = 12 + (x − 4) × 2 c. Ce qui est en contradiction avec ce qui est admis. On vérifie que 41 × 7 ≡ 1 [26].
d est dérivable 1 f (x) et d'(x) = ex – = . On a pour tout naturel n, vn + 1 = an + 1 – 2 3 1 2 1 1 1 1⎛ 2⎞ v n + 1 = – an + 1 – = – an + = – ⎢ an – ⎢ = – v n . En effet, la première formule saisie arrondit la valeur A3*B3 à la valeur entière immédiatement supérieure ; la deuxième formule saisie arrondit la valeur A3*C3 à la valeur immédiatement inférieure.
2 p(p – 1) +1+ p 2 Exercices d'approfondissement 53 Cette propriété semble vraie à partir de n = 4. g(x) = = 2 1 1+ x x 1+ 2 x Donc lim g(x) = 4 et lim g(x) = −4. 65 a. (x – 1)(x + 1) 1 1 + 2 + x. ● 3 Déterminer les diviseurs d'un entier 1 (72) = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72}. (Sn) converge vers 1 car lim ⎢ ⎢ = 0 car 0 < < 1. Pour tout

réel t > 2, l'aire du domaine sera supérieure à : Pour x > 0 : 1 - x < xE ⎛ 1 ⎞ ⩽ 1. Benoît (son logiciel...) a raison car la fonction notée e x − e−x sinh est définie sur R par sinh(x) = 2 e x+1 − e−x−1 = ex + 1 - e-x - 1. Un couple ⎛ ⎞ de suites constantes solutions ⎪ v ⎪ du système initial vérifie alors : ⎧u(0,04 − 0,001v) = 0 ce qui implique que u = 0 ⎨ ⎩v(−0,025 + 0,0002u) = 0 ou u = 125 ; v = 0 ou v = 45. La dérivée est du signe de : -(x - 100)(x2 - 200x + 9 999).
Fonction logarithme népérien • 137 n c. ● Pour tout réel x : 0 ⩽ (cos(x + 20))2. ⎝ 1 + i ⎠ 8. g divise ax + by, donc g divise c.
5 On admet que la densité f est constante sur l'intervalle [0 ; 1]. f est du signe de -x. 2 u − 1 f (un) − 1 un2 − 2un + 1 ⎛ un − 1 ⎞ n. On déduit de l'égalité Xn = (P × Dn × P– 1)X0 que pour tout n ⩾ 0 : ⎛ rn ⎞ ⎜ mn ⎟ ⎜ b ⎟ ⎝ n ⎠ ⎛ 1 0 0,5n ⎞ ⎟ ⎟ = ⎜ 0 0 −2 × 0,5n ⎟ ⎟ 0,5n ⎠ ⎝ 0 1 ⎞ ⎟ × Q × X0 ⎟ ⎠ ⎛ 0,5 − 0,5 × 0,5n ⎞ = ⎜ 0 0,5n ⎟ ⎝ 0,5 − 0,5 × 0,5n 0 ⎠ ⎟ × X0 ⎞ ⎟ ⎟ ⎠ d'où les trois relations demandées. ⎛ 0 0 0 ⎞ et X3 = X0 : Vrai : elle converge vers 1 d'après le théorème des gendarmes. ⎡ 2 2 ⎤ Partie C 1 La fonction est continue, strictement décroissante sur [0 ; π] à valeurs dans [– 1 ; 1]. f 1(x) ∈ ⎡ – ⎣ 27 27 ⎦ Partie B 1. Le volume de la boîte est maximal pour x = (2) x2 < a a a + b − a + 2 b 2 − ab a + 2 b 2 − ab < x1 = < < 2 2 6 ⇔ − a 2 + b 2 − ab < 2a + b 2 − ab ⇔ (2a − b)2 < a2 + b 2 − ab ⇔ 3a2 − 3ab = 67 b. f (x0) d. Comme b > 10, b = 17 ou 119. N(0,6 ; 0 ; 0,8). un+1 − un = 1 . ⇔ ⎨ i = 3r ⎨ 0,1i − 0,3r = 0 ⎨ ⎪m + i + r = 1 ⎪ m + i + r = 1 ⎪ ⎝ 1 / 9 ⎠ La solution est donc X = ⎛ 6 / 9 ⎞ . (M 2)– 1 × ⎛ 0,311 25 ⎞ = ⎛ 0,178 ⎞ Par calcul : 2 × 1,96 × < 0,1 donc n ⩾ 368,793 6. x→+3 x2 - x < f (x) implique lim f (x) = +3. La valeur de la variable N indique le nombre ● de boules de couleur noire dans l'urne. Les plans (EBG) et (AFC) ne sont pas perpendiculaires.
2 4 < 0,1 ainsi n > 2. c ⨯ m ⨯ (b − a). 14 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Ces événements sont des événements contraires. ● 5 323 est divisible par 17 et 717 par 3. Faux, car pour tout x > 0, (0 - g ′(x) < . Valeur approchée du nombre n : 0,776 6 × 4 = 3,106 4. Les solutions sont 1 008, 2 009, 7 000, 8 001, 9 002. Comme lim f (x) = M0 e b , on peut dire que pour x→+∞ ⎞⎞ 2 ⎛ − et ⎛ e − 1)t ⎞ e 100 ⎛ e 100 − e ⎞ ⎞ . Veff 10 ƒ0 1 ⎛ √1 − ƒ1 − f (x)dx = F ⎞ ⎛ ⎠ ⎝ ⎛ 1 ⎞ ⎛ e⎞ e 1 + 1 − . F(1) = 0 ; lim F(x) = +3 par F(x) = e 1 n. 15) ⎝ ⎞ ⎝ 5 z 9 = 2eipi = 3e 5i(1 + 2i) = -2 + 15 f.
1 1 ⎛ ⎞ 329 1 329 1 ⎞ 3. Compléments sur la dérivation De la même manière, sur]0,1] ; 0,12[, g(x) = 1. 3/ 8 3 b.
On s'appuie sur (SI), médiatrice des segments [AC] et [BD] dans les triangles SAC et SBD. t→t 0 ,t ⎞ t >t 0 c ⎞ − c t0 d ⎛ − 80t 0 − 1 ⎞ e 80 ⎞ e c⎞ ⎛ − t0 ⎞ d ⎞ ⎛ − 1 e 80 ⎞ = f(t0). lim pn = n→+3 1 . REMARQUE Voir Savoir-faire 3 de ce chapitre. l = 2 3t 2 − 4t + 2 est minimale lorsque f est minimale. ALMC est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu B. Matrices et études asymptotiques de processus discrets • 301 3 ● 4 a. ⎛ 10 ⎞ b. (x + 3)(x2 − 3x + 9) = x4 - x3 - 13x2 + x + 12. 1+ e x est décroissante et stricte3− x ment positive sur]– 1 ; 3[, donc f est dérivable sur]– 1 ; 3[. Fonction logarithme népérien • 147 Partie B b. 1 − ⎛ 5 ⎞ ⎞ ⩾ 0,99 ⇔ ⎛ 5 ⎞ ⩽ 0,01 ⎞ 6⎞ ⎞ 6⎞ 49 lim f (x) = +3 car lim 2 + ln x = 4 et lim 2 + ln x = 0+ , 1 + x2 1 + x2 Donc lim f (x) = 0+ . Nombres complexes b. – 30 + 10 20 x 2 + 1010 x − 1 = x ⎞ 3 ⎞ − 30 + + 2 − 3 ⎞ x 10 10 x x ⎞ Or lim x 3 = +3x→+3 x→+3x→−3 x→+3 x→−3. cf. a En fonction de x, - g ′(x) − 0 + b a +3 0 + 0 − g Si a < 0, < - x g ′(x) b < 0. Comme la fonction hk est croissante sur]– 1 ; 3[. Sujets type BAC 79 Cet exercice est résolu dans le manuel. p. 3. On en déduit que la courbe a une asymptote verticale d'équation x = -1. (2 – k)2 b. Il divise n(n + 3), donc, d'après le théorème de Gauss, il divise n + 3. f est dérivable sur ⎤ −∞ ; ⎡ comme somme 7⎤ ⎣ 14 a.
x→−3 5 − x par quotient : lim 9+ 2 9x + 1 + 3x = 2 9x 2 + 1 + 3x x→−3 12 − x = x + 12 ⎞ 12 x⎞ − 1 ⎞ ⎞ x ⎞ 1 x . Le problème « Pour toute valeur de a, donner le nombre de carrés possibles, de côtés pas forcément parallèles aux axes » reste un problème ouvert... M J 1 5. FK = 11 600 ≈ 3,714. lim f (x) = +3 et lim f (x) = +3. Suites p(p − 1) 2 92 a. 81 3. 120 km·h– 1 = ⎛ 1 ⎞ et m ⎞ ⎞ = 0.
Les nombres dérivés en x = 1 des fonctions f et g sont égaux, donc la tangente est commune. Prise de décision. lim f (x) = −3 ; l'axe des ordonnées est asymp→0 tote à la courbe . f ′(x) = x2 d. AB = z B − z A = 1 + i - 2 + i = -1 + 2i = 5 .
2a 4a 250 . Ln + 2 = couples du mois précédent + couples nés ce mois-ci. +i − +a 2 ⎞ ⎛ ⎞ 2 2 ⎞ ⎞ 2 kp u + n n c. 1 − 2n ⎛p ⎞ ; 0 ⎞ . x 2 x 2x On a le tableau de variations suivant : f ′(x) = x 4a2 0 f ′(x) + +3 0 − 2aln(2a) − 2a f −3 −3 La fonction f s'annule sans changer de signe = 2aln(2a) – 2a = 0 ⇔ a = 0,5e ≈ 1,36. 69 1. Donc en posant u = x , lim x→+3 u→+3 u x 1. (1) ⇔ 108 • 5. z - zB 3 c. z→+3 b. On déduit de cela et des conditions initiales que si les populations convergent, c'est vers un état d'extinction des deux espèces ou vers un état d'équilibre ⎛ 125⎞ indépendant des conditions initiales.
• a = 0 : évident. La droite Δ a pour représentation paramétrique : ⎧ x = 0,8 ⎞ y = 0,6 + t avec t un réel. lim n 3 = +3 ; lim 2n 2 = +3 et lim n = +3 . 63 b.
Fonction exponentielle ⇔ +3 g −3 3. Fonction exponentielle 3 a. (5 + 13k ; 4 + 10k), avec k un entier relatif. C'est tout à fait possible, par exemple si f est constante : et ƒ a + 1 a a +1 ƒa + 1 a g(x)dx = k ƒ a + 1 a a + 1 ƒ (x)g(x) dx = ƒa (kg(x)) dx = k ƒa g(x)dx g(x)dx . 2 2 2 n (n + 1) n(n + 1) n = 3 ⎞ < 2 012 < puis n (n + 1) < 4 024 < n (n + 3) . Pour décoder, il suffit alors d'appliquer le produit ⎛ ⎞V ⎞ ⎞N ⎞ matriciel ⎛ 4 5 ⎞ ⎞ 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ [26] . Un compteur de boucle C a été ajouté pour répondre aux questions suivantes. g x→+3 28 a. ● 3 ⎞ = ⎛ − p ; p ⎞ ⎞. La simplification de la réponse donnée par le logiciel s'en suit. 83 10. Δ = 1 − 4 = − 3 < 0 donc il y a 2 racines complexes conjuguées : − 1 + i 3 −1 − i 3 z1 = et z 2 = . ⎛ 447 ⎞ REMARQUE On pourra éventuellement réinvestir la loi binomiale.
n +1 + n n +1 + n Or n + 1 ⁻ n donc 2 n ⁻ n + 1 + n ⁻ 2 n + 1 ⁻ n. 20 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Si k = 0,18 (environ), l'équation a une seule solution.
1 105 = 5 × 13 × 17. n = 80 × 25 ; 0,2 ⩽ p = 0,4 ⩽ 0,8. Soit n un entier naturel, résoudre sur]2 ; +3[:f(x) − 3⎞ < 10−n ⇔ Or x ∈]2 ; +3[donc 3x − 6 > 0 ; d'où : 0 < c. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 37 + 74 + 148 + 296 + 592 = 1 210. ⎞ 2 2 v + v ⎞ ⎞ 1 ⎞ 2 3. Pour tout réel x > 0, dk′(x) = 148 • 6. 35 773 578 b. M(x) × M(−x) = M(0) = I. Sinon N serait pair.
Soit E le point d'affixe 1. ⎛ ⎞ v 22 − v12 ⎞ ⎞ v1 v 22 − v12 . 1 On remarque que Ln + 1 − Ln= 3,5 3,5 d'où Ln + 1 = Ln + . 62 a. n est premier avec n + 1 donc n divise 2n + 3. Réponse b. Le plan (DCI) coupe les plans parallèles (ADF) et (BCE) suivant deux droites parallèles, (DI) et (CJ). Par conséquent, comme I2 ∈ (I1, A1 correspond à (a) et A2 correspond à (b). Il faudrait mettre par exemple « 95 % de chances... ». Pour x < 0 : 1 - x > xE ⎛ 1 ⎞ ⩾ 1. ⎞ 2/ 7 ⎞ 1/ 7 ⎞ ⎞ La suite semble avoir pour limite −3 lorsque a > 0 et +3 lorsque a < 0 (suite constante nulle pour a = 0). Léo doit prendre son premier mètre 8 minutes avant, soit à 6 h 03, 7 h 20 ou 8 h 37. On pose A = 3. X 1 = ⎛ 0,4 ⎞ ; X 2 = ⎛ 0,24 ⎞ ; X 3 = ⎛ 0,304 ⎞ . 143 ⎛ 20 ⎞ n. (ACF) : x - y - z = 0, ⎛ 0,5 3 ⎞ ⎛ −8 ⎞ ⎛ 11,75 ⎞ à est inversible donc U = A – 1V = ⎞ ⎞ . Pour tout réel x > 0 : ⎞ f(x) = 2 = ln⎞ 1 + ⎞ x 2 ⎛ x ⎞ = x 2e 2 = x2 = 1 x⇔ x e2 − 1 1 . Reste de n mod 3 0 1 2 Reste de n4 mod 3 0 1 1 A(n) n'est jamais divisible par 3. Le système se traduit par l'égalité T = MT + ⎛ ⎞ où M est la matrice : M ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞.
Comme la variable aléatoire X suit une loi binomiale ℬ(n ; p), elle prend les valeurs entières comprises entre 0 et n. 5 . Fonctions sinus et cosinus • 93 41 43 a. Cet algorithme a pour intérêt de déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel N supérieur à 2 30, tel que < M , M étant un réel à « saisir ». E = { z ⎞ C / 2 < z < 3} { b. 2 3 12 17 b. u1 = 2 ; u2 = 2,25 ; u3 = g est décroissante sur]−3 ;0[et croissante sur [0 ; +3[, ayant comme minimum g(0) = 0. La suite (In) est décroissante minorée donc convergente. u6 = 197 et u7 = 281 sont également premiers.
• Si α = 2sin x cos x sin 2x = . Compléments sur la dérivation • 69 f ′(x) = x + v1 x2 v2 + 1 2 − 1 v2 v 2 x − v1 x2 + 2 v1 x 2 + 1 2 = (v 2 2) − v12 x 2 − v12l 2 (v1v 2 x 2 + 1 2 v 2 x + v1 x2 + 1 2) 2 . Comme hp′(x) = − 1 kp′(x), on en déduit que p 1 hp(x) = − kp(x) + C avec C constante. Sur l'intervalle [– 6 ; – 1[, f a un maximum égal à ln(2,3) ≈ 0,83, donc l'équation f (x) = 1 n'a pas de solution sur cet intervalle. 4 437 = 1 914 × 2 + 609. p p c. x = ± 1 − 2 ⇔ x = ± 2 = ± 1 . P(G ∩ P) = P(G) × P(P). 2 La fonction est dérivable en 6. Voir le tracé ci-contre. Il est négatif car, comme n > 2, φ(1) = e - 2n < 0. Il donc divise 609 puis 87. Intégration 2⇔ d. s np(1 – p) p) 1 3 1 n × m – = 0. y 26 7 645 370 045 b. Ln − ln Ln − 1 p − 1 ln 34 • 1. rAG = nAF + rEH k ⎛ 3⎞ a. n = n − ln(n(e−n + 1)) + ln2 = ln2 − ln(e−n + 1). -7 + i -7 - i 3 - 2i 3 + 2i -23 + = . Les valeurs cos x diminuent. » L'égalité est vraie pour tous les réels sauf 0. Le septième nombre impair est 13. 2 4 a. 1 + en On a donc pour tout n ⩾ 1, f (en) < f (αn).
Leur PGCD divise 2 ; or ces nombres sont impairs, ils sont donc premiers entre eux.
⎛ ⎞r ⎞ On résout alors le système : 0,7 ⎛ 0,7 0,4 ⎞ Matrice de transition : A = ⎡ ⎤ ⎣ ⎦. REMARQUE Un raisonnement par récurrence ne marche pas bien ici car la propriété n'est pas héréditaire (ou en ne peut pas le montrer). 561 = 3 × 11 × 17. Réciproquement g divise PGCD(a ; b) donc : PGCD(a ; b) = g. Vérification possible pour des valeurs choisies de R et k à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. ζ X ⩽ 2 ; X = 1 ; aire maxi ≈ 1,535... Un logiciel de calcul formel permet de développer (2x – 3)5 et (-x + 1)5 pour s'assurer de l'égalité. D'après le tableau de variations, 0 < f (x) ⩽ 1. ⎞ C ⎞ = C La fonction f 2 est donc continue en t0. 1 J O i 1 Partie B x D 1. f (0) = 1 . Pour k = 0,18 (environ), l'équation a une seule solution. ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ n ⎞ n ⎞ 2. Corrigés de l'activité • Sinus et cosinus 1. La suite (xn) semble décroître et tendre vers 1. PB(A) = 43 a. A(12) = 89 × 33. Conclusion : un = n+1 d. Conclusion : Dn ≥ n3 pour tout n ⩾ supérieur ou égal à 4. 87 a.
2 8 2 (4 – p) 2 Tangente à la courbe sinus T2 : y = x . Pour tout réel x, f(x) − x = ln(1 + x2) ⩾ 0.
La suite (an) est décroissante minorée par ln2, donc elle converge. Pour tout x > 0 : x→−1 b. T 0 1 x b. Deux droites sécantes sont coplanaires. 2 2 8. z′ = 1 = z − z − 1 − i = − 1 − i = 0, impossible. ⎞ ⎞ ⎞ 118 ⎞ ⎞ Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎛ a⎞ ⎞ grâce à y = x. Donc AB = 40 ; BC = 20 et AC = 20 . Pour tout n ⩾ 0, Xn + 1 = AXn avec A = ⎛ 0 1 ⎞ . Inférieurs à 10 000 : 2,05 %. X : variable aléatoire qui à tout échantillon de 250 personnes, associe le nombre de personnes qui sont de groupe sanguin O. On retrouve une nouvelle fois le nombre d'or Φ d'où le nom de rectangle d'or. Faux ; par exemple un = -2 + . C', D', C et D forment une configuration papillon 1 de Thalès, de sommet G. 0 c. L'évolution quotidienne de la répartition des vélos se traduit par l'égalité proposée. 33 A1 et A2 peuvent se traduire en termes de probabilités : probabilité que quatre personnes exactement parmi 5 prennent les valeurs dans les intervalles que l'on notera I1 et I2. » u0 = 1 ; u1 = 0,37. 64 1– 1. D'où 0 96 I1 = Donc 1 ⎞ ⎞ = p ⎞ ln(e x + 1) + x e + 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ − ⎞ ⎞ c.
Le calcul à faire est 0 1 2 3 4 X 2 Déterminons la droite parallèle à l'axe des y, d'équation x = ,qui coupe la surface dessinée en deux ● surfaces égales. Pour k ∈ [- 2 ; 0[,(k) est la diagonale d'un carré de côté (2 + k) donc (k) = (2 + k) .
1 176 = 23 × 3 × 72. Pour tout réel x : 2 ⎛ ⎞ f(−x) = ln(−x + x + 1) = ln⎞ (x + 1 − x)(x + 1 + x) ⎞ ⎛ ⎞ (x 2 + 1 + x) 2 ⎞ ⎞ = ln⎞ ⎞ ⎞ = −ln(x + x + 1) = −f(x).
En comptant : environ 40 cm2. f (b) − f (0) (10 − h)3 qui n'a pas de limite finie en 0. d'un manuel) permet de lever cette confusion fréquente chez l'élève. Or 1 1 ƒ0 f (x)dx = ƒ0 ax(1 – x2)dx 1 Donc a = 6. Quel que soit l'entier n tel que n > n0, on a un ⩾ u n 0. (z - iz)2 = z2- 2iz2 - z2 = - 2iz2. u est dérivable pour x ≠ 0.
Étape 3 P(X ⩽ 4,1) = 0,5 − P(4,1 ⩽ X ⩽ 5,3) ≈ 0,053 (voir savoir-faire 3). Soit E l'affixe de D. lim L(V) = L0 et lim m(V) = m0. ● b. 93 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. p ⎛ ⎞ ⎞ ⎞ a. up + 1 = up − 2(p + 1) < −p − 2p − 2 = − 3p − 2 < −(p + 1). Nous pouvons interpréter ces cycles en voyant que s'il y a des lièvres en quantité, le lynx se reproduisent et mangent les lièvres qui se raréfient, ce qui entraîne une baisse du nombre de lynx qui n'ont plus assez à manger, ce qui entraîne une hausse du nombre de lièvres qui ont moins de prédateurs et le cycle recommence. ƒ0 xf 0 168 TP 3 Simuler des échantillons d'une loi uniforme Partie A 1 à 6 Voir fichiers logiciels. 371 = 563 . Pour tout réel x : f(x) = ln(1 + x2) + ln(ex) = ln(ex + x2ex). Si p ≡ 1 [3] : p + 4 ≡ 2 [3] mais p + 8 ≡ 0 [3] ne serait pas premier. On note p la probabilité que la personne interrogée (choisie au hasard) soit un homme.
⎞6x′ + 2y′ = 1 ⎞ ⎞ −0,5 1 ⎞ d. REMARQUE On observe naturellement que si la probabilité imposée augmente, alors la taille de l'échantillon diminue. La fonction valeur absolue est dérivable en tout x0 non nul comme fonction affine autour de x0. Le paramètre p est inconnu. (3 − x)(1 + x) 2 9 = (logM0 – 6,07) ⇔ logM0 = 19,57 ⇔ M0 = 1019,57. • Second cas : si u0 = 15.
x 2 + 4x + 4 . 9 a. ii. z1 + z2 = 7 + i. La probabilité est ⎞ ⎞. Inférieurs à 1 000 : 3,5 %.
+ n0 = lim an − n−1 + ...
La fréquence observée sur cet échantillon (lot reçu par ce client) est 0,2 (=2/10). Il faut compléter la colonne C (sur papier par exemple ou en reproduisant la feuille de calculs) par les « probabilités cumulées » : P(X ⩽ k), 0 ⩽ k ⩽ n. 9x + 4 = 3 ⇔ 9x + 4 = 9x − 18. p ƒ0 π 2 f (t)dt = 0. Soit F la variable aléatoire fréquence associée. r2 d ×r ≈ 0,309 .
Comme P(A ∩ B) = P(A) × P(B), les événements A et B sont indépendants. 500e− 0,1t < 1 ⇔ t > 10 ln 500. Par suite, la valeur prise par 20 – N est le nombre de boules de couleur noire tirées. ⎞ ⎛ ⎞ ⎞ 2a 1 1 . 1 − 2 1 2 2 1 . ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ c.
x→−3 x→−3 x→+3 La droite d'équation y = 1 est asymptote à en -3 et en +3. Donc, pour tout z , z′ ≠ 1. n (1) ⇔ n . Conclusion : Donc 0 ⩽ un ⩽ 1 pour tout n . Donc la propriété est initialisée. • Le programme a simulé le tirage de deux boules de couleur noire (il reste un tirage).
Pour tout réel x, u(x) = x2 − ln(1 + x2) 2x 3x 2x 3 et u′(x) = 2x − = . f 65 b. Donc la suite (wn) est arithmétique de raison ln q et de premier terme w0 = ln(u0). ● P(H ∩ S) = 3 ● PH(S) = 11 564 .
a - b et a + b ont même parité donc a − b = 2 et a + b = 14 d'où a = 8 et b = 6. 1 − 2 donc 1 − 2 = 0,5. Or lim 2n = +3 car 2 > 1. ei2u = 88 a. (3 + x 2)(1 + x) (3 + x 2)(1 + x) x −1 − f ′(x) f 0 10 +3 +3 + +3 ln2 3.
aire(F1) = (b − a)f (a). 172 • 7. Sn = Entrée : n b − a) ⎛ Affecter R ← f ⎛ a + i ⎞ à R ⎞ n ⎞ / Sn = Fin Pour Affecter R b − a ⩽ i=1, i impair Traitement : Affecter 0 à R Pour i allant de 0 à n − 1 n−1 Sn = f (xi−1) + f (xi) + f (x1) + f (x2) + f (x3) + f (x4) f (x5) = x 3 n b − a ⎛ f (x0) + 4 f (x1) + f (x2) f (x2) + 4 f (x3) + f (x4) f (x4) + + + ⎞ n ⎞ 3 3 b − a ⎛ f (x0) + 4 f (x1) + f (x2) + 2 f (x2) + 4 f (x3) + f (x4) + 4 f (x5) + f (x6) f (xn−4) + 4 f (xn−3) + f (xn−2) + + + ... ⎞ n ⎞ 3 3 3 R b − a ⎛ f (x0) + 4 f (x1) + f (x2) f (x2) + 4 f (x3) + f (x4) + 4 f (x5) + f (x6) f (xn−4) + 4 f (xn−3) + f (xn−2) f (xn−2) + 4 Sn = + + + ... + ⎞ n ⎞ 3 3 3 3 Afficher R + 4 f (x1) + 2 f (x2) + 4 f (x3) + 2 f (x4) + 4 f (x5) + f (x6) f (xn−2) + 4 f (xn−1) + f (xn) ⎞ + 4 f (xn−3) + f (xn−2) f (xn−2) + 4 f (xn−1) + f (xn) ⎞ + + + ⎞ 102 a. Donc h(x) < 0 pour x ≠ - 1. Donc f est croissante sur]- 1 ; e] et décroissante sur [e ; +3[. 116 • 5. La hauteur minimale est hp (40) ≈ 35 cm. Le point M est défini par ses coordonnées (x1 ; y1), elles-mêmes définies par : ● x1 = Si[(k ⩾ 0) && (k < 10), 0, si[(k < 0) && (k > −2), −k, 0]] ; y1 = Si[(k ⩾ 0) && (k < 1), k, si[(k < 0) && (k > −2), 0, 0]]. Les droites d et d′ sont non coplanaires. G une primitive de g. Tous les termes de un + 1 − 1 sont supérieurs à zéro, donc finalement up + 1 − 1 > 0. On a fn′(e−n) = −n − 1 − ln(e−n) = −n − 1 + n = −1. y 2 = ⎞ c c−a⎛ 1 b−c ⎛ 1 b ⎞ ⎛ f (x)dx ⎞ . (P(F .
P(D) = P(M1) × P(M2) = P(M1) × P(M2) = 0,025 × 0,025.
2 019 est divisible par 3. ( ) 1 X 1 ⎞ ⎛ b. On a : f ′(x) = x (x − 1)2 x (x − 1)2 b. Ils correspondent aux longueurs successives des rectangles emboîtés sur la figure. Comme pi > 1, N > pn. Donc g′(f(x)) = -Asin(ax + b) et (g • f)′(x) = -aAsin(ax + b). (EIJ) : x - y - 3z + 1 = 0. 20 b. Elle n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation étudié à la question précédente. f x) = +3 +3 1 a. Donc cos(t) = 0 ⇔ cos 3t = cos t ⇔ t = 3t + 2kπ ou t = − 3t + 2kπ c. t = ⎛ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎛ 1,38 ⎞ 2,15 ⎞ ⎞ ⎞ 2,76 ⎞ ⎞ ⎞ 3,19 ⎞ 1,35 ⎞ Solution T ≈ ⎞ ⎞. 10 pt p = − 2kπ ⇔ t = - 5 + 20k. g semble croissante sur]- 1 ; +3[. Cet exercice est résolu dans le manuel, p. ⎞ z = 0 ⎞ ⎞ x = 0 ⎞ ⎞ c. cos x 0 1 59 0 + 0 h AC sin 60 = BC = 1 AC CB 3 a. La plus petite distance IA affichée est obtenue pour a = 1,690. Minimum de f : y 5 0 5 x 1E – 0007 y 0 1 000 8 x Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. p ⩾ − d. Nombres complexes • 183 3 - i (3 - i)(1 - 3i) -10i = = = -i 1 + 3i 10 10 c. x→4 x→4 26 a. 6 6 Le signe de ce discriminant, indiquera si N = 1, N = 2 ou N = 3. D'où sin u = u + tan 2 2 Donc 52 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. n = 25 ⩾ 25 et 0,2 ⩽ p = 0,2 ⩽ 0,8. n0 = 43 appartient à S. N– 2Q−R. f(x) = 15 x est dérivable sur]0 ; +3[.
Initialisation : u0 = − 5 donc u1 = 25 − 15 = 10 ⩾ 0. Condition imposée dans l'énoncé : × × × × = ≈ 0,80 . 87 1. L'aire est : A(x) = 12 + x ƒ4 (2t − 6) dt. C'est une probabilité conditionnelle : 59 (lecture de l'énoncé). Le plus petit nombre composé de deux facteurs premiers et supérieur à 100 est 106 = 2 × 53. y ⎛ c = −a ⎞ ⎛ g(0) = 0 e−7b + e7b ⎞ ⎞ + c = −9 ⎞ a 2 . On a donc : fn+1(x) − fn(x) < 0 sur]0 ; 1[⎛u ⎞e ; +3[, fn+1(x) − fn(x) > 0 sur]1 ; e[et fn+1(x) − fn(x) = 0 en 0 et en e. 307 est premier.
Système décimal 8 Base 3 0 1 3 2 3 1 Système décimal 8 Base 3 22 33 2 3 2 100 10 4 3 3 3 11 10 3 5 6 3 12 20 11 3 102 110 3 3 b. = 3 et = − 20.
Donc k est divisible par 1 1 2 x= . y 1 x 2 0 − 1 2 x ℓ x→+3 0 g′(x) = 2x 1 − x 2 e . 3−e 2e − 1 ⎡ Donc f est au-dessus de g sur ⎞ ; +∞ ⎞ et ⎞ 3 − e ⎞ 2e − 1 ⎞ . x 2 M1 -1 = 0 ⇔ x M 0 -1 1. h −0 1 = est de limite infinie en h h h 0. cos ⎛ x ⎞ ⩽ 0 ⇔ ⩽ x + 2 6 2 3 3 ⎞ ⎛ 6 x f ′(x) − 0 + y p 3 p 0 f 0 − y 0 p 3 p 3 p 4p − e 3 3 ≈ – 0,23. Pour tous réels x et y : ⎛ x2 2 ⎞ y2 2⎞ M(x) × M(y) = ⎞ 1 + xA x + A ⎞ ⎞ 1 + yA y + A ⎞ 2 2 ⎛ x2 y2 ⎞ 2 + xy ⎞ x A +0+0+0 = I + (x + y)A + ⎛ 2 ⎞ 2. Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 7 Dans un repère (O ; I, J), on appelle A, C et B les points de coordonnées respectives (– 1 ; 0), (2 ; 0) et ⎛ 2 ⎞. Ce point est un centre de symétrie. l 26 X : variable aléatoire qui à tout client de cet hypermarché choisi au hasard associe « son « temps d'attente à la caisse. lim n = +3 donc lim un = +3 par les théorèmes n→+3 n→+3 1 35 36 a. Les termes de rang N + 1. On construit les points M et N d'abscisses 2 + h. 1 ⎛ w =l + 1 z.
g′(x) = 2 4x 2 + 3x + 1 2x − 2 2x + 1 . C'est également la probabilité 18 983 138 ≈ 0,530 6 . Alors up + 4 ⩾ 6 ⩾ 4. Corrigé de l'activité De Moivre ou Laplace ? 2 Le résultat affiché par le logiciel (Xcas) est étonnant mais correct : C = (3 600x + 1 024)2(x - x2) C = (12 960 000x2 + 7 372 800x + 1 048 576)(x - x2) C = -12 960 000x4 + 5 587 200x3 + 6 324 224x2 + 1 048 576x.
ƒ f (x)dx = ƒ a a b−a b b a ⎞ a ⎞ = − = 1 . ● 4 2 Par le théorème des probabilités totales : (X n + 1) i = 0,85∑ ai,j (X n) j + 0,15 × 0,25. Les coefficients directeurs des tangentes en (OA) ln a 1 et . On sait que pour tout naturel n : n n ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ vn = 1 = v 0 ⎞ - ⎞ = - ⎞ - ⎞. 5e x. 1 − e−x 1 + e x e x e+1 (1 b. Sur]- 3 ; 2[, ln(−x2 − 2x + 6) < ln(2x − (2)2) (2) ⇔ −x2 − x + 6 < x2 − 2x3 − 3x − 2 > 0 (2) ⇔ x < − 0,5 ou x > 2 ⇔ x. Dans]- 1 ; 2[H V O u C On « voit » que H est l'orthocentre de ABC. x f est continue sur]0 ; +3[et f ′(x) = 1 − 1 x 0. lim ln ⎞ 2 + ⎞ = ln2. b5a1 = 19 849. 10 1. La pertinence d'une page P est la somme des pertinences des pages pointant vers P, chacune étant divisée par le nombre de liens émis par la page pointant vers P. Le logiciel aurait pu donner g est décroissante sur [0 ; ln2], donc sur [0 ; ln2].
« Environ 56 % des Français » : il s'agit en fait des 56 % des personnes interrogées. f ′(0) = 0.
Les restes possibles sont 0, 3, 6 ou 8. x 1 x→0 2. De même, f k est continue sur [1 ; e], f k(1) = 0, fk(e0,5) > 0 et fk(e) = 0, donc fk admet un maximum sur [1 ; e]. La fonction n'est pas définie en 0. 2) À partir de cette première valeur, on ajoute des multiples de 2π tant que l'on se trouve au-dessus de b. En cellule F49, la fréquence fluctue autour de la valeur 0,95. F′(x) = f(x).
x→0 x→+3 • Dérivée f ′(x) = 3 (x + 1) − (3x − 1) × 1 (x + 1)2 = 4 (x + 1)2 f (x) ⩽ x + 1 implique lim f (x) = −3.
- 3 h″(x) = 0 h′ +3 0 + Les variations de h sont : -3 h′(x) h 0 − 0 +3 +3 + 3 2 2 La conjecture est vérifiée : la distance est minimale lorsque M = M0 = A(0 ; 1) et elle vaut 2 2 ≈ 2,828. h 6 h f (−2 + h) − f (−2) = − 1. 24 360 TP 2 La marche de l'ivrogne Partie A 1 La personne fait exactement 20 pas et pour chaque pas, elle se dirige aléatoirement à gauche ou à ● droite : cela justifie les valeurs prises par la variable J et l'utilisation d'une boucle itérative.
La somme des diviseurs amiables sont les deux nombres amis.
Vrai car tz = −z. Contre-exemple : f (x) = −x sur [– 1 ; 2] : − ⎞ −2 −x dx = 1,5. En cellule C18 : ≈ 0,951 8 ; en cellule C19 : ≈ 0,978 7 ; donc b = 17. z n = r n et arg(z n) = nu . 8 Équation d'une tangente en x = a : y = f ′(a)(x − a) + f(a). P(X < 1) = a=1 ƒ0 1,5 e−1,5t dt 1 = ⎡⎣ −e−1,5t ⎤⎦ = 1 − e−1,5 ≈ 0,777 . lim x − e3x = +3, car lim x x→+3 x z→+3 x 3. Soit vn = un - 1 ⩽ 1 > 0 Donc f est strictement croissante (x + 1)2 sur]0 ; +3[. 0 0 v0 - 10 x. y 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 B ℰ A 1 2 3 4 X Soit [a ; b] un intervalle tel que 0 ⩽ a ⩽ b ⩽ 3. 1 7 Cette représentation « devient symétrique » : cette représentation à l'aide des rectangles contigus l évoque une courbe en cloche. Donc g est décroissante. = n1 + 1 1 n 3 3 ⎞ 3 2 ⎞ ln ⎞ 1 − − 2 ⎞ 1 ⎞ − − 2 ⎞ n n ⎞ = 1 n n pour n ⩾ 0. • La partie entière de 0,22 × 30 étant de 6, et celle de 0,28 × 30 étant de 8, la valeur recopiée par Hasna découle du calcul : P(Xn = 30 ⩽ 6) − P(Xn = 30 ⩽ 8) = −(P(Xn = 30 = 7) + P(Xn = 30 = 8)). 2 Soit la résolution de eax + e-ax − = 0.
Non, on ne peut pas privilégier une localisation particulière de la proportion dans un intervalle de confiance. 85 a. On tient les deux couples dans l'équation. p 2 π 0 −sin x 0 1 g − 1+ g 1 − p 2 5p 2 7p 2 + 3p 2 − 1+ 1− 3p 2 4π 7p 2 Donc g s'annule une fois sur l'intervalle] 0 ; 2π[, une fois sur l'intervalle] 0 ; 4π[... 4, 25 ⎞ ⎞ Sur]– 5 ; f et g sont dérivables. 28 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 Non car 111 n'est pas divisible par 11.
D'après le tableau de variations, il existe un unique réel α tel que f (α) = 0, et donc un unique point d'intersection I de avec l'axe des abscisses. 2x ln x 16 a. (On peut éventuellement construire un arbre pondéré pour conclure.) ● Corrigés des travaux pratiques Pari TP1 Partie A 1 a. Autrement dit, si le nombre de boules noires tirées est 1 ou 0. x1(t + π) = 0,1sin(2(t + π)) = x1(t). Pour tout entier naturel k > 0 : k + 1 1 −1 = ln⎛ k + 1 ⎞ k ⎞ k ⎞k 1 = . 1. On cherche le plus petit réel m tel que, quel que soit l'entier n ⩾ m, on a |un| ⩽ 0,01. Géométrie dans l'espace c. -3 g ′(x) 0 g - 6. exercices d'approfondissement 75 a.
x→+3 y 1 totale . 90 ⩽ en déduit que vn = ln⎛ 3 × 4 × ... 42 b. 0 - 2π p − e 3 3 − 3.
Dans ce cas, l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est défini par : 1 1 1 ⎞ 1 1 ⎞ ⎞ ⎡ ⎤ f − n ; f + n ⎞ = ⎞ ⎡ 0,53 − 2 × 625 ; 0,53 + 2 × 625 ⎞ ⎞ 1 512 1 ⎞ 1 1 ⎞ 512 ⎞ ⎡ f 2 − n ; f 2 + n ⎤ ⎞ = ⎞ ⎡ 680 − 680 ; 680 + 680 ⎞ ⎞ ≈ [0,714 5 ; 0,791 3](distance 80 km). D'après ce calcul, la probabilité que la personne atteigne l'arrêt de bus est approximativement égale à 0,176 2. D'où l = 0.
0 x 9 4+ 6 4− 6 6+4 ≈ 3,7 5 0 f −66 6 + 4 ≈ −2,1 5 − 2,7 Donc l'ensemble image est : ⎡ 6 6 +4⎤ [f (9) ; f (4 + 6)] = ⎞ −2,7 ; ⎞. On en déduit que MA = MB = MC. b. 64 a. 1+ x 1+ x Donc g est croissante sur]– 1 ; 0] et décroissante sur [0 ; +3[. Cette droite semble être la tangente à . p oux x = π sur [0 ; π]. 2 ● Pour y ⩾ 0, x2 + y2 = 1 ⇔ y = 1 − x . On montre de même que H appartient aux deux autres médianes du triangle ABC. ⎞ 9⎞ c. 13 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. N = b − a [7].
Pour tout x ≠ 0 : (x − 2)x + 2x − 2x + 4 (x − 2)x − 2 = x + 4 ⇔ g(x) 2x + 2 3x − 3 2 f (x) = x+5+2 x+1) = x + 5 + 2. c. 0,111 241 2 PtA(S) = 1 – PtA(E) – PtA(L) = 0,480 1. On en déduit que a ≡ 1 ou 8 [9]. +3 f ′(x) 100 0 – x −3 + f ′(x) 99 0 10 + f − 0 +3 101 + 100 0 0 − 101 0 + 100 e 10 1 − ex ex − 1 = − . ⎛ − ⇔ ⎛ .
MN2 + MP2 = NP2. tion suivante : ⎞ ⎞ 1 655 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 1 578 ⎞ ⎞ 51 50 ⎛ ⎞ 1.
sont orthogonales. Matrices et études asymptotiques de processus discrets 0 ⎛1− 5 ⎞ ⎞ ⎛ 2 ⎞ ⎞ n ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎛ ⎛ 1 ⎞ ⎞ ⎞ × ⎞ Q × ⎞ ⎞ . 2 2 2 2 2 REMARQUE Il faut bien prendre en compte que ce couple a eu deux enfants de même sexe. On a OC = OD donc |c| = |d|. D'après a et c, on a : Donc n 1 1 1 − = 1 + 1 - pour tout n n k=1 - 1 k k=2 An ⩽ 1 + ∑ et n ⩾ 2.
Aucun intérêt : la probabilité que la variable aléatoire fréquence F prenne ses valeurs dans cet intervalle est toujours supérieure ou égale à 0,95. dn(0) = 1 ; dn(2) = e2 − 2n < 0 car, pour n > 2, 2n > 4. X0 = ⎛ 0,1 ⎞ et A = ⎛ 0,6 0,9 ⎞ . 5 Initialisation : u1 = . D'après 3. Il semble que : lnx < 0 ⇔ 0 < x < 1 et lnx > 0 ⇔ x > 1. PtM(T) = 0,001. 8 13 104 1. Par (**), pour 1 − x > 0, on déduit : e−x ⩾ Donc si 0 ⩽ x ⩽ B, alors 0 ⩽ An ⩽ Bn. c. f ′(x) = ex- 3 > 0. 2 186 • 8. d3 − d2 = (rBC , rAC) [2π] = (rCB , rAC) [2π]. 3 4 5 6 7 ⎛ 2 1 1 5 10 10 5 1 1 2 On en déduit que la courbe représentative de g est symétrique par rapport à la droite d'équation x = 1. rAC ⎛ 8 ⎞n'est pas colinéaire à nAB ⎛ 4 ⎞ ; A, B et C ⎞ ⎞ ⎞ 1 ⎞ −2⎞ forment donc un plan.
Réciproquement, le polynôme P défini par P(x) = x est bien solution du problème.
Fonctions sinus et cosinus 0 − 0,2 + 0,1 ⎞ p ⎞ 3. (4) F appartient pas à au plan (DCB) donc les quatre points ne sont pas coplanaires d'où les droites non plus. 22 c. et b. lim f (x) = 5 ; lim f (x) = 5. La probabilité est ≈ 0,249.
L'événement ⎛X > 1⎞ est un événement impossible. ⎞ x = 5. Notons a l'abscisse du point A situé sur ℰ. a4 = 15. a C'est-à-dire ⎞ x 2 Pour une période sin x > cos x ⇔ cos x ⩽ p p p - sin x sin < 0 ⇔ cos ⎛ ⎞ x ⎞ ⎞ < 0 ⎞ 4 4 4⎞ p p 3p 5p Les quatre points ne sont pas coplanaires.
Avec un quatrième point D(0 ; 1 ; 1) on a rAC ⎞ 1 ⎞ ⎛ 0⎞ ⎛ 2⎞ et rAD ⎛ 2 ⎞ non colinéaires. ⎞ ⎞ ⎞ 59 ⎞ 3. Initialisation : u1 = donc u0 > u1. • Si u0 > 2 alors u0 > u1 et (un) est décroissante. = e ⎞ = n ⎞ −n ⎞ 0 1 b. Montrons par récurrence que un + 1 ⩾ un. D A I B C ⎞ O i d. 2 –abt c. Dans la cellule C3, on saisit : « =1/A3^2 ». Pour x > 3, f ′(x) = y 4 2 cosu = ; t1 = 30 15cosu t2 = 7+ ℰ1 2 4 sin u 7 sin u cosu = . P(X ⩾ 10) = 1 − P(X ⩽ 10) = 1 − [1 − e-λ × 10] = e- 5 ≈ 0,006 7 27 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Donc n = 20 4 = 64. ⎞ 3⎞ I 8 N M J A H E D A C B Pour aller plus loin 106 1. ⎞ ⎞ 3 ⎞ ⎞ 1 ⎞ u ⎞ − < 0 : donc u ne s'annule pas sur]−3 ; 1]. 2 ; 0,5 x 0 - 1,5 - 0,5 0,5 1,5 2,5 1 Pour x > 1 on a x > 1 et donc ⎞ x ⎞ = x. ⎞ ⎞ 1 ⎞ ⎞ = 0 et f (x) = 0. Une volaille ne vit pas indéfiniment ! a b. Voir la figure ci-après. x 0 f ′(x) - 2 3 p p f est croissante sur ⎛ 0 ; ⎞ et décroissante sur ⎡ ; p ⎤ . un + 1 = sn + 1 + 8 750 = 1,04sn + 9 100 = 1,04(sn + 8 750) = 1,04un. Par récurrence : Initialisation : u0 = 2 donc la propriété est initialisée. s divise 8 donc s = 1, 2, 4 ou 8. Impossible. 34 Les vecteurs nAB(- 3 ; - 4 ; 1) et rAC(- 5 ; 2 ; - 7) ne sont pas colinéaires, ainsi les points A, B et C ne sont pas alignés et définissent donc un plan. x3 - x2 + 3. ⎞ 2⎞ ⇔x=kp ⎞ ⎞ ⎞ ⎛ 2 ⇔ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ = 2cos⎞ 3x ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⇔ ⎞ ⎞ ; f 2′ ⎞ k ⎞ = 0 ou 1 ou - 1. g est continue en x0 + 0 car : lim La variable p0 prend la valeur b x0 +a0 g(x0) k = f (x0) f (x0) a f (x0) a0 × + a0 ⎞ × +0⇔ 0 . (1) ⇔ x 2 + 1 = ek – x ⇔ x2 + 1 = e2k – 2xek + x2 152 5.
La suite (u n) est croissante majorée donc elle converge.
vn + 1 = un+2 1 − 4 = 1 2 un+1 (1 + 2) − 4 4 0< vn +1 − vn 2 Donc lim vn = −1. n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) = 6n + 15 n'est pas divisible par 6 car 15 n'est pas divisible par 6. Pour tout entier naturel k : fk(1) = fk(− 1) = fk(e) = 0.
Donc la suite (un) est géométrique de raison 2 et de premier terme u0 = 2. ● 0,78 ≈ c. 35 1 a. ⎞ ⎞ −k 2 x ⎞x + k⎞ ⎞ k(R2 − x 2 – x) − kx ⎞ − 1 .
u−0 Donc lim un = 0. La vitesse d. ● ⎧ x = X + at ⎞ (AH) : ⎨ y = Y + bt avec t ∈ R. ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ b. 8 divisions. 12 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Donc 4 ⩽ up + 1 ⩽ 15. L'expression proposée permet de supposer que a = 2 ; b = − 3 ; c = − 1 et d = 1. ⎞ x x x x . tz = -z ⇔ x - iy = -(x + iy) ⇔ x - iy = -x - iy ⇔ 2x = 0 ⇔ x = 0 ⇔ Re(z) = 0 ⇔ z i où i désigne l'ensemble des imaginaires purs. 12 12 4 b. 3 3 3 9 Corrigés des travaux pratiques TP 1 Sections planes du cube COMMENTAIRE L'objectif de la partie A est la perception de la notion de section, et de différencier celle-ci du triangle IJK, puis de comprendre les propriétés des polygones rencontrés. Vrai : démonstration par l'absurde que la limite ne pourrait pas être – 1.
xn xn−1xn−2 ...x1x0 = xn × xn − 1 − xn − 1 × + ... + x 1 x a 1 + x 0 x a 0. ⎞ 00 ⎞ ⎞ ⎞ 00 ⎞ ⎞ 10 ⎞ ⎞ 10 ⎞ ⎞ 12 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. xA = f (x) + f (−x) 2 3. Pn + 1(xn + 1) = xnn + 11 + Pn(xn + 1) et Pn + 1(xn + 1) = 1. n→0 54 x→+3 2 1 ln f (x) ⩾ 1 ⇔ x→+3 0 2 −1 ln x 2 0 = 1. ln (e 1 − 1 1 = 1.
⎛ 3 1 ⎞ ⎛ ⎞ p ⎞ ⎛ p ⎞ − i = 2 ⎞ cos ⎞ − ⎞ + isin ⎞ − ⎞ ⎞.
⎛ ⎞ = ⎞ 2x R 2 − x 2 − ⎞ 3⎞ R2 − x2 ⎞ 2 px ⎛ 2R 2 − 3x 2 ⎞ s'annule pour R . xk - 1 est divisible par x - 1. 19 2x + i(1 - 2y) x - 1 + i(− y − 3)(2x + i(1 - 2y))(x - 1 + i(y + 3)) (x - 1)2 + (y + 3)2 2x(x - 1) - (1 - 2y)(y + 3) 2x(y + 3) + (1 - 2y)(x - 1) . Comme MF2 = ⎞ a − . cosu + 1 cosu + 1 cosu + 1 2Z = On peut bien entendu le faire en passant par la forme algébrique et c'est plutôt la méthode qui est attendue auprès des élèves mais on peut évoquer cette méthode plus rapide. (5k ; 454 - 3k) avec k entier relatif. lim f(x) = +3 x→+3 lim un = 0 donc lim un = 0. ⎞ 3/ 3 2 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 11 ⎛ 2 4 4 6 10 ⎞ ⎞ = ⎞ ⎞ 4 8 5 5 5 ⎞ ⎞ 1 1 2 3 6 AxB = ⎞ – + +0 + 5 5 5 ⎞ ⎞ 4 4 4 6 2 ⎞ 2 4 – + + ⎞ ⎞ – 4 + 4 0 5 5 ⎞ ⎞ 1 ⎞ 0 ⎞ 0 5 ⎞ ⎞ 0 ⎞ 0 ⎞ ⎞ ⎞ A x 8 = ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 6 7 1 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 1 4 + 3 ⎞ ⎞ ⎞ 2 0 ⎞ 0 5 ⎞ 1 ⎞ ⎞ 1 ⎞ ⎞ 4 ⎞ 0 10 1 1 0 ⎞ ⎞ 10 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 352. Partie 3 ⎛ 3 ⎞ 045 ⎞ 0 1. On pose A = 1 + 2 + . zC2zA ⇔ (– 4 - 3i)2 (2 + 3i) ⇔ 14 - 72 + 21i + 48i = - 58 + 69i. Conclusion : On a donc démontré que pour tout naturel n . an + 1 = − an + 1. p (p + 1) 2 2 e 1. n ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 66 1 66 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎡ 3 − n ; f 3 + n ⎤ ⎞ = ⎞ ⎡ 82 − 82 ; 82 + 82 ⎤ ⎞ ≈ [0,694 5 ; 0,915 3] (distance 120 km). f ′(x) = 0 ⇔ − x = 9 − x 2 (1) 9 − x2 Pour x > 0, (1) n'a pas de solution. Comme un est continue, lim u(a + h) − u(a) = 0. Les vecteurs normaux aux trois plans ne sont pas coplanaires donc parmi les trois plans il n'y a pas de couple de plans parallèles, et ils ne sont pas tous les trois sécants suivant une même droite. f ′ est du signe de 2x − 1. n doit être un entier d'entier. 100 b. 2 2 (b + a)(b − a) ⎛ b+ a⎞ ⎞ = (b − a)⎞ 1 + ⎞ ⎞ a ⎞ 15 = ⎞ ⎞ a = 60 ⎞ b 58 a. Cette intégrale est égale à ⎛ f (x) − f (a) et si f (a) ≠ 0 l'égalité proposée est fausse. y=- +3 −3 ⎞ f + (f − x) = 0.
0,895 Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. Partie B 1 Voir fichiers logiciels. En choisissant la hauteur BF et la base EFG : 1 VBEFG = . ⎞ ⎞ 3.
Oui car x ≠ 10,5. n est un nombre de Carmichaël donc pn − p est divisible par n et donc par p2. Fonctions sinus et cosinus • 87 Aire partie hachurée : x x x xR 2 R2 nR2 – R2sin cos = – sin x.
Ce réel n'est pas unique d'après le théorème des valeurs intermédiaires, mais pour montrer qu'il n'y a effectivement pas unicité il faut utiliser un exemple. 1 5 h.
63 a. xi +1 ƒxi −1 pi (x)dx = b. f = ≈ 0,562 5. x→+3 x→−3 x→−3 54 • 2. 3. rAD = -rBC.
⎛ 0,5 0,5 ⎞ ⎛ ⎞ ⎞ 0,5 0,5 ⎞ ⎞ ⎞ Si on part de A, pour tout n ⩾ 1, la probabilité d'en être en A vaut 0,5 si n pair et 0 si n impair ; la marche aléatoire n'est donc pas convergente.
⎞ 9 ⎞ 9 ⎞ ⎞ 2e ⎞ ⎞ e + 1⎞ u0 = 1 − u1 = 1 − e . ⎞ . Hérédité : Supposons que up ⩾ 0 avec p *.
Identité de Bézout. 1 1x + sin(2x). Faux : f. La probabilité calculée est strictement inférieure à 0,95. 55 Si x < 0 , alors n < 0, et lim x −n = ±3 en fonction de et lim f (x) = 1 + b . g(t) = − 2t + 20. g est strictement croissante donc : lim = 0 ; f est strictement croissante sur]0 ; +3[. eia = ⎞ 1 1 – eia iw – ia e e . ⎛ 3⎞ 1 P(N ⩽ X ⩽ 0) = Aire(AOD) = . (u3 ; v3) = (– 1 ; 3). Nombres complexes • 193 ln−l = 1 donc LN = MP m-p d. ⎞ −0,5 1,2 ⎞ à l'extinction des deux espèces.
x−1 x→+3 La courbe admet une asymptote d'équation x = 1 et une asymptote en +3 d'équation y = 2. • Or mbc′ × mdd′ – mbd′ × mdc′ = 0 donc A n'est pas 27 23 a. x→+3 On a donc pour tout réel x > 0, ln(1 + x2) > 2lnx. u(t + T) = u(t) signifie qu'à partir d'un point M(t ; u(t)) de la courbe, on sait que le point M′(t + T ; u(t)) est également sur la courbe. Il faut déterminer l'espérance de la variable aléatoire implicitement définie dont la densité associée est la fonction f. ƒ1 1 x (x)dx = ƒ 42 × x × x × x = (x) 5 dx = 42 × 0,25 (minute) donc 15 secondes. eix + e-ix = 2cosx donc cos = ⎛ eix + e -ix ⎞ 3 c. Lois à densité [5,1 ; 5,3[[5,3 ; 5,5[[5,5 ; 5,7[[5,7 ; 5,9[1 6 16 33 1 = 0,012 5 80 0,075 0,2 0,412 5 [5,9 ; 6,1[[6,1 ; 6,3[[6,3 ; 6,5[18 0,225 4 0,05 2 0,025 On peut par exemple choisir comme unité d'aire : un carreau pour une fréquence de 0,012 5 . ⎞ −3e2 = ⎞k −3e2 x0 − e2 (2) ⇔ ⎞ ⎞ ekx0 = −3e2 x0 − e2 ⎞ b. 1 1 1 − ⎞ > 2 pour tout k ⩾ 2. Par conséquent, les plans (SAC) et (SBD) sont perpendiculaires.
7 1.
f1 = ≈0,753 9 ; f 2 = ≈ 0,752 9 ; 191 680 66 29 f3 = ≈ 0,804 9 ; f 4 = ≈ 0,617 0 . Nombres complexes • 185 b. C'est une probabilité conditionnelle : J (jumeaux) fausse couche G a. 29 1. ● f ′(x) = g′(x) = 6−x . h est définie sur]– 1 ; 1[2 et h(x) = ln 1 − x − ln5 + ln((x + 1)2) = ln⎛ (x + 1) 1 − x ⎞ . 15 Des restes impossibles 1 n étant le nombre de lignes, le damier étant carré, il y a n2 cases. f ′(x) = 0 ⇔ x = . 48 48 48 48 48 ⎛ 35 ⎞ c. 130 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Pour bouger une pyramide à n + 1 étages en un minimum de déplacements, il faut déplacer les n étages supérieurs sur la tige d'à côté en un minimum de déplacements puis déplacer le gros disque de la tige et remettre les n disques. n→+3 n→+3 n→+3 d'après le théorème des gendarmes, lim unvn = 0 . ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 0,9 0,0 ⎞ ⎞ ⎛ 1 ⎞ 2,1 ⎞ Dans ce cas la croissance démographique est moins importante. Sinon, 1 = N − p1 × p2 × ... × pn est divisible par un pi. • Diego a trouvé deux solutions mais son raisonnement repose sur l'affirmation : « Si b ƒa f (x)dx = 0 alors f(x) = 0 pour tout x de [a ; b]. 2+ 6 6- 2 ⎛ p ⎞ ⎛ p ⎞ ⎞ est ⎞ − ⎞ a. La suite ⎛ 1 ⎞ est entre (vn) et (un) en termes de rapidité. Fonction logarithme népérien • 131 b. b. P(A) = P(A ∩ E1) + P(A ∩ E2) (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles) = P(E1) × PE1(A) + P(E2) × PE2(A) Fréquence 34,5 21 11 (en %) [0 ; 5[[5 ; 15[[15 ; 25[[10,5 23 2 55 [30 ; - 15[[- 15 ; - 5[[- 5 ; 0[(en m) Fréquence 34,5 21 11 (en %) [0 ; 5[[5 ; 15[10,5 23 2 55. log(5,7×10– 3) = log5,7 + log(10– 3) = − 3 + log5,7. g′(x) = − x 0 g ′(x) - 0 g 0 −3 g(0) - 3 + 3
Dans ce cas, cette personne atteint exactement l'arrêt de bus. 12 ans. lim n = +3 et lim lnn = +3, x→+3 u→+3 u1+1 1 − x ⎞ . Pour tout x ≠ 0 et lim lnu = − 3, donc x→−3 u→0 Partie B lim f (x) = 3. DIJC est un parallélogramme. b b ax + b) = 0 ⇔ x > − . donc − 0,4, ce qui revient à écrire : 0,4a + b = 0. 0 4f Donc si b = 0, il existe un unique point M de qui rend AM minimale. n n ⎞ ⎛ n ⎞ Xi on a ⎞ e ⎞ n = xn. 4 2 Sur [0 ; 10], v est croissante ; sur [10 ; 20], v est décroissante.
82 Alors v p − up (up + 1)(vp − up) ⩾ 0 et vp ⩾ 0 d'après b.
Dans le triangle rectangle APH, les côtés mesurent 96 m, 20 m et 8 769 m. n0 = 3 × 17u + 9 × 5v ≡ 3 × 17u + 9 × 5v ≡ 3 × 1 ≡ 3 [5]. h→0 d. (1 − ln x)2 (1 − ln x)2 17 et P(ak+1) = P(ak2 + 1 ≡ ak2 + 1 ≡ ak+1. Donc, soit vn = 0 pour tout n , soit q2 − q − 1 = 0 ⇔ 1+ 5 c'est-à-dire, soit v0 = 0 soit q = (car la raison 2 est positive). Comme 50 < 500 (0 % de la taille de la population), le prélèvement de 50 tickets parmi les 5 000 peut être assimilé à un prélèvement avec remise. x→−1 x > 1 lim (x + 1)(x − 2) = 0 + 0 donc lim f (x) = +3. Par symétrie, on aurait : (1 - j)n = c – jb et (1 - j)n = a – jc. Il y a 3 problèmes : • pour CASIO, c'est «For 1 → I to N» ; • la boucle for s'effectue une fois de trop ; • les deux affectations de la boucle doivent se faire sans interférer l'une sur l'autre. 3 ⎞ ⎞ 2 AD ⎞ d. p ⎞ 2 p ⎞. n = 33, m = 20, a = 3. f ′(x) ⩾ 0 ⇔ x ⩾ 1 . • De la même manière, la valeur moyenne de f sur [a ; b] est égale à 4.
Pour tout réel k, l'équation f (x) = x + k a une seule solution α dans]- 1 ; 3[. Pour tout n ⩾ 0 : wn + 1 = un + 2vn + 2un + vn = 3wn. 3 3 Donc MNP et ABC ont le même centre de gravité et MNP est un triangle équilatéral. et e. 4 2-k k donc x = (zx + tz). 4 3 Donc JKLM est un losange. Si l = 0 , notons P = ⎞ ab ⎞ ⎛ c d ⎞ 2. ⎞ 2 ⎞ 1 ⎞ 2 2 ⎞ 2 2 Plus, u0 > v0 donc vp > up pour tout n . du camion est 0,5 2 × t + at + b ; x2(0) = 0 et x2′(0) = 0, donc 2 x2(t) = 0,25t2. un + 1 − un = 10n + 1 Donc (un) est croissante. 496 = 24 × 31. lim f1(t) = x→+3 x→+3 t→+3 t d, car comme c > 0, lim e 80 = 0. x→−2 x→−2 x→−2 g(x) = x3 + x2 + x − 1. Ses côtés opposés sont parallèles. 3 (k × (u0 + 3n) ; k × (v0 – 5n)) est solution de (k).
(SI) est orthogonale à (AI) et (AD), donc au plan (AIJ). − −3 x ⎛ f ⎞ ⎛ (x) = x − 13 d'où lim ⎞ (x) = +3. En mettant au carré on obtient x2 + y2 = 1, et donc M ∈ . r (xi−1) + 4 f (xi) + f (xi+1) b−a x2 6 n Cette égalité s'obtient par calcul en procédant de manière judicieuse pour que les termes se simplifient ou alors à l'aide d'un logiciel de calcul formel.
M(0) = I et B = M(4) = ⎞ 0 1 4 ⎞ . cos(2t) < 0 ⇔ ⎞ ; ⎞ 4 4 ⎞ x f ′(x) 3p 4 p 4 0 + 0 − 0 + 1 f 0 0 −1 . Conclusion : On a donc 4 ⩽ un ⩽ 15 pour tout n ⩾ 0. lim f (x) = −3. On a −l = i = a − l = i(b − l) ⇔ a − lb = i(l − i). k. n→0 x→+3 f (x) du signe de −x − 10. f(x) ⩾ g(x) ⇔ x ∈ [− 1 ; 1]. La valeur de R est affectée à B puis celle de B à A, donc A = B = R. −i 8. z 5 = 38 401 . ● Autrement dit, 49 sur les 50 intervalles construits contiennent la proportion p : soit 98 %. F(38) = P(X ⩽ 38) = 1 – P(X > 38) ≈ 0,1. n. 3. n un 0 1 2 3 4 5 1 1,5 1,4166 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 1,4142 ... ⎞ [0,5 ; 0 ; 72 a. D'où 10n + 3 + 7×10n soit x ⩾ 10n + 1 ⇔ 0 < f(x) - 2 < 10−n donc lim P = 2 . Il y a 19 nombres entiers consécutifs non premiers entre 887 et 907. Vous retrouverez les mêmes notions que dans vos manuels scolaires (Nathan, Hatier, Sésamaths,...).
Conclusion : Ln + 2 = L0 + L1 + ... + Ln + 1 pour tout n . ⎛ 3 ⎞ 7 7 3 b.
Aucune localisation de la proportion dans cet intervalle n'est possible. Pour α = 1, q = 27 n'est pas premier. On a n+1 = = ⎞ ⎛ un ⎞ un+1 f (un) un2 b. M ⎞ ; ; ⎞ ⎞ a=3 ⎞ 4a + b = 11 , b. ● Les coordonnées de M1 sont (h ; h + 1). 4) 4 points t 6 segments.
Comme un triangle isocèle, les tangentes sont parallèles. 71 004 − 71 000 = 4. 71 000 × (74 − 1) = 71 000 × 2 400 est divisible par 100, donc 71 004 et 71 000 ont même chiffre des unités et des dizaines. (AD) est orthogonale à (AS) et (AB), donc au plan (ABS). 10 25 28 1,01 .
D'après son tableau de variations, g est strictement positive sur]0 ; +3[.
module = 13 ; argument = − 0,98 rad. Pour tout réel x > 1 : f ′(x) < 0 ⇔ (lnx)2 < 1 ⇔ − 1 < lnx < 1 ⇔ 1 < x < e et f ′(x) > 0 ⇔ lnx > 1 ⇔ x > e. 3E9 2,5E9 2E9 1,5E9 1E9 5E8 −3 −2 48 0 y y 2 0 1 2 3 x 1. 1 → = 1. (1) = g(x). 2 011 est premier. ⎧ x = −t + 2 Solutions du système : ⎨ y = 2t − 1 t ∈ R. ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 2. (DGI) : x + 2y + 2z = 0. Géométrie dans l'espace • 211 201 1. Si m est une puissance de 2 alors 2m + 1 est premier. REMARQUE Si on note T la tangente en a à la courbe représentative de la fonction ln, la distance IA est un minimale lorsque les droites Ta et (IA) sont perpendiculaires. ⎞ z = 4 − 4t ⎞ 150 200 16 ⎞. Par suite, pour tout t < 0, FY(t) = P(Y ⩽ t) = P(∅) = 0. 2 017 est premier. 2b ⎞ ⎛ −2a Donc: n est le centre du cercle de centre V ⎞ ; ⎞ 0 < 2x + 4 ⇔ 2a + 8cd + 4d 2 = 0,5 + 1 + ⎞ ⎞ 2 = (0,5)2 + (0,5 + 1)2 ⇔ 2(x - y) + c = 0 d.
⎞ ⎞ 2 f(x) = 1 + 2 et f FX) − xe−x + 4x avec k constant. f(x) − (x − 1) = (x − 1)(x − 1)2 + 1 ⩽ cos x ⩽ 1 ⇒ cos x ≥ 0 ⇒ 2 ⎞ ⇔ 2 ⇔ cos x ⩾ 0 ⇔ x ⎞ ⇔ p ⎞ . b. k−1 k−1 k k 1 b. Donc f est dérivable sur R sauf en un nombre fini de points (ici deux points : x = a et x = b). Il est faux. (1) est ⇔ lt(x) = ln(1 + x2)(1 − x) = ln(1 − x3). Sur [t0 ; +3[, f 2′(t) = − c c ⎞ −ct d ⎛ 80t 0 − 1 ⎞ e 80 .
2 4 b. Matrices carrées. n Si x [1 ; 2], f (x) [1 ; 2]. 4x 2 − x c. Le théorème des valeurs a 1 F(b) = 2 ƒ f (x)dx = a 2 − pour x ∈ [x0 + 0 ; b]. Donc 0 ⩽ In + 1 ⩽ In. c. D'où n > e0,001 − 1 On a donc g(n) − h(n) < 0,001 à partir de n = 32. ⎞ 21 − 21 −6 + 7 ⎞ ⎛ 0 1 ⎞ ⎞ = ⎛ 1 0 ⎞. 36 2. lim ln a ⩽ e− 1 < 1. un = 50 × 1,1n.
]0 ; +3[et f ′(x) = 1 x 2 x(1 + x) 67 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. En x = 1 : y = x + 1. P(H) = b. 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97. La droite d'équation x = − 3 courbe. u0 = 15 et v0 = 23. x x x f ′(x) f (x) = 0 f 0 +3 0 3 − 0 − 0 +3 0 f (x) +3 e (– 1) f vn + 1 − un + 1 = 2vn + 1 2un + 1 − vn + 1 un + 1 = (2vn + 1)(un + 1) − (2un + 1)(vn + 1) = 2vn + un − un − vn . Nous allons prouver par un algorithme que la fonction f définie en (0 ; 1] par ƒ0 f (x) = lx(1 − x) donc et X = 0,95n ⩾ 0,001 et (v1 - u1 ...
Après α × 5 h : 8αN. 21 21 × 1 − 20 1 1 − 20 n + e ; g″(x) = e . Pour x ≠ 0 f ′(x) ≠ 0 pour tout x. 96 1. ● PA (B) = P(A ∩ B) = P(B) PA(A) P(A) P(A) ⇔ P(B) P(A) P(A) (B) ≠ P(A). 2(p + 1) 2(p + 1) La propriété est héréditaire. Au départ, il y a un flocon puis on en rajoute 6 et après, chaque flocon donne naissance à 3 petits flocons. 305 229 142 94 323 × + = 0,722 6 (probabilité 447 305 447 142 447 liée d'un événement associé à plusieurs feuilles). n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 est divisible par 3. On peut réitérer le raisonnement sur les plans parallèles des faces opposées du cube. ⎛ 323 ⎞ ⎞ = 0,072 6 . Montrons par récurrence que pour tout n < 1 un pour tout n . Ce qui est exactement demandé par le calcul formel. a 4x3 - x2 – 5x - 2 = 0. Le même D appartient à ce triplet.
Partie 3 1. Effectifs 33 35 30 25 18 20 16 15 10 6 4 5 2 1 0 5,1 5,3 5,5 5,7 5,9 6,1 6,3 6,5 Masse (en kg) 5 × 5,80 et σ = 0,23. ⎞ g=2 ⎞ Donc 1 et , 1 1 , on a 1 + ⩽ 1 ≠ 0. z C − z A 8 +24i 2 Donc arg zB − z A ⇔ = (rAC , nAB) = 0 [2π] zC − z A ⇔ A, B et C sont alignés. Il semble qu'il n'y ait qu'une seule valeur du réel a qui convienne. 1 > 2. (un) est décroissante et minorée donc (un) converge. 81 a. Comme D'où x3(t) = − 3t2 + b. n→+3 Pour aller plus loin 2x − 2 1 98 1. Impossible car on aurait à la fois : b11 + 2b21 = 1 et b11 + 2b21 = 0 ; Donc A n'est pas inversible. 226. = 1 + Z 2 cosu D'où u = ⎞ ⎞ 2cosu – Donc 2Z ⎞ = ⎞ 1 ⎞ = ln(lna) ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 3⎞ ⎞ 4⎞ ⎞ 4⎞ ln(4) ⇔ ln⎛ 2 × ln(2)⎞ . Alors up + 3 ⩾ 3 ⩾ 3. 24 97 C P K I D ⎞ Q B A M 98 1. ⎞y = t ⎞ t ∈ R . 9. Objectif BAC Se tester sur... Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. P(0,32 ⩽ F ⩽ 0,52) = P(80 ⩽ X ⩽ 130) ≈ 0,99.
Les droites (A0B0) et (A1B1) sont parallèles et les droites (A0A1) et (B0B1) ne le sont pas. ⎞ ⎞ ⎛ n + 1 ⎞ n La suite (wn) est géométrique de raison 2 et de premier terme w0 = ln0,5. ● 5 AX = X. a. La tangente en b a pour équation : y = eb(x − b) + eb. 60 Sur]0 ; +3[, f est dérivable et, d'après la question 2. 0 +3 1 3 ⎞ ⎞ 3 ⎞ ⎞ 3 ⎞ 4 ⎞ = ⎞ 3 ⎞ ⎞ −3 ⎞ 3 ⎞ En posant A = e0,5x, on obtient donc : A2 – A – 2 = 0 ⇔ A = – 1 ou A = 2.
(rn) semble converger vers 1,618 environ (vers le nombre d'or). 1 − x x x x x dans la zone de ln(x) = 0 (et 62(x) = 1(v)). Équation de T2 : y = M1(x − xM1) + M1 = y = h(1 + h)(x + h) .
Voir question e. D'où : y ⎞ ⎞ ⎞ f ′(x0) = a = kekx0 ⇔ ⎞ kx . P(X = 1) = P(E1 ∩ E2 ∩ E3) = 0,2 × 0,1 × 0,1 = 0,002. Pour obtenir une meilleure estimation, il faut augmenter le nombre de points (valeur de n). 504 3 20 a. tion a ↦ a Donc pour tout entier naturel n, un est premier avec un + 1. Donc la valeur minimale de x – lnx vaut 1 quand x = 1.
⎞ ⎞ 3A2 81 La fonction f (x) = ln(ex − x) est définie et dérivée − 1 valable sur R. La suite (In) est géométrique de raison 0,25.
La colonne D contient les différentes valeurs prises par la variable aléatoire X. P(G ∩ P) = 1 − 0,8 − 0,1 = 0,1. b. (−0,5)5 = 4 ou f ′(x) = 4(x + 0,5) pour x ≠ - 0,5. un 1 − 1 = 0,52 . yn tend vers . 14 • 1. Démonstration par récurrence en utilisant que Q × P = I 2. 1423 = 238 = 17a . Si un diviseur k de a divise b2, comme a est premier avec b, k est premier avec b, d'où d'après le théorème de Gauss, k divise b. « On ne peut donc pas dire que la victoire est acquise ! » 4. 17 100 17 100 425 3.
La fonction cosinus étant décroissante, l'angle est maximal lorsque le cosinus est minimal. On teste les diviseurs premiers inférieurs à M13 = 90 de la forme 2αp + 1. TP 5 Phénomène rarissime Voir exercice 14 p. L'ensemble des ordonnées de ces points décrit R\{0}, donc l'ensemble des points correspondants décrit l'axe des ordonnées sauf le point O. Sur]1 ; +3[ln(1 + x) − ln(x) − 1 ⩽ x ln(x − 1) < ln(x − 2) ⇔ ln((2x + 1)(x − 1)) < ln2 ⇔ 2x2 − x − 3 < 0 ⇔ −1 < x < 1,5. 2ip 5 , ⇔ Z2 − 2 + Z + 1 = 0 et Z2 + Z − 1 = 0 pour z ≠ 0. Donc M est inversible y prend la valeur 5v – 6u y prend la valeur 5v – 6u u prend la valeur 6u... C'est qui était et donc c'est état d'équilibre eté ⎛ ⎞ ⎞ afficher u Fin Pour Fin ⎛ 0,4 0,3 ⎞ 4.
La moyenne est égale à 2 ⎛ 1 + 1 n ⎞ 0,98 .
⎞1 − z⎞ ⎞ = ⇔ M (A,1) avec à(1). Les vecteurs directeurs de d et d′ sont colinéaires, donc les deux droites sont parallèles. Intégration • 165 ( ) b. X suit la loi normale (62 ; 62). (1) ⇔ 2xek = e2k − 1 ⇔ x = 2 Pour aller plus loin 150 1.
Conclusion : 3n – 1 est donc un nombre pair pour tout entier n ⩾ 1. 60 , x+4 f(x) = 8 1 8 60 1 15 dx = 16 ln(x + 4) ⎞ = ln 3. x ln 3 La droite d'équation y = 1 est asymptote à la courbe en -3 et en +3. Donc la courbe est au-dessus de Δ sur R. f (x) = x −2 = x−4 x −2 (x −2 • Cet exercice a pour objectif la vérification des formules du cours et la découverte des possibilités d'un logiciel de géométrie dynamique. (2) x − 2 − ln2. 4 4 ln(cos4 x) − cos(2x) + . Partie B ⇔ 0. X (gain en euros) ⇔ 0 s 2s P(X = x) 40 48 4 48 3 48 1 48 groupe B 2. Pour t = 5, 15, 25,..., 55. ⎛ − a + 4 ⎞ Soit n tel que n ⩾ E ⎞ + 1 . PGCD(a ; b) = 6. MA = (x − 2)2 + (y − 5)2 + (z + 2)2 et MB = x 2 + y − 3)2 + (z − 3)2 . F(a) = 0 et F(b) = ln a ⇔ xREMARQUE M ∈ ⎞ ⎞ est le milieu de [IJ]. La matrice est B = ⎞ 3 − 5 ⎞ nEB = nAB - nAE. Pour les données réelles, il semble que l'ajustement affine soit pertinent. 50 3 2 x2 − 1 x − 1 x − 2 ⎞ − 1 ⎞ − 0) +3 − +3 1 3. k′(x) = e, car k(x) = ex. Or (rCF , rCE) = [2π] 3 car ABDECF est un hexagone régulier. 14 lignes et 25 colonnes. n→+∞ p p p + 2nπ, b. Fonction exponentielle 3 a. Ce sont donc les racines de z − 4z + 4z . v0 − v = ka' puis u − u0 = kb'. 1 0 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 2 kp = 50k. ⎞ 50 ⎞ ⎞ 58 ⎞ 2. P(X > 2) = 1 − (P(X < 1) + P(X > 2)) D : « la personne est atteinte du diabète selon les critères de l'OMS ». 2 Propriétés des ensembles de Parties A 1 (42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42} et (54) = {1, 3, 6, 9, 18, 27, 54}. ⎛3 ⎞ 9 3 9 3 f. Donc (un) est décroissante. 3 ƒ0 x 2 + 1 15 donc 0 1 2 3 ⎡1 4 ƒ0 f (x)dx ⎤ ⎞ 12 x 3 x 4 0 3 2 ⎞ . 44 • 2. R est le rang du jour de la semaine, lundi ayant le rang 1 et dimanche le rang 0. module = 10 ; argument = 1,25 rad. Exemple de programmation sur TI-83 Plus. Initialisation : 1 est un entier choisi au hasard dans [1 ; 100] N prend la valeur 50 E prend la valeur 0 (on initialise le nombre d'essais) S prend la valeur 0 (somme des essais) Sortie : Le nombre moyen d'essais effectués pour trouver A Traitement : Pour k de 1 à 500 par pas de 1 faire Tant que N différent de A faire Si N > A alors N prend la valeur N − 1 Sinon N prend la valeur N + 1 E prend la valeur E + 1 Fin Tant que S prend la valeur S + E Fin Pour Afficher la valeur de S/500. ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 4⎛ 65 66 a. Phénomène rarissime Voir exercice 14 p. • 153 2. = 1 = n ≠ 1 est indépendant de n. ● Cela permet d'observer que tout quadrilatère est au moins un trapèze, qu'un pentagone a deux paires de faces parallèles et qu'un hexagone en a trois. g = 4. Par hypothèse de récurrence, 4 × (4p + 1) est donc un multiple de 3 puisque 4p + 1 est. 2 : amplitude de l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95. 3 234 = 2 × 3 × 72 × 11. Avec une infinité de cartes, il semblerait que Baptiste puisse obtenir une longueur infinie. N = 1, fin de l'algorithme. X suit la loi exponentielle de paramètre λ = 0,000 2. E = {0 ; 1}. La valeur de N affichée est la plus petite valeur de n telle que Sn ⩾ 5. k x 2 x 2 + 1 (2 x) 2 + 1 . BM semble minimale lorsque M se trouve en A(0 ; 1). Une représentation graphique permet de clarifier les choses et de justifier de manière rigoureuse. H2(x) = – cos (2x) . ⎛ 1 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 15 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Expliciter les primitives de la densité f sur l'intervalle [0 ; 1[. PGCD(697 ; 323) = 17. P(X ⩽ 8) ≈ 0,953 2 ; P(X ⩽ 9) ≈ 0,9827 donc b = 9. p 2. (x0 ; y0) = (c′u0 ; c′v0) convient. d ⩽ a et d ⩽ b, d divise a, d ne divise pas b, d = 4. ● La figure obtenue est cette fois un rectangle. ⎞ 2⎞ 2 • Si la suite était arithmétique, d'après les deux 3 premiers termes la raison serait égale à − (−1) n ; ⎞ 2 ⎞ ⎛ 3 ⎞ d or x1 x2 + x2.
vn + 1 − vn > 0 pour tout entier n ⩾ 2 donc (vn) est strictement croissante à partir du rang 2. z2 − z + 2 = 0 . On peut par exemple entrer les données suivantes : Heures 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 k 1 000 1,000 1 000 1,000 1,000 1,030 1,060 1,090 1,120 1,150 N 1000 1000 1000 1000 1000 1030 1000 1000 1000 1092 1190 1333 0,03 5. T vérifie C0 = C0e− ƒT ⇔ C0e−ƒT = 0,5. Donc f admet un maximum égal à f(1) = − 2. 2 p Sur [0 ; n] : x = . d > a, on affiche g = 3. ⎞ exp(1) − exp(−1) = 4 ⎞ ⎞ Les lignes 1 et 3 donnent : exp(1) = 4 et exp(− 1) = 0, ce qui contredit la ligne 2. f(t) = 2t. est défini par un point et deux vecteurs non colinéaires. lim h→0 33 1. f ′(x) = 0,5 = 1 – cos x − 1 − 1 − 1 − cos x − 1 − 1 cos x lim x→+3 x→+3 x x→+3 x→+3 x→+3 x→+3 0 1 a. Donc d'après ⎞ ⎞ f ′(x) = 0,5 ⇔ x = 8 = 4. ℰ admet l'axe des abscisses comme axe de symétrie car, pour tous réels x et y, si (x ; y) appartient à ℰ, alors (x ; -y) appartient à ℰ. Do où l'ensemble des points ⎞ y ⎞ = x ⇔ 1 – 4 a. M2 = 3, M3 = 7, M5 = 31 et M7 = 127 sont premiers. Conjecture : Si a < 0, lim f (x) = −3 ; si a = 0, x→+3 lim f (x) = 0 ; si a > 0, lim f (x) = +3. Exercices d'application y f (−2 + h) − f (−2) h→0: = 1 ⎞ 2 ⎞ ⎞ 2 Z ⇔ e+i ⇔ e i p 3 p 4 ⎛ p p ⎞ ⎞ − 4⎞ ⇔e⎞3 i p ⇔ e i p = 12 . I2 = 80 2 b. 6 (1) 0 ⩽ x2 car a + b ⩽ 2 a b ⇔ (a + b)2 ⩾ a2 + b2 − ab ⇔ ab > 0. Donc lim f (x) = 6 . e. rAC ⎞ ⎞ 3 ⎞ est normal au plan (BDI). H(x) = x 70 14 ● 0. On a : ⎞ ⩽ 136 1. 2 e −2 + 3 e −3 2 k ⎞ −1 ; 3[. 44 4 3 4 − 4 (3 + 2x − x 2) − 3 (2 − x) − (x − 1)(3 + x) (3 − x)(1 + x) 2 2 − 3 = 0. f ′(x) − 1 − ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 3 ⎞ 2 n ⎞ x−1 − 1 x − 1 f x−1 . De cette manière, sur]0 ; 1] et = 0 ; 0,5 > 2, dans]-1 ; 1[⎞ 2 ⎞ ⩽ 0 ⇔ x − 2 ⇔ ⎞ x ⩽ 0,66 et 0 < x < 2 ⇔ x < 1 ⇔ x − 2 ⇔ ⎞ x 1 ⎞ 2 ⇔ 1 ⎞ ⎞ 2 ⩽ 2 ⩽ 0 ⩽ x ⩽ 1 et 0 ⩽ x. Il s'agit de la lorsque f est dérivable et est facile. Abscisse du point d'intersection de en 1 a la n = 2 et le dernier se fait en a de 60 15 8 ⇔ ln 3 x x = 3 ⇔ = − 4. ⎛ ⎞ 1 ⎞ Matrice de transition est : M = ⎛ 0,2 0,6 ⎞ . lim 6(k) = lim 2 (2 + k) = 4. Donc, ln(1 + 6) < 8 et lim 6(k) = 0 ⇔ 2 donc la fonction n n'est pas continue en 0. 82 Sujets type BAC 89 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 4 b.
2 5 20 ⎞ 40 ƒ0 40 ⎛ 1 3 ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ −12 ⎞ dx = f220 ⎛ x − 10 ⎞ dx = 20. Soit tout réel a > 0. d ⩽ ⩽ ... ⇔ 2. 0 f (x) - 2 < 10−n ⇔ 0 < A. Dm : y = em(x – m) + em. 5 + 7i 25 + 49 74 74 Z= Re(Z) = 7 5 et Im(Z) = . De même, 90 % des femmes de la catégorie 15-30 ans passeront dans la catégorie 30-45 ans (10 % de mortalité). e −iu eiu eiw - eia 1 1 - e -ia Mais aussi −iu ⎞ ⎞ e 1 ⎞ e −iw − e −ia e − e ia 1 − eia + e . Nombres premiers Reste de A(n) mod 3 1 2 2 2. Un certain nombre de une fonction f continue sur R. ⎛ x 3 ⎞ ⎞ 2 1 − 1 + ln(n) n 2 + ln ⎞ 2 n 1 ⎞ 3 0 x 2 n − 1 1 4 0, n→+3 n→+3 n 1⎞ ⎞ ⎞ lim ⎛ 0,4 + 0,3 ⎞ n = 3. x→b x→b 2y F yF 2y F 2y F x x→b La probabilité est
⎞1 + x2 ⎞ ⎞ ⎞ = lim ln ⎛ 1 + ⎞ = 0. ● Entrée : un entier naturel n. Limites de fonctions • 59 7x 3 c.
Autrement dit, an + 1 = an + 1 + an = 2an + 1.
lim x→0 x 1 −x1 + x1 → 0 x1 + x1 → 0 2 0 +1 2 (fonction dérivée). En posant X = , on a donc eX = nX. Sur [0 ; t0[, f 2 est croissante comme f 1. Pour montrer que l'aire est maximale en x = R k2 + 1 − 1, on peut dire que c'est la seule k 2 k2 + 1 R « candidate », et que, comme la fonction aire est continue et vaut 0 en , elle est forcément 1 + k2 passée par une valeur maximale. lim n→+3 2 n→+3 2 n+1 D'où Donc lim un = 0 d'après le théorème des gendarmes. 9 999 = 104 − 1 = (102 + 1)(10 − 1)(10 + 1) est divisible par 101, 9 et 11. 126 = 2 × 32 × 7. In a a n On en déduit que un = n, lim x→+3 Donc la suite (un) est géométrique de raison q = vn = 0,52 . f x) = x + 4 + 3 x + 4 ⎞ 1 + 3 + 4 ⎞ .
2 2 5 b. g étant premier avec 2, 2q - 1 ≡ 1 [q2]. x2 = (ln x)2 x(ln x) 2 - 1 f ′(x) = 0 ⇔ (lnx) − 1 = 0 ⇔ x = e ou x = e . 7, 2e méthode ⎛ z − zB ⎞ p arg ⎞ A = − ⎡2p ⎤ . pour t. T = v b. Une somme de cosinus TP4 cos(kx) = Re(eikx) n n+1 n+1 ⎛ ⎞ i n + 1x −i x i x ⎞ ⎞ i nkx ⎞ ⎞ n+1 ⎞ e ⎞ e−2 e 2 ⎞ ⎞ e = = ∑ cos(kx) = Re⎛ ∑ e ⎞ ⎞ = Re⎛ ∑ e ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ Re ⎞ ⎞ eix − 1 ⎞ Re ⎞ ⎞ x e−i x ⎞ k=0 k=0 ⎛ e−2 e 2 ⎞ ⎞ Re ⎞ ⎞ x e 2 2sin ⎛ ⎞ x ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ TP5 Même module ⎛ n+1 ⎞ ⎞ sin ⎞ x ⎞ ⎛ 2 ⎞ ⎞ ⎞ n+1 ⎞ ⎞ ⎞ . Les points n'ont pas été vu ce film. En saisissant en cellule B3 : « =B2+3,5/A2 ». La troisième expression saisie est : (simplifier(ln (1 / x) + x)). ● g′(x) = 3f ′(x) f (x)2. f ′ est du signe de x2 - 1. 21 f ′(x) = 0 ⇔ x = 0 ; ⎞ ⎞ ⎞ ⎞ 2 1 1 Équation ⎞ ⎞ ⎞ l'égalité demandée.
un+1 − un = pn+1 − 58 1. f (x) ⩽ e ∈ [0,5 ; 1[u [7,5 ; +3[. 0,23 × 0,75 ≈ 2 (4) = 3 + ln(1) . Ce qui donc de s. Conditionnement et indépendance • 219 4 a. ⎞ Ceci ⎞ égalité demandée.
2 000/6 = 500 × 8 min 20 s. 38 D'où lim un = 0. 1 −2 −1 y 0 1 2 3 a. 0,517 8 A 0,315 6 S E 0,888 8 0,111 2 A 0,166 6 L 0,480 1 S 0,324 0,195 4 E L 11. PM(G) = 33 1. 10 puis z 2 = p ≈ 5e 6 2 c. Exercices d'approfondissement ⎛ 0 1 0 ⎞ 1. = 0. f (x) = – 5 : 3 solutions. Étape 3 Reste à vérifier la troisième caractéristique d'une densité : l'aire du domaine délimité par la courbe représentative de la fonction et par l'axe des abscisses est égale à 1. Mais le test utilisé est le calcul de la probabilité que la masse d'un paquet de café choisi au hasard soit comprise entre 250 g et 254 g. Pour tout m ∈ [0 ; β], A(m ; f (m)) et B(m ; m), donc AB = f (m) − m = g(m). Toutes ces leçons viennent compléter

ceux de votre professeur et vous donne une autre vision et d'autres explications pour aborder cette leçon afin de la maîtriser. Pour n pair.
Dans le cas où les deux suites sont convergentes u leurs limites u et v constituent la matrice X = ⎛ ⎞ v ⎠ vérifiant l'équation : X = AX + B.
u(h) − u(0) u est également dérivable en 0 car =h h ou 0 selon que h > 0 ou h < 0, et est de limite nulle. 2x − 2x A x y Donc lim (x) = A A . ⎞ −1 − 2a ⎠ 26 I3 – A est inversible donc l'équation X = AX + C équivalente à l'équation (I3 – A)X = C a pour unique ⎛ 0 ⎞ solution (I3 – A)– 1×C = ⎜ 7 ⎟ qui est le terme ⎜ ⎟ ⎞ −5 ⎠ général de l'unique suite constante vérifiant la relation proposée. 2 2 5 + 29 5 + 29 n'a pas de solutions car > 1. y 0,005 100 25 0 36 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. MF + MF' = a – a a 2 2 5. Soit C le point d'affixe – 2 + 5i. Le coefficient : un ⩽ e ⩽ 4. < < 1,96 × 4 < 2. 3x 4 3 2 2 = lim − x = −3 ; x→−3 −7x x→−3 7 lim g(x) = lim x→+3 3x x→−3 −x x→−3 x→+3 4. 3 D'où lim un = . uMB ⎟ 1,5⎟ et rAN ⎟ 3 ⎟ . ⎟ ⎟ ⎞ −1 ⎠ ⎞ 0,5⎠ ⎛ 2 ⎞ 5 r B·rAN = 0 équivaut à y = . F(x) = 1 ai , pour 0 ⩽ i ⩽ n, permet de i +1 trouver les coefficients an + 1, …, a1 de la primitive qui vaut 0 pour x = 0 ; • un calcul à partir de F(3) = 2 permet de trouver le terme constant d'une fonction polynôme, primitive cherchée. ● Après 1 h 40 : 2N. Donc f est 1+ x strictement croissante sur]– 1 ; +3[. Le risque qu'Esther perde à ce jeu est approximativement évalué à 0,26 ou 0,25. 20, 30, … sont également des périodes. Matrices et études asymptotiques de processus discrets • 305 4. vn – 1 D'où 1 – 1 = vn pour tout n . 2 ⎞ 3⎠ Donc les aires des deux parties sont égales pour une seule valeur de l'angle d'ouverture du secteur circulaire : x ≈ 1,9 rad ≈ 108,6°. 2 021 est divisible par 43. 24 Pour tout n ⩾ 1, An = 3n – 1A. Tangente au point d'abscisse 0 : y = h'(0)(x – 0) + h(0), soit y = x. 15 11 a. 51 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Même démonstration dans le plan (ABS). 7 3 P(Tn ∩ Tn + 1) = pn × . FS) = 1 − P(HS) = 1 − = 22 875 22 875 d. En cellule F48, la fréquence fluctue autour de la valeur 0,68. 2 2 36 37 –1 + i 11 2 donc z1 – iz 2 = (2 – 1)2 + 81 = 84 – 2 2 donc z1 – iz 2 = 84 – 2 2 . 36 ⎛ 0 0,25 0,5 ⎞ ⎛ 1/ 3 ⎟ ⎟ 1. e L'équation réduite de la tangente en e à la courbe 1 x. Le système semble avoir une unique solution car les trois plans semblent avoir un unique point d'intersection. La marche aléatoire converge vers un état stable ⎛ ⎟ ⎟ du système qui est X = ⎟ ⎟ ⎟ ⎞ solution du système : a b c d o ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ où a, b, c, d et o sont ⎟ ⎟ ⎠ Les écarts par rapport aux concentrations à l'équilibre ne forment pas des suites monotones.
Sur [0 ; +3[, 0 ⩽ xn + 1 ⩽ xn. ∀ x > 1 : ln(x2 + x + 1) + ln(x – 1) = ln((x2 + x + 1)(x – 1)) = ln(x3 – 1). D'après la question 1, f (x) est positif sur ⎤ ⎡ 3 − 5 ⎤ et négatif sur ⎡ 3 − 5 ; 1⎦ . E = { z [C / −1 ˉ Re(z) ˉ 2 et Im(z) = 1} 46 a. a2 + b2 + b 2 2 a a2 + b2 − b (2 2(a + b − b) 2) a2 + b2 − b)= a2 + b2 + b . • Pour la formule ENT(6*ALEA()+1) : 1 0 ⩽ 6x < 6 x 0 –1 1 2 1 ⩽ 6x + 1 < 7 1 ⩽ E(6x + 1) ⩽ 6 (avec E(6x + 1) entier). Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 6 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. (un) semble être croissante convergente vers 3. Une solution particulière de (E) est k0 = 11 et m0 = 7. 504 = 23 × 32 × 7. ⎞ 1 ⎠ c. 2 2cos(3x) + 6cos x 8 1 3 cos(3x) + cos x . ⎞ z⎠ ⎞ z⎠ z z 1 1 ⎛z⎞ ⎛ 1⎞ f. M6 10 M5 8 6 4 M4 M3 M2 2 M1 M0 0 1 2 3 x 3 a.
(ABC) contient une droite orthogonale à (ADI) donc les deux plans sont perpendiculaires. z + tz = 2Re(z) et z – tz = 2iIm(z). Hérédité f c. Étape 3 Étape 3.1 L'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses et par la courbe représentative f de la fonction f doit être égale à 1 : Aire({M(x ; y) ; 0 ⩽ y ⩽ f(x)}) = 1. A est inversible donc il existe une et une seule ⎛ ⎞ solution : X = A– 1B = ⎜ −7 /114 ⎟ . 267.
(u4 ; v4) = (3 ; – 8). lim f (x) = 0 car f(x) = aex + x→−3 ea– 1. –3 70 d. 0,65 < α < 0,66. x→+3 x Donc lim En posant u = lim x→+3 1 : x ln x ⎛ 1⎞ = lim u ln ⎟ ⎟ ⎞ u⎠ u→0 x = lim −u lnu = 0. lim x→0 x→0 x x cos x x→+3 68)(x +1 +1 v→0 c. 2 yn xn ⎛ 1⎞ − 2 ⎛ xn ⎞ converge vers m . 9 × 1,5 Aire de T1 : = 6,75. ' ⎛⎟ ⎞ (4k + 4)p ⎟⎠ Le nombre de points qui répondent à la question est donc infini. La longueur MN = ex – lnx. I(a,b) est l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe , la droite Δ1, la droite d'équation x = a et celle d'équation x = b. Étape 3 L'aire du domaine délimité par la courbe représentative de la fonction f et par l'axe des abscisses doit être égale à 1. 27 b. Idem question 3. ⎟ ⎟ ⎞ 0⎠ c. + 1! 2! 3! n! 2 2 2 2 1 1 1 1 D'où un ⩽ 1 + 1 − 1 + 2 − 1 + 3 − 1 + … A(I + aN + a2N 2) = (I – aN)(I + aN + a2N 2) = I + aN + a2N 2 – aN – a2N 2 – a3N 3 = I car N3 = 0. 80 a. Si Re(z) = 0 alors z = 0.
On recherche un état stable du système qui est ⎛ ⎟ ⎟ X= ⎟ ⎟ ⎟ ⎞ a b c d e ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ où a, b, c, d et e sont solutions du système : ⎟ ⎟ ⎟⎠ 1 ⎡ ⎟ −a + 4 b = 0 ⎟ ⎟a − b + 1 c = 0 ⎡b = 4a ⎟ 2 ⎟c = 6a ⎟3 3 ⎟ ⎟ ⎟ b − c + d = 0 ⇔ ⎨d = 4a . Pas de forme exponentielle. lim f (x) = −3; signe de (7 – 4x) signe de (11 + 3x) signe de f(x) lim g(x) = −3 ; x→+3 x→+3 ⎛f⎞ 2 ⎟⎞ g ⎟⎠ (x) = 1 + x + x (suite géométrique) d'où ⎛f⎞ lim (x) = +3 (limite d'un trinôme). cx D'où –a < –c ⩽ ⩽ c < a. Si k ≡ 1 [5], 6k – 1 ≡ 6 × 1 – 1 ≡ 0 [5]. Donc ABC est isocèle non rectangle en A. 0,2 × 0,8 ⎞ REMARQUE P ⎛ 0,2 − 1,96 × 0,2 × 0,8 < F = P(2 ⩽ Xn = 30 ⩽ 10) ≈ 0,96. 5zA – 2zB = 10 + 15i – 4 – 6i = 6 + 9i. a = D3 16 b. • Pour t < 0, FX(t) = 0. f '(x) = −2xe−x . p < 1. Si x ∉ [0 ; 1], f (x) = 0 ⩾ 0. N = B × 1016 + G × 1011 + NC. i =1 Par récurrence P1 est vraie : e1 = e1. Montrons que tDH·rAC est nul. 16 exp(n – 5) = 1 (1) exp(n − 7) (1) ⇔ exp(n – 5)exp(n – 7) = exp(0) (1) ⇔ 2n – 12 = 0 ⇔ n = 6.
Si M est au-dessus de N, hε(h) = MN, sinon hε(h) = –MN.
Compléments sur la dérivation 1 x TP 3 Optimiser Soit R le rayon du secteur circulaire et k le coefficient directeur de la droite OD dans le repère indiqué sur la figure. x→+3 x2 x 2. G'(x) = − ln x x ln x c.
Soit B le point d'affixe 2 – 3i. L'algorithme ne teste pas D = 7, il faut remplacer le test par D ⩽ N . On pose Xn = ⎛ n ⎞ alors pour tout n ⩾ 0 : ⎟⎞ v ⎟⎠ n 2. x→+3 7 2. lim u(x) = +3 et lim ln(u) = +3. ≈ 0,562 505 6. ● ⎣ 2 2⎦ 4 La fonction sin est continue, strictement croissante sur ⎡⎟ – p ; p ⎤⎟ à valeurs dans [– 1 ; 1]. ● 1,9 – 70 1,99 – 730 1,999 – 7 330 2,1 76 2,01 736 2,001 7 336 Commande Xcas à modifier : l:=makelist(n->f (2-10^(-n)),1,8).
⎛ ip ⎞ ⎛ –i p ⎞ D'où M ⎟ e 3 ⎟ ou M ⎟ e 3 ⎟ . L'aire du triangle ACJ vaut TP 5 ax A + by A + cz A + d . C'est le cas pour n > 200. évolution de processus −(m + 1)x m + mx m+1 + 1 (1 − x)2 2 5. La pression acoustique est donc de 0,4 Pa. 0,4 ⎞ = 20 × log(2 × 104) ≈ 86 dBSPL. ⎨ ⎟ −1 + ln a = (1 − b)eb ⎟ ⎣ −a + a ln a − ln a − 1 = 0 ⎟ −1 + ln a = (1 + ln a) 1 ⎣ ⎟ ⎣ a On considère la fonction f définie sur]0 ; +3[par f (x) = –x + xlnx – lnx – 1. 69 a. 3 6 ⎛ 2⎞ ⎛ 2⎞ ⎛ −2⎞ 51 a. 91 91 k=1 k=1 Donc ∑ rk + 1 – rk = 6 ∑ k + 13 × 91 91 × 92 r92 – r1 = 6 × + 13 × 91 2 r92 – 1 = 26 299 Donc le 92e hexagone de la ligne rouge est 26 300. 1 1 = −x = ex. 4 3 Problèmes 2 133 1 0 1 x4 x x3 x2 2 3 4 5 6 4. lim f (x) = −3. 3 3 2p Sur [0 ; π] : x = 0 ou x = . Notons x' la partie réelle de z et y' la partie imaginaire de z. f '(x) = 3 1 f est décroissante sur ⎤ –3 ; – ⎤ et f est croissante ⎦⎟ 2 ⎦⎟ 1 sur ⎡ – ; +3 ⎡ . On a donc : – 5p 4 p 4 60 a. –1 – –1 – 6 3 34 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 z1 – z2 = +4 + 6i – 5 + 2i = – 1 + 8i. L'ensemble des solutions est :]–1 ; 0[∪]2 ; 3[. y 3 0 1 x 2. ⎞ 2⎠ f1' (x) dx = F(1) − F(0) = 1 – 2e– 1. e −1 94 Sur]0 ; +3[, la dérivée f '(x) = 1− x . M = ⎟ ⎟ 1/ 3 1/ 2 0 1/ 2 ⎟⎟ ⎞ 1/ 3 0 1/ 3 0 ⎟⎠ 2. Les plans et (ABC) sont orthogonaux. j 2 = ( ) 2p 2 i e 3 D'où j 2 = eipe i = p 3 4p i e 3 . ⎛ −111 ⎞ c. Donc vn × q2 = vn × q + vn Soit vn(q2 – q – 1) = 0 pour tout n . ● 2 a. (AC) est perpendiculaire à (SI) dans le triangle isocèle SAC.
g n'est donc pas continue en 0,12. D'où up + 1 ⩾ 2. PHS (« intérim ou apprentissage ») = 1 − PHS (« CDD ») − PHS (« CDI ») = 525 . g = PGCD(a ; b) divise a et b donc b – a.
(u n) est croissante et majorée, donc elle est convergente. n ≡ 3 [4]. x+5 –5 +3 –3 c. jBML ⩾ 90, donc jBMN ⩾ 45. ⎞ s s ⎠ Il en découle par identification : 12 − m 28 − m = −1,6 et =1,6. • soit la case choisie au hasard est gagnante (succès p = 0,1) ; 9 a.
p b. Lois à densité • 243 12. f '(x) = 10 1 20 1 + x 10 .
− − 3 285 3 577 73 × 45 73 × 49 = 49 45 4 . Le moment sismique du séisme du 11/03/11 est égal à environ 500 fois celui du 09/03/11. Le risque de se tromper est approximativement de 5 %. Pendant ce temps le camion parcourt : 200 ⎛ 800 ⎞ 200 ⎛ 800 ⎞ 100 ≈ 11 m.
On saisit en G6 la formule : =G2+SOMME.SI(B3:B13 ; H2 ; D3:D13) ⎛ A⎞ 3. si l ≠ 0 et ⎛ 1/ l 0 P– 1 × ⎟ ⎞ 0 1/m ⎛ ⎞ 1. i d. Les nombres impairs sont de la forme 6k + 1, 6k + 3 et 6k + 5 (ou 6k – 1 pour k > 0). TP 5 Mygales P(« le candidat trouve le code en moins de 6 tentatives (6 inclus) ») = 1 – P(« le candidat ne trouve pas le code en moins de 6 tentatives ») =1− p−2 p−3 p−4 p−5 p−6 p−7 × × × × × p p −1 p − 2 p − 3 p − 4 p − 5 =1− p−6 p−7 . La condition h'(1) = 1 est équivalente à k = 1. Pour tout réel x, g(–x) = ln(1 + (–x)2) = g(x), donc g est également symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. On en déduit que pour tout n ⩾ 0 : ⎛ 0,5 0,25 0,25 ⎞ ⎟ M = ⎟ 0,25 0,5 0,25 ⎟ . Étape 3.2 1 On appelle g la densité associée à une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre . sin x + 2 2 f est donc strictement décroissante sur ℝ avec lim f (x) = +3 et lim f (x) = −3 . Compléments sur la dérivation • 75 2. x2 x x b. Par récurrence, on démontre que : Dn b. VSAIJD = 27. Le polynôme Q défini par Q(x) = P(x) – x admet donc une infinité de racines. Si k = 2, la variable x augmente de 0,01 tant que la condition « (x + k) – f (x) > 0 » reste vraie. 2–k 4 (x2 + y2). 22 365 jours, 5 heures, 49 minutes et 12 secondes. Le développement permet de déterminer lim f (x). 4 y 46 x 2 4 6 ⩾ g(x) implique lim g(x) = +3 . 12 n −1 × u1 = 5 + ⎛⎟ 11 ⎞⎟ 12 ⎞ 35 ⎠ n −1 ⎛ 5⎞ ×⎟ – ⎟ . ● P(HS) = CDI CDI Autres 11 564 11 564 . Les unités seront le mètre et la seconde. z Finalement les solutions sont : zn = tz ⇔ zn = 0, e 2i kp n +1 avec k {0, 1, …., n}. 1 c. Fonction logarithme népérien (simplifier(ln (( ) x + 2). n doit être un carré. ● a. (EK) coupe (BCGF) en L ⎛⎟ 0 ; ; ⎞⎟ . D'après le théorème des ln2 – 2n gendarmes, lim un = ln2. 2 3 p − 1 ⎟⎠ ⎞ Démontrons que la propriété est héréditaire et donc qu'elle est vraie pour le rang p + 1. HM = 2x – 6. 61 1. Fonction exponentielle • 119 2. ⎞ b⎠ 22 • 1.
f '(x) = 1 ⇔ ln x = 1 ⇔ x = e.
Soit g définie sur ℝ par g(x) = ex – ax. Non car la base varie.
a = 16x + y, donc si x et y sont des chiffres en base hexadécimale, leur concaténation vaut bien a. Pour tout réel x ⩾ 0, f. (IG) et (HJ) sont sécantes en K ⎛⎟ ; ; ⎞⎟ . En notant C la constante de ce polynôme, f (C) est divisible par C. + n0 ⎟ ⎞ x→+3 x→+3 x x ⎠ x→+3 ( ) = an × lim x n = lim an x n . 1 1 ⎞ ⎛ = p ⎟ ln 2 + − ln(e−l + 1) − −l ⎟. À noter que f est dérivable en x = 10 même si la courbe ne le laisse pas penser dans un premier temps. ⎟ ⎟⎟ ⎟⎞ −8 ⎟⎠ ⎞⎟ 4 / 3 ⎠⎟ 36 Posons f (x) = ax3 + bx2 + cx +d. 2 2 2 2 24 8 Dans un repère (O ; I, J), on appelle A, B, C et D les points de coordonnées respectives (– 1 ; 0), ⎛ 1 ⎞ , ⎛ 1 ⎞ et (2 ; 0). D'après le tableau de variations : mk = 2k – kln(4k2) = 2k – 2kln(2k) = 2k(1 – ln(2k)). + pour un certain p ⩾ 2 donné. ● 11 564 P(H ∩ S) . ● x 0,1 0,01 0,001 ex – (1 + x) 5 × 10– 3 5 × 10– 5 5 × 10– 7 e x – (1+ x) x2 0,517 0,501 7 0,500 17 b. TP 5 1 a. I + A = ⎟ ⎟ donc pour tout entier 0 0,975 ⎞ ⎠ naturel n : (I + A)n ⎛ 1,045n = ⎟ ⎟⎞ 0 0 0,975n ⎞ ⎟. On a un = u0 > 0 et wn = ln(u0) + nlnq.
P × D × Q = A. Donc S = 2011 + p=1 p=1 1 4 048 143 = . 100 1. x – iy – 1 – 3i 2x(y + 3) + (x – 1)(1 – 2y) . {2 ; 5 ; 11 ; 23 ; 47}. h'(x) = x→0 f (f + x) − fx f ×1 (f + x) 2 = f2 (f + x)2 .
La matrice T est : T = ⎟ ⎟ ⎟ ⎞ 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 ⎞ ⎟ ⎟ ⎟. admet deux asymptotes : la droite d'équation x = 0 et la droite d'équation y = 0 en +3. un + 1 – un > 0 pour tout n , donc (un) est strictement croissante. 70x > 3 600, soit x > 51. Amplitude : 1 ⎞ ⎛ 1 ⎞ 2 2 ⎛ = = 0,25. Pour tout n ⩾ 0 : 4 3 2 2 an = × (– 0,4)n + et bn = – ×(– 0,4)n. n k=1 ⎞ n ⎠ ∫0 k=0 d. Hérédité : Supposons que 0 ⩽ up ⩽ 1 où p .
Comme lim x→−3 x→+3 3 des limites : lim 4x 3 – 11x 2 – x = +3. c 2 5 3. La proportion p est supposée connue. 1 x 1+ b. n +1 Par ailleurs, 0 < = 0. 2–k d. un = 1 ⎞ n 1+ 1 ⎛ n3 ⎟ 1 + 2 ⎟⎞ n2 n ⎠ c. 18 18 6 6 –21 – 2 + 14i – 3i –23 11 = + i. Réciproquement PGCD(PGCD(a ; b) ; c) divise PGCD(a ; b) et c, donc a, b et c puis PGCD(a ; b ; c). 1 1 = 2+ vn – 1 2+ 1 … 66 • 3. (BEG) : x + y + z – 2 = 0. découle du calcul : P(Xn = 30 ⩽ 8) – P(Xn = 30 ⩽ 6) = P(Xn = 30 = 7) + P(Xn = 30 = 8). D'où (An) est croissante. 2 c. y 5 4 3 2 1 25 y f g 1 –1 –1 2 3 4 0 4 8 12 16 1 × (x + 1). Nombres complexes si Z 2 = z ⇔ (α + iβ)2 = a + ib ⇔ Le discriminant du binôme 4x2 – 4ax – b2 est positif, il admet donc deux racines qui seront de plus de signe contraire. Cet arbre est ensuite à compléter au fur et à mesure de la résolution de cette activité (questions 1.
f 1(4) = 5 ⇔ e. f est croissante sur [a ; b] donc on a f(a) ⩽ f (x) ⩽ f (b). Fonctions sinus et cosinus 0 p comme asymptote. 22 Partie complétée de l'algorithme : 30 ⎛ ⎟ M= ⎟ ⎟ ⎟ 31 a. ⎞3 3 3 ⎠ c. 45 9 Partie A a. La courbe est au-dessus de la droite T, avec un seul point d'intersection en x = 0. x 0 1 5 1 4 1 3 1 2 2 3 3 4 4 5 1 d(x) 0 1 5 1 4 1 3 1 2 1 3 1 4 1 5 0 b.
k = 186 correspond au couple (930 ; – 104), or y doit être positif donc Stefan n'a pas pu poser 826 briques sur sa maison.
16 790 440 ≈ 0,469 4. 4⎦ ⎦ cos2 x La fonction f est croissante. 1,14 ⩽ k ⩽ 1,15.
A = h, [a ; b] = b 1 (ax + b) dx b – a ∫a ( ) = 1 ⎛a 2 ⎞ 2 ⎟ b – a + b(b – a)⎞⎟ b−a⎞ 2 = a (a + b) + . P(E ∩ tF) = PE(tF) × P(E) = 0,25 × 0,8 = 0,2. hp(70) = f (p) par définition. ⎟ ⎟⎟ ⎟⎟ ⎟ ⎞ 0,4 ⎠ ⎞ 0,24 ⎠ ⎞ 0,304 ⎠ 3. On factorise l'équation à l'aide d'un logiciel.
y 6 4 2 –8–6 d. 2×2 1 (vn – un) pour tout n . Les suites ont toutes deux pour limite –3. – 0,01 < h < 0,01. 22 a. 2 310 = 2 × 3 × 5 × 7 × 11. On conjecture que la longueur minimale est atteinte lorsque 2 uSM = rSC. 61 × 5 – 150 × 2 = 5 donc le PGCD divise 5 ; or 5 n'est pas un diviseur du PGCD donc PGCD(61 ; 150) = 1. Applications du PGCD Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 78 a. ∑ an × 10n ≡ ∑ an × 1n ≡ ∑ an [9] 30 a. 1 – cos x − x sin x . d3 < 0 pour x ∈]α ; β[. x2 16 a. t 0 g ' (t) 0 g + π 0 8 –8 4.
On peut représenter la fonction comme une fonction continue dans un repère avec en abscisses les longitudes et en ordonnées les altitudes. p Comme hp(0) = 20 et kp(0) = 1, on a : D'où hp(x) = − = n n n ⎛ 1⎞ 1⎞ ⎛ ⎛ 0 ⩽ ⎟ 1 + ⎟ ⩽⎟ e n ⎟ ⇔ 0 ⩽ ⎟ 1 + ⎟ ⩽ e. 74 ans. Et comme lim X →+3 X = 0, on a donc lim g(t) = 0. Donc un+1 – un = un(e−un – 1) < 0 et (un) est décroissante. 1 3 x – 2x2 + 5x – 4. « Si b b ∫a f (x)dx > ∫a g(x)dx alors il existe x apparte- nant à I tel que f(x) > g(x). Montrons que un ⩽ 3 pour tout n par récurrence. f c. Aucune tangente ne peut être parallèle à l'axe des ordonnées car f est dérivable sur ℝ. Donc a, b et c sont solution du système : ⎡ −0,8a + 0,4b + 0,6c = 0 ⎡ −1,4a − 0,2b = −0,6 ⎟0,5a − 0,6b + 0,3c = 0 ⎟0,2a − 0,9b = −0,3 ⎟ ⎟ ⇔⎨ ⎨ 0,3a + 0,2b − 0,9c = 0 ⎟ ⎟1,2a + 1,1b = 0,9 ⎟ ⎣ a + b + c = 1 ⎟ ⎣c = 1 − a − b ⎛ 24 / 65 ⎞ d'où X = ⎟ 27 / 65 ⎟ . x→−3 Comme f est croissante sur [0 ; α], f (x) ∈ [f (0) ; f (α)] = [1 ; α] ⊂ [0 ; α].
Donc la fonction f (x) – ga(x) est croissante sur ℝ+ à valeurs dans [ln0,5 – a ; ln3 – a[. Soit D(x) = 3x2 + x – 2. 1 où p . Comme 15 et 26 sont premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss, n – n' serait divisible par 26. L'erreur est dans la première partie car on ne peut pas mettre des billes de côté si n = 1. Pour que la figure soit réalisable, il faut que : p • l'angle du secteur circulaire soit entre 0 et ; 2 • la perpendiculaire en M coupe le rayon [OD].
g est positive par 1b. Soit (1 + b)2 = OC2 + 1 + OC2 + b2 d'où 2b = 2OC2. Pour tout n ⩾ 0 : Xn + 1 – Xn = AXn ⇔ Xn + 1 = (I + A)Xn donc Xn = (I + A)nX0 c'est-à-dire : un = u0 × 1,045n et vn = v0 × 0,975n. Δ est tangente à une des courbes k ⇔ il existe deux réels x0 et k tels que : ⎡ 3−k ⎟ ⎟ x0 = 3k . On pose f (k) = k(el – 1) + 1 – ekl pour k ∈[0 ; 1]. Puis on fait une deuxième perfusion pour atteindre à nouveau 10 (translater en partie le premier tracé) et ainsi de suite. Si la cellule de la colonne B contient 0. = 2π et = 4π 0 2 conviennent. Dans cet échantillon, f = REMARQUE On est dans le cadre de la prise de décision. P(X ∈ ℝ) = 1 P({X ∈ I} ∪ {X ∈ J} ∪ {X ∈]y ; +3[}) = 1 P(X ⩽ x) + P(x < X ⩽ y) + P(y < X) = 1 F(X) + P(x < X ⩽ y) = 1 – P(X > y) F(X) + P(x < X ⩽ y) = P(X ⩽ y) F(X) + P(x < X ⩽ y) = F(y). = . A(– 3 ; 2 ; 0) est le point de d pour t = 0, et B(– 1 ; 1 ; 1) pour t = 1. Comme f (1) = 0, on en déduit que f (x) ⩾ 0 sur]0 ; +3[et donc est au-dessous de Δ sur]0 ; +3[. • gk(0) = fk(0) = 1. 45 Partie 1 1. S = {(2 + 3k ; – 1 – 5k) pour k entier relatif }. ⎦⎟ 6 6 ⎟⎣ p 5p ⎤ d. Le plus petit réel T strictement positif est obtenu 2p . On trouve une valeur approchée de α par la méthode par balayage ou par dichotomie. 53 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. + + . ⎣⎟ 3 ⎣⎟ Donc f ne s'annule qu'une fois sur]–3 ; 0], on trouve α ∈ [– 1,18 ; – 1,17]. Or ici, le paramètre n et égal à 5 (cellule B2).
k→−2 k < −2 k→−2 k > −2 3 ● y 1 0 x 1 4 Voir fichiers logiciels. n +1 1 > 0 pour tout n donc un + 1 – un > 0. P(X ⩽ h) = P(1 ⩽ X ⩽ h) = h 1 ⎡ 1⎤ = ⎟− ⎟ = 1 − . M appartient à une des courbes, d'où : y = ln(x2 + 3) + k soit k = y – ln(x2 + 3).
Si x > 0 alors – x x ⩽ f(x) ⩽ et lim f (x) = 0 (théorème x→0 p p x >0 c. On ⎞ 0,6 ⎠ ⎛ 0,4 ⎞ ⎛ 0,25 ⎞ = ⎟ ⎟. Initialisation : Pour n = 1, on a 2n – 1 = 1 qui est bien le premier nombre impair ; donc la propriété est initialisée. Au plus 999 999. Les trois dernières lignes permettent l'affichage des nombres premiers de la liste. La densité associée à la variable aléatoire X est la fonction f . P(– 1 ⩽ X ⩽ 1) = Aire(AOB) + Aire(OBCI) = 9 10 3 . ● : 6x + 8y – 4z – 84 = 0. h'(x) = 3u'(x)(u(x))2 × ⎟ – 2 ⎟ 3 ⎟ (u(x))4 ⎟⎞ (u(x)) ⎟⎠ g'(x) = – ( ) 54 1. Si x > 0, alors f (x) < 0. M1 : « lors de la première mesure, la glycémie à jeun est supérieure ou égale à 1,26 » ; M2 : « lors de la deuxième mesure, la glycémie à jeun est supérieure ou égale à 1,26 » ; 2 b. ztz = |z|2 D'où ztz = (x'2 +) 4a 4b 4d x' + y'2 – y' + = 0 car 2c + d ≠ 0 2c + d 2c + d 2c + d 2 2 4a 2 + 4b 2 + 8cd + 4d 2 2a ⎞ ⎛ 2b ⎞ ⎛ . 36 f appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question b). Donc AC = OC 2 + 1 . La limite est unique, donc on ne peut pas avoir à la fois lim cos x = 1 et lim cos x = 0. 3 –17 / 8 ⎠ ⎞ 3 La matrice est symétrique par rapport à une de ses diagonales. l b. Alors MK = ML. g'(x) = 2ex + 2 > 0. Elle est conforme à la valeur approchée précédente. t→0 eX 3. n(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4) est divisible par 24 et 5, or 24 et 5 sont premiers entre eux, il est donc divisible par 24 × 5 = 120. Compléments sur la dérivation • 73 Deuxième cas : d (v1 + v2) > 3 600 v12 + v 22 3. Si la suite (wn) converge vers , alors on a : < =1+ < =1+ Or 1 comme pour 1e. z4 – 5z3 + 6z2 – 5z + 1 = 0 (1) z 4 – 5z 3 + 6z 2 – 5z + 1 = 0 car z ≠ 0 z2 1 1⎞ ⎛ (1) ⇔ z 2 + 2 – 5⎟ z + ⎟ + 6 = 0. 3 3 38 ⎛ 1 4 8 ⎞ 2. ⎟ ⎣ b = 1,2 ⎟ ⎣ f (2) = 0,2 ⎟ a + b = 0,2 ⎟ 2 ⎣ −1,2 ; f est positive. Par la question 2, en prenant « un risque assez faible », on peut dire qu'entre 48,94 % et 55,26 % des personnes inscrites sur la liste électorale de cette ville voteront pour la liste du maire sortant.
Toutes les courbes n passent par les deux points fixes A et B. = 1 sin x (2x + sin x).
F(1) = – 5 ⇔ 0,5 + k = – 5 ⇔ k = – 4,5. Une représentation paramétrique de (AC) ⎡x = 2 − t ⎟ est donnée par ⎨ y = 5 − 4t avec t un réel.
Contre-exemple : f (x) = x sur [– 1 ; 2] ; 2 ∫−−1 x dx = 1,5. x→+3 x→+3 b. D'où Sn > 1 pour tout n et n ⩾ 2. 4 2. un + 1 – un < 0 pour tout n , donc (un) est strictement décroissante. Soit f la fonction définie sur]– 6 ; +3[par f (x) = x + 6 . Par l'affirmation du technicien, on sait que P(X ⩽ 10) = 0,98. Courbes tangentes 1 TP 8 Dans un premier temps, on peut faire une recherche à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique : voir fichiers logiciels. Tangente au point d'abscisse 0 : y = d'(0)(x – 0) + d(0), soit y = 0. Oui, un échantillon à 1 bille ayant au moins une bille jaune ne contient que des jaunes. On a alors tGD' = tDG. x→+3 1 – 20 –8 b. un = – 14 14 7 La suite (cn) converge vers On démontre par récurrence que : • si on part de A, Xn = X2 pour tout n ⩾ 2. On constate à la calculatrice que la courbe de f 20 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. La probabilité de cet événement est donc 0. PA (L) = S 0,513 6 (question 3.
(un) est croissante et majorée donc elle converge d'après le théorème de convergence monotone. k doit être un multiple de 4. Γ est la sphère de diamètre [AB]. Lp = 20 × log⎟ = 20 × log(106) ⎞ 2 × 10 −5 ⎟⎠ = 120 dBSPL. Alexis conclut que 0 est le seul antécédent de 0 par f sur [0 ; 9].
P(0,102 ⩽ Fn = 64 ⩽ 0,298) = P(0,102 × 64 ⩽ Xn = 64 ⩽ 0,298 × 64) = P(7 ⩽ Xn = 64 ⩽ 19) (0,102 × 64 = 6,528 et 0,298 × 64 = 19,072). On définit f sur ℝ par f (x) = f est continue sur ℝ et f '(x) = rème des valeurs intermédiaires appliqué à une fonction strictement monotone : il existe un unique réel α tel que f (α) = 0. La matrice M 6 ne comporte qu'un seul coefficient non nul : le dernier de la première colonne qui vaut 2. up + 1 = up – 2(p + 1) = –p(p + 1) – 2(p + 1) = –(p + 1)(p + 2). Donc 4 p 2(p + 1)2 + (p + 1)3 4 ⎡ p2 ⎤ = (p + 1)2 ⎟ + p + 1 ⎟4 ⎣ ⎦ ⎡ p 2 + 4p + 4 ⎤ = (p + 1)2 ⎟ ⎟4 ⎣ ⎦ (p + 1)2 × (p + 2)2 . y f (0,1 ; 0) 0 f (0,1 ; 5) x 1 71 2 0 f (1 ; 0) 1 x f (1 ; 5) x 4. Pour α = 3, q = 79 ne divise pas M13. z 5 = f. Un 1 suivi de n zéro vaut 2n en base n. 2x x e + e + 1 e + ex + 1 L'égalité est vraie pour tout réel x. On pose A = 7 + 3x – 7 A= A= a. De même qu'au 2, la suite (vn) définie sur par 41n vn = est décroissante à partir du rang 41. Il existe un unique point d'intersection (« la valeur »). 58 D'après le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à une fonction strictement monotone : il existe un unique réel α tel que f (α) = 0. Alors (2c + d)(x'2 + y'2) + 4ax' – 4by' + 4d = 0 4 k(2 – k). Intégration 1 n −x ∫0 x 97 lim f1(x) = 0 car f1(x) = –3 dx ⩽ n→+3 1. 0,35 0,65 0,25 B 0,75 B 0,2 B 0,8 B A A b. = 11 564 + 11 311 22 875 b. Esther perd la partie si le nombre de boules de couleur rouge est 2 ou 3. N ⎛⎟ 0 ; 0 ; ⎞⎟ . < – 550 Partie B 3. Fluctuation et estimation corrigés des travaux pratiques Quand il sera grand TP 1 1 a. 1– 2x –1 2 x2 – 1 = .
Démontrons par récurrence sur n ⩾ 0 que M n + 1 – M n = 0,3n(M – I). Or l→+3 –3 –x 0 ⩽ ∫ x ne−x dx ⩽ ∫ x n dx . x→−3 x→−3 ⎞ x x ⎠ x→2 x 0 +3 donc lim f (x) = −3 . Δ' est incluse dans et non parallèle à , elle coupe donc en un point J.
lim x 3 + 3x + 5 = −3 . ⎞ 2⎠ 2 1. Partie B 1 a. Par conséquent si la valeur prise par 20 – N est inférieure ou égal à 1, Esther a perdu. 1 Dans le triangle HAM, rectangle en H, l'hypoténuse AM est le plus grand côté. S5+000 + S5−000 p c.
d' est négatif sur ⎟ ; p ⎟ et sur ⎟ ⎣2 ⎦ ⎣ 2 ⎦ Donc les extremums de d sont d(0) = d(2π) = 0 et 2 = 36 – 4sin a – 2cos α. 1 I ⎛⎟ 0 ; 0 ; ⎞⎟ ; ⎞ 2⎠ 1 J ⎛⎟ ;1 ;1⎞⎟ . Il faut ajouter dans la boucle : Affecter à somme2 la valeur somme2 + racine(1 – ((k + 1)/n)^2) b.
2 4 2 x⎞ ⎛⎟ ⎞ 4 + 4 – ⎟⎠ 1 2 = – x 2 + 4x . a = 4 divise c. ⎡ ⎡ 3−k 3−k x0 = ⎟ ⎟ x0 = 3k 3k ⎟ ⎟ (2) ⇔ ⎨ 3−k ⇔ ⎨ 3−k 3 − k ⎟ e 3 = −3e2 ⎟ e 3 = − 3 e2 − e2 ⎟ ⎟ 3k k ⎣ ⎣ La courbe k passe par le point de coordonnées (1 ; e) pour k = 1. Dans la seconde partie, on utilise les propriétés pour construire les sections, l'outil logiciel ne servant plus alors qu'à contrôler la construction. 2 2 Conditions : y>x; x < 21 ; 21 – x < x ⇔ x > 10,5 ; 1 et f (x) = (u(x))3. 2 n n ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ 1− ⎟ 1− ⎟ ⎛ ⎛ 1⎞n⎞ ⎞ 2⎠ ⎛ 2⎠ On a donc 1 – 1 + 2 – 1 + 3 – 1 + …
⎞n ⎠ 1 9 ⎤ Donc l'intervalle est ⎡ . ⎟⎣ 3 3 ⎦⎟ p p 4 a. ⎟⎞ 0 ; ⎟⎠ ⎟ 1, ⎟ ⎠ 2 2 236 • 11. r = R 2 – h 2 . sn = un – 8 750 donc lim sn = +3. h'(x) = 9cos(9x)cos(9x) – 9sin(9x)sin(9x) 17 p 2 p 2 0 g ' '(t) 0 p p ⇔t=k . ● p < q donc p × p < p × q d'où p2 < n. Pour n premier. 80 • 3. P(X ⩾ 6 000) = 1 – P(X ⩽ 6 000) =1− ∫ 6 000 0 =1− Fréquences le−lt dt 6 000 ⎡ −e−lt ⎤ ⎣ ⎦0 =e −1,2 Masse (en kg) Effectifs Fréquences ≈ 0,301 2 . C'est le théorème de l'angle au centre d'un cercle : (rOA , rOB) = 2(uMA , uMB) [2π]. Le but de cette activité est d'étudier la fonction de répartition F associée à cette variable aléatoire et sa fonction de densité f. 35 f 1 : μ = 16 ; σ = 0,5. 2 1 2. c il existe un entier relatif k tel que n = 43 + 85k. Les ● valeurs prises par cette variable sont nécessairement entières. ⎟0 sinon ⎟ ⎣ 2 a. 43 1. a 7 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220. 11 564 3 Voir ci-dessus. Si x ⩾ 0, alors n ⩾ 0, et lim f (x) = +3. f '(x) = 0,01 1 Se tester sur… Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. x ≡ 2 ou 5 [6]. Pour n = 1 000, on obtient une longueur de 33,20 cm environ. En G10 : =MOD(SOMME(G6:G8) ; 7) 5. Une représentation paramétrique de d est : 4 ⎡ ⎟ x = 3 − 2t ⎟ 2 ⎟ ⎨ y = − + 2t avec t un réel. x→+∞ x c.
2 2 ⎡ a 2 – b2 = 1 . Donc k! ⩾ 2k – 1 pour tout k ⩾ 1. Suites • 23 n 3 ⎛ 4⎞ × ⎟ ⎟ –1 1 25 ⎞ 5 ⎠ =– . x x x ⎞ x⎠ b. f = = 0,325.
Une représentation paramétrique de d est : ⎡x = 7 + t ⎟ ⎨ y = 8 + t avec t un réel. Voir également exercice 39. Et comme MK = ML, MKL est un triangle équilatéral. Corollaire du théorème de Fermat. Donc Benoît peut faire une tour à 12 étages. (1 – n)In – In + 1 = (1 − n)∫ 2 1 = +3. For 2 → I to N X × A – Y × B → Z X × B + Y × A → Y Z → X Next fig. L'une d'entre elles est cp. Si on rajoute un point, on peut faire p nouveaux segments. a 0 0,25 0,5 0,75 (b – a) 2 1,75 1,5 1,25 1 f(a) –3 – 2,73 – 2,38 – 1,83 –1 f(a + h) – 2,73 2,38 – 1,83 –1 0,2 signe produit >0 >0 >0 >0 1 On obtient a = 1. lim f (x) = +3; x→+3 lim g(x) = 0 x→+3 ; (f × g)(x) = 24 d'où lim (f × g)(x) = 24 . l 3 l (un), (vn) et (wn) sont décroissantes minorées par 0 et les trois autres suites sont croissantes non majorées. Ce participant peut crier au scandale. Algorithme en langage naturel (⎛ x ⎞ 2 −1 ⎟ 2 − n ⎟ yn ⎠ . 46 5 ∫−−1 f (x) dx = 1 b. Intégration • 173 2. évolution de processus 3.
P(17,5 ⩽ D1 ⩽ 18,5) ≈ 0,988. TP 5 Une boîte à Voir figure ci-contre. d(x) = (x – 2)2 + (e x + 1)2 . On sait que lim h→0 ln(1 + h) = 1. = 11 564 + 1 924 13 488 4 On conjecture la relation suivante : ● PH(S) × P(H) = P(H ∩ S). Par contre, le risque qu'il se trompe est inférieur à 5 %.
3n + 1 > n + 3 pour n ⩾ 2, alors le reste est n + 3. Taille minimale : n = 369. Le TVI donne une infinité de points où f ' s'annule. En notant f la fonction qui à t associe (v 2t – d)2 + (v1t – d)2 , définie sur [0 ; 3 600], on a : f '(t) = + = f b. (an) semble diverger et lim an = +3 . Fluctuation et estimation 35 1. g admet un maximum en t = x02. Xn + 1 16 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. • Si α = 0 ou α = 2π : ΩN = 6 – 2 = 4. 0,2 ⩽ p ⩽ 0,8 ; amplitude correspondante : 2 × n 30 50 100 250 Amplitude correspondante ≈ 0,365 1 ≈ 0,282 8 ≈ 0,2 ≈ 0,126 5 (2de) Amplitude correspondante ≈ 0,309 9 ≈ 0,240 0 ≈ 0,169 7 ≈ 0,107 4 (Terminale) n 500 1 000 2 000 5 000 Amplitude correspondante ≈ 0,089 4 ≈ 0,063 2 ≈ 0,044 7 ≈ 0,028 28 (2de) Amplitude correspondante ≈ 0,075 9 ≈ 0,053 7 ≈ 0,038 0 ≈ 0,024 00 (Terminale) 1 .
x→+3 c c c – 80t e . 46 La suite des matrices colonnes de répartition de la population d'insectes est cyclique d'ordre 3 : ⎛ 0 ⎛ x 0 6 ⎞ M = ⎟ 0,5 0 0 ⎟ ; M 3 ⎟ y⎟ ⎟⎟ ⎟⎞ 0 1/ 3 0 ⎟⎠ ⎟⎞ z ⎛ 0 1/ 2 1/ 3 1/ 2 ⎞ ⎟ 1/ 3 0 1/ 3 0 ⎟ ⎟. 1 – 1 = 0 et ⎟ e 5 ⎟ = 1 ⎞ ⎠ c. Soit a . hAI ⎟ ⎟ 3 ⎟⎞ 3 3 3⎠ ⎟ 2 ⎟⎟ 2 ⎟⎟ 1 ⎟⎟ ⎟⎟ ⎟⎞ 3 ⎠ ⎞ ⎠ c. Si le point de longitude 0 est le minimum (noté h) de la fonction celle-ci sera dans le plus simple des cas croissante jusqu'à une altitude maximale H, puis décroissante : étant continue pour toute valeur k de]h ; H[l'équation f (x) = k admet au moins deux solutions dans [0 ; 2π[. D'où IA ≈ 0,609 458 631. Exemples ⎡ a 2 – b2 = 0 . |tz| = r et arg(tz) = –θ. f est non dérivable sur [0 ; 10] car elle est non dérivable en 6. P(F ⩽ 0,32) = P(X ⩽ 80) ≈ 0. x 2(ln x)2 f '(x) > 0 ⇔ ln x < – 1⇔ x ∈]e– 1 ; 1[. g(x) = x−2 lim g(x) = 0 ; lim g(x) = 0 ; lim g(x) = −3 ; lim g(x) = +3 . Sur]0 ; +3[, u(x) = 1 ⇔ 1 – x = x ⇔ 1 – x = x (1) (1) ⇔ 1 – 2x + x2 = x et x ⩽ 1 3– 5 (1) ⇔ x2 – 3x + 1 = 0 et x ⩽ 1 ⇔ x = ≈ 0,382. = x→0 x 2 + 1 ⩾ 1 et donc x + x 2 + 1 ⩾ 1 > 0. (a + b)3 = a3 + 3a2b + 3ab2 + b3. Pour obtenir une valeur approchée de α plus précise, il suffit de diminuer l'incrément 0,001 qui intervient dans les deux « Tant que ». La question 2d permet de dire que un est toujours 2 inférieur à e et que si < 10– 2, un est une valeur n approchée à 10– 2 de e. x 1 × x 2 – 2x ln x 1 – 2ln x = . lim f (x) = +3 et lim f (x) = −3 .
47 a. Ce cloisonnement conduit donc à l'extinction d'une espèce. lim un = 4. g 3 Non car PGCD(a ; b) = 1. ⎦⎟ ⎦⎟ ⎣⎟ ⎣ ⎡ −1 ⎞ ⎛ 1⎞ 8 8 et f 1⎟ e 3 ⎟ = . e–x = –ex. On trouve 16 numéros pour 5 et 32 numéros pour 6. Si les suites de populations convergent vers le second état, on peut en conclure qu'à l'équilibre la population de proies sans pêche a augmenté alors que la population de prédateurs a diminué. En conclusion, on peut dire que sans limiter le nombre d'achats, le nombre moyen d'œufs à acheter pour avoir la collection complète correspond à la somme des limites de ces espérances donc vaut 1 + 3 + 1,5 (on additionne le nombre moyen d'achats pour avoir un type de figurine, avec le nombre moyen d'achats permettant d'en obtenir un 2e et avec le nombre moyen d'achats permettant d'en obtenir le 3e). On résout à l'aide de la calculatrice k5 = 2. 2sin x cos x u'(x) = 2 a + sin 2 x lim x→0,x>0 Donc 1 a + sin 2 x − a x lim lim x→0,x>0 . La vision simultanée du triangle et de la trace de la section (fig. Limites de fonctions x→0 g(x) = x − x f (x) = x (1 − f (x)) ; lim 1 − f (x) = −3 ; x→+3 1 = +3 (car x ∈]0 ; +3[) ; x ⎛ 1⎞ par composition : lim g ⎟ ⎟ = +3. n – n0 ≡ 0 [85] donc n ≡ n0 [85]. On en déduit que : ⎛ ⎛ 0,3n ⎛ un ⎞ ⎟ ⎟⎞ v ⎟⎠ = ⎟ P × ⎟ ⎟ n ⎞ 0 0,7 n ⎞ ⎛ 5⎞ × P –1 ⎟ × ⎟ ⎟ ⎟⎞ 6⎠ ⎟⎠ ⎛ −2 × 0,3n + 7 × 0,7n =⎟ ⎟⎞ −0,3n + 7 × 0,7n 3 = 0,8 ⎛ 1 − an ⎞ + 0,2 − 7 ⎞⎟ 2 ⎠⎟ = (– 0,4) ⎛⎟ an − 3 ⎞⎟ 7⎠ ⎞ . ⎟ b ⎠⎟ b⎠ ⎞ ℰ1 ∩ ℰ2 = {(a ; 0) ; (–a ; 0)}. Voyons la méthode évoquée au a : p i e6 e i p 6 p i –e 3 +e i p 3 –i p 2 (cf. Sans le programme : • pour A = 0,58, N × A = 23,2, P(0,58 ⩽ Fn = 40 ⩽ 0,8) = P(0,58 × 40 ⩽ Xn = 40 ⩽ 0,8 × 40) = P(24 ⩽ Xn = 40 ⩽ 32) ≈ 0,88. Pour tout x < 1, F(x) = 0.
Il faudra attendre 11 ans (en 2029). valeur i + l 1. Les droites et ' ne sont donc pas coplanaires. ⎞ 0 0 ⎠ ⎛ 0 0 ⎞ b. Il semble que ln(x)' = ● 4 La comparaison se fait facilement à l'aide d'un tableur. Si 0 ⩽ x ⩽ 1, x(1 – x) ⩾ 0 : le nombre réel a doit donc être positif. 3 6 24 120 = b × q + 1 donc b divise 119 = 7 × 17. ⎛ 1⎞ ⎛2 ⎞ b. Initialisation : Pour n = 1, on a 2 parts et 1 × (1 + 1) + 1 = 2 donc la propriété est initialisée. Si 0 ⩽ a < e, est toujours au-dessus de da.
3p – 1 est un nombre pair.
Donc f est non dérilim h−0, h>0 h vable en – 3.
● Approcher ln2 u1 = 0,5 ; u2 = 0,625 ; u3 = b. ⎞ 3⎠ ⎞ 2 2⎠ 9.
5 b. par quotient des limites : lim x→+3 x x + 12 Or lim 32 1 a. On valide ainsi la conjecture établie à la question 4.h. 232 • 11.
lim f (x) = e– 1 ; lim f (x) = e– 1 x→−3 lim x→−2,x>−2 1− x = –3 et +2 x→−2,x b. 2 1+ i 3 ; 2 Objectif BAC Se tester sur… Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. Tout point de d vérifie l'équation de donc d ⊂ . Erreur Pondérée par 3 Reste mod10 1 3 2 6 3 9 4 5 6 7 8 9 12 15 18 21 24 27 3 6 9 2 5 8 1 4 7 L'écart ne sera jamais nul, la clé sera donc différente. d et d' ont un point commun : A(4 ; – 3 ; 1). ⎟⎞ u ⎟⎠ = ⎟ −6 5 ⎟⎟⎟ u ⎟ ⎞ ⎠ ⎞ n+1 ⎟⎠ n+2 3. La fonction x ↦ x – x 2 – 4 est décroissante sur [2 ; +3[, donc les suites (an) et (xn) sont décroissantes. On aurait pu proposer une autre version : k est le quotient de 300 par 17 n prend la valeur 17k + 9 Tant que n est inférieur à 400 Si n ≡ 3 [5] afficher n n prend la valeur n + 17 2. • Anaïs a tort car la fonction nulle est une solution. Partie 2 1. Corrigés des exercices et problèmes exercices d'application 9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 1 ● 2e tirage 1er tirage V V V R R B P(A) = V V V R R B (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; R) (V ; R) (V ; B) (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; R) (V ; R) (V ; B) (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; V) (V ; R) (V ; R) (V ; B) (R ; V) (R ; V) (R ; V) (R ; V) (R ; R) (R ; R) (R ; B) (R ; V) (R ; V) (R ; V) (R ; V) (R ; R) (R ; R) (R ; B) (B ; V) (B ; V) (B ; V) (B ; V) (B ; R) (B ; R) (B ; B) 18 6 3 ; P(B) = ; P(A ∩ B) = . Pour rappel, la fonction de répartition est définie sur ℝ. car lim n→+3 3n – 4 3 d. : 3x + y – 2z – 6 = 0. L'ensemble des solutions de f(x) ⩾ 0 est [– 4 ; – 1,3] environ. 1 000 1 1 24 a. 50 a. (On aurait aussi pu étudier le signe de la fonction continue (d – a) sachant que (d – a)(0) = –AD et ⎛ 2 ⎞ 2 1 (d – a) ⎟ AD – AD > 0.) AD⎟ = 3 3 ⎞ 3 ⎠ e. 4 4 0,5n–1 . c doit être initialisé à 0.
On trouve par la méthode du 4. 78 • 3. 1 3 ⎞ ⎠ ⎛ ⎞ b. Lp = 20 × log⎛⎟ ⎞ 2 × 10 −5 ⎟⎠ 144 Partie A 1. Utilisation de la calculatrice (voir fichiers logiciels) : • p = 0,053 : P(X ⩽ 10) ≈ 0,982 97 ; • p = 0,054 : P(X ⩽ 10) ≈ 0,980 72 ; • p = 0,055 : P(X ⩽ 10) ≈ 0,978 27. Si A = B alors A2 = B2. • 1re méthode : 1 – 0,112 832 – 0,883 584 = 0,003 584.
PM(T) = 0,99. Avec ces données, le temps moyen de retour à a 2 boules dans chaque urne, il est de On trouve comme probabilités de retour à l'état initial : • après 1 pas : 0 ; • après 2 pas : 0,25 ; • après 3 pas : 0 ; • après 4 pas : 0,156 25. g(x) < 0 sur]–3 ; α] et g(x) > 0 sur [α ; +3[. Conclusion : 0 ⩽ vn ⩽ 2 pour tout n . p ≡ n ≡ pq [p – 1] d'où p(q – 1) ≡ 0 [p – 1]. Si n est premier, a et n sont premiers entre eux si a n'est pas multiple de n.
f x 53 x−−2,x 0 2 2 1 0 5p 4 p 4 – 1 e +3 0 110 • 5. = 400 . u(1) = 0, donc u(x) < 0 sur]0 ; 1[, u(x) > 0 sur]1 ; +3[et u(1) = 0. ⎠ ⎛ ⎞ 2. De plus lim − a→0 4 4 4 1 Donc lim I (a) = . Le procédé de codage n'est pas bijectif. x→1,5 x→+3 b. Donc 1 – P(X ⩾ 10) ≈ 0,44. p 3. Conjecture : il y a une infinité de solutions. AD = 4 4 ; CD = 7 + sin. x→0 x x→−3 lim ax 2 + bx + c = (signe de a) × 3 (voir exercice 99) x→+3 et lim x→+3 d = 0 donc lim T(x) = (signe de a) × 3 . f = 1 1 ⎤ ⎡ 80 1 80 1 ⎤ ⎡ f − ;f + = − ; + n n ⎦⎟ ⎣⎟ 507 507 507 507 ⎦⎟ ⎣⎟ ≈ [0,113 4 ; 0,202 2]. Donc G(x) =) 2 2 2 1 f (x) – e−x + 2x 2e−x = x 2e−x = g(x). E(X) = = 5 000. y c. 2 – 3i Soit z = . D'après 1b, on a f(x) ⩾ g(x) donc f(x) – (– 12) ⩾ g(x) – (– 12) c'est-à-dire g1(x) ⩽ f 1(x). L'image de M par la translation de vecteur t (T ; 0) est le point M'. 2 3 3 4. Pour tout entier n ⩾ 2 : 4k2 0 x 1. x –3 2 Fin Tant que Affecter Nombre*2+E(10/a) à la variable Nombre Afficher Nombre +3 0 – 1 a 0 Ajouter 0,1 à Borne est du signe m + f 'a,m(x) fa,m ⎛ x−m ⎞ −⎟ ⎛ a ⎞ ⎟ Fin Tant que Vérification graphique de la réponse donnée par l'algorithme pour a = 1 : 1 0 y 3. lim f (x) = 0 ; lim f (x) = 0. On prendra tout de même soin de nommer correctement les sommets du cube. Limites de fonctions • 49 b. t→+3 b. Il semble que xM = a + 1. Si z ∉ alors Im(z) ≠ 0. Étude des variations de la fonction g sur ⎡ 1⎤ l'intervalle [0 ;1] : g est croissante sur ⎟ 0 ; ⎟ et g est ⎣ 2⎦ ⎡1 ⎤ décroissante sur ⎟ ;1 ⎟ . f(z) = 0 ⇔ z = 2 + i ou z = iα = – 1 + 2i. f est paire, donc admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. 1,96 × n n n n 3. un > 250 000 ⇔ 3 ln1,04 Il faut prendre n ⩾ 14. aire(F2) = (b – a)f(b). On obtient la valeur 0,48. 34 μ = 8. ⎞ 3⎠ Donc g n'est pas symétrique par rapport à I. ● F(6 ; 8 ; 4) ; K semble décrire un segment dans le plan (IBH) et une courbe dans l'espace. x 1 . La probabilité est : 55 . p ∫0 1 2p cos x dx = 0. lim f1(t) = 15 ⇔ x→+3 d = 15 ⇔ d = 15c.
Il permet de calculer un. Q Entrées Initialisation 1re boucle 2e boucle 3e boucle Sortie R U 2 1 0 1 0 1 1 2 2 12 2 Q R U 1 1 1 7 63 3 A N 12 2 4 6 6 5 2 1 0 A N 17 7 9 1 91 b. Donc l'aire de ℰ1 est égale à f. n +1 1 ⎛ 1 ⎞ = 0. ⎟⎞ 0,2 ⎟⎠ ⎛ 0,2 ⎞ ⎛ 0,52 ⎞ ⎛ 0,392 ⎞ 2. ⎛⎟ 2 ⎞⎟ < 10– 3 ⇔ nln⎛⎟ 2 ⎞⎟ < ln(0,001) ⎞ 3⎠ ⎞ 3⎠ ⇔ n > ln(0,001) ≈ 17,04 ⎛ 2⎞ ln ⎟ ⎟⎞ 3⎠ donc n ⩾ 18. Certains exercices ouvrent aussi sur des champs plus vastes comme les fractales, la projection stéréographique ou des lieux de points. q – 1 = 2αp d'où q = 2αp + 1. • ligne 5 : « pour tout entier p ».
La droite d'équation x = 2 est asymptote à . I = e – 1. ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎠ ⎞ ⎟. 17. 38 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. (–1)3 + 2 × (–1)2 + 2 × (–1) + 1 = –1 + 2 – 2 + 1 = 0 donc (– 1) est solution de (E). Vrai car z i = z = –tz ⇒ z – tz = 2z. 80. Donc x 1 + k 2 < R. Montrons qu'il existe plus de 1 000 fonctions qui conviennent ! Il s'agit de trouver des fonctions telles que ∫0 ((f (x)) 1 2) − f (x) dx . La variable aléatoire Xn suit alors la loi binomiale ℬ(n ; 0,2). D'après le tableau de variations, la hauteur maximale est f (99) ou f(101). 2 Format de tableau 1 1, 5, 7 ou 35 lignes. 1 – x Il suffit de calculer x2 + (f(x))2 pour une valeur de x. En effet, l'aire du domaine délimité par la courbe représentative f de la fonction f , par l'axe des abscisses et par les droites d'équation x = 1 et x = t, est égale à : t ⎡ 1⎤ 1 ∫1 f (x)dx = ⎟⎣ – x ⎟⎦1 = 1 – t 1 et lim ⎛⎟ 1 − ⎞⎟ = 1. z nBC = zC – zB = 7 + 18i – 3 – 6i = 4 + 12i. k→0,k≠0 k lim u(a + h) − u(a) = u'(a). +3 e 0 x f ' (x) + 0 – 1 2e f –3 0 c. Si d et d' sont sécantes, k = – 1 – t d'où t = 2 et k = – 3. v c. ⎡ ⎟ ⎟ c. Après le réglage, la masse moyenne d'un paquet de café sera environ de 249 g au lieu de 250 g. 2 ap + ap + 1 2 – 2ap – 1 + ap + 1 2 – ap + 1 = = Alors ap + 2 = 2 2 2 b. Donc A ∈ Δ. 23 0,76 0,75 G (grossesse) 0,23 A 0,24 (accouchement) 0,25 FIV 0,77 28 14 = . En posant A = lnx, on obtient 3A2 – 4A – 4 ⩽ 0.
= xx'– yy y '+ i(xy x '+ x' y) xy i v O u1 184 • 8. x 2 + 10 = –3. 17 2. La limite en l'infini d'une fonction rationnelle est celle du quotient de ses monômes de plus haut degré. Donc A, B, C, D appartiennent au cercle dont le centre est le point d'affixe 1 et de rayon 2. x x3 1 = +3. a = 2 : une solution. n doit être une puissance kième d'un entier.
M = ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟⎞ 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟. z32 – 5 z2 = ⎛⎟ 1 + 2i ⎞⎟ + 20i = 1 – 4 + 4 i + 20i=– 35 + 64 i . E(X) = 1 = 50 (mois). 2 2 –1 – i 3 –1 + i 3 et . b2 2 (a – x2) a2 ⎛ x2 ⎞ = (x0 – c)2 + (a2 – c2) ⎟ 1 – 2 ⎟ .
La droite d'intersection de deux plans est normale aux vecteurs normaux de chaque plan. Donc le résultat est vrai pour tout x.
a' > 0 donc a' = 26 – 5 = 21 convient. ln a a − ln a 1− a 1 est maximale quand la foncc.
Fonctions sinus et cosinus • 83 3 a.
lim f (x) = 2 ; lim f (x) = 2 . N est de la forme 4k – 1, il ne peut être de la forme 4k + 1. On conjecture que la valeur de I c. Soit a –* et b +*. 22 1. ⎟⎞ 20 ⎟⎠ 4.
⎛ a –l⎞ p Donc |a – l| = |b – l| et arg ⎟ = [2p] .
L a pour affixe B (– ≡ 3. (3) Ni parallèles ni sécantes. • C'est Pauline qui a raison. Nombres complexes • 195 3. l Cette valeur est comprise entre 0 et 1 car : ⎡ ⎟ 1 + l ˉ el . ⎡ p 3p ⎤ . La limite d'un produit est le produit des limites si celles-ci existent et sont réelles, ce qui est le cas ici. 1 Z = 4 ⇔ z + = 4 ⇔ z2 + 1 = 4z z ⇔ z2 – 4z + 1 = 0 ⇔ z = z3 ou z4. 43 i –i ⎛ –2 5 5⎞ = 5⎟ +i .
3ln3 – 2,5 c. Il faut encore vérifier si y 2 − x 2 < 29,7. 38 1. f 1⎟ e 3 ⎟ = – 27 27 ⎞ ⎠ ⎞ ⎠ x c. Les relations de récurrence se traduisent par l'égalité matricielle Xn + 1 = AXn ⎛ −0,1 0,8 ⎞ avec A = ⎟ ⎟. Le chiffre des unités est 7. x2 + 1 × 2x 2 3+ x 2 8x + 3 b. f est dérivable sur [– 3 ; 3], en tant que composée et somme de fonctions dérivables sur un intervalle tel que 9 – x2 > 0. f (x) = MN × AM = (x – a)ex lorsque x > a. e La proposition est donc fausse. Δ1 : x = 1 ; Δ2 : y = 1. J ⎛⎟ 0 ; ⎞⎟ ; K ⎛⎟ ; ⎞⎟ . Nombres premiers 2. Z est une racine carrée de z si et seulement ⎡ a 2 – b2 = a (S1) ⎨ 2ab = b ⎣ b. rHB = nAB – rAD – nAE 3. Comme 0,1 < 1, d'après b, on a : ∫00,1(x 1 2) + 1 dx ⩽ ∫ 1 0,1 0 (1) ⇔ 1,233 ⩽ ∫ 1 0,1 0 f (x) dx ⩽ ∫ 1 0,1 0 (x 2) + 3 dx (1) f (x)dx ⩽ 3,033. ⎛ 1⎞ Initialisation : v0 – u0 = 1 et ⎟ ⎟ = 1 donc : ⎞ 4⎠ f '(x) = 3 5 f (1) = > 1 et f (2) = < 2. Partie A 1 n+1 −x ∫0 x 1 1 et lim ∫ x n dx = 0. v – un Donc vn + 1 – un + 1 ⩽ n . ⎞ x→+3 x→+3 x ⎠ 1 1 x − 2k −k = .
0 2 ∫ x −t 2 e x 2 dt – ∫ t 2e−t dt = − 0 ( ) +3 g f y 1 j O 0 g g x 2 0 dt ⩽ ∫ t 2e−t dt ⇔ 2. f(x) = –5 0 –1 e 5ln 6 f(x) = ; g(x) = ; x –1 ln (x + 5) 17 5 k 1 (x – 1)2 +3 +3 . de x. 4 L'ensemble des points est donc la droite passant par E, formant un angle de dans le sens positif avec cu 4 et privée de E. Cette intégrale donne l'aire du quart de disque car la courbe de f est le quart de cercle, le repère est orhonormé et f est positive sur [0 ; 1]. 108. Lois à densité ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. Pour x = 0 : fn(0) = 0 donc toutes les courbes passent par O. a 2. p f(x) ⩾ x ⇔ x ∈ ⎡ 0 ; ⎤. 04 – 5 × 03 + 6 × 02 – 5 × 0 + 1 ≠ 0, donc 0 n'est pas solution de (E). ⎞ 0 1 ⎠ ⎛ 1 0 ⎞ ⎛ x1 Le résultat donné : ⎟ ⎟⎟ ⎞ 0 1 ⎠ ⎟⎞ x 2 2 ⎠ ⎛ x1 ⎟ =⎟ ⎟⎠ ⎟⎞ x 2 ⎟ ⎟.
1⎞ ⎛ ⎟⎞ 1 + ⎟⎠ 12 . Raisonnement par inégalité faux. Asin(ωt) + Asin(ωt) = 2Asin(ωt).
25 − a 2 − 2 25 25 25 − a 2 25 25 − a x –5 – h'(x) h + 50 3 0 – 0 0 Objectif BAC 50 3 0 + 0 Se tester sur… – 0 Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. lim dk (x) = +3 car k > 0. = 0, d'après le théorème d'enca- d 3. H ⎛⎟ ; ; ⎞⎟ . 5 × 1 – 2 × 3 ≠ 0 donc la matrice A est inver⎛ ⎞ sible d'inverse : A– 1 = ⎟ −1 2 ⎟ . 40 Dans la catégorie 15-30 ans on observe un taux de fécondité de 1,5 enfant par femme sur cette période de 15 ans. p = 0,16 ; n = 75.
f est non nulle donc il existe x0 tel que f(x0) ≠ 0. × × × × × =⎟ ⎟ 7 7 7 7 7 ⎞ 7⎠ 3.
Si n = 2k, k est impair car 4 ne divise pas n ; alors k – 1 est pair et divise n – 1 qui est impair, ce qui est impossible, donc n est impair. 40 a. z nAC = zC – zA = 3 – 2i – (– 2) = 5 – 2i. D'après 1c, Z = 2cosθ. ⎟⎞ g ⎟⎠ (x) = 17 d'où x→+3 17 ⎞g⎠ b. 1 6 = (parmi les 7 cartes « mères » 7 42 de ce jeu, il ne peut y avoir qu'une seule carte de la famille Groseille : la mère Groseille).
456. On calcule X20 = A20X0 et on trouve u20 = 10 946. 2 1+ 5 qui est le 2 nombre d'or Φ. n 0,1252 Il faut interroger au minimum 256 personnes. = 2 2 . OS = OA entraîne que a = 119 ≈ 4,96. f (0) = 0 ; f (1) = 1. M = 0,20 ; N = 101. 7 71 a.
Comme leurs vecteurs directeurs ne sont pas colinéaires, elles ne sont pas non plus parallèles, elles sont donc non coplanaires. np(1 – p) l b. t t et 1 1 – . 45 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. + n0 = 0. n x ⎞ n x ⎞n n n ⎛ ⎛ x⎞ 63 a. 2 8 S = ∫ x 2 dx = . La matrice de transition pour cette marche ⎛ 0 1/ 3 1/ 3 1/ 3 ⎟ 1/ 3 0 1/ 3 1/ 3 aléatoire est M = ⎟ ⎟ 1/ 3 1/ 3 0 1/ 3 ⎟⎞ 1/ 3 1/ 3 1/ 3 0 b. E(X) = 0,895n – 1 015. On en déduit x→+3 x→0 1 que pour tout réel x > 0, – 1 < f(x) ⩽ . Une équation de est y = m où m est la valeur moyenne de f sur [0 ; 8]. Pour tout réel x > 0 : g'(x) = 2x + 2 b. 2 a + ib. 2 2 33 1 1 − x 2 + x + 13 ⩽ f (x) ⩽ x 2 − 4x + 7 2 2 (1) 6 6 1 (1) ⇔ ∫ ⎛⎟ − x 2 + x + 13⎞⎟ dx ⩽ ∫ f (x)dx −1 – −1 ⎞ 2 – ⎠ 6 1 ⩽ ∫⎛⎟ x 2 – 4x + 7 ⎞⎟ dx −1 ⎞ 2 – ⎠ (1) ⇔ 6 6 91 217 ⩽ ∫ f (x)dx ⩽ ⇔ 15 ⩽ ∫ f (x)dx ⩽ 73. y f Donc a(t) > a(2) + t – 2.
• Réciproquement, pour toute valeur t, avec 0 < t < 1, il existe k > 0 tel que e–k = t (la fonction x ↦ e–x est continue strictement décroissante de]0 ; +3[dans]0 ; 1[). cos ⎟ ⎟ = Re(Z) = ⎞ 12 ⎠ ⎞ 12 ⎠ 4 4 d. Équation de la tangente TA : y = f '(a)(x – a) + f(a). Si k > 0 : lim f k (x) = 0 ; lim f k (x) = +3. En une heure, Benoît peut faire : 3 600 ÷ 0,85 ≈ 4 235 manipulations au maximum. N = 18 N > 1 donc : D = 2, 2 divise 18, afficher D = 2, N = 18/2 = 9. x x h. x→0 ⎞ x ⎠ 1 lim 2 = +3 ; donc par produit : lim f (x) = +3. 5 Cette décomposition prouve que ce nombre n'est pas divisible par 2, 3, 5, 7 et 11. lim L(v) = 0 et lim m(v) = +3.
sommeinf vaut ∑ ek . = 12 12 ⎞ x ⎛ 1+ x x ⎟1 + ⎟ x x ⎞ x x⎠ 12 − 1 = −1 (car lim x = +3) x→+3 x x→+3 12 =1 ; et lim 1 + x→+3 x x 12 − x = 0. La solution est conforme à la réponse du logiciel. 1 et 2d < 0,95un HR < 0,95 × 0,95n– 16u16 ⩽ 0,95n+1– 16u16. 1, 3, 7 et 21. z 3 = 10 .
z B' = 2. P(−30 < X < −5) = b. Pour tout x non nul de Df : x>− 11 3 11 3 11 est asymptote à la b. 3 d. z A = 2e –i p 2 ; z B = 2e i 5p 6 i p ; z C = 2e 6 . n n pour n ≠ 0. Vous pouvez télécharger tous ces cours gratuitement au format PDF. PGCD(2 × 10n + 1 ; 10n – 1(10n – 1 + 3)) = 1. Pour tout n : ⎛p ⎞ ⎛ p⎞ cos ⎟ + 2pn ⎟ = cos ⎟ ⎟ = 0 (car la fonction est 2π ⎞ 2 ⎠ ⎞ 2⎠ périodique). La fonction x ↦ 6. Ensuite les deux tests « k < – 1 » et « k > – 1 » étant faux, on arrive à la dernière ligne de l'algorithme et il affiche la valeur de la variable x : « 1 ». (400 – 1 000 ≈ 368,377 et 400+ 1 000 ≈ 431,623.) c. Ces écarts semblent converger vers 0. f '(x) est du signe de xcos x – sin x, car x2 > 0. Pour tout x réel, on a – 1 ⩽ sin x ⩽ 1, donc x – 1 ⩽ f (x). OA = a 2 + 25 et OS = 12 – a. Par conséquent, la densité est nulle sur l'intervalle]– 3 ; 0[. f est définie et dérivable sur]0 ; +3[ln x et f '(x) = – 2x. Pour tout réel x > 0 : Partie B 1. z3 – 5z2 + 19z + 25 = (z + 1)(z2 – 6z + 25). Matrices carrées inversibles et applications • 293 Partie B 1 Voir fichiers logiciels. Comme f (2) × f (2,1) < 0, on a 2 < α < 2,1. P(50 ⩽ X ⩽ 60) = F(60) – F(50) = 0,7 – 0,55 = 0,15. ⎟⎞ ⎟⎠ 2 2 m −1 2 e f ⎛⎟ m − 1 ⎞⎟ = – 2 ⎞ 2 ⎠ m−1 +1 2 = 1−m m e . 2 (b − e) e−abt + e (x) +3 0 A'(x) + b A e 5. 4 4 33 a. Donc si l'angle est compris entre ≈ 0,39 et ≈ 0,64, le lapin ne se fera pas écraser. k(k + 1) pour tout k *. lim x→+3 x x→+3 x 95 1.
⎡ a = −2 . × = ● f +x f +x x f +x 2 a. ● f '(x) = 6 – 3x.
(ai + aj)·(aj + bk) = 1 ; or le produit de leurs normes vaut 2 ; ils ne sont donc pas colinéaires. t=t+1 somme=0 n(n + 1) + 1. 769 Dans le triangle rectangle OPH, les côtés mesurent 192 m, 200 m et 8 1 201 m. z z 5 ⎛ i 2p ⎞ 5 d. À partir d'un certain temps, la x→+3 c concentration dépassera celle de 15, à ne pas dépasser (en fait, au-delà de 13 heures).
⎞ 3⎠ Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. En appliquant le théorème des valeurs intermédiaires : g(0,94) ≈ – 0,000 04 < 0 ; g(0,941) ≈ 0,007 > 0. b = 52 × 7 = 175. ⎞ ⎛ 2⎠ 2⎠ c. X suit la loi normale (100 ; 202). 0 y 10 2 x 56 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. lim Sn = +3.
Géométrie dans l'espace 1 lIC)·nAB 3 = lDI·nAB + =0+ 1 (hIA + rAC)·nAB 3 1 1 hIA·nAB + rAC·nAB 3 3 1 1 = − + =0 6 6 De même tDD'·rBC = 0. La condition « a > 0,5 » devient donc fausse.
Vérification par calcul. 2,8 cm et un angle de 38°. sur ⎡ ⎟⎣ e – 1 ; +∞ ⎟⎣ e. Fonction exponentielle • 109 2. ⎛p ⎞ f ⎟ + h ⎟⎞ 2 ⎠ 1 − cos(h) = b. e−x lim f (x) = +3.
I2 – A est inversible donc il existe une et une seule ⎛ ⎞ solution : X = (I2 – A)– 1B = ⎟ −100 ⎟ . Si n est pair, un = 11 × (1 + 102 + … + 10n – 2). On a bien B × A = ⎟ ⎟. 15 ⎛ 0 0,4 0,4 ⎞ ⎟ 1.
34 34 17 17 12 2. ⎟ ⎠ inversible. Sur [a ; x0 – 0] ∪ [x0 + 0 ; b], g(x) = 0 ⩽ f (x). A ∈ d pour t = 0. BC = 4 2 + 122 = 4 10 . 2 2x − 1 < g(x) ⩽ . f (x) = 5 : une solution. Pour tout x non nul, on pose y = d'où 1 1 – 1 < E ⎛⎟ 1 ⎞⎟ ⩽ . Donc cos 3x = cos3 x – 3cos x sin2 x. A(1 ; 0 ; 0), G(0 ; 1 ; 1), I ⎛⎟ ;1 ; 0 ⎞⎟ et O ⎛⎟ ; ; ⎞⎟ . En posant x = 1 + h, lim x→1 ln(1 + x) ln(1 + x) = lim x × = 0. Compléments sur la dérivation Corrigés des exercices et problèmes b. xn = 2 ⇔ 1 + 0,1×n = 2 ⇔ n = 10. AB = AC donc ABC est isocèle en A. G(x) est définie et dérivable sur un intervalle où x > 0 et où ln x > 0, c'est-à-dire]1 ; +3[.
56 1. On en déduit que pour tout n ⩾ 0 : ⎛ n ⎛ ⎟ ⎟ ⎛1+ 5 ⎞⎟ ⎟⎟ ⎞ 2 ⎠ ⎛ un ⎞ ⎟ u ⎟ = ⎟⎟ P × ⎟⎟ ⎟ n+1⎠ ⎟ ⎟ 0 ⎟ ⎟⎞ À l'aide des notations q1 = q 2n ⎛ un ⎞ ⎛ q1n ⎟u ⎟ = ⎟⎟ n + 1 ⎟ n + 1 ⎠ ⎞ q1 q 2n + 1 310 • 6. ● Théorème des valeurs intermédiaires et tableau de variations de h. ai – aj + bk. tan 0 = 0 ; tan 3 p p p = ; tan = 1 ; tan = 3 . On en déduit que g(x) < 0 sur]– 1 ; α[∪]β ; +3[et g(x) ⩾ 0 sur [α ; β]. Loi des grands nombres. ● Cas 1 : J = 1, B = 28. Si a < 0, lim ax = –3 et lim x→+3 donc lim f (x) = –3. ⎟ ⎟ 1 × e ⎟ ⎟ = ⎟ 1 × e n ⎟ ⎛ 1 ⎞ ⎟ × ⎟ e n ⎟⎞ x⎠ n x ⎞x ⎠ ⎞ ⎠ ⎟⎞ ⎟ n ⎠ ex = n. Si le vecteur normal du troisième plan est coplanaire aux deux autres, il sera colinéaire à la direction de la droite d'intersection. C'est-à-dire 0 ˉ f '(x) = 2 . En x = 2 : y = x – 2. Entrée : rien Sortie : le maximum de f Traitement : m prend la valeur f(0) Pour x allant de 0 à 9 avec un alors m prend la valeur Fin Si Fin Pour Retourner la valeur de m La valeur retournée est 3,6. P(J ∪ D) = P(J) + P(D) – P(J ∩ D) = 0,069 4. (2 2 n+ n –4 2 1 1 2 = = 2 n – (n 2 – 4) ln(xn) an n – n – 4) n + n2 – 4 . 12. lim(x + 1)(x – 2) = 0 – donc lim f (x) = –3. f est continue, croissante sur ℝ à valeurs dans ℝ. lim v(x) = lim ln⎟ 2 ⎟ ⎠ x→+3 x→+3 ⎞ x ⎠ x→+3 ⎞ x On en déduit que v(x) < 0 sur]0 ; +3[. (p + 1)! = (p + 1) × p! donc (p + 1)! ⩾ (p + 1) × 2p – 1. La clé serait BEC. Comme cette variable aléatoire prend un nombre fini de valeurs, elle est discrète. A = ⎟ 4 6 −8 ⎟ et V = ⎟ ⎟⎟⎞ 5 2 1 ⎟⎠ ⎛ 1 ⎞⎟ −3 ⎟ . LOI.BINOMIALE(E3;A3;I$2;VRAI) permet d'obtenir une valeur approchée de la probabilité que la variable aléatoire X (suivant la loi binomiale de paramètres A3 (n = 30) et I$2 (p = 0,2)) prenne des valeurs inférieures ou égales à E3 (E3=10) : P(X ⩽ 10). Une équation de cette tangente est alors : y = f '(4)(x – 4) + f(4) = 2x + 4 45 y a. 8. h 2 y 0 pour n ⩾ 1.
Comme P(A ∩ B) ≠ P(A) × P(B), les événements A et B ne sont pas indépendants. Donc si n ⩾ 16, ⎛⎟ 1 + ⎞⎟ ⩽ 1,9. M = 0,10 ; N = 401. 2 016 = 25 × 32 × 7.
13 exp(5x – 3) = 1⇔ 5x – 3 = 0 ⇔ x = 3 . ⎟ ⎟⎟ 0 0 0 0 0 ⎟⎟ ⎟⎟⎞ 0,5 0 0 0 0 ⎟⎠ ⎞ ⎟ ⎟ et X2n + 1 = ⎟ ⎟0 ⎟⎠ 0 1 0 0 ⎛ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟0 ⎟⎠ 0 0 1 0 pour tout n ⩾ 0 donc la marche aléatoire diverge ; ⎛ ⎟ ⎟ • si on part de C, X2n = ⎟ ⎟ ⎟ ⎟⎞ ⎟ ⎟ ⎟ et X2n + 1 = ⎟ ⎟0 ⎟⎠ 0 0 1 0 3. l d. Pour tout entier n > 0, 1 1 1 1 < et < et … n +1 n n+2 n 1 1 < .
Si 0 < k < 2e Si k = 1 , l'équation a une seule solution. 496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248. 312 43 23 ⎞ 340 71 61 ⎞ I ⎛⎟ et J ⎛⎟ . a = 211 et b = 26. est au-dessous de sur]–3 ; 0] et est au-dessus de sur [0 ; +3[.
Partie C 1 a. n + 4 ≡ 1 + 4 ≡ 0 [5] et n + 4 ≡ 3 + 4 ≡ 0 [7].
Nombres complexes 67 a. P(X ∈]– 3 ; +3[) = 1 P({X < a} ∪ {X ⩾ a}) = 1 P(X < a) + P(X ⩾ a) = 1 P(X < a) + P({a ⩽ X ⩽ b} ∪ {X > b}) = 1 P(X < a) + P(a ⩽ X ⩽ b) + P(X > b) = 1. ⎟ ⎣ 3 ⎦⎟ ⎣ ⎦⎟ L'ensemble des solutions de l'inéquation ⎡ −2 ⎤ 3(lnx)2 – 4lnx – 4 ⩽ 0 est ⎟ e 3 ; e2 ⎟. l 5 Diviser pour mieux régner 1 a. Cela exclut le couple (3 ; 5). 1 – Z 2 1 + tan 2 u 2 2Z = (1 + Z)2 – (1 + Z)2. Aire : (R) = 2R2 + 2Rh = 2R2 + R 500p . ⎟ ⎟⎟⎞ 8 ⎟⎠ ⎛ −18 ⎞ A est inversible donc U = A– 1V = ⎟ −4 ⎟ . Mais (un') converge vers '. u0 = 1 ; u1 = 1. d étant incrémenté de 2 en 2, pour ne pas dépasser N, il faut stopper la boucle dès que d ⩾ N – 1. 1 4 a. cos(2x) = 1 – 2sin2x donc sin 2 x = 5 0 G(x) = x 1 e. m 0 x 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 – 1,9 –2 f(x) 0 – 1,9 –2 – 0,9 0,8 2,5 3,6 3,5 1,6 – 2,7 – 2,7 e. Donc 0,5 ⩽ u0 ⩽ u1 ⩽ 1. Immédiat car q divise Mp. c. ; p ⎟⎣ 6 ⎦⎟ c. • Partie A 1 Cela se justifie par le fait que la variable aléatoire X suit une loi binomiale ℬ(n ; p). ⎛ 4⎞ b. n→+3 = 0 donc lim un = 0 par le théorème n→+3 3 n 2 + 4 = +3 car n 2 + 4 = n 1 + b. L'heure de passage de la xième rame A est 7x, celui de la yième rame B est 11y – 5. Entrées Initialisation 1re boucle 2e boucle Sortie 45 22 45 22 c. Donc pour tout réel x > – 1, ln(1 + x) ⩽ x. ⎟⎣ 5 ; 5 + 5 ⎦⎟ 2p ⎤ Sur l'intervalle ⎡ 0 ; : ⎟⎣ 5 ⎦⎟ 2. On a f (up) ⩽ f (up + 1) car up ⩾ 0 en tant que racine carrée. lim f (x) = +3 et x→−∞ lim f (x) = +3. Si f '(x0) ≠ 0, cette tangente coupe l'axe des abscisses en ⎟ x0 – f '(x0) ⎟⎠ ⎞ La distance BC vaut f (x0) . Conclusion : A inversible ⇔ ad – bc ≠ 0. 3 x 2p 3 0 0 g 2 '(x) 0 g2 + π – 0 0 c. ● Si 1 029 = pq avec p < q, alors p < 1 029, puis on en déduit q. b2 est premier avec a donc avec a2.
b = 22 × 3 × 72 = 588.
= un + 1I + vn + 1B . 128. On vérifie que wKM·rAN = 0. Fonction logarithme népérien x→0 x→0 x→0 c.
D'où f ne peut pas être égale à la fonction exponentielle. –3 R x sur [0 ; h]. 2 = 0,04 . REMARQUE Le recours à la calculatrice n'était pas nécessaire. 5 2x + 5 ⎠ 2 2 ⎣5 ⎦0 ⎡ p⎤ Sur ⎟ 0 ; ⎟ , sin x est positif. ⎟⎣ 2 ⎦⎟ p Et sur ⎡ – ; 0 ⎤ , on a x ⩽ sin x ⩽ 0. 25 50a − 3a3 2a a3 = . (i 2)4 + (i 2)3 + 5(i 2)2 + 2i 2 + 6 = 4 – 2i 2 – 10 + 2i 2 + 6 = 0 donc i 2 est solution de (E). vn =) n2 + 4 + n2 + 1 2 1 pour tout n .
lim n→+3 n + 1 = +3 donc lim un = 0. Pour tout réel x, e–x > 0, donc h(x) = ln(2 + e–x) > ln2. Les vecteurs normaux bn ⎟ 1 ⎟ et bn' ⎟ 4 ⎟ ne ⎟ ⎟⎟ ⎟⎞ 1⎠ ⎞ −2⎠ sont pas colinéaires donc les plans et ' sont sécants. ⎟⎞ ⎟⎠ ⎟⎞ ⎟⎠ 9 9 27 353 44 010 977 t– . Quel que soit x réel, – 1 ⩽ sin x ⩽ 1 donc – 1 ⩽ sin ⎟ + 10 ⎟ ⩽ 1. Les nombres 2 m + 1 semblent premiers si et seulement si m est une puissance de 2. 17 17 17 2z – i 2z + i alors Z = . Fonction exponentielle • 121 3. P(X < 3) = P(1 < X < 3) = (3 – 1) × = .
n4 – 1 = (n2 + 1)(n – 1)(n + 1).
Pour tout réel x > 0 : f '(x) = 1 2 x − 1 1 2x ln x + (x − 1)(x + 1) ln x + × = x +1 x (x + 1)2 x(x + 1)2 u (x) f –3 +3 0 + +3 +3 0 149 g. Les îles Salomon ou Brisbane.
P(tJ ∩ tD) = P(tJ) × P(tD) = (1 – 0,01) × (1 – 0,06) = 0,930 6. 2x 3 . Sur [– 3 ; 3], f (x) ⩾ 0 et g(x) ⩽ 0. 68 1. (5k ; 2k) pour k entier relatif. k k k=1 k=1 ∑ Les fonctions gi sont donc impaires. (Pour tout x ⩾ 3, = 1.) 2 3. Les solutions de (E2) sont 1, – 1, i et –i. Lois à densité 2 × (s) = 1. En réordonnant les termes de P. exercices d'approfondissement 32 a. f (x) = – 4 : x = – 5,5 ou x = 1,5. f. lim x 2 – x + 5 = +3 . Donc 0 ⩽ e – un ⩽ e. x d. 1+ x 1 ⇔ f '(x) = – 1)(+ 1) = 1 1+ < ⇔ 2 – 1 = 1 ⇔ 2 = 2 ⇔ < = 2 ou < = – 2 . Deux de ces points sont reliés par un segment par exemple [A2n + 1A2n + 2]. Suites • 25 58 (1. a2 = n donc b2 divise a2. En notant xD l'abscisse de D, on a R2 = xD2 (1 + k2), R donc xD = . A partir du rang max (n0 ; n1), tous les termes sont dans I et I'. z1 = 8. ⎞3 ⎛ 3 3⎞ 3⎠ 69 a. = e. Les vecteurs normaux bn ⎟ −1 ⎟ de ⎟ ⎟⎞ −1⎠ ⎛ 1⎞ et n b ' ⎟ −1 ⎟ de ' ne sont ni colinéaires ni orthogonaux.
Comme P(X < X ⩽ y) ⩾ 0 alors F(y) ⩾ F(X). 2 4. Hérédité : Soit up > 0 pour tout p . vn 10 1 D'où lim un = .
Les droites d et d' sont sécantes. Sur l'échantillon considéré dont on ne connaît pas immédiatement la taille, la fréquence observée de personnes qui voteront pour le député sortant est de 0,53 (53 %). 1 1 1 On a : f '(x) = lnx – et f ''(x) = + 2 > 0. (cos x + isin x)3 = cos3 x + 3icos2 x sin x + 3i2cos x OB = |b| = (–1)2 + 32 = 10 ; OC = |c| = 5 + 5 = 10 . De même, on a 0 ⩽ b – vn ⩽ (b – vn) + (a – un) (2) (2) ⇔ 0 ⩽ b – vn ⩽ (a + b) – (un + vn). h2(x + 2π) = h2 ⎟ x + i ⎟ = h2(x). ⎞ 27 ⎠ a.
2 Démontrons par récurrence sur k qu'il existe un rang n tel que un ⩾ k pour tout entier k ⩾ 1. Fonction logarithme népérien ln x = 1. Oui. 13 < A < 22. On a été piégé par la calculatrice car on n'a pas été assez loin. 82 1 1 1 5 b. f(0) = 0 ; f (2) = 2 et f(4) = 4. ⎨ f (0) = 0 ⇔ ⎨ c=0 ⎟ f (7) = −9 ⎟ 49a + 7b + c = −9 ⎣ ⎟ ⎣ +3 – Γ 1 –1 D0 0 T x 2. 7 × 1 – 1,5 × 4 ≠ 0 donc la matrice A est inversible ⎛ 1 −4 ⎞ d'inverse : A– 1 = ⎟ ⎟. Cela semble confirmer la conjecture. Pour tout X réel, on a : p – 1 ⩽ cos X ⩽ 1 ; donc – 1 ⩽ cos ⩽ 1. Conclusion : Cette partie du programme a simulé le tirage d'une boule rouge lors du 1er tirage. Il n'y a pas de solution du système : ⎨ ⎣ 2a + b = 4 donc pas de suite constante vérifiant la relation. Donc Pn (xn + 1) = – xnn ++ 11 < 0 car xn + 1]0 ; 1] pour tout n ⩾ 2. f '(t) = 2 cos(2t). ⎟ z = 1,8 + 3t ⎣ Pour t = – 0,6, les droites et Δ sont sécantes en un point I(0,8 ; 0 ; 0).
⎞ b⎠ Donc (un) converge vers 0. 8 ∫0 c. On obtient le tableau de variations suivant : x –3 2 – f ' (x) 0 +3 + +3 +3 0 L'équation f (x) = 6 a donc deux solutions. G est donc croissante sur [0 ; +3[. – –i 1 + j + =1– +i 2 2 2 2 c. Comme n ∈]0 ; +3[, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f (x) = n a une seule solution αn appartenant à]1 ; +3[. x→6 x→6 4 x >6 c.
4 4 Donc la propriété est initialisée au rang 1. Le triangle ABC est donc isocèle rectangle en C. (un) est convergente.
(z – 1)(z4 + z3 + z2 + z + 1) = z5 – 1. 4 et l 5 Voir fichiers logiciels. AB BC Temps de parcours total : + = v1 v2 x2 + l2 d−x + = f (x), v1 v2 B H pour 0 ⩽ x ⩽ d. Soit f '(x) = 1 – ln x . Z = (2 + 3i)(4 – 6i) Z = 8 +12i – 12i – 18i2 Z = 8 + 18 donc Re(Z) = 26 et Im(Z) = 0. Faux (cf. x −1 x +1 x +1) 2 1 . 2 x−b c. On appelle D le point de coordonnées ⎛⎟ 0 ; ⎞⎟ . f '(x) < 0 car tous les termes qui interviennent dans cette dérivée sont strictement positifs sur l'intervalle]0 ; +3[, et précédés d'un signe « moins ». Quand la taille de l'échantillon augmente, les intervalles sont sensiblement « identiques ».
Donc 2p + 1 > 4p. x→−3 x→+3 3. f(0) = 0 et f(1) = n, donc il existe un unique α ∈ [0 ; +3[tel que f(α) = 1.
n(n – 1) + 1 pour tout n . 2 La touche ln de la calculatrice 1 a. b n +1 De plus, n donc 1 > a car a –*.

lim tan x = +3. Le tableau de variations indique les deux valeurs de x telles que g(x) = 0. x→+3 c. a = 13. ia ⎟ 1−e ⎟ ⎟ eiw – eia ⎟. Par intégration 0 ⩽ In ⩽ ln 2. Lorsque k > – 1, le point d'intersection des deux courbes a une abscisse α strictement supérieure à 1. Algorithme de calcul des 10 premiers termes : Début Entrer a u prend la valeur a v prend la valeur a Pour i de 1 à 10 faire v prend la valeur 1. Si les suites convergent, c'est vers un état d'équilibre X vérifiant X = MX. Si a ⩽ 1, il y a des solutions. cos2 x 4 ⎟ g''(x) = – 2sin x p < 0. La courbe f est au-dessus de g sur R. 1 La variable aléatoire Z prend les valeurs i – np où i désigne les différentes valeurs prises par np(1 – p) la variable aléatoire X. Veff = 1 10 = 4 10 = 2 5 (∫ (∫ 5 0 (∫ (2t)2 dt + ∫ 5 2 1 dt 0 10 5 +∫ 10 5 5 2 10 0 5 t dt + ∫ (20 – 2t)2 dt (10 – t)2 dt (t 2))) = 20t + 100 dt) 5 10 2 ⎡ ⎡ 1 3 ⎤ ⎡ 1 3 ⎤ ⎤ 100 2 ⎢ ⎢ t ⎥ + ⎢ t – 10t + 100t ⎥ ⎥ = 5 ⎣ ⎣ 3 ⎦0 ⎣ 3 ⎦5 ⎦ donc Veff = 10 3 ≈ 5,8. Matrices carrées inversibles et applications Corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes inverse en procédant aux opérations inverses sur les Exercices d'application 1 ⎛ 1 0 1 1 – + 6.
Vrai : on cherche une solution telle que x → +3. Le résultat de la loi de Titius-Bode est très largement faux pour cette planète malgré la prédiction de son existence grâce à cette loi. Pour tous réels x et a strictement positifs : 1 1 = . x2 – 104 ⩽ g(x) implique lim g(x) = +3 . 2p Alors Sp + 1 = Sp + up + 1 Sp + 1 = 2 – 2p + 3 2(p + 1) – 1 + 2p 2p + 1 Sp + 1 = 2 + –2(2p + 3) + 2(p + 1) – 1 2p + 1 –4p – 6 + 2p + 1 2p + 1 2p + 5 2(p + 1) + 3 Sp + 1 = 2 – . p + 1 = 2 – . Volume maximal lorsque : ⎛ R 2pR 3 2 ⎞ ⎝ R ⎠ .q⎤ = =⎡ R . Les combinaisons mènent à la même équation à deux inconnues.
Non. 2 104 b. ● + ≈ 0,807. i p f. On vérifie que cette droite est incluse dans . 27 3n – 1 = 3 × 3n – 1 – 1 = 2 × 3n – 1 + 3n – 1 – 1. 2 2 ⇔ ex – 1 = 0 ⇔ x = 0. x→+3 ⎝ x⎠ 0,6 0,4 0,2 c. Pour tout nombre réel positif x : F(x) = P(X < x) = x ∫0 f (t) dt = ∫0 le −lt dt = 1 – e−lx . Mais en modifiant les unités, on en trouve deux. (⇔) est immédiat et vient de la définition d'un triangle équilatéral. Asin(ωt − π) = –Asin(ωt). -3 99 + Le signe peut être obtenu par tableau de signe après factorisation. sur ⎦ – ⎣ 13 ⎦ b. Démontrons par récurrence que n! ⩾ 2n – 1 pour tout n ⩾ 1. Les droites (AD) et (BC) sont parallèles. 8 13 104 3 7 21 = . ⎥⎦ Les suites ont toutes deux pour limite 0. x→0 x→+3 On en déduit l'asymptote verticale d'équation x = 0. 2p ⎦ Sur l'intervalle ⎡ 0 ; : ⎣⎡ 5 ⎣⎦ p pt 23 1. 6 25 a. h I f (−2 + h) – f (−2) n'a pas de limite en 0, donc f n'est h pas dérivable en – 2. Les lignes de la matrice A sont les coordonnées de vecteurs normaux à chacun de ces plans. La valeur qu'affiche le programme est en fait la première valeur i « rencontrée » pour l'entier naturel n tel que R < 0,95.
Conclusion : Donc un > 0 pour tout n . On stoppe le processus dès que d est supérieur à d a ou b. Donc un + 1 un < 1 pour tout n ⩾ 40. Conclusion : Donc le nième nombre impair est 2n – 1 pour tout n . *. 0,111 241 2 0,169 8 × 0,128 ≈ 0,195 4 (formule de Bayes). L'erreur est inférieure à 10, elle ne pourra donner le même reste. Une représentation paramétrique de la 3 d'où : 2 6 3 ; sin(rDB, IDI) = . D'après le tableau de variations et le théorème des valeurs intermédiaires : g ne s'annule pas sur]–3 ; – 3] et g s'annule en une unique valeur α sur [– 3 ; +3[. –4 –2 –3 –1 0 1-x ont 3+x –1 même sens de variation sur]- 3 ; 1[.
3 k→+3 ⎝ ⎠ 3 3. ex + 2 ⩾ e ⇔ 2 x +2 7 32 Pour x + ⎟ 2 2 – x 2 – x 2 – x 5 e e e 7 – 2x – 7 – 2x x ⩾ 0 ⇔ e 7 – 2x ⩾ e (7–x) – (7 –x) e e 2–x ⩾ 2–x ⩾ e (7–x) ⇔ e 2–x ⩾ e (7–x) = f (x) ⩾ . Pour tout k ⩾ 1 ⎡ k k 2 ⎤ k – (k – 1) = – (k + x k) k – 1 ⎦ k – 1 k k(k – 1) k 2 k(k – 1) – 1) pour tout k ⩾ 2. f (x + 2π) = f (x).
D'où (b – a)f (a) ⩽ aire(ℰ) ⩽ (b – a)f (b). L'équation a deux solutions : – 1 et 3. f '(x) 1 c. g'(x) = 0 , c. Les solutions de (E1) sont 1 2 x1 = t v ⩾ 0 u d. f est dérivable sur I2 ; +3[et f (x) = lnx + ln(x – 2)) = ln(x(x – 2)).
Car e –29 000 × 0,000 121 ≈ 0,03 et e–22 000 × 0,000 121 ≈ 0,07. C'est le nombre dérivé de la k fonction exponentielle en b. ⎝ 6⎠ n 5 ⎝ 5⎠ c. f peut être prolongée par continuité en a. cu et bv étant non colinéaires, ils définissent la direction d'un plan. lim sin x – cos x – 1 cos x – cos0 = lim = –sin0 = 0 (foncx→0 x x→0 tion dérivée).
230 • 11. f et g sont donc décroissantes sur [0 ; π] et croissantes sur [π ; 2π]. e2 – 1 6. 55 a. Et donc (2a – 1)4 < (2b – 1)4. La clé de déchiffrement est 26 - a. c d. Or NB – LA = y 2 – x 2 - x 2 – (21 – x)2 . u est continue, croissante sur]0 ; +3[à valeurs dans R. De plus 0,1 ⩽ 1 b. 35 ⎛ 0,6 –1,2 ⎞ 1. – 22,5 × 0,345 + (– 10) × 0,21 + (– 2,5) × 0,11 + 2,5 × 0,105 + 10 × 0,23 = – 7,575. 73 d. 3 ⎝ –1 1 ⎠ ⎜ ⎟ ⎜ 1 0 ⎟.
Limites de fonctions • 55 64 a. Le calcul direct démontre les conjectures. vn > n→+3 n d. x2 c. La fonction a ↦ lA est décroissante sur]0 ; α] puis croissante sur [α ; + 3[et positive sur]0 ; + 3[.
● n x Si eX = nX et X = ⎝ x⎠ x x , alors e n = n = ⎟ e n ⎟ = xn. 263 ≡ (29)7 ≡ 27 ≡ 128 ≡ 8 [10]. ● lim x→−3 f x f fx = lim f donc la droite d'équation y = f est asymptote à h en –3.
h'(x) = – 2xlnx + h. x→+3 ⎝ x2 x ⎠ x→+3 59 a. x→+3 95 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
F(x) = y = 2x + 4 2. f(x) ⩽ x ⇔ x ∈ [; ⎣⎦ 5 5 ⎦⎦ x⇔ p kp 5 . Supposons que < '.
3 Dans ce cas, le nombre de puces sur chaque marche à chaque étape est stable. La dérivée f '(x) = x est négative sur e −x]–3 ; 0] et positive sur [0 ; +3[. ● 3 Dans le triangle MNP rectangle en P, l'hypoténuse MN est supérieure à MP. Intégration ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. lim f (x) = – 3 et lim f (x) = ln2. 37 a. x→+3 x→+3 x 1. (2 014 ; 1 014 048 ; 1 014 050). • La position relative de la courbe par rapport à l'axe des abscisses est donnée par le signe de ax + b. 6 Donc la propriété est héréditaire. g(c) = ec – a c = ec(1 - c) ; 1 – c = 0 ⇔ c = 1 ⇔ a = e. Cela s'explique par le facteur 19 1. D'après b, on a donc 6 ⩽ up + 1 ⩽ 14,8.
On a vu au A2 que b = ia. Donc ∀ x ∈ R, P(x) = x. Êtes-vous désormais convaincus ? La suite semble croissante et tendre vers +3. 2 = +3.
Or 4 x 2 + 4 – x2 – 8 < 0 ⇔ 16(x2 + 4) < (x2 + 8)2 ⇔ x4 > 0. Comme pour tout entier naturel n, un > 0, 1 un 91 d. 0 1/ 3 0 0 0 1 1/ 3 0 0 1/ 3 1 1 Pour i de 1 à n 1 Pour j de 1 à n P[i, j] prend la valeur 1/2 1/4 Pour k de 1 à n P[i, j] prend la valeur 1/2 1/2 P[i, j] = P[i, j] + A[i, k] 2/5 × B[k, j] 3/4 Fin Pour 4 Fin Pour 3 Fin Pour 2/5 23 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Conclusion : 1 < un ⩽ 2 pour tout n . ⎝ 6⎠ 6 pour tout n *. Ce résultat est cohérent avec le tableau de variations de la question 1. 2i z – z 2(z + z2) 2z z c. Pour tout réel x > 0, u'(x) = 1 – (lnx + 1) = –lnx. ● Pour MB(100), 10 000 points dessinés. 3]0 3 ⎡ 7. g'(x) = 2x – x. D'où y = (x – a) + 1 = x – y + 1 = 0.
Alors pk + 1 = pk + sk + 1 k(k + 1)(k + 2) (k + 1)(k + 2) pk + 1 = + 6 2 = (k + 1)(k + 2) (k + 3) 6 (k + 1)(k + 2)(k + 3) . On retrouve bien le résultat de 21,1 cm environ. du système : ⎧ ⎩ 2a + b = –1 0,1 L P 0,9 0,8 0,2 ⎛ 0,9 0,2 ⎞ Matrice de transition : M = ⎡ ⎣ z' ⇔ arg(z') ≡ 0 [π] ⎛ z –1– i⎞ ⇔ arg ⎢ ⎥ ≡ 0[p] ⎝ z ⎠ ⇔ (wMO , uMA) ≡ 0 [π] ⇔ M appartient à la droite (OA) privée de O. et h A I b.
Cette instruction permet de simuler un tirage (aléatoire) d'une boule dans cette urne. x→−3 lim f (x) = –3. x→0 4 2 – x 2x . 0,6x × 2 + 0,4x = 8 000 000 d'où x = 5 000 000.
2 est au-dessus de . 3) On réitère le même procédé pour compter les 2p – + 2kπ qui se trouvent dans l'intervalle.
X : nombre de composants défectueux dans un échantillon de taille 10. Si Pn est vraie pour n donné, alors : n+1 n ∏ ei = ∏ ei en+1 = i=1 e n ∑i=1i (∑ i)+(n+1) = e∑ en+1 = e n i=1 n+1 1 i=1 . ab appartient à E. On a : C⎡ 1 + ⎤ = ln2 ⎦ ⇒ 2C ⇒ nln⎝ 1 + ⎛ 100 ⎞ ln 2 ⇒n= . Compléments sur la dérivation h'(0) = a2 25 – a 2 = h(). On en demande une valeur approchée au millième. x→−3 5 et lim = 0 donc lim T(x) = +3. 24 1. 0 10 b. Oui, les organisateurs peuvent considérer que le fléchage était de bonne qualité dans son ensemble (entre 71,93 % et 78,27 % donc > 70 % ; niveau de confiance 0,95). n = 64.
Sujets type BAC Cet exercice est résolu dans le manuel, p. cqfd.
X ∫0 un + 1 = = e−nx 1 e −(n+1)x ∫0 1 + e−x dx + ∫0 1 + e−x 1e ∫0 −nx dx (1 + e) dx 1 + e −x −x 1 – e−nx ⎤ ⎡ 1 −nx ⎤ . 0 Donc, pour tout n > 0, n! > 41n. Si x < 0, alors f (x) > 0.
⎝ 2⎠ 78 b.
On trouve le point E(5 ; – 8 ; – 3). b – a ∫a b. Réponse c. A2 = ⎡ 0 0 0 ⎤ et A3 = ⎡ ⎢⎡ (0 0 0 ⎦⎤ 2 0,6 ⎞ ⎦. M – I2 n'est pas inversible ; les solutions sont les ⎞ ⎠. ⇒ 3t ⇒ 1 − ≥?/2 y J O i 1 = F (t) ⇒ t = a. 800 700 600 500 400 300 200 100 0 180 160 140 120 100 80 60 40 20 0 Proies (un) 0 100 200 300 400 500 600 700 800 Nombre de jours n Prédateurs (v) n 0 100 200 300 400 500 600 700 800 Nombre de jours n sans pêche avec pêche 308 • 6. f (x) = 0,1x (–x 2 + 12x – 30) = – 0,1x 3 + 1,2x 2 – 3x . ⎝ 4⎠ n e. 27 2 . ● PHS (« CDD ») = b. Sur [0 ; 2π] : I1(x ; y) ∈ ∩1 ⇔ I1 ⎡ ⎣ car ⎝ 2 ⎦ 3p sin x = – 1 ⇔ x = . 15 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 0,5 6. et g'(x) = – (2 + lnx) + (1 – lnx) = x x x c. 36 ⎡ 3 ⎤ 10 ⎦ 2 ⎢ Partie 1 1. Pour tout réel x > 0, f '(x) = –(lnx + 1), donc f est croissante sur]0 ; e−1] et décroissante sur [e–1 ; +3[. Δ = 36 – 100 = – 64 < 0 donc il y a deux solutions complexes z1 et z2 : 6 + 8i 6 – 8i et z 2 = 2 2 soit z1 = 3 + 4i et z2 = 3 – 4i. Le numéro crypté est 04 77 31 59 71. –3 Partie B 1. On note : 63 a. La courbe k passe par le point de coordonnées (1 ; – 3) si et seulement si ek = – 3. rDB·IDI = 1, DB = 2 et DI = coord(IDB, IDI) = a. g est dérivable sur]– 3 ; 0[et g'(x) = 1 – ex Donc g est décroissante sur]– 3 ; 0[. un > 900 ⇔ 1,1n > 18 ⇔ n > 50 x→e2 x→e2 x→e2 55 n d. A(0 ; – 1 ; 0), B(2 ; 1 ; 4) et leur milieu C(1 ; 0 ; 2). an an e e 6. On peut remettre en cause l'affirmation de cette entreprise. Donc g' est décroissante sur [1 ; 2]. ● Calculer d(x), la distance BM, en fonction de l'abscisse x de M, puis étudier les variations de la fonction d.
; R = 4 ; k = 2 ; aire maxi ≈ 1,04... • L'intervalle étudié en Seconde est l'intervalle I3 : réponse (a). x f (x) 1,1 2,40 1,25 1,67 1,5 1,34 1,75 1,22 d. L'amplitude de l'intervalle de fluctuation étudié en classe de Seconde est 2 , n qui est ici égal à 0,345 – 0,095 = 0,25. Donc 2n est une période de g. lim f (x) = +3 et lim f (x) = lim ln ⎛ 2 ⎞ x→0 x→+3 x→+3 ⎝ 1 + lim ln ⎛ 2 + 1 ⎞ = (un + 1) un . TP 4 Carré adossé à deux courbes Une première recherche peut se faire à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. e. b.
(b + 9) Soit n tel que n ⩾ ⎡ – ⎤ + 1. k(x) = x→2 x→2 REMARQUE : – 12 – 25 1 x→0 x >0 x→2 x –3 g 1 x x →–2 . Lorsque a décrit]0 ; +3[, le point ● parcourt la courbe d'équation 2 ⎝ y = 0,5ln(2x). 5 × (u0 + 3) + 3 × (v0 – 5) = 1. En prenant x = 1, on a : h'(1) ∀ t ∈]0 ; +3[, t × h'(t) – h'(1) = 0 ⇔ h'(t) = 0. Sinon, si x > b alors dps = (x – b)2 + y 2 . f f (x 0) f (x 0) 2 g n le degré x0 a x 0 – a0 x 0 + a0 les n + 1 coefficients an, ..., a0 deux réels c et b Sortie : les n + 2 coefficients pn + 1, ..., p0 b. La probabilité d'arriver en D après 4 pas n'est pas indépendante du sommet de départ. Un cercle. 0,65 × (0,07 + 0,28) + 0,07 × (0,65 + 0,28) 41 100 7 59 G autre procédure 11 59 naturellement FIV 59 100 G 30 59 11 59 adoption + 0,28 × (0,65 + 0,07) ≈ 0,494 2. Exercices d'approfondissement 59 a. Les probabilités conditionnelles (second niveau des branches) seraient simplement les probabilités des événements : PA(B) serait remplacé par P(B) et PA(tB) par P(tB). Un diviseur commun de 9, 15, 27 et 33 est 3. blanc ⎤ = ∑ 2k ⎝ 3 ⎠k=0 c. (p + 1) (p(p – 1) ⎝ p – 1 ⎞ . Sur [– 0,1 ; 0], f '(x) = – 1 + x + ⩽ d3(– 0,1) < 0,000 004 1. ⎝⎡ f : – n ; f + n ⎦⎤ ⎣⎦ 0,53 − n ; 0,53 + n ⎦⎤ • • se situeront entre 49 % et 57 % » : « 53 % – 4 % ; 53 % + 4 % ». ⎧3x + 2y = x' b. Raisonnement analogue à celui du 1e. x (1 + ln x) d. Il y a donc 90 Conclusion : Pour tout p et p ⩾ 2, on a 1.
(1+i)2k est un entier. 2 0 s = 1 La fonction de répartition F étant constante sur l'intervalle]1 ; +3[, elle est dérivable sur cet intervalle et sa dérivée qui n'est rien d'autre que la densité, est nulle sur cet intervalle. ⎡ – 2 ⎦ ⎟ 2 ⎤ Donc ln x ∈] – ; e. ● 1 ⩽ z 3 ; e2 ⎦. f (x) = ⎡ . Pour cette construction ou une autre construction utilisant la question 2. up + 1 up up + 1 Alors up + 1 ⩽ 2 ⟺ 2 ⩽ aire du triangle ∆ =(aire de ADO) . 0 ⎝ 2 3 4 5 6 7 ⎠ 42 1 a. pn = 1 – pn c. Leur PGCD vaut 2. A = I – aN avec N = ⎡ 0 0 1 ⎤ et ⎣ 0 0 0 ⎦ bien N 3 = 0. a→+3 2 3 2 M la tangente à f en M a pour équation : y = – 3 x + 2 . 36 1. 2 2 2 ● y 1 Pour k ∈ [– 2 ; 0[, (k) = (2 + k)2. ex. C'est un vitesse de 19. ⎡ ⎦ ⎡ 0 0 0 ⎦ ⎛ 0 ⎞ 2. La plus rapide est (vn), puis c'est (un) puis c'est (wn) la plus lente. Le signe de f '(x) et f '(x) = 2ax – 1 + = x x 2 est celui de 2ax – x + 1 ; Δ = 1 – 8a. x+1 ⎡ x – 1 si x < –1. En déduire que la densité est nulle sur cet intervalle. Comme à la question précédente, on détermine 0 les éventuels états stables qui sont ⎛ ⎞ et ⎝ 0 ⎠ ⎛ 125 + 5 000 ⎞. 1791 = 72 × 45 + 11 ⇔ (72)45 × 71 ≡ 4945 × 7 ≡ 945 × 7 ≡ (– 1)45 × 7 ≡ – 1 × 7 ≡ 9 × 7 [10]. Intégration • 157 Aire entre deux courbes TP 2 1 a. Comme f (1e–1) = f (1e) = 0, d'après le tableau de variations, pour tout x ∈ [e– 1 ; e] : 8 8 ⎝ C]– 1 ; 1[. H G E 1 19 24 ⎞. x(t) = 0 ⇔ t = x 3 (1 + 7) 3 ⎝ 7 5) + = 30. x→0 x→0 b. 59 ⇔ p donc p doit d. 2 p 7 ⎠.
33 34 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 37 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
● La fonction a ↦ IA est décroissante sur]0 ; α] puis croissante sur [α ; +3[et positive sur]0 ; +3[. Pour le vérifier, il faudrait montrer que e xM = yM. Matrices carrées inversibles et applications A – 1V x = 2 et y = 3. 0 < ⎛ 4⎞ 1– ⎡ ⎝ 9⎠ 4 1– 9 n – 2) 243 3 ⎛ 4 ⎞ 1 – 1 ⎛ ⎞ 16 ⎝ 9 n – 2) 9 3 243 3 ⎛ 4 ⎞ + 1 – ⎝ ⎠ ⎦ . = x e −x ex − x b. ● 2 3 Utilisons la conjecture faite à la question 4. Pour x ∈]– 2 ; 2x – x – 6 (x – 2)(2x + 3) = 2x + 3 = g(x) f (x) = x−2 x−2 2 donc lim f (x) = g(2) = 7. La distance du point D au plan (ABC) vaut 30 11 d.
g '(x) = –sin x.
⎦⎤ 3 ⎝ ⎦ 2 f est croissante sur ⎤ ; +3 ⎡ . g(x) > 0 pour x ≠ 0 et g(0) = 0. fn(1) = e– 1 ; fn' (1) = (n – 1)e– 1.
} c. Donc a, b et c sont solution du système : ⎧ −0,5a + 0,25b + 0,25c = 0 ⎨ 0,25a − 0,5b + 0,25c = 0 1 ⎩ ⇔ a=b=c= .
2, 3, 5, 11, 23, 47. D'où jDNM < 45, donc jBNL < 90. 0 ⩽ 1 – cos x ⩽ 2, donc pour x ∈ E : ⩾ . Comme A n'est pas sur la parabole, f est dérivable sur R et la copie écran du calcul formel donne le résultat. ⎝ 2 2⎠ ⎣ a + b – a 2 + b 2 – ab . La valeur « 1 » s'affiche. I 3 L'ensemble (0 ; 0) = N* n'est pas majoré. ⎡ 27 ; 3 ⎦⎦ 0 ; 3 ⎦ lim f (x) = +3 ; donc f est croissante et strictement croissante sur]– 3 ; 5⎦ ⎡ . représentative de la fonction log est : y = eln10 b. 2 53 a. Comme x > 0, on obtient : 2 ex x ⩽ . Donc f est non dérivable h en 3. 1 3 1 4. ⎝ →3 ⎦ ⎣⎦ 0,5 ⎟ –5/ 4 19/ 4 –11/ 4 –3 / 4 ⎞ ⎝ ⎦ 1. 25 –3 ⎞ 18 21,5 ⎠ 9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 min 10 s = 70 s, 1 min 31 s = 91 s. La probabilité d'atteindre la cible au niveau 4 vaut donc 0,6.
Sur [5 ; 15] : f (x) = (x – 10)2 + 0,032 . z1 = 13 . Si Δ(0) = 0, alors x0 = 0 sinon Δ est continue et change de signe sur [0 ; π], donc il existe au moins un x0 de [0 ; π] tel que f (x0 + π) = f (x0) ! 109 Voir fichiers logiciels. x→+3 pas de 1 faire m 0 91 f(x) 0 – 1,9 –2 – 0,9 0,8 2,5 3,6 3,5 1,6 – 2,7 lim a. z3 = 2 2 Soit z3 = 2 + 3 et z4 = 2 – 3 . x 2 1 x 2 dt x 2e–t dt ⩾ ∫e e–t dt – ∫ t 2e–2t dt . Cette réunion de courbes se trouve entre les droites d'équations x = – 3, x = 3, y = –x + 6 et y = -x. 1 < 0 Donc lim vn = 0 et lim un = 0. 3. 99 1. F(x) = x→0 +a0 x→0 ,La matrice colonne constante X doit vérifier 42 1. Conjecture sur p : p ≈ 0,054. Fonctions sinus et cosinus (4) = d(⎡ p ⎤) = d(⎡ 3 p ⎤ = 3 – 2 2 . Donc la marche aléatoire converge ; ⎢⎛ ⎞ • si on part de B, X2n = ⎢ ⎢ ⎢ ⎟ 0,6 0,4 1 ⎢ ⎝ −0,6m + 0,3r = 0 ⎟ m = 2 r ⎟ 0,6m – 0,1i = 0 ⎞ ⎠. Soit M(x ; f(x)). Hérédité : Supposons que up = –p(p + 1) avec p . = 32 × 5 × 7 315 10 a. ⎛ 37 ⎞ 6. b. < = 1 + 1) est décroissante.
1 h→0 h x 1 x 1 ⎟ ln x ⎟ ⎟ ⎝ x⎠ 1 x 1 ln(1 + h) = +3.
x→0 2. x→+3 x f +3 +3 sin x . On vérifie que le produit des deux matrices A et B donne I3. x→0 x On peut prolonger la fonction par continuité : 1 ⎡ ⎣ x sin sur * f '(x) = ⎧ . 174 • 7. On conjecture que quelle que soit la répartition initiale, la répartition après n instants tend vers un équilibre avec 50 boules dans chaque urne. Sinon il compte 28 jours. r = R ⇔ = . Hérédité : Supposons que 3p > p3 avec p et p ⩾ 4. T est codé Q. z 5 = 7 × 2⎡ – + i ⎤ = 14⎛ cos ⎛ 3 ⎞ + isin ⎛ 3 ⎞ ⎞ 2 2 ⎝ puis z 5 2p i = 14e 3 . L'ensemble des solutions est]– 3 ; – 1]∪]3 ; +3[c. Avec n0 = 43 trouvé à la question 3. En posant h = x : b. a2 Cela signifie que l'ellipse se trouve dans le rectangle défini par –a ⩽ x ⩽ a et -b ⩽ y ⩽ b. et c. Probabilité conditionnelle : 28 27 26 3 2 1 2 x1 1 × x ... 2 94 1 ∫0 (1 – 0,5x) dx = 1. Les valeurs obtenues sont respectivement 2 et 10. φ(0) = 0 et φ(10) = 70. Même méthode qu'en a. L'ensemble des points M d'affixe z tels que (2) ⇔ (uMS , uMR) ≡ z – i+ i est le cercle de diamètre [SR] privé de z + 5 – 3i S et de R. C0 b. tS ∩ tM : « l'élève ne participe ni à l'activité musicale ni à l'activité sportive » . (6 ; 10 ; 15). • Si la fréquence observée sur l'échantillon étudié appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question 2), on ne peut pas remettre en cause l'affirmation de cette entreprise. T(x) – H(x) est un polynôme du second degré.
= x = kπ ou x = k p . Leurs vecteurs normaux sont deux à deux non colinéaires. x 10 ⎛ 1 ⎞ ⎝ 1 ⎠ < 0. Valeur approchée du nombre n : 0,786 05 × 4 = 3,144 2.
nAB ⎦ 4 et bn ⎦ 2 ⎦ sont ⎞ ⎠ ⎝ –2 ⎞ ⎠ –1 ⎠ (AB) est orthogonale à . Loin à densité e. P(E2) = 1 – P(59,9 ⩽ Y ⩽ 60,1) ≈ 1 – 0,95 = 0,05 (énoncé, question 2). ● À l'instant t = 0, le bolide est en O. I est aux deux tiers du segment [CG]. Intégration • 159 1 2 2 1 4 x dx = a3 = . d = min(x – 1 ; 2 - x).
⎝ i ⎠ c. Hérédité : Supposons que p ⩾ up – 1 avec p *. f 2 0 + 104 8 –2 x2 – x < f (x) implique lim f (x) = +3. QRS équilatéral direct ⇔ zQ – zR = j(zR – zS). 1 + 2 + ... + 2n – 1 + (1 + 2 + ... + 2n – 2)(2n – 1) = 2n – 1 + (1 + 2 + ... + 2n – 2)(2n – 1 + 1) = 2n – 1 + (2n – 1)(2n – 1 – 1) × 2n = Pn. b. 28 = 1 × 28 = 2 × 14 = 4 × 7. 3,5 d. Z 3 = z = |Z 3| = |z| = |Z 3|2 = |z|2⇔ (|Z|2)3 = |z|2 ⇔ (a2 + β2)3 = a2 + b2.
4 3 4 p 4 0 + g 3 '(x) 0 3 p 4 3 - 0 + 0 n - g3 0 0 10 (−1)k+1 sin(kx) ou une autre « grande » valeur de l'indice g8, g9, ... k k=1 5 g10(x) = ∑ ● Voir fichiers logiciels. g est définie et dérivable sur]0 ; +3[1 1 −1 – 2ln x . La courbe admet la droite p p x→ ,x< 2 2 verticale d'équation x = 96 • 4. n(n + 1)(n + 2) est divisible par 2 et 3, or 2 et 3 sont premiers entre eux, il est donc divisible par 2 × 3 = 6. Suites TP 3 Un pont de cartes 1 Voir fichiers logiciels. ⎝) 25 25 – x 2 = (3x 25 – x 2). Juan ne peut pas remettre en cause la publicité. Sur]– 3 ; 0[∪]2 ; +3[: ln(x2 – 2x) > ln3 ⇔ x2 – 2x > 3 ⇔ x2 – 2x – 3 > 0. x→−3 x – 1 ou x > 3. Hérédité : Supposons que Lp + 2 = p ∑ Lk + 1 avec p . On a : u2 = 2, u3 = 2 2 et u4 = 2 2 2 . Le point d'intersection est : M⎡ −0,7 ⎤. lim k(x) = + 3. a c 2 1 + 5 1 5 – 1 + 5 = donc z C = – + . ⎝ y⎠ f 1 2. g est définie sur]– 3 ; 0[∪]0 ; +3[. x = 1 ; y = – 1 = – 0,2. Fonction exponentielle 67 1. La fonction A désigne la fonction qui à toute abscisse x associe l'aire de la tranche correspondante. La valeur de y est alors différente pour chaque droite. f1 = a lim 1 n→ n + +1 – n = 1 . Le reste est 10. u n = 1 . z1 = 2 + 2i = 2 2 ⎛ +i 2 ⎞ ⎝ 2 ⎠ ⎝ p p) ⎟ – 2⎞ donc z 3 = 3e ⎞ 6 e.
Avec c : ⎦ = z × = z × ⎟ z × d'après e. 7p 2 – 1 2 11 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Il semblerait qu'il y ait Initialisation : pour n = 2, 2(2 – 1)) = 1 donc la 2 propriété est initialisée. ⩽ a e t d ⎟ b, d divise a, d ne divise pas b, d = 3. Donc lim x→+3 h x→+3 x→+3 n 64 b. ⎞ ⎝ –2 ⎠ 84 de et b. 5 7 7 2. ● 3 2 ⎡ ⎟ x = 5 x' – 5 y' .
10 P(0,093 ⩽ F ⩽ 0,726 2) ≈ P(0,937 ⩽ X ⩽ 7,262) ≈ P(1 ⩽ X ⩽ 7). On remplace les coordonnées dans l'équation. exp(b) . x = 3 3 x (2x + 1) – 1 4.
Wp ⎝ 3p ⎠ 3p ⎝ p ⎠ Donc n ∈]1 ; 2. 27 ⎛ 8 6 – 2 ⎞ 1. Pour tout réel x > 0, v(x) = ln(1 + x2) – 2lnx et 2 2x – 2 v'(x) = – – < 0. . Au rang n = 0, on a bien M0 = I. 28 L'aire du domaine vert est égale à la probabilité que la variable aléatoire X prenne ses valeurs dans l'intervalle [96,5 ; 107,5] : P(96,5 ⩽ X ⩽ 107,5) ≈ 0,778 8. U est dérivable comme fonction constante autour de x = 0. P(En ∩ En + 1) = pn × 0,1. Supposons la propriété vraie au rang n, alors au rang n + 1 : M n + 1 = M(A + 0,2nB) = A + 0,2n + 1B compte-tenu des propriétés montrées en b et c. 3 3 ● ∫x 3 x ⩽ ⎟ pour t ∈ E.
384. Pour x > 1 : g est dérivable. x→3 10– 2 c. ● Si x < a : x2 + (y – yF)2 = (x – a)2 + y2 (1) ⟺ 2yFy + yF2 = – 2ax + a2 (1) ⇔ y = y 2 – a2 . 4 12 3 p 5p 3p ; 7. . P(D1 ∩ tD2) = P(« Rhésus + ») = d2 + 2 × d × r b. Le point Mn étant placé, la parallèle à l'axe des abscisses en Mn et la droite d'équation x = 1 se coupent en un point P. Les vecteurs nAB(– 3 ; – 4 ; 1) et rAC(– 5 ; 2 ; – 7) ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C ne sont pas alignés et définissent donc un plan. ⎝ 6⎠ 6 Comme P(tG ∩ tP) = P(tG) × P(tP), alors les événements G et P ne sont pas indépendants (raisonnement par l'absurde). An + 1 – An = Sn × .
Méthode 1 (un) est croissante par récurrence. 35 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. lim x 2 2 = –2 et lim f (x) = –3 x→0 x→0 donc lim u(x) = –3. Donc u est le u(x) = 2 x 2 x2 x décroissante sur]0 ; 4] et croissante sur [4 ; +3[. ⎝ 2⎠ 2 1 vn + un u u u 2 n. P(38 ⩽ X ⩽ 50) = F(50) – F(38) alors F(50) = F(38) + 0,45 = 0,55. 4x3 – 11x2 – x = x 3 ⎡ 4 – ⎤ ⎣ x x3 ⎦ 11 1 0 Or lim x = +3 et lim 4 – = + 4 : par produit x→+3 x→+3 x 3 x c. Pour tout réel n strictement positif : 107 11 1 1 hh + h(h ⎟ ⎟ h ⩾ ⎟ b x ⎟) ⩾ 0.
H1⎡ a ; (a – x0) + a 2 – x02 ⎞⎡ ⎝ a 2 – x02 a ⎞⎟ b –x0 b et H2 ⎡ –a ; (–a – x0) + a 2 – x02 ⎞ . f '(x) = 2 + 1) 2 x –1 . et lim x→+3 x→+3 – 1 ln x 138 • 6. • Non, la condition de l'instruction conditionnelle n'est pas vérifiée : B = 28 > N = 20. 8 b. D'où lim un = +3. f désigne la fonction qui à toute abscisse x associe le rayon de l'aire du disque au « niveau » x. Comme u(1) = 0, u(x) ⩽ 0 sur]0 ; +3[. Pour = 0 ou 2, le volume est nul. L'ensemble de Mandelbrot TP3 1 a.
Donc d1(x) ⩾ 0. La fonction x ↦ x2 est croissante sur [0 ;1] et la fonction exponentielle est croissante donc f est croissante sur [0 ;1]. Pour tout réel x, on a – 1 ⩽ sin x ⩽ 1 donc x – 1 ⩽ f (x) ⩽ x + 1. Définition de l'entier a : P(X ⩽ a – 1) ⩽ 0,025. ● Si 0 < k < 0,18 (environ), l'équation a deux solutions. On sait que up – 1 > 0, donc up > 1 et up + 2 > 3 > 0. Donc (1 – j)(m – n) = j2(1 – j)(p – n), car -j. f '(–3) + b) + h – f(–3) 6h – h 2 – h = = –1 + c, sur ti h h h h > 0, h = y. f1 30 20 10 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 x – 20 – 30 TP 2 ℓ2 Paramètres Partie A a. z 4 = 12 ⎟ 2⎞ 2 e.
d(x) représente l'écart « algébrique » entre les ordonnées de deux points, de même abscisse x, situés respectivement sur f et g. D'après l'énoncé : M = ⎡ .
f (–x) = –f (x). 11 ⎡ , la courbe est au-dessus asymptote ; sur ⎤ – ⎦⎦ 3 ; + 3 ⎡ ⎣ son asymptote.
Limites de fonctions a. Si k ∈ [5], 6k + 1 ≡ 6 × 4 + 1 ≡ 0 [5]. On soustrait membre à membre les égalités au + bv = PGCD(a ; b) et au0 + bv0 = PGCD(a ; b). Ici f '(x) = –f (x), donc f (x) = –f (x). Initialisation : Pour n = 0, (n + 1)2 = 1 donc la propriété est initialisée. P4 : « Si les événements A et B sont incompatibles, alors ils ne sont pas indépendants. n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 7n + 21 est divisible par 7. f (x) = (x + 1)(3x – 1) 3x – 1 = 1 3 1 x> 3 x→ x a. I = G(b) – G(a). La courbe représentative de f admet l'axe des ordonnées comme asymptote lorsque x tend vers 0. f ⎛ p ⎞⎟ = 0 ; f '⎛ p ⎞⎟ = 1 . ⎝ 6. 34 1. 36 X : variable aléatoire qui à toute lame de terrasse en épicéa fabriquée par cette usine associe sa longueur en cm. k=0) 1 ⎞ ⎠ n.
Les périodes de f sont T = 38 44p 2p ⎛ 2p ⎞ t . 18 Initialisation : Pour n = 0, 5n + 2 = 25 et 4n + 2 + 3n + 2 = 25. log5 = log10 – log2 = 1 – log2. 22 875 REMARQUE On pourra mettre en évidence la propriété du calcul de la probabilité d'une feuille et la propriété du calcul de la probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles. Comme P(A ∩ C) ≠ P(A) × P(C), les événements A et C ne sont pas indépendants. L'intersection des trois plans est le point d D 2. C'est la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans un lot ne soit pas acceptée après contrôle(s) à la fois pour la cote x et pour la cote y. ⎦⎤ 3 3 ⎦⎡ courbe en –3 et en +3. 2cos2 px 2 px 2 px = 1 ⇒ cos = ou cos ⇒– 4 2 4 2 4 ⇒ y px p x = – p k 4 4 2 ⇒ x ⇒ 2k + 1 ⩽ u ⎡ ordonnées. x = f '(x) = (e – 1)x 3 Maximum f() ≈ ● a (2 2 −b ⇒ a 2 + b 2) . ax 2 = x02 c. Par définition : PA (E 2) = ⇒ P(A ∩ E 2) P(E 2) × PE2 (A) ⇒ PA (E 2) = ⇒ P(A) P(A) 0,173 × 0,80 = 0,151 2. p p 2 ⎡ 1 ⎤, avec n entier, n > 0. Démontrons par récurrence que la propriété est initialisée au rang 1 puisque 1! ⩾ 21 – 1. 2 2 2 8 a. De plus, n ⩾ – 15 donc 4n ⩽ 15n 55 soit 4n ⩽ 5(n + 3). L'hypothèse faite par cette étude américaine semble réaliste. PGCD(20 ; 32) = 4. F est strictement croissante sur]1 ; +3[. 14 exp(5x – 3) = exp(2x2 + 1) ⇔ 5x – 3 = 2x2 + 1.
f est au-dessus de g sur ⎤ 0 ; ⎦⎤ ⎦ x→+∞ f 82 2ln(ex – 2) – x = 0 ⇔ 2ln(ex – 2) = 0,5x ⇔ ex – 2 = e0,5x ⇔ (e0,5x)2 – e0,5x – 2 = 0. Étape 1 μ = 5,3 (lecture de l'énoncé : « ...pèse en moyenne 5,3 kg »). L'architecte a raison, car g(0) = 0, g(5,2) ≈ – 4, g(7) ≈ – 9, g(8,2) ≈ 14,2 et g(9) ≈ – 19. En conclusion M13 est premier. x(t) v(t) 500 50 400 40 300 30 200 20 100 10 0 10 20 0 t(s) 5 0 –5 10 20 t (s).
10 – 1 9 b. Nous avons vu que u4n ⩾ un + 1 donc u4n ⩾ n + 1.
1 Par exemple, pour x = , on trouve environ 0,95, et 2 0,95 ≠ 1. n x 80 000 200 m·s–1. À la fin du jeu, Esther a tiré trois boules, il en reste donc naturellement 27 dans l'urne. Mais nous savons aussi que p2 = f (p1) donc nous aimerions placer p1 en abscisses. 4 2 La fonction est dérivable en – 2. l 2 a. (2 013 ; 2 026 084 ; 2 026 085). 2101 = 2 × 33 + 1 × 32 + 0 × 3 + 1 = 64. y y = 1 – 0,65x 1 x f est croissante sur R. Comme 0,20 < α < 0,21, on a : h(0,21) < h(α) < h(0,20). L'intégrale déterminée à la question précédente en fonction de y doit être égale à 1 (troisième caractéristique de la densité) : y = 42. x→0 lim g(x) = +3 et lim g(x) = –3 ; asymptote x = 4. h'(x) = 2 – 2ln x + 5 . h ⎣ t ⎦1 Condition : 1 – F 0,8 f 0,5 t f (x)dx 11 61 Problèmes 11 0 h 1 ∫1 t 2 dt 1 ⩾ 0,95 donc h ⩾ 20.
lim un = +3 car q > 1 n→+3 donc lim vn = lim (1 + un) = +3 .
56.
12 b. ⎡ ⎤ –7 4 11 ⎦ 20 ⎛ 25 ⎞ ⎦ 4 ⎦ 18 A×B= ⎦ 4 ⎦ 22 ⎦ ⎦ 286 • 4. Sur]1,5 ; +3[: e0,5 + 3 .
(2x + 1)10 – 1 = f '(0) = 20, x→0 x 10 avec f (x) = (2x + 1), f 3(u(x)) = 0,1x – 3 ; 3 2 x – 1 ⎞ b. On a le même résultat pour les trois autres médianes. 35 12 35 5 ⎛ 11 ⎞ +⎛ ⎦ 12 ⎝ 35 ⎠ c. 1 < 1 donc (vn) converge vers 0. Après n h : k3nN. Pour y = 0, on obtient : ∀ x ∈ R, h(x) = ax + h(0). ⎝ c kc ⎠ ⎝ x x' ⎞ Supposons par l'absurde que A est inversible d'inverse la matrice B = ⎡ ⎦ ; l'égalité ⎝ y' ⎠ ⎦ 1 0 ⎦ k ⎦⎦ + 1 ⎦ ⎛ a(x + ky .
Pour tout réel a, yS = f A 1 . Soit la fonction f définie sur [0 ; +3[par f (x) = ln(1 + x) – x + 0,5x2. Limites de fonctions TP 5 Problème d'aire 1 M la tangente à f en M a pour équation : y = – 12 (x – a) + 1 . On doit calculer la probabilité de l'événement « au moins un cylindre est refusé », autrement dit, « au plus 9 cylindres sont acceptés ». Pour tout x non nul de Df : 7⎛ x⎟ −4 + ⎟ −4 + 7 ⎝ x ⎠ x . 2 Voir fichiers logiciels. Comme au 2. (AB) a pour représentation paramétrique : ⎧ x = 1 – 2t ⎨ y = 2 + t avec t un réel. 5 points t 10 segments. Comme f (1) = lna, on en déduit que pour tous réels x et a strictement positifs : ln(ax) – lnx = lna. 3 d (v1 + v2) 18 000 ≈ 439 s. Donc f est dérivable sur]0 ; +3[. f '(x) = 0 si x < 0 f '(x) = 2x pour x ⩾ 0. ⇔ –2x = −x − 2x ⇔ −2x+1 ⇔ f (x) < x ⇔ x ⩽ x.
(Utilisation d'une boucle itérative « for ».) ● 5 10 simulations : fréquence observée : 0,12 ; ● 100 simulations : fréquence observée : 0,17 ; 1 000 simulations : fréquence observée : 0,182 ; 10 000 simulations : fréquence observée : 0,178. Réponse d. On trouve les coordonnées : A⎡ 3 ; 0 ⎞ et B⎡ 3 a ; 0 ⎞. Conclusion : On a donc démontré par récurrence que pour tout n , un – 1 > 0. (x + 1)2 f est croissante sur [– 1 ; 1] et décroissante sur]–3 ; – 1]∪[1 ; +3[. lim f (x) = +3; x→+3 lim g(x) = –3 ; x→+3 (f + g)(x) = +3 d'où lim (f + g)(x) = 0 . ⎨ ⎡ y = 1 ⎦ y = ln x + 1 ⎦ f (x) = 0 ⎩ ⎣ P(1 ; 0). Or lim (a + b) – (un + vn) = 0 par hypothèse. ⎝ x⎠ c. ● 6 a. (3) Le volume de HBIF est constant. ⎡ ⎦ ⎝ 0 0 1 ⎦⎤ ⎝ 0,1 0,05 0,05 ⎞ ⎟ AX avec A = ⎡ 0,1 0,1 0,1 ⎟.
Les lettres A et N sont cryptées par la même lettre.
Pour tout n ⩾ 0, tn = 1 + un + 2vn – 2un – vn = – wn. Conclusion : un ⩽ un + 1 pour tout n .
On a trouvé un wn = 2n – 1 = u0 –1 = n = 1 . problèmes 25 000 = 250 cm. X1 = ⎡ . 1 1 4 a. Lorsque n tend vers l'infini, la probabilité d'obtenir un 4 lorsqu'une infinité de lancers est faite est de 1. Non, on ne peut pas l'affirmer. 10 est premier avec 17 et divise 17(x – 9), donc 10 divise x – 9 d'où x ≡ 9 [10]. 2 lim f (x) = 0 car –e–x ⩽ f (x) ⩽ e–x et lim e–x = 0. 2 Si f était égale à la fonction exponentielle, on aurait : b. Pour tout n ⩾ 1 : 4⎝ 4 un + 1 = 0,3cn + 0,4 – 0,3 ⎦ cn − ⎦ = 0,3un. Fluctuation et estimation corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 15 1. Un élève est inscrit dans une seule série.
5 7 ⎝ ⎞ b. 2 (2a – 5)2. 0 < f (x) –2 < x→3 ⇒ x x 3 = 3 x 7x102. Comme 1 ∈ [- 3 ; 1], d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation g(x) = 0 a une seule solution β ∈ [0 ; +3[. n→+3 C'est assez simple à montrer en démontrant par récurrence que an ⩾ n pour tout n ∈ N* puis en utilisant les théorèmes de comparaison. (2 + (2x − 6)) ⇒ x 2 – 6x + 20. f est continue. ● Voir fichiers logiciels. 1,04 > 1 donc lim un = +3. ABCD défini ainsi est un rectangle. x→−3 3 x x x c. n2 2 + 1 ≡ +3 car n 2 + 1 n n 1 1 1 X : la variable aléatoire qui à toute partie jouée à ce jeu associe sa durée exprimée en secondes. f (x) = b. ⎦⎤ 3 ⎦ 2 b. La limite ℓ = ln n a 1 − a n a n variable, c'est-à-dire qu'en a = 0. Soit la fonction f définie sur [0 ; +3[par f (x) = ln(1 + x) – x + 0,5x2. C'est simple de prouver la loi de la somme est égale au produit. 66 a. 3 Cet exercice est corrigé dans le manuel. • Si on veut construire le cube : avec Geospace, il suffit de charger la figure Cube2.g3w située dans le répertoire Exemples/Espace/ basesEspace ; • avec Cabri3D, il suffit d'utiliser l'icône cube. 1 3 x − 10 ⩽ x − 12 = x ⩾ 20. ⎝ x2 x3 ⎠ . x ⩽ a. La courbe représentative de f admet une seule tangente parallèle à la droite d'équation y = x, au point (6 ; 2 + 3ln6). A × B = ⎡ 10 − 9 −15 + 15 ⎤ ⎣ 2x1 ⎦ 1 ⎦ 1 ⎦ = 1 0 . Pour tous réels M1 et M2 à une même distance de l'origine à x→-3 n→+3 et lim 5 – 5n = –3.
2eα + 2α – 7 = 0 7 α = e − α + α ⇒ α – . D'après les questions 2 et 3, la densité est nulle sur]– 3 ; 0[et sur]1 ; +3[. ⎝ 1 3⎠ Or ωj = ⎡ – + i (a + ib) 2 ⎦ ⎝ 2 2i p ⎠ 3p ⎞ (+ 1 ⎦ = ⎦ x 2 – 2x cos + 1 ⎦ x 2 – 2x cos ⎝ ⎦⎞ 4 4 ⎞ ( ) = x 2 – 2x + 1 x 2 + 2x + 1 . f(x) < 0 ⇔ x ∈]1 ; [; f (x) > 0 ⇔ x ∈]1 ; +3[. L'intersection est vide pour k ∈ [– 1 ; – 2[. Faux : par étude de la fonction x ↦ ex – (x + 1), on montre que ex ⩾ x + 1 ⇔ x = 0.
La condition b ≠ 0 assure que 4α2 – c ≠ 0, ce qui permet d'obtenir β et donc une solution (α , β) au système (S2). (32,4 – 81 = 23,24 et 32,4 + 81 = 41,4.) d. –3 x – 10 – f '(x) +3 0 - 3. ⎡ 0,99 0 0 ⎞ × ⎡ 1 ⎦ = ⎡ 4,6 ⎦ . AB = 5 + 2i = 29 ; AC = 5 – 2i = 29 et BC = |– 4i| = 4. i 1 2 3 4 5 xi 0 p 6 p 4 p 3 p 2 yi = sin xi 0 1 2 2 2 3 2 2 1 2i zn points premiers de yi 0,5 0,707 0,866 1 ui = cos xi 1 3 2 2 2 1 2 0 vi = valeur approchée à 10– 3 de ui 1 0,866 0,707 0,5 0 c. Conclusion : un > n2 pour tout n . 46 Partie I 1. MN = |f (a + h) - hf '(a) – f (a)| = |hε(h)|. La dérivée s'annule et change de signe en x = 0. y 1 y 1 0 2 4 6 8 10 12 1 b. u6 = 30 031 est divisible par 59. Cynthia a 17 ans. x+ F yF yF 2y Fy F x→b x >b Donc f est dérivable en a et f est dérivable en b. Simulation (n = 100 000) : 0,786 05. On retrouve u'(x) = 6x + 3 et v'(x) = 18x – 27. Cette fonction est croissante sur]0 ; +3[car la fonction x ↦ x – 1 – 1 l'est aussi. On recherche si vers 0.
⎝ 2 2 n n→+3 n 1 − 2 Sn = b ⇔ a ⎦ f (a) + f (b) + 4 ∑ f (x) + 2 ∑ f (x) ⎠ n−1 f (xi) + f (xi+1) b = ∑ 4 – 1 f (xi) + f (xi+1) n = 0. b. 0,11. 57 1. Sommet ⎦ ⎡ – ⎤ – [⎦⎦.
Les plans et étant strictement parallèles, les trois plans n'ont pas d'intersection donc le système n'a pas de solution. 1 1 , comme pepx – pe–px 2 p –2p −epx + e−px 1 20 – 1 C ⇔ C = 20 + . x x eX = +3.
+ n – 1 . mais cette fois cela correspond aussi à des symétries par rapport aux deux axes du « nouveau » repère (A ; ai, aj). ⎝ 7 7 ⎠ 37 ⎝ 3 ⎠ a. Initialisation : 4 ⩽ u0 ⩽ 15 donc la propriété est initialisée. x ⎦ = 2 5 ⎝ 5 – x3 –1 x 3 ⎟ x ⎝ x ⎠ x3 Or lim 9 x→−3 23 5 1 = 9, lim 3 – 1 = –1 et lim 2 = 0 ; x→−3 x x→−3 x x 23 x = 9 ; x→−3 5 – 1 x x 9x + 23 par produit : lim 3 = 0. x→+3 ⎝ 6 ⎠ 56 En supposant que la probabilité d'avoir eu un 4 lors des n premiers lancers. Intégration • 163 1 d. Supposons que la propriété est vraie au rang p avec p . Il suffit de tester les diviseurs 7, 11 et 13. ⎦ 2⎦ 27 p p a. 3 2 1+ + 2 +2 2 2 3 2 3 = 3 et lim 1 + 2 = 2 x→+3 x x x donc lim f (x) = 3 . Pour tout n ∈ N* et k entier tel que : ak ⩽ k ⩽ n – 1 : lim k→+3 x n→ lim fk(x) = g(x) – kx2 + 1 ⇔ f (x) = g(x) – k ⎞ ⎠ x 2 + 1 . Pour k = 0, les droites et ne sont pas sécantes car ' n'admet pas de point tel que y = 2 ⇔ 0. ⎝ 2⎠ 4 3 ⎝ 5 ⎠ Donc est un cercle de centre V ⎡ 1 ; – et de rayon sauf B(– 2i). On compte le nombre d'années à 365 jours et on ajoute les 29 février ensuite. ● 1 2 1 Une équation de Ta : y = x – 1 + lna.
g est strictement positive sur]0 ; +3[(d'après 1b). 2 n→+3 33 2. La suite (un) est décroissante et minorée donc elle converge. M = 0,15 ; N = 178. Voir la figure ci-contre. La propriété est vraie au rang p + 1. Sorties : u et v ⎝ un Si pour tout n ⩾ 0 on note Xn = ⎡⎦ un+1 ⎦ u ⎝ n+2 ⎞ 0 1 0 ⎞ alors A = ⎡ 0 0 1 ⎦ et X0 = ⎡⎦ ⎝ –3 2 1,5 ⎦⎦ ⎞ alors ⎦⎦ Afficher : « Les valeurs de u20 et v20 sont : » Afficher u Afficher v ⎦⎡ ⎦ Fin 11 L'algorithme calcule et affiche u100 et v100 pour les suites de nombres réels (un) et (vn) définies pour tout n ⩾ 0 par : un + 1 = 2,5un + 6vn + 1,1 et vn + 1 = un – 4,3vn + 0,2. ℓ1 5 Sur [3 ; 5], f (x) ⩾ 0 et g(x) ⩾ 0. 60 c. Vrai : l'égalité est vraie pour tout x et tout y.
11 b. n(17) ≈ 15. Donc la limite est 2 . f est négative sur]0 ; 1].
1 000 200 20 ⎞ 5. Partie B Matrices et suites • 283 4. 5 ⎛ 2 ⎞ ⎦ 0 admet trois antécédents par f sur [0 ; 9] : 0, α = 6 – 6 et β = 6 + 6. 1 1 x 1 x 2 e Un encadrement de In est donc 0 ⩽ In ⩽ ∫ n dx . 4 + zz 6. > 1 et la suite (vn) est positive pour = wn 3 tout n . Système décimal Système binaire Système décimal Système binaire 0 0 2 1 2 2 10 18 3 2 4 2 2 2 6 2 7 2 2 11 100 101 110 111 9 1000 5 10 2 1001 11 1010 12 2 1011 13 1100 2 1101 2 b. 13 a. Nombres premiers • 197 9. tmO = –z = 7. La limite en l'infini d'un polynôme est celle de son monôme de plus haut degré. i b.
⎦⎤ ⎦⎦ c. 2 2 2 ⎝ 2 ⎦ 2 x2 x2 – 2x62(x) = 2(62(x))2 + 1 – 63(x) h. Autrement dit, le temps écoulé, exprimé en minutes, entre la fermeture et la réouverture des barrières doit être inférieur à 45 secondes soit 0,75 minute. 3 194 • 8. Les plans et sont parallèles et « est au-dessus de ». P × Q = I3. 1! 2! 3! n! k k=0 ! 2 (un) semble être croissante et majorée par 2 donc elle semble être convergente. 1 = – (un) est une suite géométrique de raison e– 1 qui converge vers 0 car – 1 < e– 1 < 1.
On a approximement 1 ⩽ un ⩽ 2. On en déduit que k est au-dessus de ℒ sur [e– 1 ; 1[, est au-dessus de ℒ sur]1 ; e[, et coupe ℒ en 1. z1 = 8 ⎡ 2 ⎦ 8 ⎦⎦ ⎝ 2 p i ⎠ z2 = 2 2 ⎡ + i ⎦ = 2e 4 . PGCD(56 ; 84 ; 105) = 7. a × 10 101 est divisible par 37 car 10 101 est divisible par 37. z1z2 = (2 + 3i)(5 – 2i) = 10 + 6 – 4i + 15i = 16 + 11i. f '(x) = 2 . 81 4.
Les leçons parcourent tous les chapitres comme les nombres, complexes, l'étude des fonctions exponentielles et logarithmes, les intégrales et les primitives, les équations différentielles, les suites numériques ainsi que l'enseignement de spécialité en terminale S.
La propriété est initialisée. AB) = 4 7 4(3) 20 21 22 23 ⎡ 2/3 ⎛ 4⎞ 8 ⎦ d ⎦ d ⎦ 13 ⎦ 13 ⎞ ⎝ 3 ⎠ 3 ⎞ 1 ⎞ + + + + .
Divisibilité dans Z, division euclidienne, congruences 2.
Cela explique les coefficients de la 1re colonne de la matrice M. H 0,6 G 0,127 8 PE(F) = 1 – PE(F) = 0,25.
264 • 1. 252 • 12. Or 5 ⩾ 4 et 5 ⩾ 3 donc 5p + 3 ⩾ 4p + 2 + 3 × 3p + 2. 2 u = 2cos . A vérifie le système. 6 5 0 < < 1 donc (un) converge vers 0. Limites de fonctions • 63 3. 1 T:y=x+ .
2 étant pair, 3p + 1 – 1 est donc pair.
● (2 + 3i) + (– 5 + 2i) = 2 – 5 + (3 + 2i) = – 3 + 5i. lim x ⎦ −2 + + 2 ⎞ ⎟ = –3. 1 + x2 b. ⎝ 2 a 9 – 1 a 9 – 1 ⎦ 9a 8 – 18a 5 + 9a 2 9a 5 – 9a 2 au lieu de (a) = 6 pour le logiciel. ⎛ 3–i ⎞ donc P⎡ = 0. Reprenons la boucle : For (K,2,N) X*A – Y*B Z X*B + Y*A → Y Z → X End fig. • Premier cas : si u0 ≠ 15. 21 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. xab – x est divisible par p et q, donc d'après le théorème de Gauss, par p × q = n.
Nombres premiers 21 Si n = a2, il suffit de considérer la décomposition de a. Les coefficients directeurs des tangentes à et à 1 ℒ en α sont égaux respectivement à eα et . n→+3 Initialisation : v0 – u0 = 1 donc la propriété est initialisée. Alors x1 ⩽ xn. x +1 –1 = (x ⎝ x +1 – 1 x (a. Pour N = 18, On évite un seul test. x→+3 2 2 2. L'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion inconnue p est : REMARQUES 54 1.
452. La première expression saisie est : (simplifier(n c. 49 L'événement contraire de l'événement « réussir au moins un concours » est l'événement « échouer aux deux concours ». 4 + zz 4 + zz 196 • 8. (vn) n'est pas monotone car la fonction f définie sur ⎝ – {– 1} par un + 1 = f(un) (c'est-à-dire f (x) = 1 + e. T : y = e– 1(x + 1) + e– 1 ⇔ y = e– 1x + 2e– 1 + e– 1. Supposons que up = (p + 1)2 pour p . La fonction f est donc croissante sur [0 ; 4a2] et décroissante sur [4a2 ; +3[. 10 5p 2 p ⎦ p ⎛ p ⎞ Sur l'intervalle ⎡ 0 ; , en A ⎦ ; ⎣ ⎝ ⎡ 10 ⎣ 3p ⎝ 3p ⎠.
En absence de proies : pour tout n ⩾ 0, vn + 1 – vn = – 0,025vn. 5 Sur [– 7 ; –3], f (x) ⩽ x0 ⩽ 0 donc f (x) ⩽ 0 et lim 6(x) = 0 donc la fonction est continue en 1. 2 La génératrice du gâteau est donc coupé par n droites.
Sur]–3 ; 0[, T(x) – P(x) est du signe de (–d) ; sur]0 ; +3[, T(x) – P(x) est du signe de d. A = cosθ cosθ' – sinθ sinθ' + i(cosθsinθ' + sinθcosθ'). 2 En effet, soit f définie sur ⎤ +3 ⎡ par f (x) = 3x – 2. Si z i alors z – tz = 2z. ⎦ 19⎦ 3. 50 f (fréquence observée) appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95. 4 px px px – sin2 4 ⇒ 2cos2 4 – 1. ABL est isocèle, rectangle et indirect en L.
–7 + i 3 – 2i 3 + 2i = Z + Z = 2Re(Z). Donc z1 = z3 – z2. h(x) = cos x ; lim cos x n'existe pas et lim cos x x→−3 x→+3 n'existe pas. Savoir donner l'écriture algébrique ou exponentielle et maîtriser les formules d'Euler et de Moivre. 4 La suite semble tendre vers +3. P(18 ⩽ X ⩽ 32) ≈ 0,958 (5). 3x – 6 22 22 < 10−n ⇔ x > ×10n + 2. Fonction logarithme népérien Corrigés des travaux pratiques Approximation de ln2 TP 1 Partie A h Pour h voisin de zéro, ln(x + h) = lnx + h×ln'(x), d'où ln(x + h) = lnx + . Les tracés de courbes pour différentes valeurs de k permettent de faire les conjectures suivantes : • si x = 0 ou x = 1, gk(x) = fk(x) ; • si x < 0, gk(x) < fk(x) ; • si 0 < x < 1, gk(x) > fk(x) ; • si x > 1, gk(x) < fk(x). D'où 5p + 3 ⩾ 4p + 3 + 3p + 3. Pour tout réel x, ex > 0 ; f (x) ⩽ x ⇔ x ∈]– 3 ; x]. ● ⎦ pour tout entier pour ⩾ 2. 250 507 = 397 × 631.
Sur [– 7 ; –5], g(x) = (x – 1)2 ⩾ 0 c'est-à-dire g(x) ⩾ 0. Conditionnement et indépendance • 227 Pour aller plus loin a. Si n est pair, a et n2 – 1 sont premiers, alors c = 1. Pour a et b appartenant à]1 ; +3[: b ∫a Si y g(x)dx = G(b) – G(a) = ln (ln b) – ln(ln a). ⎦⎦ 0,5 0,5 −0,5 ⎦⎤ 14 ⎝ 1 0 0 ⎞ A–1 = ⎡ −1 1 0 . 1 2 n2 = 5 x q + 3 1 3 1 Le reste semble toujours valoir 0, 1 ou 4. lim g(x) = +3 Donc lim f (x) = +3. Donc lim h→0,h x p 2 f ' (x) lim un un = 1 f '(x) = 2 + p + 2n 2 0 – 2 f' (0) = 0. 0,340 74 + 0,265 42 = 0,606 16 (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles). f est dérivable sur]– 3 ; 0[et on a f '(x) = 3(x – 1)2 – 3 ⇔ f '(x) – +3 3(x – 1) 2x 2 . u =(650 ⎝ 13 ⎠ 3 a. 56 Partie I 1. f '(x) = –sin ⎛ p ⎞ x ⎝ ⎦. 5. 0 1 ⎛ 1 a. x =5 ⎦ ⎦ y = ⎦ 1,25 47 ⎦⎡ 3ln n – ln y = 2ln 3 + ln 2 (1) ⎧ x ⎨ y = ⎡ 3ln(2y) – ln y = 2ln 3 + ln 2 ⇔ ⎨ x = 2y ⎧ 3ln 2 + 2ln y = 2ln 3 + ln 2 ⇔ ⎨ x = 2y ⎧ 2ln 2 ⎩ x = 3 ⇔1.
Or f est croissante sur]1 ; 2] d'après 1, donc 1 ⩽ vp + 2 ⩽ vp + 1 ⩽ 2.
Cela est vrai, car sur [– 3 ; 3], 0 ⩽ 9 – x2 ⩽ 9 donc 0 ⩽ 3. H2(x) ⇔ H1(x) car H1(0) = 0 et H2(0) = – 0,5. On trace (a ; 0), (–a ; 0), (0 ; b) et (0 ; –b). On en déduit que pour tout réel x ⩾ 0, – 0,5x2 ⩽ ln(1 + x) – x ⩽ 0. ⎛ 15 22 9 ⎞ ⎦ 16 16 8 ⎦⎤ 3 La matrice est : ⎦ 19 20 11 ⎦ (M × N). Avec h = 0,5 : M2(1 ; 2,25). 2 90 (t) = (constante).
Autrement dit, il est certain d'obtenir un 4 sur une infinité de lancers d'un dé équilibré à 6 faces. lim g(x) = +3 ; x→+3 ⎦⎤ f 13 13 lim ⎦ ⎦ (x) = . Cette fraction n'est entière que pour n = 0. Conclusion : Pour tout n *, A= 1 2 + 2 2 + 3 2+ ... + n 2 = n(n + 1)(2n + 1) . 10(1 – x 2) 10 f '(x) = . 18 18 La solution de l'équation est z = 27 a. l un + 1 – u n = 1 qui est strictement positif pour tout n ∈ N. Donc g(x) > 0 sur [e– 1 ; 1[, g(x) < 0 sur]1 ; e] et g(1) = 0. Elle est évidemment fausse.
Montrons que un = (n + 1)2 pour tout n par récurrence. A0 = O A2 A4 A5 O A1 1 A6 A3 a0 + a1 = 0,5, puis a3 = 0,75, a4 = 0,625, 2 a5 = 0,687 5 et a6 = 0,656 25. donc lim f (x) = –3. 54 ⎛ xn ⎞ converge vers 2 en ⎟ ⎟ y ⎦⎤ utilisant un théorème d'encadrement. Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 8 5p ⎡ 5p ⎛ – 2p ⎞ f (x) = 3sin⎡ x + = – 3sin ⎡⎤ x + ⎤ ⎦ = – 3sin ⎡⎤ x + ⎦ = – 3cos x. La parallèle à (DC) qui passe par N coupe donc [DL] en N'. a –3 – +0 – b a +3 0 – 0 + g 3 Pour n = 2 et b = 1. = 3 6 40 a. k=1 5 ⎦⎤ ∫k n n k+1 k+1 1 ⎦ ∫k ⎞ ⎝ k ⎠ n 1 − dx ⩽ ⎦ ⎦ f (k n dx ou f ⎦⎤ ⎦⎦ ⎠ n ⎛ k ⎞ ∫k 2 k+1 n−1 1 ⎦ ⎤ k=0 1 ⎞ ⎝ k ⎠ Par sommation ∑ f ⎛ ⎝ 5 ⎞ ⎟ k n ⎝ n k k=0 n 1 – x 2 dx ⩽ n 1 ⎛ k ⎞ f ⎦. Construire un point d'abscisse TP 2 ab 1 Voir fichiers logiciels. 1 up + 1 2 Puis ¯ ¯ 1 d'où 1 ⩽ 2.
P(B) 0,84 21 C'est la probabilité qu'un jour ouvrable ce technicien parcourt plus de 80 kilomètres sachant qu'il a parcouru moins de 120 kilomètres. • 2e méthode : 1 – (0,652 + 0,072 + 0,282) = 0,494 2. Le programme retourne R qui vaut 0 lorsque l'algorithme s'arrête. n = n ⩾ ln(0,01) = 25,3 ⎝ 5 ⎠ ln ⎦ ⎝ 6⎠ donc n ⩾ 26. La fonction a est croissante sur [0 ; +3[. Variations de f : x d. vn Donc on obtient vn + 1 = vn = aun – b . y 1 0 1 x d. • Si la fréquence observée sur l'échantillon étudié n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question b), on peut remettre en cause l'affirmation faite par cette encyclopédie. y – 1 –2 2 Aire 2 1/2e 1 0,2 – 0,1 0 1 0 1 x 1 0 1 x 2e ⎛ ⎡ a = kekx0 –3e2 = kekx0 ⎦ ⎦ 4. x→−3 3 b. D'où pour tout n ⩾ 0, un ⩽ 2. 1 TP 4 Comparer des vitesses de convergence 1 a. 1 1 1 ,c= et d = . –7 + i –7 + i 25 28 1. Si n = a2 et n + p = b2 alors p = (n + p) – n = b2 – a2 = (b – a)(b + a).
Z = z + 1 1 Donc Z 2 = z 2 + 2 + z 2 donc z 2 + 1 = Z 2 – 2. cos(2x) = 2 cos2x – 1 donc sin 2 x = 1. De plus, (un) minorée par 0 donc elle converge. Géométrie dans l'espace J B Le TP se décompose en deux parties. f(x) est fonction rationnelle à dénominateur non nul.
Cette valeur t correspond au nombre de jours pour lequel la probabilité qu'un téléphone portable de ce modèle pris au hasard ne soit plus en état de fonctionnement avant t jours, est égale à la probabilité qu'il soit encore en état de bon fonctionnement après t jours. Pour n allant de 300 à 400 faire [17] et n ≡ 3 [5] afficher n Cet algorithme est peu économe et effectue 2 × 101 = 202 divisions euclidiennes. E(X) = 0,313. 2 017 qui est premier. ⎦ ⎣ 1 ; ⎦⎤ 3 1. 46 Donc (un) est une suite géométrique de raison 1 et de 4 premier terme v0 = 4. 14 a. 1 + 2z.
La seconde boucle teste si d est divisible par les nombres premiers inférieurs à la racine carrée. f '(x) = 0 ⇔ x ⩽ 2, donc f '(x) = 0 ⇔ x = 6 = 0⇔sin jAPH ⇔ x 1 2 0 –3 + f '(x) ⎝ 9 ⎦ a⇔− ⎦ 49 ⇔ ⎢ . ⇔ Conclusion : On a 13 + 23 + 33 + ... + n3 = pour tout n *. f = 39 a. La relation précédente avec n = 3 donne : – (1 – 2)I2 – I2 + 1 = e – e. Alors avec n fractions. AB = |zB – zA| = |3 + 6i + 1 + 6i| = |4 + 12i| = 4 10 . Même type de raisonnement lorsque m = 0 . ⎦⎤ ⎦ 0 0 −27 ⎦⎦ ⎝ 1 0 0 ⎦ 2.
lim –2 0 2 4 6 8 b. et p – 1,96 × 36 Taille de l'échantillon : n =500 (81 211,7 < 10 % de la population entière). ⎦ ⎦ a matrices) colonnes X = ⎛ pour a ∈ R. La dernière ampoule est allumée avec la probabilité 0,35. 3,6. N ⎡ ; 0 ; ⎦⎤. Fonctions sinus et cosinus • 85 c. 8 d. P × M = ⎡ 26,5⎦ donc M. lim –4 –6 1 x→−3 x 2 y f 0 –8 –4 10 8 6 4 2 c. PA(D) = 254 • 12. lim 3n 2 = +3 par produit donc lim un = 0 par n→+3 n→+3 quotient. ⎦ 1 010 ⎦⎦ 1 9 1 x – ; (f 1(u(x)))' , –e–x ⩽ f(x) ⩽ e–x. 2 b. ● 2 Si f est de degré n > 0, f ' de degré n – 1. Par la question précédente, on en déduit qu'il faut ajouter une instruction conditionnelle « si » (voir fichiers logiciels). La deuxième expression saisie est : x – 2)(x + 2)(x + 2).
MB = MO = 3t – 2 = 4t + 2 . x→+3 lim g(x) = –3 ; lim g(x) = +3 ; f 4 : μ = 14 ; σ = 2. La fonction f permet de déterminer le signe de f (x). 4 La propriété est héréditaire. 2 1 b. Sur [x0 – 0 ; x0 + 0], p ∫ x 1 sin p dx 2 Par définition de g et propriétés de l'intégrale. ∫1 dx cos 2 en fonction 1c. Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. ≈ 81 1. Deux droites coplanaires sont parallèles ou sécantes.
La suite des états de la marche aléatoire semble ⎦ ⎦ ⎦ converger vers la matrice colonne : ⎦ ⎦ ⎦ ⎦ 3. 1 positif sur [0 ; 4[donc f 1 est x +1 croissante. T(x) – P(x) = x→+3 x. Comme lim 1 n→+3 n + 1 n ∫0 x dx = 1 . +3 0 f '(x) a + a M0 e b f M0 a ⎛ (1 – e–bt) + ae–bt e–bt e ba (1 – e–bt) + ● ⎟ d. Argumenter. x2 1 –1+x= ⩾ 0. L'équation AX = ⎦ 0 ⎦ a pour unique solution ⎡ 0 ⎦ ⎡ ⎦ X = ⎦ X = ⎦ 0 ⎦ n n+1 n ⎟ ⎦ ⎦ n = n(n + 1) ⎦ 1. 1 6 On constate que la représentation à l'aide des rectangles contigus évoque une courbe en cloche qui est exactement la courbe représentative de la fonction f tracée à la question précédente. n→−1 0 ⎝ 1 ⎠ 0 ⎝ 0 ⎟ 0. Sur un n = 9 Cet algorithme permet de n'effectuer que 6 divisions euclidiennes. n 1 c. Par l'absurde : lim (n) = +3 = lim g(x) = –1 ; lim g(x) = – 1 , car : x→+3 x→+3 3n x – 4 × 2en– 1 + 1 et lim X = 0. ⎝ 6 ⎠ ⎦ H F ⎝ G M F ⎞ ⎝ 2 ⎠ √ 1 ⎟ ⎦ 2 ⎞ ⎦ 3 Z x→4 3x 2 x 2 – 2 + 1 – 3x – 1 donc lim f (x) = +3. Ce programme teste la divisibilité de N par tous les entiers D compris entre 2 et N – 1. x→0 n→+∞ x La suite (un) admet donc une limite réelle qui est 1. 4 × (– 0,4)n. ⎦ ⎡ ⎦ (2n ⎝ un ⎝ ⎦ ⎝ u ⎦ ⎦ = ⎦ P × ⎦ ⎦ n+1 ⎞ = ⎞ ⎝ a⎠ 0 ⎦ ⎦ × Q ⎦ × ⎦ n ⎦ ⎦ n ⎦ a ⎦ 3 ⎦ a(2 × 2n – 3n) ⎦ ⎦ ⎦ a(4 × 2n – 3 × 3n) 306 • 6. Il est égal au nombre de cylindres acceptés. Initialisation : u0 = 0. ⎡ – 1 ⩽ cos(θ3 – θ2) ⩽ 1 – 2r2r3 ⩽ – 2r2r3 cos(θ3 – θ2) ⩽ 2r2r3 r22 – 2r2r3 + r32 ⩽ r12 ⩽ r22 + 2r2r3 + r32 (r2 – r3)2 ⩽ r12 ⩽ (r2 + r3)2 Donc |r2 – r3| ⩽ r1 ⩽ r2 + r3. 3 000 000 = (3 ⇔(0,6) . x ⩾ n. a. 30 1. n N D'où la conclusion : l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 est inclus dans l'intervalle de fluctuation de classe de Seconde.
22 H G E F I J D C A B 23 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Initialisation : Pour n = 3, 8 > 6 donc la propriété est initialisée. Ces événements sont incompatibles deux à deux. 1 = e1 gamy ⎦ = −u. gendarmes). Corrigés des activités 1 « Croissance exponentielle » 1 a. AH = t 2 a 2 + b 2 + c 2 = .
L'ensemble ℋ n'est pas inclus dans l'ensemble des points S car, pour a > 0 fixé, les ordonnées des points S sont strictement positives puisque k est une bijection de R sur]0 ; +3[. 8 6 4 2 x→+3 27 2 x 24 ⩾ 2 ⩽ ⩾ 3. Le point L ⎡ ; 0 ;1⎞ est l'intersection de (BIJ) avec ⎝ 3 ⎠ (EH) appartient à [EH]. d. est l'intersection des trois plans. d (v1 + v2) ≈ [0 ; 3 600] v12 = v22 M1M2 est minimale à l'instant 1 0) × v12 – d(v 2 + v1) x d (v1 + v 2) car f est v12 + v2 2 ⎦ d (v1 + v 2)2 d (v1 + v 2) décroissante sur ⎦ 0 ; ⎦ et croissante sur v12 + v22 ⎦⎦ ⎡ d (v1 + v 2) ⎦ ; 3 600 ⎦ . n + (n + 1) + ... + (n + k) = kn + (1 + 2 + ... + k) = kn + k(k + 1) . f '(x) = 3 ... la dérivée de la fonction 2 1 F(x) = xe−x est : x→ 2 ((1 et lime O 1 i x b. 18 250 = 2 × 5 3 × 73. P(X ⩾ 15) ≈ 1 – ... D'après 8, les parallèles sont des cercles concentriques de centre O, et d'après 9, les méridiens sont des droites passant par O. MF2 = (x0 – c)2 + 2 cx ⎝ cx ⎦ b. (x + iy)(x – iy) x – iy z On aurait aussi pu le démontrer avec le c. Après 1 h : k3N. x2 ⎦ 11 x02 ⎦ – 2t0 c. Divisibilité dans Z, division euclidienne, congruences Corrigés des activités d'Exploration 1 Des paquets de cubes 1 Il reste 7 cubes, 7 n'a pas d'autres diviseurs que 1 et 7. x−2 x x−2 c. D'ici On obtient 66 < 100. 37 ⎛ 0 0,25 0,5 ⎞ ⎝ 0 ⎦ ⎠ 1. ● y j Q i x b. 49 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. h→0 a ln b ln a+ln b ln a ln(xK) = yT = . 2x – 21 +3 – f '(x) e. m1 = 70. x –3 f '(x) 0,5 0 – 1,5 0 + +3 c. Avec la double inégalité de la question précédente, en posant a = xi et b = xi + 1, d'où xi + 1 – xi = 0,1 ⩽ aire(ℰi) ⩽ 0,1 × f(xi + 1). On a ⩽ 2 – 93 1. ⎦ ⎦ ⎦ 31 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 45 3 25 5 = . Lois à densité • 233 3 Pour que l'automobiliste ne soit pas perturbée, la réouverture des barrières doit s'effectuer avant que l 45 secondes s'écoulent après leur fermeture. g(x) = cos x – 1 + x2 ; g'(x) = –sin x + x ; 2 g''(x) = –cos x + 1. 39 X : variable aléatoire qui à toute bouteille de cette marque choisie au hasard associe la quantité d'eau qu'elle contient en litres. An + 1 – An = (1 + n 1)2 > 0 donc An + 1 > An pour tout n . c).
On a : dk'(x) > 0 pour x > 4k2 et dk'(x) < 0 pour x < 4k2. Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel k, l'équation f (x) = k admet une unique solution dans R. p e. k–2 4 = ⇔ k = 14. 1 + x + x2 + x3 + ... + xn – 1= b.
Minimum en R = 5.
Pour k = n, pour k = n + 1, 1 1 1 1 1 + ... Les triplets (1 ; 1 ; 1) et (0 ; 3 ; 2) sont solutions de (S'). x→− f x >−f x→− f x = −f f x→− La droite d'équation x = –f est asymptote à g. On calcule les états successifs pour X 0 = ⎡ ⎦ ⎦ ⎦ ⎦ ⎦ ⎦ 0 0 0 0 1 ⎦ ⎦ ⎦ ⎦. Comme on a un rectangle d'or, on a : p= Ln + 1 ln + 1 Donc p = et p = Ln , La courbe a une asymptote verticale d'équation x = 1. Exercices d'approfondissement 34 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Pour tous réels x et k : ek – e–k . 2 1010101101110 ≈ 5 486 = a × N. 5 000 000 5 10. On score est une combinaison linéaire de 6 et 15, il est donc divisible par leur PGCD 3. 1 003. Par contre, f ne l'est pas (f est strictement négative sur l'intervalle]2 ; 3[) : f n'est donc pas une densité. ln 2 = 14,2 b.
k→0 2 ⩾ k→0 k k >0 1 5 1 3 a. Sur]. g '(x) = f '(x) = – cos x . n→+3 n 2 ⩾ .
M = ka = k'b donc k × a b a b et = k' × avec g g g premiers entre eux d'où a divise k'.
11 1 0 un segment [CXn] du côté de Xn. n c. pn + 1 = P(Tn ∩ Tn + 1) + P(Tn ∩ Tn + 1) = 35 7 5 4. Suites • 15 Conclusion : La propriété est initialisée au rang 2, et si la propriété est vraie au rang p alors elle est vraie au rang p + 1 donc elle est héréditaire. 0 X X −−3 e X = 0, donc lim f (x) = 0. 1 − x xn – 1. Préciser la probabilité de l'événement (X > 1). 2 n = 0 p 3p = A 2p + 2p + 1 + 2p + 3 A = 2p + 4p + 4 A = (p + 2)2. Cherchons les racines 4e de (– 1) dans . 2 5 –3 ⎞ ⎝ ⎠ n –3 + 2 × (−1) ⎞ . n k=0 ⎝ n ⎠ ⎝ n ⎠ ≈ 0,757 S20 et b.
⎦ a – 2b = – 4 2. Partie D 1 La dérivée est du signe de –ax2 – 2bx + a. L'unicité d'écriture est liée à celle de la division euclidienne.
32 016 – 1 est divisible par 32 – 1 = 8, 33 – 1 = 26, 34 – 1 = 80 et 36 – 1 = 728. On peut simplement dire qu'il y a 99 % de chances que le colis d'un client soit livré entre 48 h (2 jours) et 96 h (4 jours). Par conséquent, X suit 1 une loi binomiale avec n = 20 et p = = 0,25. On conjecture les limites : lim f (x) = lim f (x) = 2. (30 – 0) 3 P(20 < X < 22) P(X > 20) P(20 < X < 22) = P(20 < X < 30) 22 – 20 = = 0,2. 30 – 20 = 0,2. (DS) // (TB) donc (DS) // (BCT). Les médianes issues de C et D sont dans le plan (CDI), elles ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes. p 66''(x) = −cos x + cos x = 0 et 66' croissante sur ⎦ a ; ⎦⎤ ⎣ . Matrices et états asymptotiques de processus discrets ⎞ ⎟ ⎦. La propriété est donc initialisée. C'est la probabilité qu'une chaudière prélevée au hasard dans la production de ce mois soit une chaudière à cheminée et présentant un défaut.
Étape d'initialisation : U = N + R = 20 + 10 = 30.
De plus, comme le nombre de baladeurs dans chaque lot étudié est suffisamment petit par rapport au nombre de baladeurs fabriqués par cette société, tout prélèvement de n baladeurs numériques choisis au hasard dans la production de cette société est assimilé à un tirage avec remise. g'(x) = f x x→+3 e x − e−x = g(x). x + x 2 – 4 = x 2 – 3x – 5 = + 3, P(tEn ∩ En + 1) = (1 – pn) × 0,05. f est décroissante sur R.
f(– 1) = e(p – 1), f (0) = 1 et f(1) = e(p−1). On conjecture que la loi suivie par la variable S est une loi normale. Une variable aléatoire L est implicitement définie : variable aléatoire qui à tout lot de 4 ampoules neuves de ce type branchées au même instant sur un lustre, associe le nombre d'ampoules qui éclairent encore au bout de 6 000 heures.
m = 8p + 1 = 8(1 + 5k) + 1 ≡ 9 [40]. Pour c. 7 b.
36 • 1. Un élève est inscrit dans une seule section : L, S ou ES. On a par définition un = wn , donc l'égalité vn ci-dessus s'écrit : wn + 1 = 2 + wn. INI⎦ 0 ⎦ et INJ⎦ 1 ⎦ ne sont pas orthogonaux ⎦ 1⎦⎦ 1⎦ ⎦⎦ – ⎦⎦ ⎝ 6⎦ ⎝ 3⎠ donc les droites (NI) et (NJ) non plus. ● À faire sur la calculatrice. Le rayon du cercle est |2 – 3i| = 13 . 5 – dk'(x) n2 > n2 – 4 ⇔ n > n

2 – 4 ⇔ n – n 2 – 4 > 0. Conclusion : On a N = n(n + 1) + 1 pour n *. 26 7n + 5 = 2 × (3n + 1) + n + 3. Cet ensemble est donc le disque de centre D et de rayon 2. ● j=1 (En pratique, faire un arbre comme dans l'exercice résolu 55 p. t t b. 507 est divisible par 3 d. Comme c est vraie ainsi que sa réciproque, c est une équivalence. Le système d'équations : ⎨ a toujours un unique couple solution puisqu'il correspond ⎣ 2x + 3y = y' aux équations de deux droites sécantes du plan (3 × 3 – 2 × 2 ≠ 0). h f (10 + h) – f (10) = – 0,2. 5 5 5 5 D'où up + 2 < up + 1 donc la propriété est héréditaire. 4 4 cos3 x = Partie A On pose z = x + iy avec x et y réels. a – n × n = 1.
y 5 0 5 x 5. k est définie et dérivable sur]0 ; 1[∪]1 ; +3[7 7 ln x – (x + 1) x = x ln x – x – 1 . P2 : Vraie. Donc, ● ⎣ 2 2⎦ d'après le théorème des valeurs intermédiaires (cas particulier), pour tout a ∈ [– 1 ; 1], l'équation p p sinx = a admet une unique solution dans ⎡ – ; ⎤ . R R k2 + 1 – 1 est, même à l'aide de calcul formel, < La vérification par le calcul de l'inégalité 2 1 + k2 k 2 k +1 délicate.
H est le point correspondant à t = – ( ) c. = 2 – 3i – 1 – 6i = 2 – 1 – 9i 3 3 soit z1 = 2 + i et z 2 = 2 – i. Comme 1 ⩽ 2, on déduit de la question précé1 2 2 1 2 e dente ∫ 0dx ⩽ ∫ n e x dx ⩽ ∫ n dx . m est dérivable sur]0 ; +3[et m'(x) = 6 x Le signe de m'(x) est celui de lnx. Pour x > – 1, h est décroissante. Oui, il y a un risque d'erreur dans cette affirmation : risque assez faible (niveau de confiance 0,95).
REMARQUE x4 + 1 = x4 + 2x2 + 1 – 2x2 = (x2 + 1)2 – 2x2 ( )( ) = x 2 + 2x + 1 x 2 – 2x + 1 . x 1 b. Δ = 12 > 0 donc il y a deux solutions réelles z3 et z4 : 4 – 12 4 + 12 et z 4 = . Cela justifie la boucle FOR et les valeurs prises par J qui sont : 1, 2 et 3 (variable J qui représente le numéro du tirage). Il suffit de déterminer une équation du cercle de centre O et de rayon 3 : x2 + y2 = 9. Pour tout x réel, x – 1 < E(x) ⩽ x, donc 2x – 1 < x + E(x) ⩽ 2x. P(A) 228 • 10.
= 2x = 1 1 1 1 1+ 1+ 2 + 4 1+ 1+ 2 + 4 4x 2x 4x 2x 2 – 1 Donc lim 2x 2 – 4x 4 + x 2 + 2 = – . La courbe admet une tangente en x = 4 car : 1 • si x ⩽ 4, f (x) = – x 2 + 4x , fonction dérivable à 4 gauche, et f 'g(4) = 2 ; • si x ⩾ 4, f (x) = x2 – 6x + 20, fonction dérivable à droite, et f ' d(4) = 2. Le nombre minimum de coups à jouer pour avoir une probabilité supérieure à 1/2 d'avoir terminé la partie est 5 (0,518). e – 2 e i u b. ⎝ –4 / 3 2 ⎠ 0,42⎞ 1/ 9 ⎠ = ⎛ . Nous développerons les notions de géométrie dans l'espace avec le produit scalaire dans l'espace, l'étude des sections de solides et de courbes paramétrées. 4 ⎠ c. ⎛1⎞ b.
4 2 8 2 Une période est π. ⎞ f est positive et f ⎛ De même sur ⎡⎤ ; ⎤ ⎝⎤ (4k + 3)p ⎞⎤ ⎣ (4k + 4)p (4k + 2)p ⎦ 2 ⎠ = – 1 et f f ' ⎛⎤ ⎝ (4k + 4)p ⎦⎞ 2 ⎠ = 1. Pour tout entier naturel n ⩾ 1, n = n–1 × x x x 1 ⎡1 si n = 1 et lim n–1 = ⎨ . f (0) = f '(0). Pour 4 étages : 1 + 3 + 6 + 10 = 20 il faut 20 truffes. ● |f (x) – 3| représente la distance entre le point d'abscisse x de la courbe de la fonction f et 3. X variable aléatoire discrète. On cherche à montrer qu'il existe au moins un réel x0 ∈ [0 ; π] tel que f (x0 + π) = f (x0). 2 208 • 9. f est dérivable et f '(x) = n t ⎞ t ⎞ ⎛ ⎛ 2. vn = u1 + u2 + ... 4 2 ⎦⎞⎤⎝ 4 2 ⎦⎞ ⎝ p 8 f ' (x) 0 3 f px – 1 > 0. Les intervalles I2 et I3 sont centrés en la même valeur : 0,22. ⎤⎣ p – n ; p + n ⎦⎤ = ⎤⎣ 0,2 – 25 ; 0,2 + 25 ⎦⎤ = [0 ; 0,4] Oui, la conclusion serait identique. 2 2 La propriété est héréditaire.
n + 3 ≡ 0 [5] équivaut à n ≡ 2 [5]. 20 23 (0,1x – 3)5 31 x –1 10 = f '(0) = 0,05, avec x x . 2 2 3 d.
1 a b.
lim f (x) = +3. k'(b) = a + b2 – b a2 (Donc lim a2 2 2 ( ) = a2 ( )) = = 0. Ces équations sont des équations de trois plans , et ℛ. Donc d2(x) < 0 sur]–3 ; 0] et d2(x) > 0 sur [0 ; +3[. ⎨y = t ⎤ 1 ⎤z = 1 – t 2 ⎣ 36 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ● 2 Quand l'expression n'est pas une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 2, c'est la forme ● factorisée qui peut donner le signe. Si k est pair, (1 + i)2k est donc réel. N = 2 × 3 × 5 × 7, alors 212, 213, 214, 215, 216, 217 ne sont pas premiers. ⎝ ⎠ ⎝ ⎠ ⎛ 1 0 ⎞ ⎛ 1 0 ⎞ c. TP 5 Double exponentielle On note f la fonction définie sur ℝ par f (x) = Ke K – |x| s où K est un nombre réel.
3 ⎞ ⎠ 2.⎤ 2n ⎞ ⎠ i=0 c. ⎡a = 2 ⎡a = 2 ⎤ a + b = –1 ⎤ En identifiant : ⎤⎨ ⇔ ⎨b = –3 . Donc ℰ1 est la différence des deux aires suivantes : 5 ∫3 f (x)dx et 5 ∫3 g(x)dx x g f – g est positive sur [– 7 ; 5] ; f – g est négative ailleurs. puis ¯ 3 1 + vp 3 Donc la propriété est héréditaire. ⎝ 0,8 0,4 ⎠ ⎛ 1/ 2 1/ 3 1/ 6 ⎞ b. n > Se tester sur... 1 015 ≈ 1134,08 . ⎤ z = 2 – 3t ⎣ B 1 et N ⎛⎤ 1 ;1 ; ⎞⎤ . Une équation de la tangente i en 0 est y = 2ax. Z = i (5 – 7i) 7 5 = = + i. Des cours de maths en terminale que vous pouvez télécharger en PDF gratuitement puis les imprimer sur les très nombreux chapitres de ce niveau qui représente la dernière étape du lycée qui se conclue par les épreuves du baccalauréat durant 4 heures. x→+3 b. La réciproque est donc fausse. K H G E F D C A I 200 • 9. L'ordonnée d est minimale (= 0) lorsque α = π. Car un nombre premier supérieur à 10 ne peut finir par un nombre pair ni 5. PGCD(26 ; 4) = 2. x e. 3 Avec les congruences, si L ≡ 5 [12] et l ≡ 10 [12] alors : l • 2L ≡ 2 × 5 ≡ 10 [12], • 17L ≡ 17 × 5 ≡ 1 [12], • L × l ≡ 5 × 10 ≡ 2 [12]. Comme x + 1 > 0 : (2x + 1) x – 1 = x + 1 ⇔ ((2x + 1) x –1) 2 = (x + 1)2. Z = = = 2+i 6 = 2 + 2i ( ) 2 + i 6 (2 – 2i) 8 2 2+2 6 2 6 –2 2 +i 8 8 2+ 6 6– 2 +i . 16 n–2 =0 . x→+3 1 Comme 1 – > 0, le théorème des valeurs intermé diaires montre que l'équation F(x) = 1 – 1 admet e une unique solution sur]1 ; +3[. On doit utiliser une boucle répétitive : for (l'utilisation d'un tant que est aussi possible). Donc 1 + + + + ... Sur]0 ; 0,109], g(x) = 0, donc dérivable sur]0 ; 0,1]. Faux (6). e2x – 2ex + 1 = 0 ⇔ (ex – 1)2 = 0 (ex – 1 ex + 1 ex – 1 e2x – 1 = = 2x x e +e ex ex + 1 ex ex + 1 a. • Deuxième cas : v2 > v1 v1l f '(x) = 0 ⇔ x = v 22 – v12 Première possibilité : ou x = – v1l v 22 – v12 v1l v 22 – v12 .
i2 = – 1. La courbe k passe par le point de coordonnées (1 ; 1) pour k = 0. Le chiffre des unités est impair et différent de 0 ou 5. = n +1 n 55 a. 4⎦ ⎦ • Étude de la fonction g avec g(x) = g'(x) = sin x 4x – . lim x→ p sin x 3 = 2x = 5 – x2 3 . 365 ≡ 1 [7]. f '(x) = – e 10 . x→+3 x→+3 x→+3 x x 3 1 .
4 Donc la propriété est héréditaire. f 4 ⩽ 0,70. ● 86 • 4. f (x) = (x – 1)2 – 1 – 5 = x – 1 – x –1 6 . 20 Le résultat pour 100 n'est pas correct car en base 2, la feuille de calcul telle qu'elle est conçue ne peut 20 traiter les nombre supérieurs à 255, or 100 = 400. 1 875 3.
Initialisation : u1 ⩽ 3 donc la propriété est initialisée. La formule à entrer pour le produit est : =PRODUITMAT($B1:$I8;B13:B20) ⎛ p(1 – p + q) q(1 – p + q) ⎤ 1 – p + q 1– p + q = ⎤ ⎤ (1 – p)(1 – p + q) (1 – q)(1 – p + q) ⎤ ⎤⎝ 1– p + q 1– p + q ⎤ ⎤ ⎤ ⎤ ⎦⎞ ⎤ ⎤ = M.
39 a. ● ab ; 0). 3 2 6 Donc par passage à la limite on obtient la formule du volume d'un cône. Cette première colonne représente le nombre de chemins qui amène de E à chacun des autres sommets en deux étapes : par exemple, on peut aller de E en A en deux étapes d'une seule façon (E-B-A) et de E en G en deux étapes de deux façons (E-C-G et E-A-G), etc. x→+3 x x x→–3 x a. Si x ∈ E alors –x ∈ E et f (–x) = –f (x) pour tout x de E. f (x) = 0 ⇔ f (5 + h) – f (5) et on h étudie s'il admet une limite lorsque h tend vers 0. 25 ⎤ ⎞ ⎠ ⎦⎞ c. Conclusion : pn = 6 = e. P(C) = P(Y ⩽ 4) ≈ 0,82. 2 Nombre de solutions d'une équation 1 Voir fichiers logiciels.
● g (x) = 16x4 – 32x3 + 24x2 – 8x + 1. ⎤⎣ 0 ; 4 ⎦⎤ 4x ⩽ tan x. Donc un + 1 – un > 0 pour tout n et (un) est strictement croissante. La droite des gendarmes). = 2. En appliquant successivement le théorème de Pythagore, on a MN ⩾ MI ⩾ IJ.)2 , donc x→– f x→– f x >–f) 2 , donc lim d(x) = –3. l 3 1 ∈ (a ; b) et possède un nombre fini d'éléments (inférieurs ou égaux à a). rang E ⎤ ⎝ 3 ⎦⎞ Donc (un) a pour limite +3. P(A) = 0,40 ; P(B) = 0,60 ; PA(C) = 1 – 0,06 = 0,94 ; PB(C) = 1 – 0,03 = 0,97. g k' = k'' × a puis M = k'b = k'' × a × b = k'' ab . Limites de fonctions On a lim f (x) = 9 , f (1) = a x→1 x x→1 x >1 56 lim f (x) = cos x→–p x < –p p 2 = 4 2 et lim f (x) = f (–p) = –1 + a ; il faut donc a = 1 + x→–p x > –p 2 . Sur ℝ+, on a : 3x + 1 3x + 1 ⎞ f(x) – g(x) > 0 ⇔ ln⎛⎤ >1⇔ >e ⎝ x + 2 ⎦⎞ x+2 ⇔x> 2e – 1 ≈ 15,75. I(2 ; – 3 ; 3) Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. h→0,h 2 = 2 À partir de – f (5 + h) – f (5) = 0, f est dérivable en 5 h de nombre dérivé 0. La fonction f est continue, décroissante sur]– 3 ; 1[à valeurs dans ℝ. Rn = n–1 b–a b – a n–1 f (xi) = ∑ f (xi).
30 Et –h2 ⩽ h2cos ⎛⎤ 8 ⎞⎤ ⩽ h2. Pour k = 0, il sera 7 h 28.
54 1. f '(x) = 3(2x + 1)(x2 + x + 1)2. 0,437 36 34 a. Si x > – 2, G1(x) = 3ln (x + 2) + Comme g(0) = 0 donc g(x) ⩽ 0 sur [0 ; 1]. d ⩽ a et d ⩽ b, d divise a, d divise b, g = 3, a = 2, b = 3. 60 X : la variable aléatoire qui à toute personne choisie au hasard résidant en France et âgée de 15 à 30 ans, associe le temps écoulé (exprimé en mois) entre la mise sur le marché du téléphone (1er janvier 2011) et l'acquisition de ce téléphone par cette personne. y 5 F(x) = 31 a.
Matrices et études asymptotiques de processus discrets 12 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Fonction logarithme népérien Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 12 b. Sinon 1 serait divisible par n. la suite (un) converge vers 15 et la suite (vn) tend vers +3 ; b. La fréquence observée sur l'échantillon (cas de Zora) est 0,08 (2/25).
2 Raisonnement similaire aux questions 1.a, b et c.
⎤ –4 – 3c + d = 0 ⎤d = 1 ⎣ ⎣ Une équation du plan est : x – y – z + 1 = 0. On a donc ⎤⎨ n + 1 n ⎣⎤t1 = 19 = r +t ⎡r Et ⎤⎨ n + 1 n n pour tout n *. f (3 + h) – f (3) –h(6 + h) – h 6 b. Or x ↦ xn est strictement croissante sur [0 ; +3[. f(x) = sin x + cos x – sin x – cos x = 0 ; f '(x) = 0. 24 a. f '(x) = a ; g' (x) = –Asin x. 0,3 est donc une valeur approchée à 0,3 près de . k {0, 1, 2, 3, 4}.
La courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine du repère. • z 2 – 2 + 3i 6 – i – 2 + 3i 4 + 2i . wn + 1 p c. La factorisation donne : 4(y – 1)4 = (x – 3)2 ⇔ (2(y – 1)2 – x + 3)2(y – 1)2 + x – 3) = 0. ⎝ 17 23 ⎠ ⎝ P2 ⎠ ⎝ N 2 ⎠ 4. 67 2 p sin x – sin 2 = 4 = cos p = 2 p p p 4 2 x→ x– x– 4 4 4 (fonction dérivée). ● δ3'(x) = –δ1(x). n 0,20 2 100 personnes ont été interrogées. 156. » b. L'événement contraire de l'événement « au moins une des deux boules tirées est de couleur verte » est l'événement « les deux boules tirées sont de couleur rouge ». Fluctuation et estimation • 251 32 ~ a. Une équation de cette tangente est : y = 1(x – 6) + 2 + 3ln6 ⇔ y = x – 4 + 3ln6. ⎤⎦ 6. (32 – 80 ≈ 23,056 et 32 + 80 ≈ 40,944.)) d. x2 d. lim xn = +3, donc lim cos x = 1. z 6 = e –i p 4 = 2 2 –i . Les valeurs 2 obtenues approchent la valeur donnée en 1e.
L'inéquation 3(lnx) – 4lnx – 4 ⩽ 0 est définie sur]0 ; +3[. L'étude sur [0 ; π] suffit : on obtient toute la courbe par symétrie par rapport à l'origine et par des translations. lim x 4 = +3 et lim 2x + 3 = +3 x→+3 0 – 65 et lim 11 + 3x = 0 – 11 3 x→– x lim 7 – 4x = 11 x→– 3 11 x>– 3 3 11 3 –2 – – signe de f (x) + 0 2 + – b. X suit la loi normale (1,03 ; 0,1152). Donc ex = xn. Par identification on trouve a = 1 et b = – 1. 2 0,1x – 3 Exercices d'approfondissement f 1'(x) = a. 62 x > 1, 1.
● znH = zn2 + c = (xn + iyn)2 + xc +iyc = xn2 – yn2 + xc + i(2xnyn + yc). D'où par addition, un < 1. l 4 Il faut rajouter « Affecter à la variable v la valeur 1 » dans l'initialisation et « Affecter à la variable v la l 1 » à la fin de la boucle Pour. 79 a. z + 2i Z –1 e. 4 4 ∫1 1⎤⎝ 1 + t ⎦⎞ dt = [t + 2lnt]1 = x + 2ln x – 1 . 57 5 D'où lim un = . d et d' n'ont pas de point commun. ⎤⎝ 0 3n ⎦⎞ 5. En conclusion p divise a ou b. 28 L'état stable du graphe est un vecteur X, ⎛ 0,15 0,7 ⎞ ⎛ ⎞ X = ⎤ a ⎤ , vérifiant X = AX avec A = ⎤ ⎤ b ⎠ ⎝ 0,85 0,3 ⎠ et a + b = 1. Après un an : × 1,52, soit × 2,25. • L'arbre donné dans l'énoncé est à reproduire sur la feuille. x –1 5 – k' (x) 0 +3 k +3 + 1 0 7 Oui, pour la véracité de la réponse. 1 = 1 lim 1 1 1 2 x ⎛ 1 ⎞ 1 x 2x + 1 x e +⎤ – 2 ⎤ 2 e = – e . x→1 x→+3 admet deux asymptotes : x = 1 et y = 0. • Si x1 = xn : on a xk = x1 pour tout k {1, 2, ..., n} et Sn = n > 1. x→0)(x +2 donc lim f (x) = 4. La fonction I peut être prolongée par continuité 1 en 0 en posant I(0) = . tDD'·nAB = (lDI + c. ⎨ y = f '(a)(x – a) + f (a) ⎣⎦ y ⎡ y = f (x) ⎤ . ⎡ ⎛ a b⎞⎤ Donc f est croissante sur [0 ; x2] et décroissante sur ⎤ x2 ; min⎤ ; ⎤ ⎤. Donc h'(x) < 0 sur]0 ; 1[et h'(x) > 0 sur]1 ; + 3[. f '(x) = 20(2x + 1)9. e 1 g x h ℬt 1 86 Partie A 1 1 1. lim pn = n→+3 5 . h(t) = 0 ⇔ sin(ωt + φ) = –sin(ωt) (1) (1) ⇔ sin(ωt + φ) = sin(ωt + π) ⇔ φ = π + 2kπ (équivalence car égalité pour tout t). La fonction f est continue et positive sur ℝ. Sur [– 0,5 ; +3[, f est décroissante et sur]–3 ; – 0,5], f est croissante. tion des limites : lim 33 4 x – x2 – 4 . 54 ⎛ 2⎞ ⎛ 0⎞ ⎛ –2⎞ n AB ⎤ 2⎤ et rAC ⎤ –2⎤ . BC = zC – zB = 1 + 2 3 + i(1 + 3) – 1 – i = 2 3 + i 3 = 15. n pour tout n *. Si m = m', 15(n – n') serait divisible par 26. L'intersection des trois plans est donc la droite précédemment citée. ee x e eex – x = e– 5x. ⎦⎤ 3 ⎦⎤ ⎦⎤ ⎦⎤ 3 p f ⎛⎤ p ⎞⎤ > 0 ; f(π) = – < 0. Alors up + 6 ⩽ 9, d'où up + 1 ⩽ 3. La probabilité demandée est ainsi donnée par : 1 – P(« obtenir trois fois pile ») = 1 – 29 1 1 1 7 × × = . Comme –1 < ⎡u0 = 1 ⎡v = 0 et ⎨ 0 . x 2 + 2x + 1 2 (2x – 10) x + 2x + 1 – x 2 – 10x + 25 (2x + 2) k(x) = k'(x) = k'(x) = ((( ) (x 2 + 2x + 1)) 2 2 (x + 1) (x – 5)(x + 1) – x 2 + 10x – 25 ((x + 1)4 2 (x + 1) (x – 5)(x + 1) – x 2 + 10x – 25 (x + 1)4)) = 12(x – 5) . 63 x→0 –3 x a. |z6| = π. 1 2 x= ;y= et z = 5. D'après b et c, on a xn = xn – 1 + . d > a, on affiche g = 1. Non, on ne peut pas définir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 : la taille de l'échantillon est n = 25 < 30. calcul formel : g'(2) = 4 f. v(x) = 9x2 – 27x + 20. 1⎞ 1⎞ 1⎞ 1⎞ ⎛ ⎛ ⎛ ⎛ d⎤ 20 × ⎤d⎤ 21 × ⎤d⎤ 22 × ⎤d⎤ 23 × ⎤⎝ ⎝ ⎝ ⎝ 3⎠ 3⎠ 3⎠ 3⎠ = + + + + ... ● • ℰ est l'ensemble des points M(x ; y) tels que a ⩽ x ⩽ b et 0 ⩽ y ⩽ f (x) ; • F1 est le rectangle, ensemble des points M(x ; y) tels que a ⩽ x ⩽ b et 0 ⩽ y ⩽ f (a) ; • F2 est le rectangle, ensemble des points M(x ; y) tels que a ⩽ x ⩽ b et 0 ⩽ y ⩽ f (b). (AC) est orthogonale à deux droites sécantes de (BDH) donc (AC) est orthogonale au plan (BDH). Il semble que les courbes Γ et 1 ne se coupent pas. Autrement dit, il est autant probable qu'il soit défaillant avant t jours qu'il soit en état de bon fonctionnement après t jours. f '(x) = 1 ⇔ 0,5 + 3 d. On en déduit par somme des termes M k + 1 – M k = 0,3k(M – I) pour k variant entre 1 et n – 1 1 – 0,3n que M n – I = (M – I) 1 – 0,3 ⎛ 4 3 n (1 – 0,3n) ⎞ 1 – (1 – 0,3) 7 7 donc M = ⎤ ⎤ 4 3 n n ⎤ 7 (1 – 0,3) 1 – 7 (1 – 0,3) ⎞ 12 ⎡ ⎤ ⎤ a = – 5 12 4 et comme – – 7 × ≠ –3 , on en tion ⎨ 5 5 4 ⎤b = ⎤ ⎣ 5 déduit que les vecteurs rOA, rOB et tOC ne sont pas coplanaires ; donc O n'est pas dans le plan (ABC). Notons eiθ l'affixe de D. Les courbes ℛ et a ne peuvent donc pas être tangentes. Cette propriété a l'air d'être vraie à partir de n = 3. un = xn2 + y n2 . ●⎤ ⎤4. g g g e. + dt = + ∫ t 2e–t dt . 2 z1/z2 v O u 1/z1 z1 + z2 z 22 – 5z2 11 1. x y ... La probabilité correspond à l'aire du domaine colorié en vert. (An) est croissante majorée donc elle converge. Commande Xcas à modifier : l:=makelist(n->f (2+10^(-n)),1,8). = 34 000 17 b. 0 3 3 2 x × x 2 dx = 1,5.
Tangente à la courbe cosinus T1 : 2 (4 + p) 2 x+ . (AC) est une droite du plan (ABC) et (IK) est une droite du plan (IJK). Suivant le signe du discriminant il y aura ou non des points d'intersection entre la courbe représentative du trident et l'hyperbole. g est croissante sur [0 ; +3[; g(0) = 1 donc g(x) ⩾ 0 sur [0 ; +3[. Comme k > ln2, k ∈ [ln2 ; +3[. Comme pour d3, on passe de positif à négatif puis positif. L b. 7 × 10– 13 × 1 000 × 1,153 × 10 × 24 ≈ 3,52 × 1034 g = 3,52 × 1031 kg. On a Ln + 1 = ln et ln + 1 = Ln – ln. La courbe g est au-dessous de h sur]0 ; +3[. La limite d'une suite est donc unique. y 100 ⎡. ⎝ 6 3 6⎠ ⎛ 10 ⎞ c. (rDA , wOM) = u D b.
f (x) – x > 0, donc est au-dessus de d sur [0 ; 1]. 66 + 6 = 66 – 1 + 7 est divisible par 6 et par 7 donc par 42 d'après le corollaire du théorème de Gauss. La courbe coupe l'axe des abscisses au point (3 ; 0). a prend la valeur 496 a2 – 250 507 Fin Tant que Sortie : le couple (a ; b) d. k=n c. Or un – 1 > 0 ⇔ un > 1. 0 0 0 0 ⎞ ⎠ ⎞ ⎠ ⎛ ⎞ ⎛ 8 ⎞. On peut conjecturer que z = y + 1. xmc ≡ x(p – 1)(q – 1)c ≡ (xp – 1)(q – 1)c ≡ 1 [p]. La dernière question, plus ouverte, incite les élèves les plus avancés à faire le point sur les outils à leur disposition pour calculer une aire.
L'affixe de M est –1 + i . ⎛ z –z ⎞ p c. 15 15 20 20 = 128,65 = 50 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. b ≠ 0 : f admet un extremum en x = 0 qui vaut b. 36 36 36 218 • 10. f '(x) = –2xe – x . 1 1 np m 2 a= et b = – = =– . y h 10 10 0 x g b. 2x(x – 1) – (1 – 2y)(y + 3) où x = Re(z) et (x – 1)2 + (y + 3)2 y = Im(z). • La condition de l'instruction conditionnelle est vérifiée (B = 17 ⩽ N = 19), alors N = N – 1 = 18. ⎝ 2⎠ 1 1 – k+1 1 3 1 1 1 2 ⎛ ⎠ blanc⎤ ⎤ = × ∑ k = × lim 3 k→+3 1 – 1 ⎝ 3 ⎠ 3 k=0 2 2 2 1 ⎞ 2 ⎛ = × lim ⎤ 1 – k+1 ⎤ = . CI ≈ 2,67 et FK ≈ 3,71. f '(x) = 3cos(3x). 131 Partie A 1. Soit (un) et (vn) telles que lim un = < n→+3 et lim vn = D'après le théorème p. 75 b. Par récurrence : 1 Initialisation : = 1 donc la propriété est initia0 +1 lisée. A = ⎤ –2 –1 ⎤ et V = ⎤ 4 ⎤ . D'après c : (1) ⇔ 0 ⩽ e – un ⩽ 12 n+1 n – 3 – 2/3 1⎞ ⎛ ⎤⎝ 1 + ⎦⎞ n c.
P(D1 ∩ D2) = b. J(x) = –cos x + sin x 17 x x ∫0 t – 2 dt . 90 Comme 0,94 < α < 0,941, on a : – 1,905 < h(0,94) < h(α) = f(α) < h(0,941) < – 1,895. Il faut étudier les variations de la fonction g – f et montrer qu'elle admet un unique maximum avec un encadrement. Sécantes car coplanaires non parallèles. 2a – 7 8x 2 – 56x + 90 (2x – 7)2 = 2(2x – 9)(2x – 5) (2x – 7)2 est positif sur]–3 ; 2,5]. ⎨ ⎣u n+1 = 0,5un + 0,5vn ⎣vn+1 = 0,25un + 0,75vn Montrons par récurrence sur n ⩾ 0 que : n +1 ⎛q ⎞ a + b⎤ 2 ⎤⎝ q1 ⎠ ⎛q ⎞ a + b⎤ 2 ⎤⎝ q1 ⎠ n ⎛ 2 1 1 ⎞ B 2 = ⎤ 1 2 1 ⎤ = B + 2I . 3 30 b. En effet, pour tout nombre réel k, P(X = k) = 0. 4p + 1 est donc un multiple de 3. Faux : ondulations autour des abscisses en +3. x→2 48 • 2. VABCD = . 26 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. La probabilité que dans un lot de 75 planches, il y ait entre 6 et 19 planches non conformes est approximativement égale à 0,973 7. x→0 x et lim T(x) = (signe de d) × 3. y 1 0 1 x La tangente au point d'abscisse nulle est l'axe des abscisses. Si k = 1 1⎞ ⎛ , l'équation a une seule solution.
Pour 0 < a < 1, le problème posé avec un carré à côtés parallèles aux axes admet une solution. n = mk + r. f '(x) = 2 5+ x lim h→0 Donc lim x→3 32 x+2– 5 1 . MF' = a + cx . Un logiciel permet, par exemple, de montrer que lorsque a = 0,5 la solution non nulle est x ≈ 4,354 6. La matrice de transition de la marche aléatoire ⎛ 0 0 0 0 0 ⎞⎤ ⎤⎤ 0,5 0 1 0,5 1 ⎤⎤ est M = 0 1 0 0,5 0 ⎤ . Le nombre est une valeur approchée à 10– 4 près de car : 2 4 p ; 4 • d'après les questions 2b et 3c, S5−000 ⩽ aire du quart de disque ⩽ S5+000 ; • l'aire d'un quart de disque de rayon 1 est • d'après la question 3d, S5+000– S5−000 = Le centre S5+000 + S5−000 de disque à 2 1 ; 5 000 de l'intervalle [S5−000 ; S5+000] est donc une valeur approchée de l'aire du quart 1 1 = 10– 4 près.
Si n = kd, 2n – 1 est divisible par 2d – 1. y ℱ 166 • 7. up + 2 up + 2 up + 1 – 1 = 4up – 1 – up – 2 up + 2 = 3up – 3 up + 2 = 3(up – 1) up + 2 . vn + 1 – 1 vn + 1 – 1 = 1 1 et vn + 1 = 1 + pour tout n . Boucle FOR : cas J = 1 : U = U – 1 = 29 ; cas J = 2 : U = U – 1 = 28 ; cas J = 3 : U = U – 1 = 27. 2 2 2 2 Égalité des aires : Soit f la fonction définie sur [0 ; π] par f (x) = sin x – f '(x) = cos x – x . k ∈]–3 ; 0[: –3 – 10 f ' (x) + 15 – 0 – –3 x +3 +3 – f '(x) 0 + +3 +3 f 1 –3 x 5 k 0 e x + e–x = f (x). Oui car x > 21. 29 a. Qu'en déduit-on sur la fonction de répartition, puis sur la densité sur l'intervalle]– 3 ; 0[? k = 0,2 : f '(x) est du signe de –(x + 10)2. La suite (w n) semble converger vers 1,618 environ. La tangente est parallèle à d ⇔ cos 5x = 0 pt pt ; x'(t) = 0 ⇔ = kπ ⇔ t = 10k. x(t) = 0 ⇔ = + kπ ⇔ t = 5 + 10k. AC = 8 2 + 24 2 = 640 = 8 10 . ⎡0,4a + b = 0 ⎡a = 5 ⇔⎨ . La première valeur prise par la variable a est 1. VKABCD = × ×1 = . = 1 – (P(X ⩽ 1) + P(X > 2)) = 1 – ((1 – e– 1,5) + e– 3) ≈ 0,173. 5 Soit X la variable aléatoire qui à tout échantillon de 15 tickets achetés parmi ceux en vente associe le nombre de tickets gagnants. N Dans ce chapitre, N correspond à la taille d'un échantillon et M à l'amplitude imposée pour l'intervalle de confiance. up Alors up + 1 = > 0 car > 0. u 40n + 1 n! 40 2. lim f1(x) = +3. Fonctions sinus et cosinus • 89 c. x→–3 lim (x + 1)(x – 2) = 0 – donc lim f (x) = –3. 4 1 3 1 e. 142 14 000 7 . 3 Partie B 1 ● x f(x) 2 a. f est dérivable, en tant que fonction rationnelle, sur [0 ; 2].
Donc eiu = l O C u eiu = e2iu . 2 91 1. Sn+ – Sn– = 4 a. 126 Partie A 1. p D'où Lp + 1 = Lp + 3,5 p ⎛ 1 1 1 ⎞ 3,5 = 7 + 3,5 ⎤ 1 + + + ... 3 a 28 a.
⎤⎝ ⎦⎞ a a 2 – x02 a e. iii. ⎝ x ⎠x x3 x4 b. p – 1 = 8k d'après 3. Initialisation : On a u0 – 1 = 5 – 1 = 4 > 0 : vrai. 2 Pour x compris entre 2 et 4, somme de 2 et de l'aire (x – 2)2 .
x→–3 . 26 Proposition Pn : n ∏ ei = e n ∑i=1i 1 . Donc 2π est une période de h2. P(38 ⩽ X ⩽ 40) ≈ 0,001 1. En développant, on a : n+1 ⎛ n + 1⎞ ⇔e⩽⎤ ⎝ n ⎦⎞ n+1 1⎞ ⎛ ⇔ e ⩽⎤1 + ⎤⎝ n⎠ n+1 . n n n→+3 n 1. P(X ⩽ 480) = P(X ⩽ μ – 10σ) ≈ 0. ⎛ 1 ⎞ = 10,5 . Si cette condition n'est pas vérifiée, alors les colonnes de la matrice A sont formées de coefficients ⎛ ⎝ proportionnels donc : A = ⎤ a ka ⎤ pour k réel. Divisibilité dans ℤ, division euclidienne, congruences • 261 4 On étudie les cinq cas possibles : l • • • • • si n = 5p, le reste de n2 est 0 ; si n = 5p + 1, le reste de n2 est 1 ; si n = 5p + 2, le reste de n2 est 4 ; si n = 5p + 3, le reste de n2 est 4 ; si n = 5p + 4, le reste de n2 est 1. x→+3 2 –x 2 x→+3 85 (2 1 F(x) – xe–x 2 5. P(tC) = P(tC ∩ S1) + P(tC ∩ S2) (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles). n – 1. ⎤ ⎤ 3⎠ 83 b. La matrice associée au système est cette fois : 1. Δ = 1 – 4 × 2 = – 7 < 0 donc il y a 2 racines complexes conjuguées : 1+ i 7 1– i 7 z1 = et z 2 = . 4 d. 40 ∫0 40 64 ⎞ 1 f (x)dx ≈ – 100.
⎡ a=3 ⎤ soit ⎨ b = –1 . –3 x 4.
PX ⩾ 48(X ⩾ 5 × 12) = P(X ⩾ 12) 12 = 1 – ∫ 0,02 × e–0,02t dt 0 = e– 0,02 × 12 ≈ 0,786 6 (propriété de durée de vie sans vieillissement). 51 × 3 – 150 = 3 donc le PGCD divise 3 ; or 3 est un diviseur du PGCD donc PGCD(51 ; 150) = 3. g'(x) = p 2 (R – 3x2) sur [0 ; R]. En particulier, on proposera une expression de F(x) sur cet intervalle. y y 2 1 1 0 x 0 52 1. un ⩽ a et vn ⩽ b donc b – vn ⩾ 0 pour tout n . P(250 ⩽ X ⩽ 254) = × P(246 ⩽ X ⩽ 254) ≈ 0,475 2 (propriété de la densité associée à une variable aléatoire suivant une loi normale). 15 q 0 ⎞ ⎛ un ⎞ ⎛ qun ⎞ ⎛ un+1 ⎞ 1. 4 197 ≈ 14. 2z1 – z2 a. c divise b et c est premier avec n donc d'après le théorème de Gauss, c divise n2 – 1, d'où c divise PGCD(a ; n2 – 1). ⎤ 2t t ⎞ t ⎠ = x02 –1>0 t ⇔ t < x02 d. 2n + 5 ≡ 2n × 25 ≡ 2n × 2 ≡ 2n + 1 [10] d'où 2n + 4 ≡ 2n [10]. exp(1) – exp(−1) . Il existe un unique centre de la sphère circonscrite si les quatre points ne sont pas coplanaires. 2 j j A O i 2 i x d. VIHJBF = 2 × 32 = 64. M × P1 = ⎤ ⎤ et M × P2 = ⎤ 489 ⎤ . x = +3 ; par composi- – x +4 = +3. 144 + 512 + 66 + 29 = 751. Donc Pn est strictement croissante sur + pour tout n ⩾ 2. R2 500p . 180 • 8. 1 1 1 2. Le centre de gravité est alors placé à Donc la propriété est initialisée au rang 2. Elle est donc dérivable sur]0,11 ; 0,12[. = lim × h→0 h h e. On trouve α ∈ [0,29 ; 0,30]. – cos x (sin x + 2)2 c. ⎝ 12 ⎠ 59 3. x c. u2n = 1 + 1 > 0. Conclusion : D'où un > un + 1 pour tout n . En conclusion c = PGCD(a ; n2 – 1). lim g(x) = +3 et lim g(x) = – 3. M(– 1 ; 0 ; 0) et M'(6 ; 0 ; 0). 27 A = ln128 = ln(27) = 7ln2 ; B = ln0,125 = ln(2– 3) = – 3ln2 ; C = ln⎛ 32 ⎞ = 0,5ln32 – lne = 2,5ln2 – 1. l 3 (un) semble converger vers 2,718 28. TP 2 Passage à niveau et course cycliste Partie A 1 Voir fichiers logiciels. Cet algorithme calcule et affiche le nombre de pas nécessaires pour que l'écart entre les probabilités d'arriver en D après n pas en étant parti de A et en étant parti de D soit inférieur à 10– 3.
On recherche P0 = (M– 1)3 × ⎛ ⎤⎝ 0,58 ⎦⎞ ⎤ 8 / 9 ⎦⎞ ⎛ –0,12 0,09 ⎞ 3. Voir la figure plus loin. 2 k >1 1 2 b.
cos2 u 0 + f ' () p 6 0 x–3 3–x , f3 : x ↦ 1 + , 2 2 3–x . h h 2 h ⎛R ⎞ ⎡ pR 2 ⎤ 1 V = ∫ p⎤ x ⎤ dx = ⎤ 2 x 3 ⎤ = pR 2h .
22 000 ⩽ t ⩽ 29 000 ⇔ 0,03 ⩽ e– 0,000 121t ⩽ 0,07. l 16 • 1. La fonction partie entière n'est pas dérivable en 0 u(h) – u(0) car = – 1 ou 1 selon que h < 0 ou h > 0. A 3. G(x) = 3ln x + 2 + (( ) 3 1 sin x – 2sin x cos x cos x + 1 – 2sin 2 x sin x 4 4 (( ) ( ))) 3 1 = sin x – 2sin x 1 – sin 2 x + 1 – 2sin 2 x sin x = sin 3 x . 3 Cordes égales 1 Voir fichiers logiciels. Si n = p × q alors p = q, or n ne peut être divisible par p2, donc n = p × q est impossible et n est le produit d'au moins trois nombres premiers distincts. ⎤ ⎤⎤ ⎝ 0 0 1 ⎦⎞ 40 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 0,000 001 0 ⩽ λ ⩽ 0,000 001 1.
En cellule F50, la fréquence fluctue autour de la valeur 0,99. On en déduit que n+1 est au-dessous de n sur]0 ; 1[∪]e ; +3[et n+1 au-dessus de n sur]1 ; e[. f '(x) = – 3 2 f (3 + h) – f (3) = –3.
I = 1 + ln2 – ln(e + 1). x→0 x x c. Conditionnement et indépendance ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. 1 914 = 609 × 3 + 87. Entrée : / Sortie : les solutions de l'équation Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pn (xn + 1) < 0 pour tout n ⩾ 2.
⎝ –34,5 ⎠ ⎛ ⎞ b. 1 029 = 3 × 73. = h h +1 ⎛ h ⎞ sin ⎤ ⎝ h + 1 ⎦⎞ h ⎛ h ⎞ sin ⎤ ⎝ h + 1 ⎦⎞ = h +1 qui a comme limite 0 en 0. g(x) = – 10 ⇔ 1 – ex = e– 10 ⇔ ex = 1 – e– 10 ⇔ x = ln(1 – e– 10). n Intervalle de Terminale : n ⩾ 30 ; np ⩾ 5 ; n(1 – p) ⩾ 5 ; p(1 – p) . • Si x < 0, –kx2 < 0 < –kx.
Le milieu de [AB] est le point d'affixe 1 et AB = 4. On a f '(x) = 2 x + 1 > 0, donc f est croissante x +1 –1 sur]0 ; +3[. G(0 ; 1 ; 1) ; H(0 ; 0 ; 1) ; 1 I ⎛⎤ 1 ; ; 0 ⎞⎤ ; ⎝ 2 ⎠ 1 1 ⎦⎞ ⎛⎤ ;1 ; ⎞⎤ . F : variable aléatoire fréquence associée.
Voir question 2e. x→–3 ⎛ 2 ⎞ 77 ; donc f est décroissante de ⎡ 0 ; 2 ⎤ dans f⎤ ⎤= ⎤⎣ 3 ⎦⎤ ⎝ 3 ⎠ 27 ⎡ 77 ⎤ ; f ne s'annule pas sur ⎡ 2 ⎤ . Pas de solution car 16u + 36v est un multiple de 4. Donc la tangente en O est l'axe des abscisses. Soit z = reiθ. T = 2π convient mais également T = 2kπ avec k entier strictement positif. Ici a = 0, f(0) = 1 et f '(0) = f(0) = 1. m+n+p a+b+c D'où = .
⎝ 2 2⎠ 39 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour tout réel x > 0, f '(x) = – 1 = x x Donc f est croissante sur]0 ; 1] et décroissante sur [1 ; +3[.
a.).
En posant h = 1⎞ ⎛ ln⎤ 1 + ⎤⎝ ln(1 + h) x⎠ = lim = 1. lim T(x) = –3 et lim T(x) = +3. (x – 1)2 + (y + 3)2 Soit z = x +iy et z' = x' + iy'. f (a – 1) = lim x→a,x≠a f (x) = 0. ⎝ ⎠ 3 2. x–3 Or pour tout n entier : 10n + 1 = (3 + 7)×10 n = 3×10n + 7×10n (or 10n ⩾ 1). Entiers de 1 à 97.
Comme f est décroissante sur]0 ; +3[et que f '(x) = lim f (x) = 0, on en déduit que f (x) > 0 sur]0 ; +3[. En additionnant, on obtient : 1 1 . On teste les diviseurs communs d à a et b. (5 ; 13), (11 ; 19), (23 ; 31), (29 ; 37). 5i|10 On a alors |2 – = 20 511 149. De plus, d'après 1a, (1 + j + 1)b + (1 – j)a 3 (1 – j 2 – j + 1)b + (1 – 2 j + j 2)a (1 – j)m = 3 3b – 3 ja car –j2 – j = 1 et 1 + j2 = –j. (3 ; 4 ; 5), (5 ; 12 ; 13), (7 ; 24 ; 25), (8 ; 15 ; 17), (20 ; 21 ; 29). 2 2 p⎞ ⎛ 1 – sin x 1 – sin⎤⎝ h + 2 ⎦⎞ 1 – cos h = = p – 2x –2h p⎞ ⎛ p – 2⎤ h + ⎤⎝ ⎠ 2 31 sin X = 1, on X Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. kp'(x) = 1 – x ⩽ e –x. f est une fonction continue strictement croissante et qui change de signe sur]0 ; +3[. k est définie sur]0 ; +3[x→–3 La courbe représentative de g admet deux asymptotes : y = 0 et x = 0. d(x) = f (x) – g(x) = 3 – 9 – sin 2 a .
Les fonctions x ↦ 1 + x2 et x ↦ ln(1 + x2) ont les mêmes sens de variation. L'équation réduite de la tangente en e à la 1 courbe représentative de la fonction ln est : y = x. Cas 3 : J = 3, N = 19, R = 9, B = 26. La taille de l'échantillon considéré est n donc de n = 625. Le signe de f '(x) est celui de x x x – 1. n0 existe par définition d'une limite infinie. |–z| = r et arg(–z) = π + θ. E = ⎨ z [C / ⎛⎤ – ¯ arg(z) ¯ 0 et 2 ¯ z ¯ 3⎞⎤ ⎝ 2 ⎠ ⎣ p ⎦ ou ⎛⎤ ¯ arg(z) ¯ p et 2 ¯ z ¯ 3⎞⎤ ⎬ ⎝2 ⎠ e. Exercices d'approfondissement 42 1, 2, 3, 4, 6, 12, 17, 34, 51, 68, 102 ou 204. S J K I D A C B Le polygone obtenu est un trapèze. X suit la loi normale (μ ; σ2) où μ = 15 et σ = 3. 5 + 13k > 51 équivaut à k > 3. x→+3 composition des limites : lim x→–3 d. La fonction semble tendre vers –3. a a d. Par suite il divise g. 1 2 > 0. f (x) = – 3 : aucune solution. L'appui du logiciel est ici fondamental pour comprendre le lieu de point décrit par le point K, pied de la hauteur issue de F de la pyramide IHJBF. ⎝ x x ⎠ 2 3⎞ ⎛ lim ⎤ 1 + 3 + 4 ⎤ = 1 donc lim f (x) = +3. x→+3 et ⎛ 1 – t e –100 ⎞ e 100 + e b.
Donc x1(t) = v1t + k, avec k constante. z4 + z3 + 5z2 + 2z + 6 = (z2 + 2) (z2 + z + 3). lim D'où lim un = 0. ● lim f + x = –3 donc lim g(x) = 0. • Tout point d'intersection se trouve dans cet ensemble E car, si k > 0, alors 0 < e– k < 1. q est impair car Mp est impair. – 3e cas : Si « 0,42< G2 », alors 0,42=0,38 et 0,42 1 Seul l'intervalle correspondant à l'échantillon 21 ne contient pas la proportion p. : 1 ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ 1 z × = z × ⎤ ⎤donc 1 = z × ⎤ ⎤d'où ⎤ ⎤= . s s Donc μ = 20 et σ = 5. (n + 1)2 des gendarmes. z12 = – 100 – 20i + 1 = – 99 – 20i. k=0 Alors Lp + 3 = Lp + 2 + Lp + 1 p = ∑ Lk + 1 + Lp + 1 k=0 p+1 = ∑ Lk + 1 k=0 Donc la propriété est héréditaire. (2c + d)2 9. 37 X : variable aléatoire qui à tout enfant de cinq ans choisi au hasard associe sa taille en cm.
28 1. 22 015 ≡ (24)503 × 23 ≡ 1503 × 8 ≡ 8 [15]. ⎤ ⎤⎤ 1/4 ⎤⎤⎝ 1/16 ⎦⎞ 1 × 10 –6 ≈ 1,26 × 10 24 s. ( ) ( ) 2. La question du positionnement du point M donne un meilleur sens à la représentation paramétrique de la droite (SC). Partie C 1 Tout diviseur de b divise a donc (b) ⊂ (a) et (a ; b) = (b).
Ce qui est impossible. La probabilité qu'Esther perde sa mise est donc égale à 6 120 (≈ 0,251 2). ⎛ k 1⎞ +3 d⎤ 2 × ⎤⎝ 3⎠ 1 ⎛ 1 ⎞ c. On vérifie bien que M = A + 0,2B.⎤ ⎤⎤ ⎤⎝ –1⎠ ⎝ 2⎠ 34 ⎛ 1⎞ rAC⎤ –1⎤ ; ⎤ ⎤⎝ 3⎠ b. 0,7n < 0,01 ⇔ nln0,7 < ln0,01 ⇔n> ln 0,01 ≈ 12,9 ln 0,7 donc n ⩾ 13. 86 a. m –1 décrit ℝ lorsque m décrit ℝ, l'en2 semble des points Jm lorsque M décrit Γ est . En posant h = ex, lim 1 : x 1⎞ ⎛ lim x ln⎤ 1 + ⎤ = lim ⎝ x→+3 x ⎠ x→+3 f. ⎡ ; . Donc lim an + x→+3 97 a. –i p (et |z – z'|2 = (z – z') (z – z ') . 16 4 La suite (un) semble être croissante. Comme ABC est rectangle en C, C appartient au cercle de diamètre [AB]. (EG) est orthogonale à (FH) donc au plan (FHB), donc à toute droite de ce plan, comme (FD). Sujets type BAC x→+3 déduit que a une asymptote d'équation x = 0. h est une fonction continue. Objectif BAC Sujets type BAC 50 Cet exercice est résolu dans le manuel, p.
Graphiquement, on observe que l'image de tout point de la courbe par la translation de vecteur t (10 ; 0) est également sur la courbe. 7p . ⎛ = = . ⎤⎝ 45 – 1 000k ⎦⎞ c. Dans ces cellules, le tableur par l'intermé diaire de l'instruction LOI.BINOMIALE doit afficher la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur k pour n supérieur ou égal à 6.
L'aire (x) est égale à kx(R 2 – k 2x 2 – x), avec 0 < x < R 2 – k 2x 2 . Par exemple, un = (– 1)nn. d coupe '' pour t = 12 d. Pour aller plus loin 67 1. (1 029) = {1 ; 3 ; 7 ; 21 ; 49 ; 147 ; 343 ; 1 029}. [e ; +3[et admet un maximum égal à f (e) = e –1 De plus, lim f (x) = – 1 et lim f (x) = 0. ⎨ 0,25a + 0,25b – 0,5c = 0 3 ⎤ ⎤ ⎤ a + b + c = 1 ⎨ ⎛ 1/ 3 1/ 3 1/ 3 ⎞ 1 1 I + B = ⎤ 1/ 3 1/ 3 1/ 3 ⎤ . 46 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. FS ∩ « CDD ») = 22 875 Influencé ou non ? n – 1 ≡ 0 [p – 1] donc n – 1 – (p – 1) ≡ 0 [p – 1] d'où p ≡ n [p – 1].
3 1 3 1 sin x – sin (3x) = sin x – (sin (2x) cosx + cos (2x)sin x) 4 4 4 4 = x⎛ 2⎞ car 62 1 1 2 En posant x = , on a e t ⩽ 1 + pour t ⩾ 1. Comme a 2 + b 2 > 0, ces trois valeurs sont différentes. 1 2. ⎤ ⎤⎤ ⎤⎝ 0,09 ⎞ ⎝ 0,09 ⎠ ⎛ 0,35 0,35 ⎞ 1. tz = 2 (x – iy). Une représentation paramétrique de leur droite ⎡ x = –3 + 2t ⎤ avec t d'intersection d est donnée par ⎨ y = 2 – t ⎤z = t ⎣ un réel. Les vecteurs normaux b n ⎤ 3⎤⎤ ⎤⎝1⎠ ⎛ 3⎞ bn' ⎤ 4 ⎤ de ' ne sont pas colinéaires. (2 – k)2 () m est sur la droite de vecteur directeur a t b a et ⎛ a+d⎞ passant par le point de coordonnées ⎤ 1 ; ⎤⎝ b ⎠ si b ≠ 0. Le signe de g'(x) est celui et g'(x) = – 4x = x x de 1 – 4x2. ⎤ ⎤⎤⎝ 0 0 0 ⎦⎞ ⎝ 93 ⎞ 3. p = 0,20 et n = 50. On obtient donc : e 2 2 y = (x – e) + 2 ⇔ y = x. DG = 2 , DI = GI = 2 DGI est isocèle en I. lim D(t) = 0. • 0 est solution de l'équation. lim f (x) = lim x→0 60 x→0 ln x = –3. Entrée : l'entier n Sortie : deux réels a et b (encadrement cherché) Traitement : Affecter 1,3 à a Tant que g'(a) ou alors par dichotomie.
Lois à densité • 239 45 X : variable aléatoire qui à toute ampoule de ce type choisie au hasard associe sa durée de vie en heures. La proposition semble vraie. ⎛ 7 3 ⎞ ⎛ 9 ⎞ ⎛ 23⎞ ⎤ 5 8 ⎤⎤ ⎝ 4 ⎦⎞ = ⎤⎝ 25⎦⎞ donc J est codé en X et E en Z. S5−000≈ 0,785 3 5 a. ⎤⎝ 0,49 ⎦⎞ 3. Δ = – 16 < 0 donc il y a deux solutions complexes z1 et z2 : 2 + i 16 z1 = = 1 + 2i et z2 = 1 – 2i. =t +6 ⎡t pour tout n *. S K P J A D N I M C B 1 1 1 1 1 2. 41m ≡ 1 [26] ⇔ ∃ k ∈ ℤ tel que 41m – 26k = 1 (E). x→–1 x < –1 f (20) = 0, donc sur [10 ; 20] f (x) ∈ [0 ; 10]. Z est une racine n-ième de z si et seulement si : ⎡ r = n r (r > 0) ⎡ rn = r ⎤ pneinφ = reiθ ⇔ ⎨ nw = u ⇔ ⎡ 2p ⎤ ⎨w = u [2π] ⎣ ⎤ ⎣ n ⎣⎤ n ⎦⎤ b. g (x) = x→0 x x→2 x>2 1 lim k(x) = +3 ; lim k(x) = 0 ; lim k(x) = +3 . (rCF , lCJ) = 3 3 Donc C (JF) et de même E (JB). Nous voyons que pour k = 2,8, la suite (pn) semble converger et donc les populations trouvent un « point d'équilibre » dans leur évolution parallèle. ⎣6x + 4y = 5 ⎝ ⎠ b. Donc lim 0 f (10 + h) – f (10) = – 0,2. D'après la question 1, on a f '(x) positive et donc f croissante sur]0 ; +3[. 1– Z2 u 2tan 2 . Pour tout n ⩾ 0 : Yn + 2 = (I + B)2Yn d'où les relations demandées. Supposons que 34p + 1 soit divisible par 5 avec p . 100 100 59 100 59 30 méthode : 1 – × = 1 – 0,3 = 0,7. 40 ⎛ 1. 52 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. x – 1 ⩽ f (x) implique lim f (x) = +3. D'après le tableau de variations, g admet un minimum en . 2 H 100 G E F D C A B 9. 8 ∫0 x + 4 8 2 0 c. 120 • 5. x –1 x –1 = . 3 3 p 5p ⎡ c. Propriété obtenue par récurrence en utilisant c. D'après 5d, k = Donc x = 2z z 8 donc 2 – k = . Il semble qu'entre k = 3 et k = 3,45, les termes de la suite se regroupent au bout d'un moment autour de deux points (appelés points d'attraction) et que l'on rentre dans un cycle de 2 termes (on parle de 2-cycle). f '(x) = 2 cos x sin x. ● 3 a. P(A ∩ C) 0,40 × 0,94 = ≈ 0,392 .
Comme θ(1,3) ≈ 50, la pièce est à 50 °C après 1 h 20. 16 a. REMARQUE Pour obtenir l'exponentielle sous Python, on peut aussi utiliser : def facto(n): «Calcul de la factorielle de n» if n==0 : u=1 else: u=n*facto(n-1) return u Cependant, ce programme Python est une fonction récursive, or la récursivité n'est pas au programme bien que plus rapide... 2 98 1. a +b +c +d = 0 4 + zz 4 + zz 4 + zz 2a(z +tz) + 2ib (z – tz) + 2cztz + 4d + dztz = 0 Donc (2c + d) ztz + 2a(z + tz) + 2ib(z – tz) + 4d = 0. I(α) = a 1 a2 a (a)) + – (af 2 4 4 a (a) = 0 et lim Or lim af a→0 a→0 donc lim a→0 a = 0, 2 a a (a)) = 0 . n Aire du domaine colorié en bleu : ~ P(0,36 ⩽ F ⩽ 0,56) ≈ 0,955. Démontrons par récurrence que ∀ n ∈ ℕ, P(an) = an. La matrice inverse de B × A est A– 1 × B– 1. x→0 I 1. ● 1 1 α ≈ 1,69 2 0,693 0,609 On a hIA(a – 2 ; lna), donc IA = (a – 2)2 + (ln a)2 . Pn : nT période Initialisation : P1 vraie. La droite a pour représentation paramé- ⎡x = t ⎤ trique ⎨ y = 0 avec t un réel.
Corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes Exercices d'application 1 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎝ d ⎦⎞ Partie B 1 1 0 1 1 1 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 2 5 2 7 3 8 3 5 3 7 4 7 3 4 5 8 5 7 4 5 2 Voir fichiers logiciels. La dérivée de la fonction x1 est la constante v1. 21 ⎤ 1 001 ⎡ a. Dans ce cas, est au-dessous de d. Initialisation : u1 = 1 donc la propriété est initialisée au rang 1.
D'où 0 ⩽ ln(1 + xn + 1) ⩽ ln(1 + xn).
« Cette égalité est vraie pour tout e−x nombre réel x. 6x + 15y = 6 810 équivaut à 3x + 5y = 2 270. Donc la propriété est héréditaire. ⎨ –l ⎤ ⎣ 1 – l ¯ e Les variations de f montrent que f(k) ⩾ 0 pour k ∈ [0 ; 1]. La propriété est donc héréditaire. L suit la loi normale (550 ; 12). Par différence des deux expressions de P précédentes.
donc lim 2 x→–1 3x + x – 2 5 2. » D'un point de vue biologique, plus de proies implique plus de nourriture, donc plus de prédateurs, donc moins de proies, etc.
64 64 ⎣ ⎦ b. Si p ≡ 2 [3] : p + 4 ≡ 0 [3] est donc divisible par 3. P(X > 2) = 1 – P(X < 2) = 1 – ∫ 1,5e–1,5t dt 0 2 = 1 – ⎡⎣ –e–1,5t ⎤⎦ = e–3 . 290 ans. Simulation (n = 10 000) : 0,776 6. Vrai, car pour tout x > 0 : 2lnx = ln9 ⇔ 2lnx = 2ln3 ⇔ lnx = ln3 ⇔ x = 3. On lit u(x) ⩽ 5. ⎛ a2 + b2 – b ⎞ 2⎤ ⎤⎤ ⎝ ⎦⎞ a) 2 = a2 4 a2 + b2 > 0, donc k est croissante. lim 2x – 1 = +3 ; par composition x→+3 lim (2x – 1) = +3, d'où lim 1 2 x→+3 x→+3 (2x – 1)2 = 0. n→+3 2. x→+3 n→+3 2. 39 1. l 0,001 4 b. Si x ⩾ – 2, f(x) = • Si x > 6 ; f (x) = 3x – 8 et f '(x) = 3. Donc d est décroissante sur x x]0 ; α] et croissante sur [α ; +3[. P(« un accident est causé par un véhicule ») = P(« un accident est causé par un refus de priorité par un véhicule ») + P(« un accident est causé par une autre infraction d'un véhicule ») = 0,247 + 0,125 = 0,372. Par conséquent, les plans (ACG) et (BDH) sont perpendiculaires. Alors up + 4 ⩾ up – 1 + 4. Les modifications de l'algoavec : n – 1 < 2p rithme apparaissent en gras. gi(–x) = i (−1)k+1 (−1)k+1 sin(–kx) = ∑ sin(kx) = –gi(x). Contre-exemple : le jeu de tarot (voir cours page 367) ; les événements R et C ne sont pas incompatibles et ils ne sont pas indépendants. ⎝ 2e + 1⎠ x 1 ∫0 xe In + 1 ⩽ In. La suite (In) est décroissante. Par exemple : t ↦ – 2,5t2 + 100t ; t ↦ – 2,5t2 + 100t + 100 000. Si a ou b = 0, afficher b – a . 21 41 20 a.
Or 107 ≈ 10,3, donc 107 est premier. ⎤ ⎤⎝ 13⎠ c. 12 f est la fonction définie sur [0 ; 4] par f (x) = Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. e 2 = 1 59 ex 1 = –x qui est toujours vrai. Partie 1 1 ⎡ ⎤t1 = 4 (t 2 + t 4 + 2) ⎤ ⎤t = 1 (t + t + t + 2) ⎤2 4 1 3 5 ⎤ 1 ⎤t 3 = (t 2 + t 6 + 6) ⎤ 4 1. PA (E) = PE (A) × P(E) PE (A) × P(E) + PS(A) × P(S) + PL (A) × P(L) 0,886 A = 0,114 A Partie C • P(A) ≈ 0,888 8 ≠ 0 (question A3. f '(x) = + x (ln x)2 x(ln x)2 b. z1 = –3e i 3p 2 = –3 × –i = 3i .
π(5) = 4. Oui, par aire d'un disque = r2. P(X = 2) = P(E1 ∩ E2 ∩ tE3) + P(E1 ∩ tE2 ∩ E3) + P(tE1 ∩ E2 ∩ E3) = 0,2 × 0,1 × 0,9 + 0,2 × 0,9 × 0,05 + 0,8 × 0,05 × 0,1 = 0,031. M(– 1,5 ; 0 ; 0). n e. 5, 17 et 257. x 0 0 10 + φ'(x) 13 1 x 1 b.
3 t(t – 20) t 2 v(t) = f '(t) = – . k +1 = 1⎛ 1 1 ⎞ + ⎤ ⎤2 ⎝ 1 + e–x 1 + e x ⎠ = ⎛ ex 1 ⎞ + 2 ⎤⎝ e x + 1 1 + e x ⎦⎞ = 0,5. 70 a. 88 +3 Si le degré est impair alors lim P(x) = – lim P(x).
Parité : 1 – cos (–x) 1 – cos x = – f (x). n n n ⩾ 30 ; n ⩾ 2 4 = 0,80 – 0,60 ainsi n = = 100. x On en déduit que ∀ x ∈ I, h(x) = h'(1)×lnx + k où k ∈ I. 4 a. Suivant le signe de a le trident sera orienté « vers le haut » ou « vers le bas ». Intégration 1 1 – x2 + x + 13 ⩾ x2 – 4x + 7 ⇔ – 1 ⩽ x ⩽ 6. f (x) = MN × AM = (a – x)ex lorsque x < a, ou f(x) = |x – a|ex. En utilisant une propriété de la densité, quelle est nécessairement la valeur de cette constante ? lim an = lim n→+3 132 n→+3 n + 2 n2 – 4 f '(x) = n→+3 Partie A b. (– 1)3 – 5(– 1)2 + 19 × (– 1) + 25 = – 1 – 5 – 19 + 25 = 0. Initialisation : u0 = – 1 et u1 = 5 donc u0 ⩽ u1. l D'après l'énoncé de cette question, elle est supposée constante sur l'intervalle [0 ; 1].
Δ = – 3 < 0 donc il y a 2 solutions complexes z1 et z2 : 1+ i 3 1– i 3 z1 = et z 2 = . Donc il existe un rang n tel que un ⩾ k pour tout entier k ⩾ 1. En appliquant deux fois b, on a u4n ⩾ u2n + ⩾ un + 1. 2 (lim b→–3 2 2 (a2 + b2 – b a2 a2 + b2 – b b→+3 c. Par la suite, on remarque que an+1 – 1 = an – 1. n→+∞ Par l'absurde, f n'est pas continue en 0, donc non dérivable en 0. lIK = ⎛ 5⎞ rAD ⎤ 3 ⎤ . Pour tout n ⩾ 0 : an + bn + cn = 1 et comme bn = cn, 1 – an on en déduit : bn = . n3 14 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. CI = 3 3 6 , CD' = et DD' = . 129 Partie A x→+3 146 • 6. P(246 ⩽ X ⩽ 254) = P(μ – 2σ ⩽ X ⩽ μ + 2σ) ≈ 0,95. lim sin = 1 ; par somme avec la limite précéx→+3 x dente : lim x + sin x→+3 1 1 = +3, d'où lim = 0. Ils sont coplanaires. 2. La courbe étant dessinée, placer a sur l'axe des abscisses, Ma sur la courbe et Ia sur l'axe des ordonnées. x 0 '(x) X0 – 0 1 +3 + +3 Y0 < 0 c. 15 18 5 1 x5 19 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour rappel, la fonction de densité est définie sur ℝ. u1 = 1 1⎞ ⎛ ⎛ 2e ⎞ ⎛ e + 1⎞ = ln ⎤ ln ⎤ = ln 2 – ln⎤ 1 + ⎤ = ln⎤ ⎝ ⎝ e + 1 ⎦⎞ ⎝ 2 ⎦⎞ e⎠ x'3 ⎛ 800 + 0,5⎞ = x'1 ⎛ 800 + 0,5⎞ ⎤⎝ ⎦⎞ ⎤⎝ ⎦⎞ 9 9 800 ⎞ ⎛ 800 ⎞ et x3 ⎛⎤ + 0,5⎤ = x1 ⎤ + 0,5⎤ . Inégalités vraies par hypothèse en séparant les cas 0 ⩽ x ⩽ 20 et 20 ⩽ x ⩽ 40. ⎝ ⎠ ⎞ ⎠ 2 p 2 3p ⎣ ⎦ b. 2 La variable D représente le nombre de pas que la personne effectue « en diagonale droite ». a2 = nb2 donc n divise a2.
Vrai : démonstration par l'absurde que f ne peut pas être strictement croissante. 3 1 c.
b – a = n – 1 donc g divise n – 1. 3k 3 Δ y On en déduit que pour n entier, n > 0 : n 1⎞ ⎛ 0 ⩽⎤1 + ⎤ ⩽ e ⩽ ⎤⎝ n⎠ n+1 1⎞ 1⎞ ⎛ ⎛ – un (1)⎤⎝ 1 + ⎦⎞ – un ⩽ e – un ⩽⎤⎝ 1 + ⎦⎞ n n 1⎞ ⎛⎛ (1) ⇔ 0 ⩽ e – un ⩽ un ⎤ ⎤ 1 + ⎤ – 1⎤⎝⎝ n⎠ ⎠ 2 0 1 x b.
2 Le milieu du segment [MN] a comme coordonnées 2. z 3 = –2 = 2(cos(p) + isin(p)) 2p 3 . D'où cos(θ + θ') = cosθcosθ' – sinθsinθ' et sin(θ + θ') = sinθcosθ' + cosθsinθ'. ⎛ 0,01 ⎞ ⎛ 0,4 0 0,3 ⎞ 40 1. x→+3 x d , x donc lim T(x) – P(x) = lim T(x) – P(x) = 0 . Donc on ne peut pas avoir ≠ '. Z = 2 + i (2 + i)(3 + 2i) 6 – 2 + 3i + 4i 4 7 = = = + i. Pour tout entier n ⩾ 2 : y 0 +3 + +3 dk +3 2k – kln(4k2) 3. Les restes sont 1, 2 ou 4. P(X ⩾ 60) = 0,5 – P(45,5 ⩽ X ⩽ 60) ≈ 6,7×10– 7. = 3e ⎛ p p⎞ i⎤ + ⎤ 3⎠ ⎛p z 7 z 8 12 i⎤ 4 + = e z9 2 = 8e i 2p p ⎞ – ⎤ 3 3⎠ 7p 12 . Soit m > 0.
Les points E, I, F et C sont coplanaires. f est définie, dérivable sur]–3 ; a[∪]a ; +3[. h Donc lim h→0 sin(x + h) – sin x = cos x. b–a b. lim h→0,h≠0 = 1 , avec X = –x ; eX Xn u(a + h) – u(a) = u'(a). e 2 + e –i u 2 –i u 2 = 2isin u . 15 x→0 x x→2 x x→0 x x→2 x 2 x . ⎝ 3 3 3⎠ ⎛ 2 ⎞ ⎤ 3 ⎤ ⎛ 1⎞ ⎤ ⎤ 2 ⎤ sont colinéaires donc les b. Les courbes Γ et 1,5 se coupent en deux points car m1,5 < 0. ⩾d f est décroissante sur [0 ; d]. un = p(p – 1 + 2) (p + 1)p +1 = + 1. Multiples de 20 : {20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100 ; 120 ; 140 ; 160 ; 180 ; 200 ; 220 ; 240 ; 260 ; 280 ; 300}. Fonctions sinus et cosinus 0 b. P(49,8 ⩽ X ⩽ 50,2) ≈ 0,97. (JK) est orthogonale à (BI) et (DI) donc au plan (BDI). un = = 1 1⎞ 2n + 1 2n + 1 ⎛ n⎤ 2 + ⎤2 + ⎝ n ⎠ pour n ≠ 0. 2 2 En résolvant les deux inéquations du second degré, on a n = 62. 23 Soit n et n ⩾ 2 et x x1 x 2 x + ... + n –1 + n . 1 + ex c. f '(x) = 21(7x – 1)2 + 14(7x – 1)2 + 7 – (7x – 1)2 28 63 – – . lim f (t) = f (0) = M0.
Si g = 3, n = 7. x ≠ 0 : f '(x) = 2x sin ⎛⎤ 1 ⎞⎤ – cos ⎛⎤ 1 ⎞⎤ . (xn) est décroissante et minorée par 0 donc (x n) converge. 9 108 Il faut maintenant vérifier à quel instant la vitesse 5 027 . un = n +1 – n)(n +1 + n n +1 + n) 60 a. f (x) – ex = –x e e2x – ex = –ex(x e ex + 1). D J I La droite (IJ) coupe le plan ' sur la droite d, intersection des plans e '. Soit f (x) = Cet exercice est résolu dans le manuel, p.
38 a. Initialisation : u0 = 1 donc la propriété est initialisée. ⎤⎝ 0,23 ⎦⎞ pour tout n ⩾ 0 donc la marche aléatoire diverge ; • si on part de D, Xn = X1 pour tout n ⩾ 1. D'où un ⩽ ln2 ⩽ un + 2n c. Après 5 h : N × 2 × 2 × 2 = 8N. 2 Confiance dans la décision ! Partie A 1 Voir fichiers logiciels.
34 a. P(tA) = 1 – P(A) ≈ 0,111 2. ∀k ∈ ℝ et ∀x > 0 , f(x) = k ⇔ x + 1 – 1 = ek ⇔ x + 1 = (1 + ek)2 ⇔ x = 2ek + e2k. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires (cas particulier), pour tout a ∈ [0 ; +3[, l'équation x2 = a admet une unique solution dans [0 ; +3[. 28 = 2 × 14, 197 n'est pas divisible par 2, donc il n'est pas divisible par 28. f '(x) = aM0e–bt e b (x) 1 – e –bt) > 0. m est définie et dérivable sur]0 ; +3[⎛ 1⎞ et m'(x) = 3x2(3 – lnx) + x3⎤⎝ – ⎦⎞ = x2(8 – 3lnx). 2p (rCF , lCJ) = (rCF , rCE) + (rCE , lCJ). Éventuellement, on pourrait poser f (a) = 0. n 2 x « Par conséquent, le nombre de personnes à interroger doit être multiplié par 4 ! » TP 4 Machine truquée X : variable aléatoire qui sur un échantillon de 100 parties associe le nombre de parties gagnantes. g(x) . Donc K = . Immédiat. ● (75) = {1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75}. Lorsque f est minimale, l'opposée de son inverse est minimale, d'où cos θ est minimal. 3 b. • pour A = 0,62, N × A = 24,8, P(0,62 ⩽ Fn = 40 ⩽ 0,8) = P(0,62 × 40 ⩽ Xn = 40 ⩽ 0,8 × 40) = P(25 ⩽ Xn = 40 ⩽ 32) ≈ 0,83. a = 505. lim 56 ln18 ≈ 30,3 ln1,1 x→e x⎛ 0,8bn + 0,2 ⎞⎤ ⎤ = A × Xn + B = ⎤ 0,2an + 0,2 ⎤ , ce qui ⎤ 0,2a + 0,2 ⎤n ⎞ ⎠ permet de conclure. P(tD1 ∩ D2) = r Noire (gain : – s) 1 16 Blanche (gain : s) 5 16 A 0,65 0,07 B 0,28 O A 0,65 0,07 B groupe A 0,28 groupe A O 1 15 groupe AB A 0,65 0,07 B groupe AB 0,28 O groupe B A 0,65 0,07 B groupe A 0,28 groupe O O 4 15 Verte 1. Par encadrement à la calculatrice (f est strictement décroissante), on trouve T = 34 700 ans. x→0 ln x ⎞ ⎛ lim dk (x) = lim x ⎤ 1 – k ⎤ = +3. 103 = 142 × 7 + 6 ≡ – 1 [7]. f '(x0) On recherche f dérivable, à dérivée qui ne s'annule pas, telle que pour tout x réel : f '(x) = f (x) ou f '(x) = –f(x). ⎝ n n n⎠ REMARQUE Voir les questions précédentes : 1.a et 2.c. Oui, la valeur de la variable R est plus grande que 0,95. = 6e i 7p 12 . Si le nombre de bactéries est multiplié par k après 20 min, alors il est multiplié par k2 après 40 min,... et multiplié par k5 après 1 h 40 min. La solution du système est (a ; b) ≈ (6,106 ; – 2,471). En B3 : =1,045*B2-0,001*B2*C2. Ta = Tb ⇔ ⎨ 2 2 2 ⎤ ln(b) + = 1 ⎤ –1 + ln a = – 2 ⎤ ln a + = 1 b b ⎣ ⎣ ⎤ ⎣ b 3 a. 6 On a Ln = 7 + 3,5un donc, d'après les opérations sur les limites, (Ln) tend vers +3. Compléments sur la dérivation • 71 0,4 17 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. n→+3 e c. d doit être 15 × 7 = 105. 29 A = 0,5ln4 – 3ln4 + ln64 = ln2 – ln64 + ln64 = ln2 ; B = 3ln5 – 2ln10 + ln(25) = ln125 – ln100 + ln32 = ln40 ; C = 1,5ln100 + 5ln0,1 – ln0,01 = ln(103) + ln(10– 5) + ln(102) = 0. f 3 est dérivable sur]–3 ; – 1[ou]1 ; +3[. Faisons la somme des trois expressions du e : (1 – j)(m + n + p) = b – ja + c – jb + a – jc = (1 – j) (a + b + c). c = a – b = 27 . ⎝ –1,5 7 ⎠ ⎛ 1 0 0 ⎞ =⎤ 0 1 0 ⎤. B = I – bN avec N = ⎤ ⎤ ⎤⎝ 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 ⎞ ⎤. A × B = ⎤ 2 2 ⎤ ⎤⎝ 0 + 0 1 + 0 2 ⎛ 0 0 0,25 ⎞ colonnes de B : ⎤ 2 –2 –1 ⎤ . 5 2 g(x)dx ⩽ retrouve – 20 ⩽ ∫ 40 0 40 ∫0 f (x)dx ⩽ 40 ∫0 h(x)dx , on f (x)dx ⩽ 20. D'après c, B et A appartiennent au cercle de diamètre [CD]. Hérédité : Supposons que la propriété est vraie pour un certain rang p. D'après la question 3b, le nombre 2π est une période de fi pour i entier 1 ⩽ i ⩽ 4, donc également de fonctions gi, pour i entier 1 ⩽ i ⩽ 4. (un) semble être décroissante. 13 0,015 = 0,375 (probabilité conditionnelle). La troisième ficelle mesure la même longueur que les deux autres. On peut affirmer, en prenant un risque assez faible, que pour la distance 80 km, les cyclotouristes présents étaient satisfaits (entre 71,45 % et 79,13 % donc > 70 %). ⎝ X →+3 e ⎠ Donc e n = x ⇔ e n = n Y0 = φ(X0) est le minimum de φ. ⎝ (x 2 + 1 + x) ⎠ b. n i=0 i=0 n ∑ 103 a. On voit que zA, zB et zC ont tous pour module 2, donc Γ est le cercle de centre O et de rayon 2. Une suite géométrique de raison positive est de 1+ 5 Fibonacci si v0 = 0 ou q = . x Donc f '(x) est positive sur]0 ; 1] et négative sur [1 ; +3[. Par l'axiome du plus petit élément.
En effet, le risque est : ⎛X ⎞ P⎤ ∉I ⎤ = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 0,008 56. 16 = 10000 . 305 305 Fréquence observée de points gagnés suite aux échanges engagés au deuxième service : 142 – 48 94 = ≈ 0,662. ⎤⎝ –2a ⎦⎞ 21 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
x = 0. et lim h→0,h b –x . 10 15 b.
La fonction partie entière n'est pas dérivable (car non continue) en tout x entier relatif. Par la relation de Chasles : = 1,5 + [–0,4x + 1,2ln x]0,5 x 2 –t ∫0 (1 – t) e entre les courbes f et g sur [0 ; 1] car f(x) ⩾ g(x) sur cet intervalle. 6 × 1017. ⇔ ex = y –5 ⎝ y – 5 ⎦⎞ 102 a. Donc Im(z) = 0 ⇔ z . On en déduit que : f(x) < 0 sur [0 ; α[, f(x) > 0 sur]α ; + 3[et f(α) = 0. Compléments sur la dérivation • 77 c. x ln x = 0 ⇔ x = 0 ou x = 1. L'instruction ajoute le terme d à la liste. De b. On en déduit que : ⎛ 2n ⎛ un ⎞ ⎛ = ⎤P ×⎤ ⎤ 0 ⎝⎤ vn ⎦⎤⎤ ⎝ 0 n 0,5 ⎞ 1 ⎞ ⎛ ⎞ × P –1 ⎤ × ⎤ ⎤ ⎦⎞ ⎦⎞ ⎝ 1⎠ ⎛ –3 × 2n + 4 × 0,5n = ⎤ ⎤⎝ –2 × 2n + 3 × 0,5n ⎞ . f(x) = x ⇔ 6 – x2 2 = 1 et lim f (x) = 1. (x – 11)2 3. ⎛ ⎞ sin w 1 + cosw A 2 + 2cosw ⎤ cos(vt) + sin(vt)⎤ 2 + 2cosw 2 + 2cosw ⎝ ⎠ + –1 0 2p ⎞ ⎞ 2p ⎞ ⎛ ⎛ ⎛ 1. Les randonnées de 6 étapes amènent toutes en S d'où on ne peut pas repartir. E = z ⎡ C / arg(z) = c. Le système (S1) admet alors deux couples solutions de la forme (α , β) et (–α , –β). Comme pour tout n, un + 1 ⩾ 0, on déduit de la 1 – e–n question précédente que un ⩽ . Le système linéaire ⎨ a pour solu⎣ –2a – 6b = 0 ⎞ ⎤.
lim X X →+3 e X = 0 car lim X →+3 eX = +3. Donc la démonstration est fausse pour cette fonction u et x = 0. Suites Alors n > 1 1 – 1 d'où nb + b > 1 puis < b. (JK) // (AC) et (BI) ⊥ (AC) donc (BI) est orthogonale à (JK). y ℋ1 1 2p ⎞ 2. lim x→0 7x ((7 + 3x + 7 7 + 3x – 7 7x ( )( ) 7 + 3x + 7 7 + 3x + 7) 3x) sin(7x) 7x 29 X →0 x = a + sin 2 x – a En posant u(x) = car a + sin2x > 0. 81 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. K ≈ 0,951 423 2. Pour tout réel x > – 1, f '(x) = > 0. Ce n'est pas possible car la probabilité que la variable aléatoire Fn = 80 prenne ses valeurs dans l'intervalle de fluctuation correspondant est approximativement égale à 0,948 (question 2. ● Par la relation de Chasles : 1 ∫0 1 1 – x 2 dx = ∫ 0n n n 1 – x 2 dx + ... g⎛ e ⎞⎤ = ln(ln2), donc I⎛ e ; ln(ln 2)⎞ . –3 x 55 x→+3 2 ⎛ x ⎞ –⎤ ⎝ 100 ⎠⎞ 0 + f ' (x) +3 0 – 1+ 2 f x 1 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Par récurrence (u0 + 3n ; v0 – 5n) est solution pour n entier naturel. Comme y ⩾ 0 : h(x) = –x 2 + 16x – 48 . 41 6 6 2 5 ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ ⎛ 5⎞ + 6 × ⎤ ⎤ × + 21 × ⎤ ⎤ × ⎤ ⎤ . up2 + 1 La propriété est héréditaire. Donc sur [e– 1 ; e], – 1 ⩽ fk(x) ⩽ 1. Si m = 2n + 1, 1 – x + x2 – x3 + ... + xm – 1 = 1+ x est entier, donc xm + 1 est divisible par x + 1. K⎤ ⎤3⎤⎝ 0 ⎦⎞ ⎛ 0 ⎞⎤ ⎤ d. d2(0) = 0. p 2p ⎤ . y = = 10 0 2 x 4 x2 4 – x2 – 8 x3 x2 4 –x x2 + 4 (x 2 + 4 + 28) 2 .
⎡ ⎡ 1 1 y= ⎤ ⎤ y= ⎤ ⎡ x = 1 x x ⇔⎨ ⇔⎨ . x→+∞ TVI ou tableau de variations de g : il existe un unique tel que g() = 0 = f '(). corrigés de l'activité 1 Vers l'intervalle de fluctuation asymptotique 1 a. 2 x +1 ( ) Elles diffèrent d'une constante. Lire les coordonnées de ce point. La fonction semble continue et dérivable sur ℝ. 3 a. un ⩽ ln⎛ ⎛⎤ n + 1 ⎞⎤ × ⎛⎤ n + 2 ⎞⎤ × ... Géométrie dans l'espace • 213 probabilités et statistiques Partie C • 215 10. En dérivant f '(x) = f(x), on obtient : f ''(x) = f '(x) = f (x). A et B sont inverses l'une de l'autre : A × B = ⎤ ⎤ et B × A = ⎤ 0 1 ⎤ . , –4 1– x ⎞ = , on en déduit que f est Comme ⎛⎤ ⎝ 3 + x ⎠⎞ (3 + x)2 décroissante. La suite est strictement décroissante car ce sont les quotients successifs dans la division euclidienne par 2. Partie B 1 ● TP 2 2 a. De plus, xS = e1–a > 0. Cette équation n'a pas d'autre solution. Lois à densité • 237 1 F(10) = P(X < 10) = 1 – (par lecture e graphique). De la même manière : x2(t) = v2t – d. d1 est décroissante sur]–3 ; 0], croissante sur [0 ; +3[, d1(0) = 0. Il suffit de passer modulo 100 pour obtenir les deux derniers chiffres. 1er cas : M se trouve sur [BC] ; la fonction qui corres1 pond à la demi-droite est f avec f (x) = – x + 4.
En effet : f (x + (n + 1)T) = f (x + nT + T) = f (x + nT) = f (x). f '(x) = x – 2 e 2 3p 4 – 2 – e 2 5p 4 (x + 2) lim 2 e x+2 ; 1– x = +3. 4 ⎛ 0 1,5 1 ⎞ ⎛ 1⎞ ⎛ 5,8 ⎞ 2.
1,10 < α < 1,11. Il en existe deux selon le tableau de variations de h. (IJ) a pour vecteur directeur hw, orthogonal à cu et bv. ∫1 3 1 2 3x 2 + 11x + 12 – + = . (e – 1)t 100 a eb – 100. x→–∞ y2 – x2 – 212 > 0. x2 b. g(x) = – 2,432 54 101 e. • En cellule C8 : ≈0,017 18 ; en cellule C9 : ≈ 0,043 5 ; donc a = 7. x –1 a. lim ⎛⎤ 1 – ⎞⎤ = 1 . Hérédité : Supposons qu'il existe p tel que : up – 1 > 0. k ∈]–3 ; 0[∪]0 ; 0,2[∪]0,2 ; +3[: f '(x) s'annule 5 en x1 = 15 – et x2 = – 10. s – ⎤ – s⎤ = 70 ⎝ 48 ⎠ donc s = 70 × 48 ≈ 40,5. lim f (x) = lim lim f (x) = lim 3x x→+3 –x 2. Une équation du plan peut donc s'écrire sous la forme : ax + by +cz + 1 = 0 (quitte à diviser par un coefficient d non nul).
29 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. n est défini sur]0 ; 1[∪]1 ; +3[. Variations d'un polynôme de degré 2. Intégration • 169 ⩾ℓ/2 j g O g i y 1 f 1 x c. 2 x 1 En minorant e 2 par 0 et en multipliant la double inégalité par f 1 , on obtient l'encadrement xn demandé.
● Quand x tend ves +3, 24 000 tend vers 0. ⎛ (x – a)2 + d (x)⎞ 1 – ⎤ cos a – (sin a) (x – a + δ5(x)) 4 2 ⎝ ⎠ = cos a + a sin a – 5 a.
Or > 1 et 3 > 0 donc (un) est stric2 tement croissante. 1176 7 b. On constate que l'ordre de grandeur est 0,5x2. • Limites D'où lim x + sin x = 1. np 2 2 ⎤ 2 ⎛ ⎞ Sur un intervalle ⎡⎤ ; ⎤ , f est positive et f ⎤⎝ (4k + 1)p ⎦⎞ > 0. u est la somme de deux fonctions continues et strictement croissantes : elle est continue et strictement croissante sur]0 ; +3[; comme u change de signe, il existe un unique α ∈]0 ; +3[tel que u(α) = 0. Comme sur I, – 1 ⩽ f(x) ⩽ 2, 1 5 1 5 (–1) dx ⩽ ⩽ ∫1 (2) dx ⇔ – 1 ⩽ ⩽ 4.
M est inversible d'inverse M– 1 = ⎤ 7 / 3 –1 ⎤ . Par récurrence : Initialisation : u0 > 0 donc la propriété est initialisée. e– 8 × 86 400λ ≈ e– 8 × 86 400 × 0,000 001 ≈ 0,500 9. n 7 1 ⎛ 2⎞ ×⎤ ⎤+4 7 ⎝ 7⎠ 4 2 Or 0 < < 1 et 0 < < 1 5 7 n ⎛ 4⎞ ⎛ 2⎞ donc lim ⎤ ⎤ = 0 et lim ⎤ ⎤ = 0 n→+3 ⎝ 5 ⎠ n→+3 ⎝ 7 ⎠ 24 • 1. ● d(x) = ax + b + f2 = 0. Déterminons ε tel que pour tout x ∈]0 ; ε[on ait f(x) > m. 6 10 –6 –10 –6 . y 1 1 j O i 1 x 2. lim h(x) = –3 et lim h(x) = –3. T P y y T 40 H 60 x –4 0 4 – 40 60 • 2. En choisissant M0 un point de (AB), N0 son projeté orthogonal sur (CD), on peut définir les suites (Mn) et (Nn) telles que Mn soit le projeté de Nn – 1 et Nn projeté de Mn. La suite numérique des distances (MnNn) est décroissante positive, donc convergente. = ∫–−3,5 (–2x 10 2 C'est tout à fait possible. x→0 x >0 b. ● 1 bonbon. up + 1 = up + 2p + 3 = (p + 1)2 + 2p + 3 = p2 + 4p + 4 = (p + 2)2. ⎛ 0,8 ⎛ 3 ⎞ 0 ⎞ 2.
2 Alors à l'étage d'en dessous, il faut le même nombre de truffes auquel on ajoute p + 1 truffes de manière à pouvoir les décaler. F(x) = x10 d. évolution de processus • 289 c. f '(x) = lim f (x) = 0. |z + 3| = |z – 2 + 3i| ⇔ MA = MB ⇔ M appartient à la médiatrice de [AB]. • a < 0 : g'(x) > 0, g est strictement croissante ; lim g(x) = –3 ; lim g(x) = +3. n→+3 x→+3 3. k permet justement de s'assurer que son dénominateur soit le plus grand possible pour avoir la plus a c petite fraction possible supérieure à et et que e reste dans Fn (ou sinon l'algorithme s'arrête...). 26 • 1. ● cos x = cos(x – a + a) = cos(x – a) cos a – sin(x – a) sin a. dans [AD ; AH] = ⎤ AD ; 3 ⎦ ⎦ ⎡ ⎤ 2 AD ⎤ tel que Donc il existe un réel a ∈⎤ 0 ; 3 ⎣ ⎦ d(α) = a(α). Ils se raréfient. f ' ⎛⎤ p ⎞⎤ = – 1 e 2 ⎝ 2⎠ 3 b. Or 2p + 1 = 2(p + 1) – 1. x→1 x→+3 b. uMA·uMB = (– 1 – x)(1 – x)+(2 – y)(2 – y)+(– 1 – z) (3 – z) = 0 ce qui équivaut à x2+(y – 2)2 + (z – 1)2 = 5. Ainsi, il est admis soit en série L, soit en série S, soit en série ES. P(X ⩽ 0,20 × 75) = P(X ⩽ 15) ≈ 0,86. ⎝ x⎠ ⎝ x⎠ • f s'annule en 1 . s L'aire du domaine délimité par la courbe représentative de cette fonction et par l'axe des abscisses est égale à 1 (troisième caractéristique d'une densité) : Aire({M(x ; y) ; 0 ⩽ y ⩽ g(x)}) = Aire({M(x ; y) ; 0 ⩽ x et 0 ⩽ y ⩽ g(x)}) = 1. Le score 10 600 n'est pas divisible par 3, il n'est donc pas possible. R ≈ 0,08. Donc lim f (x) = 0. f '(t) = 0 ⇔ sin ⎤ t = kπ ⇔ t = 25k. b. 84 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. T(x) – H(x) = ax2 + bx donc lim T(x) – H(x) = lim T(x) – H(x) = 0. A = 0,22 ; B = 0,28 ; N = 30 ; P = 0,4. ⎤⎞ ⎞ ⎤ . d // (BD) en appliquant le théorème du toit. 1 1 5 + 21 + = 819 195 32 × 5 × 7 × 13 8 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Fonctions sinus et cosinus d. 60 60 15cosu b. 1 n–1 2 1 9 k2 c. + 2x – 6 x→+3 3x 2 4 4x + 6 . –3 3. Nombres complexes 2u 1 + Z 2 1 – tan 2 = . h 2 5 1 . Pour tout réel x > – 1 : 3 + x2 f(x) = ln3 ⇔ = 3 ⇔ x2 – 3x = 0 1+ x ⇔ x = 0 ou x = 3.
⎝ 6 ⎠⎞ ⎝ 6⎞ ⎝ 6⎞ ⎝ 6⎞ 6 46 1. 5z – 4 = (3 + 2i)(z + 1 – i) ⇔ 5z – z(3 + 2i) = (3 + 2i) (1 – i) + 4 ⇔ z(2 – 2i) = 9 – i (9 – i)(2 + 2i) ⇔z= 8 ⇔ ⇔z= 20 + 16i 8 ⇔z= 5 + 2i. 3 D'où QRS est équilatéral. vn ⎡u = un (1 – avn + b) . Pour n = 0, on a bien M = M. (DS) et (AS) sont donc deux droites sécantes du plan (ADS), parallèles au plan (BCT). a premier avec 26 peut prendre 12 valeurs. z 4 = 2⎤ ⎝ 6⎠ ⎝ 6 ⎠ ⎝ 2 2 ⎦⎞ puis z 4 = 2e –i p 6. Fonction exponentielle • 115 d. On peut appliquer le théorème de Bézout car 17 et 5 sont premiers entre eux. k = 1 : x1 = 10 ; f (– 10) – f (10) = A – 10 + f '(x) +3 0 – 10 72 f 10 – – A = ⎛⎤ 1 + 3 + 1 + 1⎞⎤ e 10 – ⎛⎤ 1 – 3 + 1 + 1⎞⎤ e 10 = 4e– 1. 2p b. Suites • 29 85 b. ● ⎛ 0,2 × 0,8 0,2 × 0,8 ⎞ = P⎤ 0,2 – 1,96 × < Fn =100 < 0,2 + 1,96 × 100 100 ⎦⎞ ⎞ = P(0,1216 ⩽ Fn = 100 ⩽ 0,2784) = P(0,1216 × 100 ⩽ Xn = 100 ⩽ 0,2784 × 100) = P(13 ⩽ Xn = 100 ⩽ 27) ≈ 0,94 (0,1216 × 100 = 12,16 et 0,2784 × 100 = 27,84). f 2 : μ = 14 ; σ = 1. g divise 87 mais 87 est un diviseur commun de 1 914 et 4 437, donc g = 87 car g est le plus grand diviseur commun. M d'abscisse a + kl avec 0 ⩽ k ⩽ 1 ; M(a + kl ; ea+kl). 26 ⎛ 3⎞ a. lim = +3 et lim x→+3 n X →+3 X x . 55 1.
Par une démonstration par récurrence on montre que pour tout n ⩾ 0 : ⎛ 3n 0 ⎞ An = P × ⎤ ⎤ × P– 1 ⎤⎝ 0 (−1)n ⎦⎞ ⎛ 2 × 3n – (−1)n = ⎤ ⎤⎝ 2 × 3n – 2 × (−1)n ⎛ ⎞ et P– 1 = ⎤ a' b' ⎤ ; ⎝ c' d' ⎠ ⎛ ⎞ A est inversible donc U = A– 1V = ⎤ −17 / 8 ⎤ . Le maximum de h est A 2 + 2cosw . Nombres complexes • 179 5 Si une équation a un nombre complexe pour solution alors le conjugué est aussi une solution. π(20) = 8, π(100) = 25 et π(200) = 46. Si f (x) = ax2 + x + 1, f '(x) = 2ax + 1. Cette standardiste essaie d'évaluer la probabilité que cette personne contactée par courriel soit un homme sachant que cette personne est un salarié : PS(H). α ∈ [1 ; 2]. l On obtient une longueur de 21,1 cm environ. x→+3 x→+3 f '(x) = g(x) + xg'(x). P × D × P– 1 = A. et p = 7. Soit Z = Alors 33 15 11 5 + i = + i. Cela confirme donc la conjecture faite en 2.b. x→+3 TP 2 Approche locale de la fonction exponentielle 1 a. ⎝ h ⎦⎞ 10 4 Comme pour toute valeur x, – 1 ⩽ sin x ⩽ 1, on a : – 1 ⩽ sin ⎛⎤ 100 ⎞⎤ ⩽ 1. Conclusion : un = –n(n + 1) pour tout n . ⎦⎞ 4. 512a + 64b = 1 64 ⎤ ⎤ 192a + 16b = 0 c=0 ⎤ d=3 ⎣ f (8) = 4 2. 1 1 ⎞ 1 ⎞ b. vn = n(3 – un) ⇔ un = 3 – Donc un = 3 + 4 ⎛⎤ 1 ⎞⎤ n ⎝ 2⎠ d. P(1 +i) = (1 + i)4 – 2(1 + i)3 – 2(1 + i) – 1 = (2i)2 – 2(1 + i)2i – 2 – 2i – 1 = – 4 – 4i + 4 – 2 – 2i – 1 = – 3 – 6i. D'où k = 59. On montre que c'est E = A∪]BC[où A(0 ; 1), B(1 ; 0) et C(1 ; 1). (0 – (−1)) × b. a' et b' sont premiers entre eux, donc on peut appliquer le théorème de Gauss. M(x ; 0) ; F(x ; kx) ; G(R 2 – k 2 x 2 ; kx). l 2 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 ou 48 lignes. p est premier supérieur à 2. ⇔ b. Intégration 5 9 a. La tangente à Γ au point d'abscisse – 1 est T. t→+3 ⎝ t⎠ 2. 66 D'une part, on a : Π(1,6) = P(XC ⩽ 1,6) et Π(– 1,6) = P(XC ⩽ – 1,6). Si k est impair, (1 + i)2k est imaginaire pur. x + 2 (x + 2)2 1 1 x +1 – = , on trouve le x + 2 (x + 2)2 (x + 2)2 d. un > 10– 3 ⇔ 0,95n > 4×10– 7 ln 0,004 ≈ 107,6 ln 0,95 ln(4 × 10 −7) ⇔n< ≈ 287,2 ln 0,95 donc n ⩽ 287. 4u – 1 4u – 1 Or up + 1 = p donc up + 1 – 1 = p – 1. Par conséquent, j'augmente le prix au kg des carottes. 104 L'arête inférieure mesure : 1,20 ≈ 2,73 m. Comme 0 ⩽ 1 + x ⩽ ex ⩽ 1 , on a : 1– x n (2) = –ph '(x). Comme nous supposons que nous n'avons pas de triangle, on peut tracer au plus n2 segments. n vaut 1, 2, 3, 5 ou 11. ⎝ 2⎠ D g(x) = 3cos(x + π) = – 3cos x.

Il est divisible par 97. Mais, pour tout x, g'(x) ≠ g(x). cos x = 1 – 2 ⎛ | x + d2(x)⎞ | = 1 – 2 2 ⎝2 ⎠ car lim (– 2x62(x) – 2(62(x))2) = 0. 20 21 400 g' est croissante sur ℝ. Z ∈ i ⇔ Re(Z) = 0 ⇔ (x – 1)2 + | y + | = . 2 (–x) . P(0,6 ⩽ Fn = 40 ⩽ 0,8) = P(0,6 × 40 ⩽ Xn = 40 ⩽ 0,8 × 40) = P(24 ⩽ Xn = 40 ⩽ 32) ≈ 0,88. x→0 ⎝ x ⎠ x→+3 x→0 d. g est définie sur]– 3 ; 0[∪]0 ; 5[et g(x) = ln⎛| 5 – x ⎞| . Comme P(B ∩ C) ≠ P(B) × P(C), les événements B et C ne sont pas indépendants. 3 x(ln x)2 Pour tout x ∈]0 ; 1[, k'(x) < 0. 2 Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 1] par f (x) = ● 1 – x2 . P | p – < Fn = n < p + | = P np – n < X n < np + n . C'est lorsque la calculatrice est réglée en « mode degré ». Ces droites sont parallèles ; on peut appliquer le théorème du toit : ces droites sont donc parallèles à la droite (LM) d'intersection des deux plans. 57 Partie 1 1. 35 ⎛ –13/ 6 1/ 3 5/ 6 1. p 3p ou < α < 2π : 2 2 2 ΩN = 36 – (2sin a) – 2|cosα| 1 • Si 0 < α < 2 y f g x 2 = 36 – 4sin a – 2cos α. TP8 Triangle dans un trapèze Soit M le milieu de [AD]. (7) Sécantes. 32 et 33 : « on admet... ») = (voir ~ 1 × P(0,36 < F < 0,56) (symétrie de la courbe f) 2 1 ≈ × 0,955 = 0,477 5 (question a). 2ex = e2x ⇔ 2ex = exex ⇔ ex(ex – 2) = 0 ⇔ ex = 2. 0 1 ⎞ ⎠ ⎠ 5. × 2 5 000 7. 0 ⩽ x ⩽ 4 : y = – x 2 + 4x ; 4 4 ⩽ x ⩽ 6 : y = x2 – 6x + 20. 2 2 2 2 a. P(A) = P((A ∩ S) ∪ (A ∩ E) ∪ (A ∩ L)) = P(A ∩ S) + P(A ∩ E) + P(A ∩ L) (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles) = P(S) × PS(A) + P(E) × PE(A) + P(L) × PL(A) (probabilité d'une feuille).

Février compte 29 jours si l'année est divisible par 4 sans être divisible par 100, ou si elle est divisible par 400. 2 2 Donc la propriété est héréditaire. 1 cos θmin = 1 – = –0,5 d'où θmin = 120°. cos x = 14 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 + k2 D'où : 0 < x < R 1 + k2 D 2 F G 1 M O 1 H 2 3 4 avec x abscisse de M. 4. Lorsque a > 0, il existe une seule valeur de a telle que les courbes ℛ et a soient tangentes. Les cas précédents réunissent toutes les situations avec x > 2. 16 2. P(tD1 ∩ tD2) = × 8 13 104 d. f + 6 x→0,x>0 = Asin(ωt) + Asin(ωt) cos(φ) + Acos(ωt) sin(φ) = h(t). 5 exp(x2 – 4) > exp(x – 2)exp(x – 2) (1) (1) ⇔ x2 – 4 > (x – 2) + (x – 2) ⇔ x2 – 2x > 0. x→+3 ex –x –x –x f1'(x) = e – x e = (1 – x)e . x'(t) = v(t) et x(10) = 250. D'où : p 7ip ⎞ ⎛ 3ip ⎞ ⎛ 5ip ⎞ ⎛ i ⎞⎛ x4 + 1 = | x – e 4 || x – e 4 || x – e 4 || x – e 4 | ⎝ ⎠⎝ ⎠⎝ ⎠ ⎝ p –ip ⎞ ⎛ 3ip ⎞ ⎛ –3ip ⎞ ⎛ i ⎞ = | x –e 4|| x –e 4 || x –e 4 || x –e 4 | ⎝ ⎠⎝ ⎠⎝ ⎠ ⎝ ⎠ ⎡ a3 – 3ab2 = a (S2) ⇔ ⎨ 2 3 ⎣ ⎣ 3a b – b = b c. 40 Les restes sont 2, 4, 6 ou 8. 17 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎡| p – n ; p + n |⎤ = |⎣ 0,40 – 80 ; 0,40 + 80 |⎦ (1 ⎞ 1 ⎛ c. On place un réel a > 1 sur l'axe des abscisses. u cosu +1 i –i ⎞ ⎛ e 2 + e 2 |⎠ p p p i ⎛ –i i ⎞ p e 4 | e 12 – e 12 ⎞ ⎝ –2isin 12 = = p p p i ⎛ –i i ⎞ 2cos e 4 | e 12 + e 12 ⎞12 ⎝ ⎠ p p –i = tan e 2 12 = (2 – 3)e 2 2cosu et 1 – Z 2 = . ⎝ 2 8 2⎠ 9. ● Partie B 1 a. Δ = 1 – 12 = – 11 < 0 donc il y a 2 racines complexes conjuguées : 1 + i 11 1 – i 11 z1 = et z 2 = . Limites de fonctions • 51 36 a. 24wMN ⎞ 7 ⎠. lim f (x) = +3; x→+3 Sur]–3 ; 2[, la courbe est au-dessous de son asymptote ; sur]2 ; +3[, la courbe est au-dessus de son asymptote. lim y n = +3, donc lim cos x = 0.

1+ i 2. ⎛1 ⎞ 2 | x – 3 | + 1 ⎞2 ⎠ 24 a.

● Conjecture : A est inversible si les vecteurs cu1(–b ; a) et cu2(–d ; c) ne sont pas colinéaires donc si a × d – b × c ≠ 0.

g'(x) = 64x3 – 96x2 + 48x – 8. f e– 4) lim f (x) = 0 ; l'axe des abscisses est asymptote à . 3) a. f est une fonction affine de coefficient directeur 7 > 0 donc f est croissante sur . Il y a ainsi approximativement 5,3 % de chances (ou risques) qu'un garçon âgé de trois mois pèse moins de 4,1 kg.

Sujets type BAC 51 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. (n + 1)! b. module = ; argument ≈ 1,21 rad. et 2sinh(x + 1) = 2 2 Caleb (son logiciel...) a raison car : (ex + 1 – 1)(ex + 1 + 1)e–x – 1 = (e2x + 2 – 1)e–x – 1 = ex + 1 – e–x – 1. 2n 2 1 c. 2–k 4 z – tz = 2i × puis y = i 2–k 2 y donc iy = (z – tz) 2–k 4 2–k (tz – z).

2 3 3 3 Donc on a bien un coefficient de réduction de 1 . Nombres complexes K a pour affixe 1 3 + i. REMARQUE La suite (u) converge vers ln2 ≈ 0,693 147 180 559 945 309 41. 84 a.

x 2 + (y + 2)2 x + (y + 2)2 2 3⎞ 5 ⎛ c.

Pour tout réel x > 0 : b. n 1⎞ ⎛ Pour n = 1, l'inégalité e ⩽ | 1 + | ⎝ n⎠ 98 1. rAC = nAB + rAD b. On a supposé b ≠ 0, la deuxième équation de (S1) montre que α ≠ 0, d'où : b. Or . x→+3 100 d. n→+3 (un) converge vers a. j y 1 O i 1 2. 4 ⎝2 ⎠ ⎛p 2⎞. 2. 2 Non, la proportion n'est pas nécessairement le centre des intervalles de confiance.

86 x→2 x>2 x→2 x 85 a. La calculatrice donne une valeur approchée de f(e100) mais f (e100) ≠ 100. Or 4p + 1 + 1 = 4 × (4p + 1) – 3. (5 ; 4). ⎞ p |⎠ Conclusion : p ⩾ 23 ; elle doit mettre au minimum 23 boules dans l'urne (tirage avec remise). h'(x) = 1 . D'après le cours, si la marche aléatoire converge c'est vers un état stable X indépendant des condi⎛ a ⎞ tions initiales. 3 3 1 ⎡ –1 ⎤ Donc f 1 est croissante sur | e 3 ; e 3 | et décroissante |⎣ |⎦ 1 1 ⎤ ⎡ – ⎤⎡ sur | 0 ; e 3 | ∪ | e 3 ; +∞ | . L'entier 22 012 s'écrit avec 605 chiffres. Fonction exponentielle x x –x x –x 5. ● a ∈[–1 ; 1] | b ∈[0 ; p] | ⎣ ⎣ Les fonctions k et cos– 1 sont réciproques l'une de l'autre. au-dessus de l'asymptote. C'est la droite d'équation y = 5. Donc soit 19 divise a, soit 19 est premier avec a, auquel cas, d'après le théorème de Gauss, 19 divise b. Nombres complexes Corrigés des travaux pratiques Avec la calculatrice TP1 1 ● z2 = 2 + 2 – (2 – 2) – 2i 4 – 2 = 2 2 – i2 2 . N est premier car divisible par aucun nombre premier de la liste, or N ne fait pas partie de la liste. f '(x) = ⎛ 2k x + 3k + 1 – 1 ⎛ k x 2 + 3k + 1 x + 1⎞ e 10| |⎠ |⎦ |⎞ 100 20 10 ⎞ 100 20 x – = ⎛| – k x 2 + k – 1 x + 3k – 1 ⎞| e 10 . Donc la ⎞ 7 ⎠ limite de la suite (un) est –3. Si x < 0, on a – lim f (x) = +3. 6 a. x2 x2 + 4 + 2 Donc lim f (x) = 0,25 et f est continue en 0. 111 a. 0 1 |⎠ Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ● 4 a. Le discriminant de z2 + z + 1 est – 3 donc il y a deux solutions complexes : –1 3 1 3 +i et – – i en plus de – 1.

n + 4 est divisible par 5 et 7, premiers entre eux, donc par 35.

p Donc f est strictement positive sur ⎤| 0 ; ⎤| et tan x > x. 2 ⎠ ⎞ 2 La droite Δ est dirigée par le vecteur cu(1 ; 1) et la droite (MN) par wMN(t2 – t ; t – t2). On peut conjecturer que les coefficients de la matrice M n convergent vers ceux de la matrice ⎞ | | | | | | | | | |⎠ ⎛ 0,3 0,3 ⎞| |. P(X > 5) = P(5 < X < 10) = (10 – 5) × c. Lois à densité 4 La conjecture émise à la partie A est que la variable aléatoire Y suit une loi exponentielle. La première colonne de M 3 est : ⎛ | | | | | | | | | ⎞ 0 0 0 0 2 4 3 2 51 1. 91 2 points t 1 segment. ⎝ x2 ⎠ c. 30 • 1. La première conjecture était fausse. Géométrie dans l'espace 47 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. + n – 1 est la somme des termes d'une suite géométrique 21 – 1 22 – 1 23 – 1 2 1 et de premier terme 1. lim h(x) = 0 et lim h(x) = +3. ⎛ 0,004 ⎞ 3. • L'intervalle de Terminale étant inclus dans l'intervalle de Seconde, I2 correspond à l'intervalle étudié en Terminale : réponse (c). 40 1. Fonctions sinus et cosinus ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. a positive sur ℕ et il s'en suit que wn est également définie sur ℕ. x→–3 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Géométrie dans l'espace 3. Par définition, Δ est continue. 3 15 a. La dérivée étant strictement positive, la fonction log est strictement croissante sur]0 ; +3[. y –x . • Si u0 < 2 alors u0 < u1 et (un) est croissante. |⎝ x'+ |⎠ + |⎝ y '- |⎠ = 2c + d 2c + d (2c + d)2 Comme, par construction, m existe, (donc a2 + b2 + 2cd + d2 ⩾ 0), puisque M existe. hw = aj + 3bk est orthogonal à cu et cu'. Résolution Soient a et b deux réels, a strictement positif. 5 5 a = et b = 1 – . Son centre est z et sa longueur est . Z 2007 = e 12 =e × 2007 ⎛ 2016p 9p ⎞ i| – |⎝ 12 12 ⎠ =e –i 3p 4 2 2 –i . 7 14 b. ● (1) Le triangle HBF est fixe, d'aire 20. | |⎝ 15 18 33 |⎠ ⎛ 2 2 | |⎝ –3 ⎞ |.

Fluctuation et estimation • 249 3.

2 |⎠ ⎝ 5. Sur]– 1 ; +3[, k' est du signe de x – 5. ● 2 AC = 2 . > b ⇔ a > b : immédiat.

On recopiera cette formule vers le bas jusqu'à la cellule E12. Suites On a donc 5p + 2 ⩾ 4p + 2 + 3p + 2. u, [0 ; 10] = 10 ∫0 b.

Les suites (un) et (vn) convergent vers 1/3, la matrice M n converge vers la matrice wn = 1 ; tn = 0,25n ; un = 2. 4 4 Donc vn + 1 = un + 1 – 5 ⎛ 5 ⎞ < 1 donc lim | | n→+3 ⎞ 28 ⎠ 28 1 . I ∩ J =]– 3 ; x] ∩]x ; y] = . À partir de t1 = 13,9, la concentration de produit dans le sang du patient sera inférieure ou égale à 6,13 (obtenu par encadrement). ⎡ x = 6t | (HB) : ⎨ y = 8t pour t ∈ ℝ. Période : 2π. Ce qui fait que n + 1 n(n + 1) + 1 parts. 2 64 –i u+v e i 2p 3 p i e3 3 ⎞ i 2 |⎠ 3 ⎞ i 2 |⎠ p i =e 3. Il en est de même sur]0 ; +3[. Comme 1 ∈]– 3 ; 1], d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation g(x) = 0 a une seule solution α ∈]– 1 ; 0]. = ln 2 – eb si 2 – e > 0. 5 5 50 –0,1t + k = 500e– 0,1t + k. Pour tout x non nul : 11 1 ⎞ ⎛ – ⎞. 3 À noter que l'on peut aussi utiliser une factorisation = i p 6 par e aux numérateur et dénominateur mais qui fait intervenir (éventuellement) une tangente. f '(x) = e–x(cos x – sin x) ; f '(x) = 0 ⇔ x = p + nπ, 4 n entier relatif. | z = –1 + 5t ⎣ 2. lim g(x) = –3 et lim g(x) = +3 . On en déduit que m = 52 puis que a = 3. | x + 2y + 3z = 26 | z = 2,75 ⎣ ⎣ Donc An = O pour tout n > 3. On obtient 1,9 < cp < 2. Géométrie dans l'espace F D K J I C A B 76 a. a2 – 250 507 ≡ a2 – 1 [9]. J = ∫ x 0 e +1 0 c. Pour k = 4, x = 57 et 70x = 3 990 s après 12 h, soit 13 h 6 min 30 s. Entrer le nombre réel a Initialisation : Affecter 0 à la variable Nombre Affecter 0,1 à la variable Borne Traitement : Tant que ⎛ Borne ⎞ | a ⎠ 2 1 – ⎞| e a ⩽ 0,1 faire Affecter 0,1 à y Tant que y ⩽ 70 1. La symétrie correspond aux triplets (x ; y ; z) et (y ; x ; z).

=1– | =1– + 1 + e–3 1 + e8 ⎣ 1 + e–x+8 |⎦0 6 6 1 1 1 ⎤. Cet algorithme permet de calculer (x0 + iy0)n sous forme algébrique. I ⎛| ; 0 ; 0 ⎞| , J ⎛| 0 ; ; 0 ⎞| et K ⎛| ; ; ⎞| . 2 1 1 x – sin(2x). g est dérivable sur]– 3 ; 12[, mais pas en x = – 3 ni en x = 12. S'il n'est pas divisible 6, il est impair. n Contre-exemple : • n = 100, amplitude correspondante : 0,2 ; • n = 2 × 100, amplitude correspondante : ≈ 0,14 ≠ 0,1. Donc (wn) est une suite croissante. 2p p + = ⎡| 2π]. | |⎠ On peut estimer que la proportion d'individus malades dans la population est environ 9 % car quel que soit l'état d'un individu, la probabilité qu'il soit malade après un an est à peu près stable et proche de 0,09. Hérédité : Supposons que l'on ait 2n points de l'espace et que si on trace n2 + 1 segments alors on ait forcément un triangle. ln(ax)' = a × 2. Oui , reiθ. h(– 1) = 0. 12 1. En degrés : 293,9°. P(« génotype AB ») = 0,65 × 0,07 + 0,07 × 0,65 = 0,091. x | ⎣0 sinon 1 1 sin x 1 sin X = d'où lim x sin = lim = 1. C et D aussi.

D'après a, on a un + 1 – un ⩾ 0 pour tout n ⩾ 1. PGCD(a ; b ; c) divise a, b et c, donc PGCD(a ; b) et c puis PGCD(PGCD(a ; b) ; c). La propriété est encore vraie pour l'entier k + 1. (Se démontre par récurrence sur α.) c. 13 13 Notons z = x + iy alors Z = c. Dans ce cas, il faut rechercher dans l'autre sens en ajoutant 1/n. n > 1 donc pn = pn – 2 × p2 est divisible par p2. Conclusion : La propriété est initialisée au rang 1, et si la propriété est vraie au rang p alors elle est vraie au rang p + 1 donc elle est héréditaire. Voir fichiers logiciels b. lim f (x) = +3 ; lim f (x) = 0. (–1)2 = –1 –1 2 1 = –1 1 = – 1. AB = 1 + 1 i = 5 . | z = z + ct A ⎣ b. | 2,45| | 3,7 | | | 1,59 | | | 2,61 | |⎞ 2,4 |⎠ Comme 41 et 26 sont premiers entre eux, on en déduit que 41 divise k – k0 et donc m – m0 est un multiple de 26. Pour tout n ⩾ 0 : dn + 1 = un + 12 + 3vn + 12 = (0,6un – 1,2vn)2 + 3(0,4un + 0,6vn)2 = 0,84(un2 + 3vn2) = 0,84dn. f est croissante, donc si 0,5 ⩽ un ⩽ un+1 ⩽ 1 alors 0,5 < f (0,5) ⩽ un+1 ⩽ un+2 ⩽ f (1) = 1. 25 692 11 564 11 564 .

Si k > 0,18 (environ), l'équation n'a pas de solution. Donc pour tout x réel, g(x) ⩾ 0 ⇔ 1 + x ⩽ ex. X →0 X p→0 Comme lim 5. Aire de ℰ : 4 f'(x) y 0 0 1 x 3×3 5×5 + = 17. up + 1 = up + 2p + 3 > p2 + 2p + 3 > p2 + 2p + 1 = (p + 1)2. On utilise l'équivalence : si A et B positifs, alors A2 = B2 ⇔ A = B. 4 2 4 LM = 3 + 1 i = 37 = LK. 107 1.

9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. x→+3 x→+3 Pour aller plus loin 113 1. La matrice colonne des consommations est ⎛ 118 ⎞ Y = X – AX = | 141 | . s ≈ 0,284 3 (écart moyen exprimé en cm). zB – zAzC = 5 – 2i – (2 + 3i)(– 4 – 3i) = 5 – 2i – (– 8 + 9 – 18i) = 4 + 16i. On peut saisir en C6 la formule : =SI(A6 > C3 ; "fin du test" ; SI(B6=0 ; "diviseur" ; "")) 4. ⎛ 1 ⎞ a. = C'est une infinité de points qui appartiennent tous à x la droite d'équation y = . un = 3.

[495 ; 505] = [500 – 5 ; 500 + 5] [490 ; 510] = [500 – 2 × 5 ; 500 + 2 × 5] [485 ; 515] = [500 – 3 × 5 ; 500 + 3 × 5] On conjecture que l'écart-type de la variable aléatoire S est σ = 5. La courbe n admet une unique tangente horizontale au point A d'abscisse e–n– 1. lim x→+3 99 1. On applique le théorème de Bézout. Une équation de Tb est : y = 2 x – . 30 15 b.

106 b. Oui, ce taux était suspicieux chez ce coureur. Fonction exponentielle • 117 Problèmes 91 a. ⎛ 1⎞ 1–| | ⎝ 5⎠ 1 1– 5 Alors 3p + 1 = 3p × 3 > 3p3 = a. Les prédateurs diminuent et la baisse est proportionnelle au nombre de prédateurs. T(x) – H(x) est un polynôme de discriminant strictement positif. E ⎛ 1⎞ ⎛ ⎞| 2| | 0 | | | | | c.

x→–3 x→+3 b.

Amplitude souhaitée : 0,125. Les valeurs sin x augmentent. 54 sin(x + h) – sin x sin x(cos h – 1) + sin hcos x = h h = sin x 1 (La figure n'est pas en vraie grandeur.) d. Pour l'algorithme 2, la précision de la valeur affichée est delta. En posant A = lnx, on obtient 2A2 + A – 3 = 0. hw | 1 | et cu' | 2 | sont orthogonaux donc δ et | | | |⎝ –1⎠ ⎞ 1⎠ b. α = 1. f (x) = (h 5+h + 5) = 1 ; 5+h + 5 5+h – 5 1 = . 3 3 2. 2 g. Aucune localisation possible de la proportion inconnue de cyclotouristes satisfaits par le fléchage pour chaque distance dans l'intervalle de confiance correspondant. 0,35 < α < 0,36. • 2e cas : xi ⩽ xi + 1 pour tout i {1, 2, ..., n}. 2 . Conditionnement et indépendance • 225 56 1. D'après la question précédente, on peut simplement dire qu'il y a environ 94 % de chances qu'un enfant âgé de cinq ans mesure entre 97 cm et 115 cm. u7 = – 3,708 8. Donc lim un = –3 par somme.

Valeur approchée au centième par excès : 0,16. 3 1. ● TI Casio Python Xcas b. objectif baC Se tester sur... Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. n n→+3 2. amplitude correspondante : 2 × 1,96 × n Ici p = 0,25 et n ⩾ 30. 2 5 20 ⎛ 20 20 ⎛ 1 3 ⎞ ⎞| ⎞ x – 12 |⎠ dx ⩽ ∫0 f (x)dx ⩽ ∫0 | ⎞ x – 10 |⎠ dx 5 2 ∫0 ⇔ – 120 ⩽ ∫ 20 0 0 1 x 2. 88 1. La propriété est 4 initialisée. On a N(f(x) ; x), P(–f (x) ; x) et yP = x = 2ek + e2k = 2ef (x) + e2f (x) = 2e–xP + e–2xP . n3 – 1 semble divisible par n – 1. Pour tout réel x, f (x) = x + k ⇔ ln(1 + x2) = k. ⎛ ⎞ f| | = x ln ⎝ x ⎠ 1 + 1 ⎛| x |⎠ 1 + x x b. 405 = 34 × 5. f (x) – (–x + a) = ln(u(x)) – a.

94 1. – 5a + 3b = 4. ln(x + x 2 + 1) = k ⇔ x + x 2 + 1 = ek (1) 151 Soit h ∈ Γ, h(x) – h(y) = a(x – y) et cela pour tous réels x et y. Après la première perfusion, on attend que la concentration soit descendue à 5 (modélisation dans la partie C). D'où < h´(h) < 6 6 Donc – 0,000 000 2 < hε(h) < 0,000 000 2. y = (b – a)x + ab. Comme f est croissante sur [α ; +3[, pour tout x ∈ [α ; +3[, f (x) ⩾ f (α) = α.

Si g = 5, n = 9. N E L H A B D Considérons le flocon à l'étape 2 et notons-le ADBECF. La matrice est 4B, son inverse est 0,25A.

1re méthode z B – z A 4 + 12i 1 = = . n→+∞ 66 1. ⎝ 6 4 ⎠ ⎛ 1 0 ⎞ c.

= ln | ⎝ e + 1 |⎠ ⎞ 2 |⎠ 5 027 2 588 881 t– . ∀ x ∈ I, h'(x) = . Avec TI. 86 1. 4 1. Proposer l'algorithme par dichotomie (mais on travaille sur des entiers).

x→+3 0 e– 1 e – 1 3 1 1 +3 0 0 – 8 27 e3 8 27 e +3 0 –3 b.

x→0 x→+3 c. 46 2 ⎡ 2ln x + ln y = 2ln 2 + ln 5 | ⎡ ln(x y) = ln 20 (1) ⎨ ⇔⎨ x =5 x =5 | ⎣ xy ⎣ xy ⎡ | x 2 y = 20 ⎡x = 4 (1) ⇔ ⎨ ⇔⎨ . x→2 On a lim f (x) = 5, donc a = 5. f est dérivable en 2 (dérivées à droite et à gauche nulles) et non dérivable en 6 (dérivée à droite : – 0,4 ; dérivée à gauche : 0). Le logiciel n'indique qu'une valeur ≈ 1,4 qui annule g'.

2100 ≡ (29)11 × 2 ≡ 211 × 2 ≡ (29) × 22 × 2 ≡ 2 × 4 × 2 ≡ 6 [10]. Si x + y = 826 d'où 5k + 454 – 3k = 2k + 454 = 826 équivalent à 2k = 372, soit k = 186.

Sur [– 7 ; 5], f(x) ⩾ – 12 donc f(x) – (– 12) ⩾ 0 c'est-à-dire f 1(x) ⩾ 0. – un + 1 – un – 1 Or on a vu ci-dessus (démonstration par récurrence) que un + 1 – 1 = vn + 1 – vn = 3(un – 1) , donc : un + 2 1 un + 2 1 u +2–3 u –1 = n = n = , – 3(un – 1) un – 1 3(un – 1) 3(un – 1) 3 car on a vu que un – 1 > 0. Pour tout x réel différent de 1, posons 1 – x m+1 .

PPCM(408 ; 984) = 16 728. Ainsi, les concentrations tendent au retour vers l'équilibre. Pour chaque case choisie au hasard, il y a deux issues possibles : De plus, comme les 5 cases sont choisies au hasard, X suit la loi ℬ(5 ;0,1). P((A ∪ B) ∪ (tA ∩tB)) + P((A ∪ B) ∩ (tA ∩tB)) = P(A ∪ B) + P(tA ∩ tB) P(E) + P(∅) = P(A ∪ B) + P(tA ∩ tB) 3. Utiliser un arbre de probabilités pour établir la relation comme dans l'exemple du cours page 92. Or m – n et m + n ont même parité donc la seule décomposition possible est 28 = 2 × 14. Voir question 2c. 5 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour tout nombre réel t positif ou nul, FY(t) = 1 – e– 2t. Donc Δ coupe deux fois la courbe .

u5 = 2 311 est premier. |⎣ 5 5 |⎦ d. g'(x) < 0 sur]–3 ; – 3]et g'(x) > 0 sur [– 3 ; +3[. (BDI) : x + y – 1 = 0. La fonction h : x ↦ 6. x y x 1 – 2π –π x π 0 h(t) = A 2 + 2cosw (sin θ cos(ωt) + cos θ sin(ωt)) = A 2 + 2cosw sin(ωt + θ). |⎝ y |⎠ |⎝ |⎦ 1|⎤ n ⎛ 8 119 ⎞ x10 8 119 2. en ex = +3. y 0,25 Deuxième possibilité : a = 2 et b = – 4. 4 | 1,487 | | 1,598 | | | ⎝ 2,82 ⎠ Partie 2 1 (0 + 2 + 4 + 4) = 2,5 . ● Valeur absolue de la partie réelle de Z. ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ 2. En α = – 2 : lim 6(k) = 0 et lim 6(k)= (– 2) = 0 donc la fonction est continue en – 2. lim f1(x) = +3 et lim f1(x) = – 3. n2n 130 • 6. | 0 0 0,5 0 1 | | 0 0 0 0,25 0 |⎠ 0 0,25 1 ⎛ 1/16 ⎞| 1/4 | | | Donc l'état stable du système est X = | 3/ 8 | . M11 = 23 × 89. Comme k – 1 < k – 0,5 et k + 0,5 < k + 1, et comme la variable aléatoire X suit une loi binomiale (valeurs entières), l'égalité est justifiée. Pour tout n : cos(2πn) = cos(0) = 1 (car la fonction est 2π périodique). Compléments sur la dérivation • 65 Corrigés des travaux pratiques Perle de Sluse TP 1 1 a. 2 2 a. 58 • 2. Donc f est croissante.

24 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.

Un raisonnement analogue lorsque a < 0 donne l'autre valeur de a : – e0,5 . a a Ces deux valeurs sont différentes car Δ ≠ 0. |zk + 1| = (e. ⎝ 2n ⎠ n→+3 ⎛ h⎞ sin | |⎝ 2⎠ . Donc x ⩾ α. x2 + 1 + x b.

La solution est – 1. Comme p est premier, x et p sont alors premiers entre eux. • 2e méthode : 1 – 0,131 1 – 0,041 4 = 0,827 5 (probabilité d'un événement contraire). h'(0) = 0. Donc (un) est strictement croissante. t t c.

195 = 3 × 5 × 13. 12 – 48i . l (un) est croissante car un + 1 – un = b. Une équation de la tangente à en zéro est y = x. ⎝ z⎠ z (1) ⇔ c.

1, 3, 29 et 87. | z = 2 + 2t ⎣ b. Esther commence par tirer une boule dans l'urne puis elle la pose à côté de cette urne dont la composition est donc changée (tirage sans remise). lim f (x) = lim x 2 ⎛| a ln x + 4 – 1⎞| = – 3. = z z3 r3 f. Conditionnement et indépendance b. Les nombres i, 1+ i 1 + 3i 14 z2 = (1 + 3)2 – 25(1 – 3)2 + 10(1 + 3)(1 – 3)i = –96 + 52 3 – 20i . N d'abscisse a + kl sur [AB], N(a + kl ; ea + k(ea+l – ea)). ' A I J Δ' Δ 1 3 25 A ⎛| ; ; ⎞| . Solution : T = (I – M)– 1 × B ≈| |. Si k < 0, f est strictement décroissante ; si k = 0, f est constante ; si k > 0, f est strictement croissante. Pour tout x ∈ ⎡ 0 ; ⎤ : |⎣ 2 |⎦ 1 4 x2 x2 x – + 1⩾ cos x ⩾1 – . On en déduit que pour x assez grand, f (x) ≈ lnx. 4 1 (an) est une suite géométrique de raison et de 4 2 a premier terme . ● y y 10 100 8 80 6 60 4 40 2 20 –2 0 2 –2 0 x 2 4 x b. En outre, f (0) = 0. La réponse est donc non. g(0) = 0 donc g(x) ⩾ 0 sur ℝ. Cela signifie qu'au bout de 179 jours, le poulet label mâle est à 100 g de son poids maximal. On peut changer la condition du test «Tant que» par R ≠ 0.

Applications du PGCD • 273 3. n Donc (An) est majorée par 2. • 0 < a : ex – a = 0 a une unique solution c (variations de la fonction exponentielle) et ec = a ; la fonction g est décroissante puis croissante. d3'(x) = d2(x). On peut conclure, qu'au voisinage de ce point d'équilibre, les populations de proies et de prédateurs sont alternativement supérieures ou inférieures aux valeurs d'équilibre et tendent à s'en rapprocher. 1 est au-dessus de . Personnes qui ont vu ce film deux fois : 3 000 000. | |⎝1⎠ 73 b. r1 = AB ; r2 = BC et r3 = AC. 1 pour tout n . Corrigés des activités Vers la notion de limite 1 Partie A 1 ● x f(x) 10 3,926 7 100 3,074 8 1 000 3,007 3 106 3,000 0 109 3,000 00 1012 3,000 0 2 a. z22 – 5z2 = (5 – 2i)2 – 5(5 – 2i) = 25 – 4 – 20i – 25 + 10i = – 4 – 10i. Les nombres de la forme kp ne sont pas premiers pour k > 1. 4 (a – b)(a + b) = 28. Prenons deux réels appartenant à]0 ; e[symée e 3e triques par rapport à son milieu : et . Les valeurs sin x diminuent. 3x – 6 L'équation n'admet pas de solution. Le coefficient directeur de Δ est 1 et celui de Tn est – 1, donc Δ et Tn sont perpendiculaires. Lors du premier tirage, le programme a simulé le tirage d'une boule noire. x→–1 2 d. 2 = 0,65 – 0,45 et donc Par suite, on a la relation n n = 100. Le nombre n de jetons est un élément de S compris entre 300 et 400.

⎡ ⎛ x2 x3 ⎞ ⎤ ⎛ 1 1 ⎞ a = |a | – | | = a×| – | = . Par conséquent, le plan (ADS) est parallèle au plan (BCT).

0 +3 1. Si on a 4 points de l'espace A1, A2, A3 et A4. Compléments sur la dérivation • 79 d. Utilisation de la calculatrice. x+ F yF 2y F ⎡a y F2 – a 2 si x < a | x+ 2y F | yF | | x 2 + y 2 F si x ∈[a ; b] Donc f(x) = ⎨ | 2y F |b y 2 – b2 | x+ F si x > b 2y F | ⎣ y F lim f (x) = x→a x a y 2 – a 2 a 2 + y F2 a 2 + y F2 et lim f (x) = a+ F = = f (a). Ce qui donne, graphiquement à la calculatrice : A = 180. x E(x) 0,1 0,5 0,9 1,1 1,5 1,9 – 0,1 – 0,5 – 0,9 0 0 0 1 1 –1 –1 –1 2. 44 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. MB(750) puisqu'elle contient plus de points. ⎨ ⎝ 1/ 3 ⎠ ⎣a + b = 1 30 L'état stable du graphe est un vecteur X, ⎛ 0,2 0,4 0,6 ⎞ ⎛ a ⎞| | X = | | b | |, vérifiant X = AX avec A = | 0,5 0,4 0,3 | |⎝ 0,3 0,2 0,1 |⎠ |⎝ c |⎠ et a + b + c = 1. 1 – x + x2 – x3 + ... + xm – 1 = ( ) k q Reste de n mod 2 0 1 Reste de mod 2 0 1 Reste de a mod 2 0 0 Reste de n mod 3 0 1 2 Reste de n13 mod 3 0 1 2 Reste de a mod 3 0 0 0 b. Donc la marche aléatoire converge ; ⎛ 0 ⎞ ⎛ 0 ⎞ | 0 | | 1 | | | | | • si on part de E, X2n = | 1 | et X2n + 1 = | 0 | | | 0 | | 0 | | | ⎝ 0 |⎠ |⎝ 0 |⎠ pour tout n ⩾ 1 donc la marche aléatoire diverge. 41 v12 + v 22 x1 ⎛ 18 000 ⎞ = – ⎝| 41 ⎠| 50 000 ≈ – 1 220 m. Im(Z) = 25 i v O 2x – 2iy + i . Pour n entier naturel non nul, x ↦ xn est croissante sur [0 ; +3[. et x4 ⎛ 800 + 0,5⎞ = x2 ⎛ 800 + 0,5⎞ .

1 10 u(t)dt . Hérédité : Supposons qu'on ait p(p – 1) segments 2 avec p points où p et p ⩾ 2. cos4 x = 1 1 3 cos(4x) + cos(2x) + . Marie-Pierre doit donc s'inquiéter. Dmax = D ⎛| 100 ⎞| ⎝ e – 1⎠ e ⎞ ⎛ – 1 – = 8 | e e – 1 – e e – 1 | ≈ 2,826 mg·L– 1. Veff = c.

Comme un +1 ⩽ un, on a (p2 + p + 1)2 = p4 + 2p3 + 2p2 + 2p +p2 + 1. Limites de fonctions • 61 108 1. pi : fonction polynomiale du second degré b–a qui vaut f (xi – 1) en xi – , qui vaut f (xi + 1) en n xi + b–a et qui vaut f (xi) en xi. Ce qui n'est pas le cas pour les trois autres parcours. 1 u est décroissante sur ⎡ – ;1 ⎤ et croissante sinon. Donc la droite d'équation x→–3 y = –x + f est asymptote à d en –3. ⎨ ⇔⎨ ⇔⎨ . ● 2 Tester la primalité d'un entier 1 Impair, la somme des chiffres fait 8, ne finit pas par 0 ou 5. 3 192 1 + un– 1. La dérivée de f ne s'annule pas, donc aucune tangente n'est parallèle à l'axe des abscisses. f ''(t) = aM0 | –be –bt e b | ⎝ ⎠ ( ) ( ) = aM0(–b + a 1 – e –bt b ae–bt)e–bt e = – aM0(b – a 1 – e –bt b ae–bt)e–bt e 95 1. 2 2.

(u ; v) = (– 5 ; 1). ⎣ |r1 = 1 On en déduit que tn = t1 + 6(n – 1) = 13 + 6n pour tout n *. x 1 6 5 5 4 4 3 3 2 5 3 7 4 9 5 2 d(x) 0 1 5 1 4 1 3 1 2 1 3 1 4 1 5 0 d.

PGCD(408 ; 984) = 24. k ⎝ ⎠ On retrouve bien ainsi les valeurs de l'état stable. H(x) = cos x | – – | 3 3⎠ ⎝ b. 1 – x 2 ⩽ 1 ⩽ 1 – x 2 + x 4 ⇔ x6 ⩾ 0. L'intersection est telle que : ⎡ | y M = f '(a)(xM – a) + f (a) (1) ⎨ y = g '(a)(xM – a) + g(a) ⎣ | M • aucune solution avec α = 1 car la fonction a ↦ fa,0(1) admet un maximum en a = 2 qui est strictement inférieur à 1 (idem si α = 1) ; • aucune solution avec α > 1 car f est décroissante sur ℝ+ (idem si α < – 1). 53 a. Comme P(250 ⩽ Y ⩽ 254) ⩽ P(250 ⩽ X ⩽ 254), on peut considérer que le réglage s'avère utile. x = 4n. g'(x) = 3(x – 5)2 et g'(x) = 3x2 – 30x + 75. f '(x) = 2 est du signe de 1 – x2 = (1 – x)(1 + x). On obtient le graphe suivant : 1 état E1 : 0 boule dans A état E2 : 1 boule dans A 1/4 1/4 1/2 3/4 état E3 : 2 boules dans A 1/2 état E4 : 3 boules dans A 3/4 état E5 : 4 boules dans A 1 c. Pour F = 100 : 0,26. ⎝ 4 ⎠ ⎞ –0,6 1,25 ⎠ En C3 : =0,975*C2+0,0002*B2*C2.

1. ab b a c. REMARQUE y Avec moins de précisions dans les calculs on obtient : 4 • Au moment du dépassement les deux véhicules avaient parcouru 1 971,4 m en 88,8 s. Pour tout réel x et tout réel y ∈]0 ; 5[: 101 y= 1. 1 2 1 x + 1 ; f '(x) = x donc f ' (– 2) = – 1. n→+3 0 n +1 D'après le théorème d'encadrement des limites, on 1 lim (λ) = p ⎛| ln 2 – ⎞| . « Une hausse du nombre de proies est suivie dans le temps d'une hausse du nombre de prédateurs, qui entraîne conjointement une baisse du nombre de proies qui est suivie dans le temps d'une baisse du nombre de prédateurs et ce phénomène se répète de façon cyclique. Vrai, car sur]0 ; +3[, 2lnx < lnx + 1 ⇔ lnx < 1 ⇔ x < e. 1 1 1 1 2 × + × = (probabilité d'un événe2 2 2 2 4 ment associé à plusieurs feuilles). f est paire car f (–t) = f (t). PGCD(798 ; 966 ; 1 239) = PGCD(42 ; 1 239) = 21. Donc l'équation réduite de la tangente en 1 à est y = –x + 1 + ln2.

Pour tout réel x, on a – 1 ⩽ cos x ⩽ 1 donc x2 – 104 ⩽ g(x) ⩽ x2 + 104. 4 n est le plus petit entier tel que n > 2 . Pour x = 1 : fn(1) = e– 1 donc toutes les courbes passent par le point de coordonnées (1 ; e– 1). D'où 3 3 p > p + 1 puis 3p3 > (p + 1)3. On en déduit que pour tout n ⩾ 0 : ⎞ | | |. Algorithme : Justification du calcul des probabilités pour la variable aléatoire X : La probabilité d'avoir la collection complète au moment du n ième achat est la probabilité de l'événement A ∩ t B où A désigne l'événement « la collection est complète au nième achat » et B désigne l'événement « la collection est complète au (n – 1)ième achat ». T(x) – P(x) = 5 , x x→+3 x→–3 x→+3 c. Donc OA = OB = OC ce qui signifie que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. x2 = – 4 ⇔ x = 2i ou x = – 2i. x→0 b. On a 1 + 3 + 5 + ... + (2p + 1) = (p + 1)2. Quel est l'événement contraire de cet événement ? Recherche de l'algorithme pour les points à coordonnées entières • Déterminer l'intervalle [–Borne ; Borne] pour la recherche (Borne est la partie entière du réel x tel x2 1 –a e = 0,1). » L'égalité est toujours fausse (un côté positif, l'autre négatif).

32 a. 2 0 ⎛ ex ⎞ b. ⎞ ∑ |⎝ 1 + p(p + 1) |⎠ . |zB| = r ; de plus, (rOA , rOB) = arg zB = arg zB = φ. ⎛ ⎞ 2b –a 2 | – 1 | 2 2 ⎝ 2 a +b ⎠ 4 a , le point S appartient à ℋ.

• 1re méthode : 0,23 × 0,25 + 0,77 = 0,827 5 (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles). 2 A l'aide d'un raisonnement analogue à celui de la question 1, démontrer que la fonction de réparl tition F est constante sur l'intervalle]1 ; +3[. ⎝ 3⎠ ⎝ ⎠ La suite a pour limite –3 lorsque a > 0 et +3 lorsque a < 0. z – 1 + 3i z – 1 – 3i Re(Z) = 4 7 et Im(Z) = . 0 • Au moment où le camion commence à freiner (instant 88,8 + 0,5 = 89,3 s), il se trouve à 38,9 m de l'obstacle avec une vitesse de 22,2 m·s– 1.

3 2 Corrigés des travaux pratiques TP 1 Aire d'un quart de disque 1 • Implication : On sait que M ∈ ⇔ x2 + y2 = 1. f ' (x) = 5 2 > 0 donc f est croissante sur (x + 1) [0 ; +3[. Comme q1 > 1 et – 1 < q2 < 1, la limite de un est +3. 2n et 6n sont pairs et 3n – 1 aussi.

Sur l'intervalle]0 ; +3[a. Pour tout réel x vérifiant 0 ⩽ x ⩽ 0,14, on a : 0 ⩽ 0,5x2 ⩽ 0,009 8 ⩽ 0,01. « Afficher n+1 ». fk est continue sur [e– 1 ; 1], fk(e– 1) = 0, fk(e– 0,5) < 0 et fk(1) = 0, donc fk admet un minimum sur [e– 1 ; 1]. lim g(x) = +3 et lim g(x) = +3 . rAG = nAB + rAD + nAE 38 d. Faux : elles ont la même limite mais ne sont pas forcément convergentes. ⎨ ⎝ 17 / 31 ⎠ ⎣a + b = 1 29 L'état stable du graphe est un vecteur X, ⎛ 0,56 0,88 ⎞ ⎛ ⎞ X = | a | , vérifiant X = AX avec A = | | ⎝ b ⎠ ⎝ 0,44 0,12 ⎠ et a + b = 1. Une représentation paramétrique de la droite ⎡x = t | (SB) est ⎨ y = 0 avec t un réel. + + 2 3 p – 1 p |⎠ ⎝ Donc la propriété est vraie au rang p + 1. 3 3 3 5 La valeur maximale approchée est θ ≈ 120° avec la même position de M que précédemment. Il appartient donc à Δ. lim = 0 et lim sin x = 1 ; par composition x→+3 x→0 des limites : lim sin x→+3 1 = 1.

2 32 a. un = n3 | 1 + 2 – 3 | pour n ≠ 0.

Par conséquent, lim d(x) = +3 . Faux, car k'(x) = e (x ln x – 1) est négative sur x(ln x)2]0 ; 1[. |⎠ Un problème de dimensions Partie A 1 Par exemple : l'image du point M(1 ; 2) est le point N(7 ; 8).

Pour tout n ⩾ 0 : n = 1 + > 1. ● Prolongement possible : « Proposer un algorithme de construction d'une suite de points (Mn) sur (AB) et (Nn) sur (CD) tels que la suite des distances (MnNn) converge vers la distance entre les droites (AB) et (CD), et démontrer cette convergence. On en déduit donc lim f (x) = 1 . • La condition de l'instruction conditionnelle n'est pas vérifiée (B = 26 > N = 19), alors la variable R prend la valeur 8. Comme 0 ⩽ x ⩽ 1, on a 0 ⩽ xn + 1e–x ⩽ xne–x (produit par xne–x qui est positif). P3 : « Si les événements A et B ne sont pas indépendants, alors ils sont incompatibles. On en déduit que k = 1 d'où a et b2 sont premiers entre eux. Hérédité : Supposons que 1 ⩽ vp ⩽ 2 où p . 23 X : variable aléatoire qui à tout composant électronique de ce type associe sa durée de vie exprimée en heures. A × C = | 0 0 | et C × A = | 4 | ⎝ 0 0 ⎠ ⎝ –2 –4 ⎠ 3. MAI TRE COR BEA USU RUN ARB REP ERC HET ENA ITE NSO NBE CUN FRO MAG E En regroupant les mots on obtient : MAITRE CORBEAU SUR UN ARBRE PERCHE TENAIT EN SON BEC UN FROMAGE. Soit la fonction d définie sur]0 ; +3[par d(x) = ex – lnx. n divise 3 donc n = 1 ou 3. P | 0,45 – < F < 0,45 + | ⎝ 55 55 ⎠ (= P 55 × 0,45 – 55 < X < 55 × 0,45 + 55) = P(18 ⩽ X ⩽ 32) ≈ 0,958. 41 x 40 000 ≈ 976 m. n→+3 2 2 Comme an = vn + , on a lim an = . 60 1 3x – . ● a a 1 N la tangente à f en N a pour équation : y = –a 2 ⎛| x – ⎞| + a . 1 1 ⎤ ⎡ 29 1 29 1 ⎤ ⎡ ⎡| ⎣ f 4 – n ; f 4 + n |⎦ = |⎣ 47 – 47 ; 47 + 47 |⎦ ≈ [0,4711 ; 0,762 9] (distance 160 km). S'il existait un tel intervalle, il existerait une valeur h < 0 telle que u(h) ≠ 1. Les points coloriés en rose sont les nombres premiers. f (x) + 4 7 – 4x 4 65 = + = , 3 11 + 3x 3 3 (11 + 3x) donc f (x) + 1 est asymptote à la 3 4 est asymptote à la 3 4 11 < 0 sur ⎤ –3 ; – ⎡ et positive sinon. PPCM(a ; b) = ab . 0 0 0 1. Donc 0 ⩽ xne–x ⩽ xn. sera nulle : x'4(t) = 0 ⇔ tb = 288 Puis la distance parcourue depuis que l'obstacle est D'où x4(t) = – 4t2 + 3050 977 ≈ 143 m. Voir ci-dessus. Si x = 1, y = 0 ce qui est exclu. P(B) = P(X ⩽ 120) = 0,5 + P(100 ⩽ X ⩽ 120) 1 = 0,5 + × P(80 ⩽ X ⩽ 120) 2 ≈ 0,5 + 0,34 = 0,84. ABCD est un parallélogramme (et un rectangle dans un repère orthogonal). Il faut répéter 1 000 fois l'algorithme proposé. U n'est pas continue (limite à droite : 1, limite à gauche : 0), elle n'est donc pas dérivable. y2 b.

En remplaçant dans la première équation de (S2) : α3 – 3α (c – α2) = a ⇔ 4α3 – 3αc – a = 0 (E) Cette équation admet au moins une solution réelle α. Non continue. x 2 ⎣2 ⎦1 2 drement des limites, on a lim I n = 0.

Donc (unvn) converge vers '. P(F ⩾ 0,75) = P(X ⩾ 15) = 1 – P(X ⩽ 14) ≈ 3,8 × 10– 6. ex – 1 – 1. 246 • 12. 18 a. 2n 5. Comme la personne fait exactement 20 pas, cette variable peut prendre les valeurs entières de 0 à 20. Or (nRS , rRQ) = [2p] et la 3 somme des angles du triangle QRS vaut π. |z + z'|2 = (z + z') z + z ') i 2p 3 . 697 1 = 697 est entier. à partir de y2 ⩾ 0 donne –a ⩽ x ⩽ a. lim T(x) = (signe de – d) × 3 donc lim T(x) – P(x) = lim T(x) – P(x) = 0 . Suites Se tester sur... Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. Donc, d'après le théorème x→0 x→+∞ des grandeurs intermédiaires, pour tout réel k, l'équation f (x) = k admet une seule solution dans]0 ; +3[. Donc MN est minimale lorsque x = α et a pour minimum eα – lnα ≈ 2,33. v(20) = 0 ; x(20) = 500. 3 3 4 2 Sur [0 ; π], g3'(x) = 0 ⇔ x = x p p 3p ou x = ou x = . Fonctions sinus et cosinus TP 3 • Zoomer f est dérivable sur ℝ, f ' continue sur ℝ*, car f est dérivable en 0 de nombre dérivé 0 (par limite). C'est . X0 = ⎛ ⎞ et on vérifie bien que : |⎝ a |⎠ ⎛ un+1 ⎞ ⎛ 0 1 ⎞ ⎛ un ⎞ |. 56 • 2. L'algorithme détermine, à partir d'une valeur x, en diminuant de 1/n en 1/n, la première valeur y telle que f (y) < 0. Les quatre courbes correspondent à la fonction f et aux fonctions : f2 : x ↦ 1 – ⇔ p 2 y – 7 –2 3 2 f – 0,5 x 2 0 –3 7 – 2 3 > 0. Conclusion : vn – un ⩾ 0 pour tout n .

45 9 d. Notons tn le nombre d'hexagones nécessaires au nième tour et rn le nième nombre rouge. 2 2 2 d'où uSM = rSC et l = 2 . x→1 x –1 13 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. En posant y b.

Le paramètre λ est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 0 : λ = 1,5. Hérédité : Supposons que la propriété est vraie au rang p où p est un entier. • Même raisonnement avec 301, 301 étant le plus grand nombre obtenu avec k = 50. ● 2 Avec les points A(6,1 ; 1,81) et B(– 2,47 ; 0,41) environ, les tangentes coïncident.

En degrés : ≈ 22,6 ; ≈ 36,9. Exemple : v1 = 4 ; v2 = 6 ; l = 50 et d > 44,72. f + x x→–3 x lim fx f = – f 2 et lim f + x = 0 – donc lim h(x) = +3. Avec t > 0 : g'(t) > 0 ⇔ g(x02) = t ⇔ t ∈]0 ; x02[. ⎛ 1⎞ d. 5 f 2'(x) = – . | 0,892 6 | ⎝ ⎠ x y n–1 b.

8(2x – 1)3 = 8(8x3 – 12x2 + 6x – 1) = 64x3 – 96x2 + 48x – 8.

= –e i p 3 donc e i p 3 = – j 2. Hérédité : Supposons que la propriété est vraie au rang p avec p *. x α 0 –3 – f '(x) +3 + +3 f +3 b. On a AM = 1 ⇔ (x – 0)2 + (y – 0)2 + (k – 1)2 = 1 ⇔ x2 + y2 + (k – 1)2 = 1.

105 a. 0 52 42 1. lim 102 103 x→0 x >0 c. Donc (vn) est une suite croissante. π(41) = 39. |⎣ 2 |⎦ 1 b. | | |⎝ 0 0 1 |⎠ 4 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. n→+3 4 54 n(n – 1) + 1. x x x De plus, f '(1) = – 1 et f '(2) = ln2 – 0,5 > 0. h3 c. –b + a 2 + b 2 –b – a 2 + b 2 Donc f '(x) s'annule en = et = . 2 1 ln(a × a2) = ln(a) + ln(a2) ⇔ ln(a3) = 3ln(a) ⇔ ln(a) = ln(a3).

5 Oui. + + + ... 2x 2x – 21 b. 2 2 up +1 Donc la propriété est héréditaire.

a2 ≡ 4 [19] équivaut à (a – 2)(a + 2) ≡ 0 [19] d'où le résultat d'après le b. = 2 =– 2 2⎞ g(5 + h) ⎛ 25 – (5 + h) = | 1 – (5 + h) | h 25 ⎠ h ⎝ y 2 (2x 25 – x 2 + 25 – x 2 x Dérivabilité de g en 5 : 0 0 – 0 et g'(x) = – x R 2pR 3 9 3 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. C'est a. 1 1 1 ; lim = 0 et lim = 0. x→+3 Donc 2x 3 – x 2 + 3 2x 2 – 3x + 3 .

x1 est impaire. Xn Pour n pair : lim –x) = – 1 , avec X = –x ; e–x eX Xn n X →+3 xnex = (–xn)e–(–x) = (–x)n e–x eX = +3. On a : f (αn) = n ⇔ (1) ⇔ ln(αn) = n + an ln(an) = n (1) an + 1 n n n ⇔ ln(αn) – n = ⇔ ln⎛| an ⎞| = . f 100 ln 3 110 ln 3 ln 3 et ≈ ≈ . f '(a) = 2(a – 2) + 2 et f '(a) = 0 ⇔ a – 2 = ⇔ a2 – 2a + lna = 0. Conclusion : un + 1 < un pour tout n . Pour tout n ⩾ 0 : wn + 1 = 0,5un + 0,5vn + 2(0,25un + 0,75vn) = un + 2vn = wn. ● 2 b. q – 1 est pair, donc 2 puis 2p divisent q – 1. x→+3 x2 – 4 . Aucun n'est divisible par 19, or le PGCD vaut 1 ou 19. À l'aide de la question a. 300 • 5. ⎛ | | b. Si x2 ≡ 1 [3] et y2 ≡ 1 [3] alors z2 ≡ 2 [3] ce qui est impossible d'où x2 ou y2, puis x ou y est divisible par 3.

⎝ 2⎠ 3 ⎝ 2⎠ Or – 1 < – n 1 < 1 ⇒ lim ⎛| – 1 ⎞| = 0 . Pour tout réel x > 0, lnx = kx2 ⇔ 2 = k. f (x) – 52 • 2. x→–1 – 1 128 b.

l k e f a b c d Sortie Initialisation - - - 0 1 1 4 0 1 Étape 1 1 1 3 1 4 1 3 1 4 Étape 2 2 1 2 1 3 1 2 1 3 Étape 3 3 2 3 1 2 2 3 1 2 Étape 4 2 3 4 2 3 3 4 2 3 Étape 5 1 1 1 3 4 1 1 3 4 Étape 6 8 5 7 1 1 5 7 1 b. Limites de fonctions 25 Corrigés des travaux pratiques À combien tu penses ?

PGCD(a ; b) divise a et b, donc b – a puis PGCD(a ; b – a). Conditions vérifiées sur les paramètres. Le minimum est toujours négatif car, pour b < 0, a 2 + b 2 > –b. 2 57 a. yn xn–1 + y n–1 c. Utilisation par exemple de la table d'une calculatrice pour déterminer l'écart-type (au gramme près !) : • pour σ = 0,740, P(4,8 ⩽ X ⩽ 5,8) = 0,500 75 ; • pour σ = 0,741, P(4,8 ⩽ X ⩽ 5,8) = 0,500 17 ; → écart-type au gramme près. p divise ap – a + bp – b = ap + bp – (a + b). Si x = 0, alors f(x) = 0. G'(x) = g(x). – x2 x2 x2 0 +3 +3 + +3 f –3 2 d. Enseignement obligatoire. un + 1 – un = ⎛| –1 u + ⎝ 2(n + 1) |⎠ n 2(n + 1) 1 ⇔ 2 = + 1 < ⇔ 2 – – 1 = 0 1+ 5 1– 5 ⇔ Donc [1, 1, 1,...] correspond à p= = –n – 2 3(n + 2) un + 2(n + 1) 2(n + 1) = (n + 2)(–un + 3) . r12 = z1tz1 = (z3 – z2) (tz3 – tz2) u M0 r 12 = z 2t z 2 + z 3t z 3 – z 2t z 3 – z 3t z 2 r12 = r22 + r32 – (z2tz3 + z3tz2). Après 2 h : k3k3N. Suites • 13 6 a. Sujets type BAC 2 0 Objectif BAC x 53 Cet exercice est résolu dans le manuel, p.

20 20 16 19 5 4 1 × = . P(A) = P(X ⩽ 1) = 0,5 – P(1 ⩽ X ⩽ μ) (μ = 1,46) ≈ 0,06 (utilisation de la calculatrice). f est positive sur [4 – 6 ; 4 + 6] (4 – 6 ≈ 1,5 et 4 + 6 ≈ 6,5). » 37 a. Quand x tend vers +3, alors x + 20 tend vers +3 donc (x + 20)2 tend vers +3. P(tA ∩ tB) = 1 – P(A ∪ B) = 1 – (P(A) + P(B) – P(A ∩ B)) = 1 – (P(A) + P(B) – P(A) × P(B)) (A et B sont des événements indépendants) = P(tA) – P(tA) × P(B) = P(tA) × P(tB) 47 1. 2 (x + 1)2 f 3'(x) = . Donc a et b sont solution du système : ⎛ ⎞ ⎡ –0,85a + 0,7b = 0 d'où X = | 14 / 31 | . Conjecture : Si a < 0, lim f (x) = +3 ; si a = 0, x→0 lim f (x) = 0 ; si a > 0, lim f (x) = –3.

D'après le théorème de Pythagore, OC2 + OA2 = AC2. Cette probabilité étant faible, il est étonnant que tous les tecks plantés sur cette plantation aient une hauteur comprise entre 16 et 20 m. Partie B 1 Pour k > 1 : ● (k) est l'aire de ABCDO ; donc (k) = 5 .

x 2(ln x)2 g est décroissante sur]1 ; +3[. La fonction sinus est impaire.

On peut supposer que 0 < x < π (pour que la partie hachurée ici puisse être définie). Lorsqu'un diviseur est trouvé, on stocke le facteur a et commun dans g et on réitère le processus avec d b . 1 + e–n 1,5 +3 ln2 f –3 100 1 – a – ln x qui est du a. La suite (wn) est géométrique de raison 0,8. 270 • 2.

∀ x ∈ ℝ : = ln ( ) x2 + 1 + x . 1 – cos(2x) H1(x) = sin 2 x = = H2(x) + 0,5. f est dérivable d'après la propriété (P). (a2 + b2) (c2+d2) = (ac – bd)2 + (ad + bc)2 donc oui.

On en déduit que = 0 car b > a. REMARQUE Dans le cadre d'une loi binomiale, on peut être plus précis.

La droite (KM) est donc la droite d'intersection de ces plans. Si la variable D a pour valeur 10, alors la personne a atteint exactement l'arrêt de bus. |z = 0 ⎣ Les droites et ' ne sont pas parallèles car leurs ⎛ 1⎞ ⎛ –1⎞ vecteurs directeurs cu | 0 | et cu' | 3 | ne sont pas | | | | ⎝ 0⎠ ⎝ –1⎠ colinéaires. a + sin 2 x , u est dérivable sur ℝ, , donc u'(0) = 0. y = ea(x – a) + ea. + = (cos x)2 dx = 2 2p |⎣ 2 4 |⎦0 2p ∫0 b.

ABC est rectangle donc AB2 = AC2 + BC2.

Or n est le plus petit entier non nul vérifiant cette propriété donc r = 0 et s divise k. | 0,99 0 0 | × | 1 | ≈ | 3,7 | . –2 3. Initialisation : u0 = 0 donc u1 = 0 + 4 = 2 ⩾ 2. 2 2 et –1 – i 11 . n0 = 3 × 17u + 9 × 5v. Ce nombre se termine par 5. On affiche la valeur « 0 ». n→+3 43 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. b, ln| 1 + | ≈ ⎝ 100 ⎠ 100 et n = ln 2 t ⎞ ⎛ ln| 1 + | ⎝ 100 ⎠ ≈ 100 ln 2 70 ≈ . f '(x) = (cos x) e – x – x 1. Limites de fonctions • 45 c. –2 2 |⎠ 3 ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ 1. Nous pouvons alors obtenir p2 en cherchant l'image de p1 et on recommence... Nombres complexes ⎛ –i⎛| u + ⎞ ⎞, A(e–iθ) et B | e |⎝ |⎠ p⎞ ⎞ | 3⎠ p⎞ ⎞ | 3⎠ |. x→– f x x→– f x x→– f x lim fx f = – f 2 et lim f + x = 0 + donc lim h(x) = –3. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. f 1(x) = f 2(x) ⇔ cos x = cos 3x ⇔ x = 3x + 2kπ ou x = – 3x + 2kπ ne se trouve pas sur celle d'équation y = (demi-cercle). K, M, S et B appartiennent au plan (SBC) ; les droites (KM) et (SB) qui ne sont pas parallèles sont sécantes en un point N. Première ligne : calcul formel. évolution de processus • 285 Corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes Exercices d'application 1 40 % 25 % Salle 1 Salle 2 8 ⎛ –19 31 ⎞ ⎛ ⎞ A + 2B = | 9 12 | et 3B – 5A = | |. Sur]1 ; 2[,g semble au-dessus de f . M = 0,05 ; N = 1 600. Alors 34(p + 1) + 1 = 34p × 34 + 1 = 34p × 81 + 1= (34p + 1) × 81 – 80. Après résolution des systèmes, on trouve : B = | |. ⎛ ⎞ D'où par (P3) : 1 | = – 3u'(x) .

⎝ ⎝ 4⎠ 4⎠ 0 – Soit g(x) = 1 – cos x – xsin x ; g'(x) = –xcos x. Consolider ses acquis sur les matrices avec l'étude de la diagonalisation et de l'inverse d'une matrice. 36 a. x2 | ⎣ |⎦ x ↦ (1 – n)x–n et que : 1 b. I ⎛| ; ; ⎞| . On pose A = 1 + 3 + 5 + ... + (2p + 1) + (2p + 3). f '(x) = 2(2x – 1)3 – 8(2x – 1)2 + 8(2x – 1) f '(x) = 2(2x – 1)((2x – 1) – 2)2 = 2(2x – 1)(2x – 3)2. Fluctuation et estimation • 245 Comme P(X ⩽ 10) – P(X ⩽ 1) = P(2 ⩽ X ⩽ 10), la formule saisie renvoie une valeur approchée de la probabilité que X prenne des valeurs entre 2 et 10. un + 1 = un + 1 un + 3 2 2 =1– . x –2x + x + 1 –(2x + 1)(x – 1) = . 160 • 7. Donc lim x + x 2 – 4 = 0. v O 1. Algorithme 1 : sommeinf contient la somme des aires des rectangles « inférieurs » à la courbe avec un découpage de l'intervalle [0 ; 1] en n parties. f est dérivable pour x ≠ 5 comme produit et composée de fonctions dérivables. Si x > a : f '(x) = (x – a + 1)ex. L'événement contraire de cet événement est l'événement {X ⩽ 1} (événement certain). d = . y 1 0 68 1. La courbe représentative de f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses, l'une au point (e ; 2) et l'autre au point (e– 1 ; – 2). 278 • 3. Conclusion : vn – un ⩽ ⎛| 1 ⎞| pour tout n . Nombres complexes ⎛ z – 0 ⎞ 2p [2π]. u0 = 2, u1 = 10, u2 = 48, u3 = 250, u4 = 1 392 et u5 = 8 050. Pour les coefficients de la 3e colonne : si on a déjà les trois types de figurine, la probabilité de conserver les trois types après un nouvel achat est bien entendu 1. Pour tous réels a et b strictement positifs : b. k→1 2 2 1 (2 + k)2. ⎝ z ' ⎠ z ' 26 (2 + 3i)z – 1 – z = 7 – 3i ⇔ (2 – 3i)z – 1 + z = 7 – 3i en conjuguant ⇔ (3 – 3i) z = 8 – 3i 8 – 3i ⇔z= 3 – 3i ⇔z= (8 – 3i)(3 + 3i) 9+9 ⇔z= 24 + 9 + 24i – 9i 18 ⇔z= 33 15 + i. ⎛ x2 ⎞ x2 y2 2 – a2 1 – + = 1 ⇔ y =0 | b 2 |⎠ ⎞ a2 b2 ⎛ x ⎞⎛ x⎞ ⇔ | y – a 1 – | | y + a 1 – | = 0. La suite des différences est décroissante, l'algorithme se termine et la dernière différence non nulle divise a et b, c'est donc le PGCD. Initialisation : Affecter 0 à la variable n 73 Affecter f(n) – f(n+1) à d On note x l'abscisse de M, a l'abscisse de A et f la fonction qui donne l'aire du rectangle AMNB. d ⩽ a et d ⩽ b, d ne divise pas a, d = 3. Pour tout réel x > 0, lnx ⩽ x – 1. Il suffit de prendre a > 22 < 10–n. 3 3 9 3. Premier terme : u1 = p1 – 6 5 5 5 5 5 5 ⎛ 5⎞ . 57 a. On a bien a = 1 × a + 0 × b et b = 0 × a + 1 × b. PGCD(99 ; 37) = 1. • ligne 9 : inégalité fausse.

Le début d'arbre de probabilités suivant où D désigne à chaque achat l'événement « on obtient un deuxième type de figurine sachant qu'on en a déjà un » permet de justifier la loi de probabilités de Y2. – 2 ne convient pas car (un) est positive. Initialisation : 2 initialisée. f '(x) = – x 1 2.

Comme g(2) = ln3 – 1 ≈ 0,1 et g(3) = ln4 – 3 ≈ – 1,6 alors β ∈ [2 ; 3]. vn = n ⎛ n ⎞ ⎛ 5 ⎞n ⎛ 4⎞ ⎛ 5 ⎞ |⎝ |⎠ × | |⎝ |⎠ + 1 |⎝ |⎠ + 1 28 5 ⎝ 28 ⎠ a. On a donc quel que soit n , vn = ⎛| ⎞| = n . M2 (2h ; (h + 1)(2h) – h2 + 1) = (2h ; h2 + 2h + 1). g'(x) = ex– 1 + (x + 2)ex– 1 = (x + 3)ex– 1. Le produit à gauche par M consiste à effectuer des sommes de termes nuls et de termes faisant intervenir les coefficients des 2e lignes de A et B qui sont justement les mêmes. Pour MB(500), 250 000 points dessinés. 53 • Le chroniqueur utilise implicitement la notion d'intervalle de confiance. ⎛ ⎞ 24 La matrice colonne I3 – A = | –2 –1 | n'est ⎝ 2 1 ⎠ pas inversible donc l'équation X = AX + C équivalente à l'équation (I3 – A)X = C a pour solutions les ⎛ ⎞ vecteurs colonnes X = | a | avec a et b solutions ⎝ b ⎠ ⎡ –2a – b = 1 . Initialisation : Pour n = 1, 3n – 1 = 2 qui est pair. Corrigés de l'activité • Dérivation et calcul formel 1 Le signe de la dérivée donne la variation de la fonction.

O ⎛| ; ; ⎞| . 158 • 7.

0,896 A 0,104 0,316 6 0,872 × 0,169 8 ≈ 0,166 6 . Faux : par exemple, un = 5 – pour tout n n +1 est convergente vers 5 ; minorée par 0 et croissante. (un) est croissante et majorée. REMARQUE « = 0 » est une condition nécessaire mais pas suffisante. – 0,3 – 1,1i. Il semblerait que an = 2n – 1 pour n *.

y y = f d. P ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ = 104 b. f(x0) + f(x1) + ... + f(x29) = 175,45 et f (x1) + f(x2) + ... + f (x30) = 184,45 donc 17,545 ⩽ A ⩽ 18,445. Oui car leurs vecteurs normaux sont orthogonaux.

Donc jAPH ≈ 25,64° et jAPG ≈ 51,28°. Comme f (0) = 0, on en déduit que pour tout x ⩾ 0, f (x) ⩾ 0, c'est-à-dire ln(1 + x) ⩾ x – 0,5x2.

2 21 a. ⎛ 50 ⎞ b. Conclusion : (un) est majorée par 3. Pour tout réel x ∈]– 1 ; 3[: 4 2 4 > 0, donc f est strictef '(x) = (3 – x) = 1+ x (3 – x)(1 + x) 3– x ment croissante sur]–1 ; 3[. L'étude de la fonction x ↦ x5 montre l'existence et l'unicité de la solution ; la représentation graphique permet une première approche. u(x) = 3x2 + 3x – 5. On retrouve les chiffres de l'écriture de a. hk est continue, x→–1 x→3 croissante sur]– 1 ; 3[à valeurs dans ℝ, donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation hk(x) = 0 a une seule solution α dans]– 1 ; 3[. 64 64 64 25 25 25 ; P(A ∩ C) = ; P(B ∩ C) = .

p et q sont impairs. y 1 0 Pour aller plus loin 1 1 x Soit x0 ∈ {n ; 0,5 + m ave n ∈ ℕ et m ∈ ℕ}. Le développement permet de déterminer lim f (x) x→+3 et de montrer que la droite d'équation y = 1 est asymptote à la courbe en +3. g n'est pas dérivable en 0,11 car, sur]0,10 ; 0,11[, g(x) = 0. – 1 est une racine évidente, donc : N(x) = (x + 1)(ax2 + bx + c) = ax3 + (a + b)x2 + (c + b)x + c. x = +3.

26 11 1 5 25 – ⩾ 0 ⇔ x ⩽ – ou x ⩾ – . Donc est une droite passant par A(2 – i) et B(– 2i) sauf B.

i i b.

f '(x) = – x g(x) f '(x) 0,1 1 e4 d. 2p – 1 ≡ 1 [p] d'où 3 × 2 × 2p – 2 ≡ 3 [p], c'est-àdire 6 × 2p – 2 ≡ 3 [p]. DA 2 2 6. Conclusion : un + 1 ⩾ un pour tout n . A(e– 1 ; 0). P(A ∩ B) 0,68 17 ≈ ≈ ≈ 0,81 . | ⎡ exp(x – 2) < exp(2x) (1) ⎨ 2x < exp(1) ⎣ | ⎡ x – 2 < 2x ⎡ x > –2 | | ⇔ ⎨ . ∫02 (sin x) dx = [– cos x]02 = 1. R désigne l'aire de la base ; h désigne la hauteur du cône. (f 2(u(x)))' = – 18 a. Avec | |⎝ 3⎠ A(2 ; – 8 ; 20), a pour équation 4x – 7y + z – 84 = 0. Faux : f (x) = sin x + x.

3 285 × 3 577 73 = 3 285 × 549 = 160 965. D'après 2e, C et D sont les projections sur l'axe des réels des solutions de (E) autres que 1. Comme (DC) // (AB), en appliquant le théorème du toit, (IJ) // (DC). g'(x) = –xsin x. 248 • 12. 100 . On a : f (α) = 0 ⇔ αeα – 1 = 0 ⇔ eα = 142 Partie A 1.

● ⎛ ⎞ P1 = | 332 | . Pn'(x) = nxn – 1 + (n – 1)xn – 2 + ... + 2x + 1. lim x→–3 1 b. P(T) 0,495 5 On en déduit que le test n'est pas fiable.

n(n – 1) segments avec 2 n points. 154 • 6. Limites de fonctions b. Or : Aire(triangle ABO) + Aire(rectangle OBCI) + Aire(triangle CID) 1 1 1 (2 – 1) × 2 2 = +1× + = 1. • Montrons que vn + 1 ⩽ vn pour tout n . |bf | 2 ⎣b + c = 0 ⎣c = – f f2 . Partie B +3 – 2e– 0,5 –1 x – x2 + 1 (x 2 + 1 + x)(x 2 + 1 – x) b. Donc vn < vn < 1 d'où vn < 1 pour tout n > n0. f est continue, croissante sur ℝ+ à valeurs dans [– 1 ; +3[. n→+3 g. lim x 2 + 10 = +3. ⎝ n⎠ n+1 ⎛ 1 ⎞ e n+1 n+1 ments permet de dire que la suite (e – un) admet une 23 298 085 122 481 = ≈ 2,61.

Par définition est 2π périodique. Z ∈ ⇔ Im(Z) = 0 ⇔ –x + 2y + 4 = 0. 1 0π x b. Faux, car h'(x) = x x d. 3 x (2x + 1) 1 2 3 4x = b 2 – 1 – b – a 2 – 1 + a. – 1 ⩽ sin a ⩽ 1, donc en effectuant le 2 produit par ⎛| x – 5 ⎞| , on obtient l'encadrement ⎝ 100 ⎠ demandé. L'équation 2(lnx)2 + lnx – 3 = 0 a deux solutions : x = e ou x = e– 1,5. Donc n0 appartient à S. La condition l < d est fausse lorsque la fonction a ↦ l = IA2 est croissante. = – un + 3 un + 3 un + 3 un + 3 b. Pour tout entier naturel n > 0 : lim x n ln x = lim x n–1 × x ln x = 0. 82 • 3. Ce sont i p les nombres e 4 ,e i 3p 5pi 7ip 4 ,e 4 ,e 4 . Par exemple, pour n = 2, 17 n'est pas un multiple de 3. • vn + 1 – vn = (n + 1)2 – 4(n + 1) – (n2 – 4n) = n2 + 2n + 1 – 4n – 4 – n2 + 4n = 2n – 3. On peut choisir le vecteur h w | 1 | . E = ∫ ln 3 ⎛| – ln 3 | dx = 30 ln | 2 | – 60 ≈ 8,9 0 ⎝ x+4 2 ⎠ ⎝ (ln 3) ⎠ d'où m = 59 61 g est décroissante sur]–3 ; 0] et croissante sur [0 ; +3[. 17 1. ⎝ –0,4 1,2 ⎠ Si les suites convergent, c'est vers un état d'équilibre X vérifiant X = MX. ⎝ 0 ⎠ d'où un = b. D'où ln⎛| ⎞| = –lnb. ● Après 10 jours, soit 10 × 24 h : 1 000 × 1,153 x 10 × 24 ≈ 5,04 × 1046. La réciproque est vraie (voir démonstration 6. Ici a = 1, f(– 1) = exp(– 1) et f '(– 1) = f(– 1) = exp(– 1). lim – x = 2 et lim 1 x→–2 4 x > –2 x→–2 x < –2 x 2 + 1 = f (2) = 2 donc la fonction est continue en 2. Intégration O f ℰ 2 g x e. I = 1 – e. On applique le théorème des milieux dans le triangle BDG. |⎝ 0,1 0,05 0,05 |⎠ ⎡ –8a + 4b – 2c + d = 3 ⎡ a = 1/ 3 | –a + b – c + d = 4 | b = 0 | | .

1 + ex 2. {1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50 ; 100}. Oui, la conclusion reste identique. Un produit de nombres de la forme 4k + 1 est de la forme 4k + 1. Or 3p + 1 – 1 = 3 × (3p – 1) + 2. x→+3 ⎛ 3p ⎞ ; c.

Voir figure ci-contre. Réciproquement, toute fonction affine vérifie la condition imposée. (z + 3i + 2)(2 – i) = z ⇔ (3i + 2) (2 – i) = z(1 – 2 + i) 7 + 4i =z ⇔ –1 + i ⇔z= ⇔ (7 + 4i)(–1 –i) =z 2 –3 11 – i = z. 5 5 ≈ 10,64 ; n ⩾ ≈ 9,44 donc taille 0,47 0,53 minimale de l'échantillon : 30. 0,54 × 0,631 = 0,340 74 (probabilité d'une feuille). La fréquence observée f sur l'échantillon étudié (question a) appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 (question b). Pour tout entier n ⩾ 2, on a 0 < an ⩽ 1, donc 1 < xn ⩽ e.

4, 9 ou 25. 48 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 + 2 + ... + M5 = 1 + 2 + ... + 31 = 496 = P 5. (FB) est orthogonale au plan (ABC) donc (FB) est orthogonale à (AC). g(1 + h) – g(1) = – 1, g est dérivable Comme lim h→0,h>0 h en 1 et g'(1) = – 1. 3a – 2b = 5. x ; f '(a) = yF yF 2y F yF b b y 2 – b2 b ; f '(x) = ; lim f '(x) = . 1,2 8 ⎝ ⎠ ⎝ 25 ⎠ 7 2 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. (3) (2) ⇔ y = (3) ⇔ (x – 6)2 + y2 = x2 + (2 – y)2 (3) ⇔ – 12x + 36 = 4 – 4y (3) ⇔ y = 3x – 8 42 • 2. ≡ 23 × 669 + 2 ≡ 22 ≡ 4 [7]. Soit 1 ⩽ vp + 1 ⩽ 2. Limites de fonctions • 53 48 1.

Comme ici P(X ⩾ 19,5) ⩽ P(X ⩾ 19) ≈ 8,8×10– 5 (question précédente, propriétés de la loi normale), il est peu probable qu'une personne choisie au hasard ait un taux supérieur à 19,5.

6+x = 1 lim 6 – x = 12 ; lim 6 + x = 0 et lim x→–6 x > –6 x = +3 donc x + sin x d. 20 19 19 b. 2s s REMARQUES • Ce problème permet de réinvestir les propriétés d'une densité et celles d'une loi exponentielle. D'où, par croissance de la fonction exponentielle : gk(x) < 1 < fk(x). a + b = 1 1/ 3 ⎝ ⎠ ⎣ Une répartition de la population de cette ville de 2 1 sorte qu'il y ait de propriétaires et de locataires 3 3 serait stable. AB cosb AB CB h p = tan .

Or 0 < 10 n 3 ⎛ 4⎞ × –1 5n + 2 25 |⎝ 5 |⎠ 45 a. En posant X = eax, un logiciel de calcul formel donne les zéros a de h'. Corrigés des activités 1 Le fabuleux destin des nombres complexes Partie A 1 a. ⎝2 ⎠ 1⎛1 ⎞ 2 | x – 3| ⎠ 2⎝ 2 2 26 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.

Oui, presque. Partie A Les questions reposent essentiellement sur la propriété suivante : « Un plan coupe deux plans parallèles (les faces) suivant deux droites parallèles. Comme lim en = +3 et αn ⩾ en, on en déduit que n→+3 lim an = +3. Pour tout n ⩾ 0 : 1 1 un = (u0 + v0) × 3n + (u0 – v0) × (– 1)n 2 2 La matrice de transition de la marche aléatoire ⎛ 0 0,5 0 0,5 ⎞ | | 0,5 0 0,5 0 | est M = | . Comme r1 = 0,7, on a r2 = 2r1 – 0,4 = 2 × 0,7 – 0,4 = 1. arg | ⎝ z + 5 – 3i |⎠ ⎛ z –1+ i ⎞ z –1+ i ⎞ ⇔ arg ⎞ a. On en déduit que pour tout entier n ⩾ 1: vn = –ln4×0,5n– 1 = ln(un) – ln4. Donc pour tous t et x dans]0 ; +3[, t × h'(tx) – h'(x) = 0. Faux. f(0) = 0. log0,03 = log0,01 + log3 = – 2 + log3. 3 Darwin (– 5,2 ; 3,4). Pour tout x ∈]0 ; 1[, u(x) > 0, donc f est définie sur cet intervalle. On a f '(x) = x 3 3 – 4x + x 2 (x – 3)(x – 1) –4+x= = . K est le centre de gravité du triangle AFH. 48 47 1. 2 ● x 0 + g'1 (x) p 2 0 π – 1 g1 0 84 • 4. Si n – 4 divise n + 11, PGCD(n – 4 ; n + 11) = n – 4. 100. 17 ⎡ x + y =1 | (1) ⎨ 2 2 | ⎡ exp(x) – exp(y) = 0 ⎡ y =1– x (1) ⇔ |⎨ 2 2 | exp x = exp (1 – x) ⎣ (( )) ⎡ | y = 1 – x ⇔⎨ . g'(x) = (kf (x))' = kf '(x) = kf (x) = g(x). f (–x) = =– x –x 2. 15 a. On en déduit que l'équation (1) admet deux solutions opposées.

Or arg | A ⎝ z C – z B |⎠ Donc (rBC , nBA) = – p [2p] et ABC est un triangle 2 rectangle en B. Cette fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation déterminé à la question précédente. Par récurrence, on montre que pour tout n ⩾ 0 : n Cet exercice est résolu dans le manuel, p. TP 7 Tangente commune Dans un premier temps, on peut faire une recherche à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique : voir fichiers logiciels. x f a ' (x) –3 a – +3 0 fa + 0 3. x ∈ E ⇔ –x ∈ E et tan(–x) = tan x. Section de pyramide 1 a. Donc g'(x) < 0 pour x ∈]–3 ; α] et g'(x) > 0 pour x ∈]α ; +3[.

x→–3 x→+3 23 x –1 – 1,5 5 –2 –3 –4 –5 x→4 x –8 –4 x 0 1,5 1 0,5 c. 3 Non, la variable aléatoire Z ne suit pas une loi binomiale quels que soient les paramètres n et p. 7 5. 2 210 • 9. x→+3 f (x) = 0 ; lim car 0 p – e 4 1 –1 x 2 1+ e x. t h'(1) c. 7 7 7 7 ⎛ 3/ 7 État limite de la marche aléatoire : X = | 2/ 7 | | ⎝ 2/ 7 20 a. x est compris entre a et b et y est compris entre 0 et m. On sait que : 1 1 1 1 n 3 + 4n vn = v0 + n × = + × n = + = . K(0 ; y ; 0). |⎦ 2 |⎣ 2 x e –1 e2x – 2e x + 1 33 = = ex – 2 + e–x. Partie D 1. (un) est décroissante. La solution est x = a . Donc f '(x) < 0 et f est décrois10 sante sur ℝ. Il faut laisser les blocs de 2 à leur place. Plus les valeurs de x sont grandes, plus f(x) est proche de 3. | |⎝ 14 / 65 ⎠| 31 1. 1 x 2 +1 x On en déduit l'asymptote horizontale d'équation y = 0. 60 a. La proposition semble fausse. 25 Les solutions sont donc toutes les suites de terme a ⎞ constant ⎛ pour a ∈ ℝ. 0 ⩽ a < 2 : deux solutions. X = | | b | | vérifie X = MX et |⎝ c |⎠ a + b + c = 1. f 1 x 0 –3 x→+3 x→–3 1 2 3 4 5 106 Soit x le réel renvoyé par la fonction ALEA(). x–5 kp 100 20 ⩽5⇔k⩾ qui a kp p une infinité de solutions entières.

x→+3 3 4 De même lim f (x) = – . 1 2 t + at + b, avec b constante. f est constante sur]–3 ; 0] et croissante sur [0 ; +3[. 2 p 2 et lim f (x) = f (p) = –1 + a ; lim f (x) = cos = x→p x→p 4 2 x >p x il faut donc a = 1 + 57 2 . –3 2 +3 –3 10 Asymptote : y = 10 (en +3). Étape 2 P(4,8 ⩽ X ⩽ 5,8) = 0,50 (traduction de l'énoncé à l'aide de la variable aléatoire X). l Partie B 1 L'instruction 1-ALEA() renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 (exclu) et 1.

lorsque x1(t) = x2(t) ⇔ t = 0 ou t = 9 b. 152 • 6. | | | |⎠ 5. lim g(x) = +3 ; courbe en –3 et en +3. A × B = | 0 1 | et B × A = –1 0 ⎞ ⎝ ⎠ ⎞ | | |. Message codé : XZ EQ GC CX EI ES SJ PU PX.

26 1. ● 3 b. p 2 2 cos x dx = 1. 3 3 3 2 2 1 3. Compléments sur la dérivation 1 0 1 x Partie C –2bx est du signe de –bx si b ≠ 0. Sur [0 ; +3[, g est continue, croissante à valeurs dans]– 3 ; 1]. Montrons que 0 ⩽ vn ⩽ 2 pour tout n par récurrence. Pour tout réel x > 1,5, les fonctions f et x ↦ 2 – ont x le même sens de variation. Si on note pn le nombre de truffes nécessaires pour une pyramide à n étages, on a : n(n + 1)(n + 2) pn = 6 f. ⎛ 0 ⎞| 4/9 | | c. La probabilité est : 13 . |⎦ 2 2 |⎣ 2 1 – sin x un = cos ⎛| p ⎞| par récurrence. 280 • 3. Z = u 2 2cos 2 d. + 2 6 |⎠ ⎞ ⎛ x2 x3 ⎞ ⩽ d3(0,1) < 0,000 004 3. Lois à densité • 231 ▶ Correction 1 a. y 1 0 30 x g. φ'(X) = eX – n. 697 = 323 × 2 + 51 323 = 51 × 6 + 17 51 = 17 × 3 + 0 2. Comme les primitives n'ont pas été vues dans les chapitres précédents, on peut également uniquement vérifier que les fonctions x1 et x2 conviennent. On peut employer le terme « indépendants ».

● 4 g4(x) = ∑ fk(x) = f 1(x) + ... + f 4(x) = sin x – k=1 2 ● 1 1 1 sin(2x) + sin(3x) – sin(4x). lim x→0 1 = +3 (car x ∈]0 ; +3[) et lim g(x) = –3 ; par produit : lim x→0 x→0 g(x) = –3 donc x lim f (x) = 0 . | 2 2 ⎠ 2 z2 = 4 | ● ⎝ Donc z = 2e 3 a. Partie A 1 1. d(x) = x sur | 0 ; 3 ⎣ |⎦ ⎡ ⎤ 2 AD | et a est une fonction décroissante sur | 0 ; 3 ⎣ |⎦ 1 ⎡ ⎤ AD | .

1– ∫ 1 000 0 le–lt dt = 0,81 (voir savoir-faire 2). 4 –1 3 b. h est décroissante. Parallèles (par le théorème des milieux). 0 ⩽ r ⩽ R dans le triangle rectangle. Un triangle équilatéral et un carré. d3 est décroissante sur]–3 ; 0] et d3(x) croissante sur [0 ; +3[; d3(0) = 0. 1 2 – 5 + +3 74 0 – f 0 Donc α = –3 2 +3 – – 16 9 1 2 5 + 29)) ou x = (1 2 5 + 29) ≈ 5,19. 3z2 – z + 1 = 0. ⎝ 6 4 12 ⎠ 103 a. 2 2 3 5 . g est dérivable sur]0 ; +3[1 1 – 4x 2 . 0 < 1 ⎛ 1⎞ < 1 donc lim | | = 0 n→+3 ⎝ 4 ⎠ 4 n De 0 ⩽ vn – un ⩽ ⎛| 1 ⎞ | et du théorème des gendarmes, ⎝ 4⎠ on tire donc que lim vn – un = 0 puis que (un) et (vn) n→+3 convergent vers la même limite. Ainsi, la probabilité demandée est 1 – 19 19 19 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. α ≈ 3,64. f est dérivable par composée et produit de fonctions dérivables sur]b ; +3[. Suites n→+3 n→+3 3. 39 11 3 + lim 7 – 4x = Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Cela montre que (un) est décroissante à partir du rang 16.

P(0,13 ⩽ Fn = 100 ⩽ 0,27) = P(13 ⩽ Xn = 100 ⩽ 27) ≈ 0,94. La vitesse de la voiture serait de 160 km·h– 1 ce qui est possible dans un autre pays que la France. P(X = 0) ≈ 0,003 8 ; P(X ⩽ 1) ≈ 0,027 39 donc a = 1. I2 1 x I1 x 3. Voir fichiers logiciels. ● 20 28 9 28 N 10 29 20 30 RRR R R 10 30 R N 10 9 8 720 6 (probabilité d'une feuille). Le calcul de la

dérivée de g se fait de la même manière que celui de la dérivée de f , en remarquant que la dérivée de la fonction x ↦ x1 – n est : 1 1 x 1 x 2 e = 0 car lim 2 = 0 et lim e = 1.
Sur]2 ; +3[, g semble au-dessous de f . n→+3 Donc lim a – un = 0 par le théorème des gendarmes. = 1 ⇔ r5ei5θ = 1 ⇔ r5 = 1 et 5θ = 2π [2π] ⇔ r = 1 et 5θ = 2π [2π]. 1 a. 41 X : variable aléatoire qui à tout sportif régulier (2 à 4 fois par semaine) choisi au hasard associe sa FCR. L → T signifie 11 → 19 et E → U signifie 4 → 20. u'(x) = (2x + 1)3 = 6x + 3.
89 – 55 = 34. n k=0 10 k=0 d. n→+3 1 – ln x . : 2x – y – z – 2 = 0.
+ n0 = lim n–1 + ... g divise 4 437 et 1 914 donc g divise 609 = 4 437 – 1 914 × 2. g'(x) = ex – 1. 35 a. En chacun des points d'abscisse x0, on détermine l'écriture de f (x) à droite et à gauche de x0 puis on f (x0 + h) – f (x0) montre que n'a pas de limite en x0. f x 0 1 2 3 4 6 +3 lim f (x) = –1 ; asymptote en –3 : y = – 1. 2 8 f. Il manque le sens de l'angle. 1E–6 0 y 1 lim f (x) = 0 ; lim f (x) = +3. Fonction logarithme népérien • 129 f '(x) > 0 ⇔ x < e . – 0 65 et lim 11 + 3x = 0 + 11 3 x→– x>– x→– signe de (3x – 6) x→–3 + 11 3 11 x 1.
E(X) = 2 Sur un très grand nombre de lancers, la balle se situera, en moyenne, devant l'objectif visé à une distance de 7,5 mètres. –x 2 + 1 b. p p –1 p – 2 p – 3 p – 4 p p Conclusion : p ≥ 25 ; elle doit mettre au minimum 25 boules dans l'urne (tirage sans remise). lim g(x) = lim x→–3 = –3 ; = –3. Sur une ligne, si le nombre à tester est supérieur à n , écrire «fin du test», sinon si le nombre est un diviseur, écrire «diviseur». 2p 2 2 2 2 R 2 sin x R 2 R2 x = – sin x ⇔ sin x = . La droite (BE) est orthogonale à (AF) dans le carré ABFE. 3 × 12 – 35 = 1, donc le théorème de Bézout montre le résultat. b2 – 1 + b b. Le chiffre des unités est 3.
Pour tout x ∈ ℝ\{2} : f (x) = 2x 2 – x – 6 (x – 2)(2x + 3) = 2x + 3 = g(x) = x–2 x–2 donc lim f (x) = g(2) = 7 . |tz – 3 + 5i| = 3 ⇔ |z – 3 – 5i| = 3 ⇔ MA = 3 avec A(3 + 5i) ⇔ M appartient au cercle de centre A et de rayon 3 . P(X ≥ 10) ≈ 0,56. Lois à densité = 1 – P(Y = 10) ≈ 0,589. Une représentation paramétrique de leur droite ⎧ x = –4 + 3t ⎪ avec t d'intersection d est donnée par ⎨ y = 3 – t ⎪ z = t ⎩ un réel. Pour la loi de Y3 on utilise le type d'arbre suivant (où T désigne à chaque achat l'événement « on obtient un troisième type de figurine sachant qu'on en a déjà deux ») : 1/3 2/3 T non T 1/3 2/3 T non T 1/3 2/3 T non T 4. Étape 3.3 x 1 1 – Or pour tout nombre réel positif x, g(x) = e s . ⎝ 3 6 6⎠ (FM) a pour représentation paramétrique : ⎧ x = 1 + 2t ⎪ ⎨ y = 1 + 5t avec t un réel. Si z = 0 alors Re(z) = 0. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite y = x. 68 a. ● C'est un cercle. l 3 a. Graphe : 0,3 ⎛ m⎞ X = AX. c., d. Proportion du caractère étudié (personnes du groupe sanguin O) dans la population : p = 0,42. b b 1 dx c. IHJB est un parallélogramme. 3 1 + j + j2 = 1 – j = 0. Le nombre de valeurs possibles que peut prendre la variable aléatoire Z est : n + 1. k! 5 (vn) semble être décroissante à partir du rang 1 et converger vers la même limite que (un). g = 2. f est croissante sur ℝ. 2 Coordonnées polaires et coordonnées cartésiennes 1 a. lim – 3x 4 – x + 7 = –3. (ABC) : 5x – 2y + z – 13 = 0. Comme 0 ⩽ un2 ⩽ dn et 0 ⩽ vn2 ⩽ dn, on en déduit que les suites (un) et (vn) convergent vers 0. Donc ψ(x) = φ(x) – ex = – 1. Ce n'est pas le cas de l'intervalle I1 qui correspond ainsi à l'intervalle étudié en Première : réponse (b). Sn = × 5 6 ⎝ ⎠ 6 1– 6 n ⎛ 5⎞ Donc Sn = 1 – ⎜ ⎟ pour tout n *. P(S ∩ H) + P(tS ∩ H) = P((S ∩ H) ∩ (tS ∩ H)) + P((S ∩ H) ∪ (tS ∩ H)) = P(∅) + P(H) P(S ∩ H) P(S ∩ H) + =1 P(H) P(H) Partie B REMARQUES • Dans cette partie, tous les résultats peuvent être vérifiés par une lecture directe du tableau. Lorsque a ⩾ 0,125, le signe de 2ax2 – x + 1 est constant et f est strictement croissante sur]0 ; +3[. Donc – 1 ⩽ x ⩽ 1 (par l'absurde). Résolution Lorsque a < 0, les fonctions x ↦ x et x ↦ alnx ont des sens de variation opposés.
+ + 2 3 p – 1 ⎞ ⎟ p ⎝ ⎛ 1 1 1 1 ⎞ en factorisant. f 2(u(x)) = ; (0,1x – 3)4 72 • 3. On a O(0 ; 0), A(a ; lna) et B(2a ; ln(2a)) où a > 0. x1(t) = x2(t) ⇔ 0,1sin(2t) = 0,1sin ⎢ 4t + ⎟ (1) ⎝ 2⎠ Affecter π/6+2π*(ent((a – 5π/6)/ Tant que y ⩽ b + 0,1 (1) ⇔ 2t = 4t + Sinon Fin Si 0 d. ● Contre-exemple : intervalle correspondant à l'échantillon 1. 2 ⎣⎢ ⎦⎥ p Comme δ6(a) = 0, 66 est négative sur [0 ; a] et positive sur ⎡ a ; ⎤ . 2 Comme x > 0, est aussi dans le demi-plan d'équation x > 0. crite au tétraèdre ABCD, de rayon 4 b. On peut donc factoriser 4p + 1 – 1 par 3 et un entier. 2p ∫0 41 x a. TP 7 Limite d'aire (x y)x L'utilisation de Xcas permet de s'affranchir des calculs et de trouver (x) = A A . 2 2 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. f ⎛⎜ – ⎞⎟ = 1 – ⎝ 2a ⎠ 4a La condition sur la distance : 2 2 1 5 1 ⎞ ⎛ 1 ⎞ + ⎛ ⎟⎜ – ⎟⎟ ⎟ 1 – ⎟⎠ = 4 ⇔ a = – 12 ou a = 4 . Ln + 1 = n et Sn + 1 = 4Sn puisqu'avec un segment, 3 on en fait 4. Pour la fonction g, l'aire de ce domaine est l'aire (3 – 1) × 2 d'un triangle : = 2 ≠ 1. lim x→0 1 x→+3 x 2 = 0 ; donc par produit : lim f (x) = 0 . n 1 . d ' K J M I 11 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. La probabilité calculée se rapproche de la valeur β = 0,95. 2 2 c. Une suite croissante majorée converge. Comme c > 0, f 1'(t) < 0 et f 1 80 décroissante sur [0 ; +3[. f(2) = 8.
g'(x) = 0 ⇔ f '(x) = 0 ou f (x) = 0 ⇔ x = ou x = β ou x = – b . Le centre de la sphère circonscrite à quatre points appartient au plan médiateur de trois segments formés par les quatre points.
Initialisation : Affecter à la variable n la valeur 0 Affecter à la variable s la valeur 3 000 Traitement : Tant que s 3 Voir fichiers logiciels.
C'est la décomposition suivant la base 2. 2n = un + D'où u2n ⩾ un + 1 1 1 1 1 + ... Pour i allant de 1 à n – 1 Si i impair alors b – a⎞ Affecter S + 4 f ⎛⎜ a + i ⎟ à S ⎝ n ⎠ Entrée : n Traitement : Affecter 0 à T Pour i allant de 1 à n – 1 b – a⎞ Affecter T + f ⎛⎜ a + i ⎟ à T ⎝ n ⎠ Fin Pour Affecter Traitement : Affecter 0 à S Sinon b – a⎞ Affecter S + 2 f ⎛⎜ a + i ⎟ à S ⎝ n ⎠ Fin Si Fin Pour b – a (f(a) + 2T + f(b)) à T 2n Afficher T 176 • 7. ∫ x 2(1 – x)5 dx = ∫ x(x – 5x 2 + 10x 3 – 10x 4 + 5x 5 – x 6)dx l 0 0 1 ⎡⎢ x 3 1 1 1 1 1 1 1 x4 x5 x6 x7 x8 ⎤ ⎦ . 10 × partDéc(A2/10)→A U × A→U Q→N 2. f (un) = ⎛⎜ + 2np ⎟⎞ sin ⎛⎜ + 2np ⎟⎞ = ⎝2 ⎠ ⎝2 ⎠ 2 2 –1 + 1 2 – p + 4np = 1 – 2 – p + 4np = car 2 1 2 1+ 2 – p + 4np un p = + 2nπ. Les fonctions x ↦ ex et x ↦ e–x conviennent. ex = 1 – e–x = 1 – REMARQUE Les dénominateurs ne s'annulent pas. 50 1. En B5 : =MOD(SOMME(B4:N4) ; 97) En B6 : =97-B5 3. n ⩾ 30 ; n ⩾ 5 5 ≈ 41,7 ; n ⩾ ≈ 5,7 donc taille 0,12 0,88 minimale de l'échantillon : 42. d Comme 1,9 < cp < 2, on a 52,5 < < 55,3 et c d lim f1(t) = . x→0 x x→2 x b.
Les premiers termes sont : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34. 1,9 ⩽ ⩽ 2.
Pour tout réel x, f '(x) = a 1 1 ln⎛⎜ ⎟⎞ = ln⎛⎜ a × ⎟⎞ = lna + ln⎛⎜ ⎟⎞ = lna – lnb. z 8 = 3e 2 e –i i 2p 3 z 7 z 9 = 8e ⎝ 4 p 6 = 3e i i 4p 6 3p 4 .
Faux, car lnx n'est définie que sur]0 ; +3[. Alors 2p + 1 = 2p × 2 > 2p × 2. 1 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. En effet, si Y suit une telle loi, sa fonction de répartition est nulle sur l'intervalle]– 3 ; 0[et elle est définie sur [0 ; +3[par F(t) = 1 – e–λt (λ étant le paramètre de la loi). x→0 x→+3 d. sin(7x) 7x 7 sin(7x) (7 + 3x + 7) . 10 000 5 000 La tangente en x = 0 est l'axe des abscisses d'équation y = 0. On conjecture que pour tout nombre réel x ∈ [0 ; 1[, F(x) = x.
Multiples de 12 : {12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84 ; 96 ; 108 ; 120 ; 132 ; 144 ; 156 ; 168 ; 180}. u3 = 111 = 3 × 37, u4 = 1 111 = 11 × 101. C'est une valeur approchée de la probabilité qu'une variable aléatoire X suivant la loi normale centrée réduite prenne ses valeurs dans l'intervalle [– 1,96 ; 1,96]. un = n + 1 × .
Conditionnement et indépendance 3 a.
Pour ceci, nous allons faire appel à la droite d'équation y = x qui, en y projetant p1, permet de le placer sur l'axe des abscisses. Si a > 0, lim a ln x = –3 et lim 4x – x 2 = 0 , 53 a. b prend la valeur 2 11101101 = 237 = a + b. f '(x) = –x 25 – x 2 R 0 =– – 2pR 3 9 3 f ⎛ 2 x2 ⎞ x x 25 – x 2 – ⎜ 1 – ⎟ 25 25 ⎝ ⎠ 25 – x 2 0 d. ⎟ ⎟ ⎟⎠ b. x = D 16 et y = 3 . À partir de cette remarque, on pourrait conclure que le réglage s'avère utile. Comme I2 – A est inversible, on en déduit que 15 X = (I2 – A)– 1B = ⎛ ⎞ .
9 7 3p 2 x – 2π f (x) 3 – 2 –1 x π f (x) 3 2 – –π – p 2 0 p 2 1 2 10 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Lois à densité • 229 Partie C 1 Voir fichiers logiciels. Lorsque x ⩾ 2, 0 ⩽ e–x ⩽ e – 2. z nBC = zC – zB = 3 – 2i – (3 + 2i) = – 4i. D'après a : QRS équilatéral direct ⇔ RS = RQ et p (nRS , rRQ) = [2p] (1) 3 ⎛ zQ – zR ⎞ p = [2p] (1) ⇔ |zR – zS| = |zQ – zR| et arg ⎜ ⎝ zS – zR ⎟⎠ 3 p i z – zR (1) ⇔ Q =e 3 zS – z R j2 (1) ⇔ zQ – zR = –j2(zS – zR). ⎝ n2 ⎠ 4 3 lim n 2 = +3 et lim ⎛⎜ –1 + – 2 ⎞⎟ = –1 n→+3 ⎝ n n ⎠ n→+3 donc lim un = –3 par produit.
uMB ⎟ –t ⎟ et wMD ⎟ 1 – t ⎟ . ⎠ Partie 1 ⎛ 1 2 ⎞ ⎛ x ⎞ ⎛ x + 2y 1. b Partie 2 1. P(« génotype OO ») = 0,28 × 0,28 = 0,078 4. 11 ≈ 0,305 5. n→+3 135 1. = = 3×5 5 3 3 c. On pose f (x) = 25 – x 2 2⎞ ⎛ et g(x) = ⎜ 1 – x ⎟ 25 – x 2 . M : amplitude maximale imposée. Divisibilité dans ℤ, division euclidienne, congruences Si l'on intervertit deux chiffres l'erreur sera de la forme A = k × 10n – k × 10n – 1 = 9k × 10n – 1, et le reste changera comme précédemment.
⎝ 2⎠ 2 d. lim u(x) = – 1 et lim u(x) = +3.
Corollaire du théorème de Gauss. Initialisation : L2 = x1 + 7 et x1 = 3,5 d'après d, donc L2 = 10,5. La fonction g est dérivable sur]0 ; +3[et g'(x) = t×h'(tx) – h'(x). Donc ABC est rectangle en B. (– 3 + 2k ; 1 + 3k) pour k entier relatif. n ⩾ 30 ; n × 0,12 ⩾ 5 et n × 0,88 ⩾ 5. ⎝ 10 ⎠ ⎝ 10 ⎠ b. La courbe n coupe l'axe des abscisses en un unique point B(e–n ; 0). Sinon, il existe a et b permettant de tracer une ligne du crible. On a donc 5n + 2 ⩾ 4n + 2 + 3n + 2 pour n = 0. 8 a. z = eiθ ; donc 1 et e 2ip 5 sont solutions de (E). 2 2 (1 – (–1)) × × (2 – 1) 3+3 = 1. Vérification : 1 1 ⎞ ⎛ P ⎜ 0,40 – < Fn =81 < 0,40 + ⎟ = P 32,4 – 81 < X n=81 < 32,4 + 81 ⎝ 81 81 ⎠ ( ) = P(24 ⩽ Xn = 81 ⩽ 41) ≈ 0,959. Les deux ficelles reliant l'hypoténuse mesurent 40 2 + 152 = 1 825 ≈ 42,7 . En comptant le temps à partir de ce moment-là (– 4t2 + 44,6t), il lui faudra 5,6 s et 124 m pour s'arrêter. Représenter par exemple la situation à l'aide d'un diagramme de Venn. 2 0(0 – 1) + 1 = 1 donc la propriété est d. 28 a. h est dérivable sur]0 ; +3[et h'(x) = 2xlnx + x – x = 2xlnx. d = j2a – j2b + a d'où d = (j2 + 1)a – j2b puis d = (1 + j)b – ja. En posant t = 0 , on a : 2X x02 Pour aller plus loin c. En conclusion, la propriété est vraie pour tout entier n ⩾ 1. Transformation d'écriture. M(x) = ⎢ 0 1 ⎥ ⎟ ⎝ 0 0 x2 / 2 x 1 ⎠ . 1 K2 f (a + h) – f (a) b –h(h + 2a) = h a h b –h(h + 2a) = a –h –h = b h + 2a a –h b h + 2a = +3. En remarquant que : P(59,9 ⩽ Y ⩽ 60,1) = P(μ – 0,1 ⩽ Y ⩽ μ + 0,1) ≈ 0,95 on en déduit que 2σ ≈ 0,1. 1 10 50 u(t)dt = • u, [0 ; 10] = = 5. C.
Calculons 1 + Z 2 et 1 – Z 2 : 2isin eiu + e –iu – 2 . Sur]– 3 ; 2[, ln(–x2 – x + 6) = ln((x – 2)2) (1) (1) ⇔ –x2 – x + 6 = x2 – 4x + 4 (1) ⇔ 2x2 – 3x – 2 = 0 ⇔ x = – 0,5 ou x = 2.
89 1. et ln⎛ k + 1 ⎞ ⩾ 1 – k +1 k +1 ⎝ k ⎠ 1 1 n + 2⎞ ⩽ ln⎛ ⩽ ;...; ⎝ n + 1 ⎠ n+2 n +1 pour k = 2n – 1, 1 1 2n ⎝ ⩽ ln⎛ ⩽ . Donc z1 × z 2 = 11 × 37 = 407 . n→+3 1 1 1 1 h. d'(x) = –x (x + 2 f (x + f)2). 4x – 5 d. Hérédité : Supposons que up ⩽ 3 avec p . Géométrie dans l'espace • 207 1 1 . g'(x) = 6x2 – (2b – 1). Z = 1 ⇔ z + Les solutions de (E) dans sont donc 1– i 3 ; 2 + 3 et 2 – 3 . Pour k = – 1, x prend la valeur 1. g(x) = x3 – 15x2 + 75x – 125. L'aire du triangle DBI vaut J K G F triangle ABC est rectangle en A. n – n0 ≡ 0 [17] et n – n0 ≡ 0 [5], donc n – n0 est divisible par 5 et 17, or 5 et 17 sont premiers entre eux donc en appliquant le corollaire du théorème de Gauss, n – n0 est divisible par 17 × 5 = 85. n→+3 3 = 0. g' est croissante sur [0 ; +3[; g'(0) = 1 donc g'(x) ⩾ 0 sur [0 ; +3[. Il est impossible que les bactéries se multiplient à cette vitesse, car sinon au bout de 10 jours leur masse totale dépasserait largement celle de la terre ! 3 a. F(0) = P(X ⩽ 0) = 0 (la densité est nulle pour tout nombre réel t < 1). TP 9 Temps de vol Le plus grand temps de vol est 178, atteint pour n = 871 (Voir fichiers logiciels). Si f (x) > m x 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 lim xf x (x) = 0 donc lim g(x) = 0 . La perfusion ne peut pas être poursuivie dans les mêmes conditions. Hérédité : Supposons que vp + 1 ⩽ vp où p . a5 = 31. On lit u(x) < e. F(x) = ln(x2 + 3) + k, k constante. Faux : faire un schéma. ● p = 0,40. Pour tout n > 0 et tout réel x distinct de 0 et ln2 : 1 1⎞ ⎛ x = nx ⇔ ex – 2 = ⇔ x = ln⎛ 2 + ⎞ . On a wn + 1 = n + 1 = 1 vn vn + 1 v 2 n b. Ainsi, l'aire du domaine délimité par f , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées, dont les points ont une abscisse supérieure à 0, doit être égale à 0,5 : Aire({M(x ; y) ; 0 ⩽ x et 0 ⩽ y ⩽ f (x)}) = 0,5 . 2 333777 – 777333 est divisible par 37 car 333777 et 777333 sont divisibles par 111. On trouve n0 = 109. Aire de ℰ : 5 5 ⎛ 9 ∫––7 (f (x) – g(x)) dx = ∫––7 ⎝ – 25 x 2 – 18 63 ⎞ x + ⎟ dx 25 5⎠ 5 9 2 63 ⎤ ⎡ 3 = ⎢ – x3 – x + x 25 5 ⎦⎥ –7 ⎣ 25 = 39 – 1 617 2 592 = ≈ 103,68 .
22 875 : nombre de personnes qui sont des salariés. E(X) = Exercices d'approfondissement 40 1. Il s'agit d'une probabilité conditionnelle : probabilité de l'événement E 2 sachant l'événement A, PA(E2). Non, le risque de se tromper est ici non évalué. f (un) = x n→+∞ 1 cos(2nπ) 2np 1 = u n. h(2) = –ln2 et h'(2) = 0,5 ; y = 0,5(x – 2) – ln2 ⇔ y = 0,5x – 1 – ln2. SOLUTION est crypté NBSTQJBY. Limites de fonctions 4 1 7 – = –3. La fonction cosinus est paire. 3 ⎛ 2 5 3 A = ⎢ 0,5 0 7 ⎥ ⎟ ⎝ 2,4 8 –3 ⎞ ⎟. f '() = 2 – 4sin u . lim 3x – 6 = 0 – et lim x + 2 = 4 donc lim f (x) = –3. Faux car arg(z) = – [2π]. S = {(4 + 11k ; – 3 + 7k) pour k entier relatif }. MI2 = (uMA + hAI)·(uMB + hBI) = AI2 = 1 AB2. ⎢z = 1 – t ⎣ 5 8 19 b. a = 3, b = 4, g = 1, d = 2.
lim x→1 y T 1 1 x c.
La courbe admet une tangente parallèle à la droite d'équation y = x au point d'abscisse 0,5 3 . (AJC) : x + y – ax A + by A + cz A + d C(0 ; 1 ; 0) ; a2 + b2 + c2 .
⎝ n⎠ n n k+1 k + 1⎞ n Donc f ⎛⎜ dx ⩽ ∫ k n ⎝ n ⎠ ∫ k n n–1 ⎝k⎠ f ⎟ . Si on remplace le coefficient a 12 par un entier m alors la suite n Objectif BAC Sujets type BAC 55 ⎛ 0,55 0,35 0 ⎞ où M = ⎢ 0,45 0,65 0 ⎥ et N = ⎢ ⎥ 0 1 ⎥⎠ ⎟⎝ 0 ( ) 2 –1 . On calcule X4 ≈ ⎢ 0,02 ⎥ . Cette proportion décroît et semble tendre vers 0. Applications du PGCD • 267 b. 2(un + vn) 28 • 1. P(F ⩽ 0,25) = P(X ⩽ 11,25) ≈ P(X ⩽ 11) ≈ 0,67. À partir d'un échantillon, on va (ou non) remettre en cause cette valeur. x+ F yF yF 2y F y F x→a x Donc f est dérivable en a. PGCD(a ; n2 – 1) divise a et b, donc c. Deux plans sont parallèles. On a rDP = rDS. Pour une probabilité supérieure à 0,99, le nombre minimum de coups à jouer est 27. Si 3v0 – 4u0 ≠ 0, la suite définie par 3vn – 4un est divergente puisque son terme général est égal à (3v0 – 4u0) ÷ wn. On conjecture que la limite d'un polynôme en l'infini est la même que celle de son monôme de plus haut degré en l'infini. Corrigés des activités 1 Droites de l'espace et représentation en perspective 1 a. Définition de l'espérance.
Comme ex ⩾ 1 + x et < on a : f (x)dx + ∫ f (x)dx – ∫ f (x)dx 164 • 7. = 3 600 9 La fonction x1 donne la position du camion. h est donc une fonction affine.
On a : lim u(x) = +3 et lim u(x) = 0. x→+3 1 + 3 x x x→+3 1 + Donc lim g(x) = – 3. = x+ f x+ f ⎡ a = –1 ⎡ a = –1 ⎟ ⎟ En identifiant les coefficients : ⎨ af a + b = 0 ⇔ ⎨b = f . 21 = 3 × 7. p + 1,96 × p(1 – p) 1 p(1 – p) 1 >p– . 138 lim x→1 1. 3, 5, 17, 257. D'après l'encadrement précédent : – c. q – 1 appartient à E donc p divise q – 1. f '(k) = el – 1 – lekl. (AC) appartient au plan (SAC), donc le plan (SAC) contient une droite orthogonale au plan (SDB). p1 = p5 = 0. f 3(u(x)) = ⎛⎜ x – 3⎞⎟ + 1 = ⎝ 2 ⎠ 4 (f 3(u(x)))' = Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Aire(ABCD) 6. ⇔ 100 e–1 a f (t) – M0e b < ε. Si 2n + 1 ≡ 0 [5] alors en multipliant par 3, 6n + 3 ≡ 0 [5] ce qui équivaut à n + 3 ≡ 0 [5], soit n ≡ 2 [5]. x 1. sin 3 x = –1 3 sin(3x) + sin x. ei3x = cos 3x + isin 3x. 42 2 1 1 × × 1 = (probabilité d'une feuille). 48 1. n→+3 3⎞ ⎛ n⎟ 3 – ⎟ 3 – 3 ⎝ 6n 2 + 3n – 3 – 6n 2 3n – 3 n⎠ n = = f. blanc(0) = ∑ k = ∑ 0 = 0. Or la fonction de répartition est continue sur ℝ. ln x x 2 + ln x =2 . Exercices d'approfondissement 76 a. Donc m – f(x) est la fonction nulle. y 3. 25 b. On a un = 150 000×1,04n. 2 1 F(2) = P(X ⩽ 2) = P(1 ⩽ X ⩽ 2) = ∫ 2 dt 1 t 2 1 ⎡ 1⎤ = ⎢– ⎥ = . f (15) > 1,9 et f (16) < 1,9, donc n0 = 15. Dans chacun des cas précédents, les propriétés des intégrales b permettent d'écrire que l'aire est donnée par ∫ (f (x) – g(x)) dx . d, 2 et 3). d : ⎨ y = –1 – 7t . 3 Donc]a ; +3[contient tous les termes à partir du ⎛ a + 4⎞ + 1 quel que soit a . Fonction logarithme népérien 1 (x – a) + lna. Limites de fonctions H –6 20 P – 20 0 2 4 6 8 x 104 1⎞ ⎛ x ⎟ –4 + ⎟ ⎝ x⎠ . d3 > 0 pour x ∈ [0 ; α[∪]β ; +3[. k'(x) = x2 + 1 . 64 64 64 a. (*) 99 Dans (*), en remplaçant x par –x, on a : 1. Avec m = 1 : x t ⎞ ⎛ c. P Z ∈ i ⇔ (uBM , uAM) = [p] ⇔ M appartient au cercle de diamètre [AB] sauf B. Le centre du cercle est donc le point d'affixe zC + zD = 2. D'après le théorème des gendarmes, comme ln x 2 = 0, lim = 0. 0 = 0. Or p est premier et b > a donc le seul cas possible est lorsque b – a = 1, soit b = a + 1. Sur [5 ; 15] : f (x) = (x – 20)2 + 0,032 . Dans le triangle SAC isocèle, la médiane (SI) est orthogonale à (AC). 1 ⎞ ⎠ 5. 10 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Il semble qu'il n'y ait que deux valeurs (opposées) du réel a qui conviennent. Le programme affiche la valeur 80. Les fonctions x ↦ x2 + (lnx)2 et x ↦ x 2 + (ln x)2 ont les mêmes sens de variation, donc la longueur MN est minimale en x = α et le minimum est égal à a 2 + (ln a)2 ≈ 0,779 77. α ≈ 0,266. x→0 x→+3 x→e x>e2 a. P(C) 10. La suite (un) semble converger vers 2. On obtient donc a + b = 2 et a + 1 = 2,5, c'est-à-dire a = 1,5 et b = 0,5. ⎥ ⎦⎟ 1 0 0 0 32 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. D'après b, 1 ⩽ up + 1 < up ⩽ 2 (1) (1) ⇔ f(1) ⩽ f (up + 1) < f(up) ⩽ f (2) (1) ⇔ up + 2 < up + 1. eiu + e –iu + 2 2cosu – 2 cosu – 1 Z2 = = . ln10 x b. On conjecture que l'espérance de la variable aléatoire S est μ = 500. aa' ≡ 1 [26] signifie qu'il existe v tel que aa' + 26v = 1. x→+3 ⎝ x x ⎠ d.
● 2 et ● 3 a. iront dans la même direction en 4 Sur [0 ; π] : 45 a. ⎝ z A – zC ⎠ 2 = i 3. b→+3 63 Partie A 1. L'ensemble des points d'intersection est : {(0 ; 1), (1 ; e–k) avec k > 0}. lim f + x = 0 – et lim – x 2 = – (– f x→– f x x→– f x x lim f + x = 0 + et lim – x 2 = – (– f x→– f x >–f lim d(x) = +3. Comme Δ1 H2 T0 x2 ⩾ 0, on a : a2 y2 ⩾ 0 ⇔ (b – y)(b + y) ⩾ 0 ⇔ –b ⩽ y ⩽ b. x –3 –f g'(x) 0 – – 0 +3 0 g –3 1 d.
Par définition d'une limite, I doit contenir tous les termes de la suite à partir d'un certain rang n0 et I' aussi à partir d'un certain rang n1. + n + 1 – n 1 n +1 –1 n +1 1 = 1+ – = – D'où vn = n n n n 1 1 = 0 et lim 1 + = 1 donc lim v n Or lim n→+3 n n→+3 n→+3 n n. Et a ceci se produit dans tous les cas où (a + b) + < 0 2 (la valeur efficace est toujours positive). 5 1 4. 3/14 ⎞ ⎟ 3/14 ⎟ 1/7 ⎟ . 6 615 = 33 × 5 × 72. Ces probabilités ont pour limites respectives : 0,5 ; 0 et 0,5. 2 0132 013 ≡ 32 × 1 006 + 1 ≡ (32)1 006 × 31 ≡ (– 1)1 006 × 3 ≡ 3 [10]. D'après la question précédente, la probabilité qu'il soit livré le lendemain matin entre 8 h et 12 h est « négligeable » (presque nulle). Initialisation : 0 ⩽ u0 ⩽ 1 donc la propriété est initialisée. La probabilité que la hauteur en mètres d'un teck choisi au hasard soit comprise entre 16 et 20 mètres est approximativement égale à 0,023. P(H ∪ tF) + P(tH ∪ F) = P(H) × P(tF) + P(tH) × P(F) = 0,112 832. Si 0 < x ⩽ 0,1, on a 0 ⩽ δ3(x) < δ3(0,1) ≈ 0,000 004 1... Donc, si – 0,1 < x ⩽ 0,1, on a 0 ⩽ δ3(– 0,1) < 0,000 004 2. ⎟ ⎟ ⎠ 6 ⎛ 2 –15 ⎞ A+B= ⎢ ⎥. Et donc : 1 ⇔ zn + 1 = 1. 2 5 –1 + i –4 + 5i z OM 4 = = 5 z DA 10 + 8i + 2i 2 (–4 + 5i)(10 – 8i) = 164 = –40 + 40 + 50i + 32i i = . Donc (un) est croissante. 1 1 – 2x 2 Cette fonction est dérivable sur]0 ; +3[et f '(x) = – 2x = . Supposons la propriété vraie au rang n, alors au rang n+1 : n +1 ⎛q ⎞ a + b⎟ 2 ⎟ ⎞ q1 ⎠ b. Le deuxième nombre impair est 3. Il suffit de distribuer ex ⎟⎝ 1 – 3 x ⎟⎠ . l Cet histogramme est symétrique. 2x 3 21x 2 – x2 < 29,72 ⇔ < 29,72 ⇔ x > 12,3... = – p(p + 1) p p + 1 2011 1 1 ∑ p – ∑ p + 1 = 2011 + 1 – 2012 . (5) Parallèles. Hérédité : Supposons que 1 ⩽ up ⩽ 2 et 1 ⩽ vp ⩽ 2 pour p .
b 67 a. n+1 – n Donc lim vn = +3 par somme. P(« Rhésus – ») = r2 (probabilité d'une feuille). 1 ⩽ 2 pour tout entier n ⩾ 2. Or la matrice I2 – M n'est pas a inversible, cet état d'équilibre est ⎛ où a et b sont ⎟ ⎝ b ⎟⎠ ⎡0,6a – 0,3b = 0 solution du système : ⎨ ⇔ b = 2a ce ⎣0,4a – 0,2b = 0 qui correspond à une stabilisation vers un état tel que les proies sont deux fois plus nombreuses que les prédateurs. Ce cas convient. cos y = 1 – + δ3(y), avec y = x – a. Volume d'un cône.
⎝c⎠ 2 2 d 1 D'où = i et donc d = ic = – – i.
A = ⎢ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ Algorithme : 0,3 0 0 0,2 0,4 0,8 0,2 0,2 0,2 0,1 0,5 0,2 0,1 0,1 0,3 0,4 ⎞ ⎟ ⎠. C'est la différence des deux égalités. Donc u est croissante sur]0 ; 1] et décroissante sur [1 ; +3[. H(x) = 5e 5 + ln (4x + 3) 4 d. –3 c. 5 10 5 10 ⎛ 478 ⎞ ⎛ 551 ⎞ c. Non, la variable aléatoire X ne peut pas prendre de valeurs strictement négatives (l'instruction l ALEA() renvoie un nombre aléatoire entre 0 et 1). h'(x) = cos2 x cos2 x y 1 x 22 1.
Donc M forme un triangle équilatéral avec A et O. 3a 4 C est le point d'intersection des tangentes : ⎛ 3a + 3a ; ⎢ 2a 6 + 2a 3 + 2 a 6 + a 3 + 1 ⎟ ⎝ ⎠ Les coordonnées de C trouvées avec le logiciel seront simplifiées... Un élève ne reconnaîtra peut-être pas les identités remarquables de la forme (x3 – y3) et trouvera comme coordonnées : ⎛ 3a a 6 – 1 3a 4 a 3 – 1 ⎞ ; ⎟ ⎟. Il n'y a pas de couple de jumeaux avec le nombre 2. 8 ∫0 Pour trouver yG, on peut utiliser la même formule en modifiant la fonction selon le dessin ci-contre. • z = 1 + 2i, il faut résoudre le système ⎨ ab = 1 ⎣ 2+2 5 –2 + 2 5 +i et –Z1.
2e d. 68 ⎛ z – 1 + i ⎞ = (uSM , uRM) [2π]. 2ztz – kztz = 4k donc 2ztz = k(4 + ztz) c. Cette standardiste sait que la personne contactée est une personne salariée. a Le coefficient directeur est – . (3 ; 5 ; 7).
1– i b. ⎛ x2 ⎞ e. g, [0 ;2π] = 1 2p (cos x) dx = 0. Les nombres à crypter sont distincts s'ils sont inférieurs à n, donc n ⩾ 100. f '(x) = nu'(x)(u(x))n – 1 est de même signe que u'(x) si n est impair. 2 5x – 3(5x – 3) c. 72 013 ≡ (74)503 × 7 ≡ 11 006 × 7 ≡ 7 [100]. ⎛ 5⎞ ln⎟ ⎟ 5 ⎝ 3⎠ > ⇔n> ≈ 13,02. Si ' était parallèle à , comme ' est orthogonale à Δ, elle serait parallèle à ce qui est impossible. Or x < 0, donc d'(x) est du signe de (x + 2f). g est affine par intervalle. (3) 3 3p . Il suffit que les trois vecteurs ne soient pas coplanaires. Intégration • 171 À l'instant t = 800 + 0,5 on a : 9 e–x –x ∫0 1 + e–x dx = ⎡⎣ – ln (1 + e) ⎤⎦0 1 b. 1,3 ⩽ ⩽ 1,4. x→0 x→+3 b.
Pour tout réel x ⩾ 0 : 1 . La seconde conjecture est fausse. On appelle E, G, H et F les points de coordonnées 1 3 3 1 1 1 respectives ⎛⎜ ; 0 ⎟⎞ , ⎛⎜ ; 0 ⎟⎞ , ⎛⎜ ; ⎟⎞ et ⎛⎜ ; ⎟⎞ . ⎟ ⎟ ⎟⎠ d. Divisibilité dans ℤ, division euclidienne, congruences 11 1. Cette loi est très proche de la réalité, ce qui est assez remarquable pour l'époque et les moyens de mesure imprécis. 9 929 et 9 931 sont les plus grands jumeaux inférieurs à 10 000. [1, 2, 2, ...] est associé à 2 . (FD) est orthogonale à (EB) et (EG), donc au plan (EBG). ● x2 = – 3 ⇔ x = 3 i ou x = – 3 i.
P(A ∩ L) (P(A) ≠ 0). Donc pour x ∈]0 ; α], f (x) < 0 et pour x ∈ [α ; +3[, f (x) > 0. ∫0 20 ⎛ g(x)dx = ∫0 h(x)dx = ∫0 Comme 40 ⎛ 3 1 ⎞ ⎟ ⎝ x – 10 ⎠⎟ dx + ∫220 ⎟ ⎝ x – 12 ⎠⎟ dx =–20. tz = x – iy puis z = (x – iy) = x + iy = z . u cu + bv et cu – bv sont les vecteurs obtenus par les diagonales du parallélogramme construit sur cu et bv. Or, si p > 1, 4p > 2p + 2. g. x→+3 La fonction est strictement monotone et change de signe, il existe un unique réel α tel que g(α) = 0. La plus rapide est (sn), puis c'est (rn) puis c'est (tn) la plus lente. 5 a. K ⎛⎜ ; ; ⎝ 29 29 29 ⎟⎠ 202 • 9. Pour tout réel x tel que 0 < x < e, on a : lnx < 1 et 1 – lnx > 0. f n'est pas définie en x tel que cos x = 1, c'est-à-dire pour x = 2kπ, k entier relatif. Comme G(x) = j 3. et 2. d = 15, la concentration maximale c est 6,13. Oui, si le diviseur est 89.
Algorithme 2 : sommeinf contient également la somme des aires des rectangles « inférieurs » à la courbe avec un découpage de l'intervalle [0 ; 1] en n parties. 13 La dérivée s'annule en 0, – 1 000 5 et 1 000 5 . La courbe de la fonction cosinus se trouve au-dessus de la parabole d'équation : a2 cosa 2 y = cos a + a sin a – cos a + (a cos a – sin a)x – x 2 2 si x > a, et au-dessous sinon. 1000 b. ⎛ 1⎞ ⎛ –1⎞ 4.
250 • 12. Applications du PGCD • 271 b. Par l'absurde, supposons qu'il existe une matrice B telle que B × A = ⎢ ⎥.
58 a. p Égalité d'aire B A x H C Soit R le rayon du secteur et x son angle. – 2 un + vn 2(un + vn) Or unvn = 2. Pour a et b appartenant à]0 ; 1[: 2. cosu + 1 cosu +1 iu 2Z = isin u . Le point M correspond à t = 0,4. f 2(0) = 0.
Compléments sur la dérivation y A f g Ω 1 T 1 x B 0 4. 4 4 LK = 1 – 3 i = 37 . (3 ; 5), (5 ; 7), (11 ; 13), (17 ; 19), (29 ; 31), (41 ; 43), (59 ; 61), (71 ; 73), (101 ; 103), (107 ; 109), (137 ; 139), (149 ; 151), (179 ; 181), (191 ; 193), (197 ; 199), (227 ; 229), (239 ; 241), (269 ; 271), (281 ; 283). cos x = cos ⎛⎜ x + x ⎟⎞ = cos2 ⎝⎜ ⎠⎟ – sin2 ⎝⎜ ⎠⎟ = 1 – 2sin2 ⎝⎜ ⎠⎟ . 0,872 A • PtA(E) ≈ 0,324 5 (question B2.). Pour x ≠ 0 : x3 f '(x) = x2 + 4 x Problèmes 0 f (h) – f (0) = h 4 – 2x (x x2 + 4 – 2) 4 76 • 3. B e. Pour N = 59 qui est premier, on effectue 4 tests au lieu de 58. f est décroissante car f'(x) = x2 b. 7 De beaux restes 1 a.
364 = 22 × 7 × 13.
∩ ℋ2 = ⎨ ; – ⎟ ⎬.
g ⎟⎠ ⎝ g Ce cryptage n'est donc pas exploitable. 74 Comme 605 ⩽ log(22 012) < 606, alors 10605 ⩽ 22 012 < 10606. g(x) ⩾ 0 ⇔ x2 ⩽ ex. v10 ≈ – 8,23×10– 5 et v20 ≈ – 4,35×10– 8. Hérédité : Supposons qu'il existe p , p > 0 tel que 1 ap + 1 = – ap + 1, qui équivaut à ap = 2 – 2ap + 1. ● ⎛ ⎞ La matrice est A = ⎢ 2 5 ⎥ . 2 En remplaçant x par 0, comme G(0) = F(0) = 0, on trouve k = 0. n 2(n + 1)2 4 21 Démontrons cette propriété par récurrence sur n . Pour tout n ⩾ 0 : Xn + 1 = MXn où M = ⎢ ⎥. d a pour représentation paramétrique : ⎡x = 1 + t ⎟ ⎨ y = 1 – 2t avec t un réel. Avec g telle que g(x) = e–x, on a g' dérivable et g''(x) = g(x). TP 11 Ensemble de points On peut observer la courbe décrite par le point P quand le point M parcourt la courbe à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique : voir fichiers logiciels. x a. P(tM) = 44 1. 2 e. ⎝2 ⎠ ⎝ 2 ⎠ ⎝ 2 2 2⎠ b. Géométrie dans l'espace ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. 54 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 3 = e ⇔ x2 – 5x – 1 = 0 ⇔x= 28 35 lim e x – 3x = +3. Les trois vecteurs ne sont pas coplanaires. (1) ⇔ ⎨ kx 0 = ax e = ax e 0 ⎣ ⎢ ⎣ x =e 0 ⎣⎢ ⎣ 0 a 1 ; Δ : y = 0,5x est tangente en Lorsque a = 0, 5 : k = 2e x0 = 2e à k. Pour tout réel x > 1 : 1 – 2 1 x = (ln x) – 1 . On conclut avec le théorème de Bézout. 100 59 1. ×qn b. C est le point d'intersection des tangentes : ⎛⎜ 2 ; ⎝ a + 1 a 2 + 1 ⎟⎠ (a) = ( ) 2 1 1 2a ⎛ 2⎞ 2 a –1 . 1 – ln x g(x) = 2 . 65 - E1 l'événement « l'écart est inférieur à 1 » ; 10 2 = . v→0 x +1 +1 x +1 –1 1 1 = lim = . (5k ; 3k) pour k entier relatif. h ⎝ h⎠ cos x = 1 – sin 2 x . P(P) = + = ; P(G) = + = . Pour tout réel x, u'(x) = ex – 1. 2 Alors z3 – z1 = 5 et z2 – z1 = – 5i. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 = P 3. Pour tout réel x > 0 : fn(x) = 0 ⇔ –n – lnx = 0 ⇔ x = e–n. 23 A = exp(3a) ; B = 1 ; C = exp(–b) = 24 A = e16 ; B = e ; C = 1. Les trois plans se coupent suivant une droite d ⎛ 2⎞ passant par A et de vecteur directeur cu ⎢ 13⎥ . Donc (xn) est décroissante. Il existe une unique valeur α telle g'(α) = 0. Pour tout réel x : g(1 + x) = ln((1 + x)2 – 2(1 + x) + 3) = ln(1 + 2x + x2 – 2 – 2x + 3) = ln(x2 + 2). 4 4 d. M3 M2 90 M1 θ1 = (cu , nAB) [2π] ; θ2 = (cu , rBC) [2π] ; θ3 = (cu , rAC) [2π]. Pour tout x ∈]– 1 ; 1[: ⎛1– x⎞ ⎛1+ x⎞ f(–x) = ln⎟ ⎟ = –ln⎟ ⎝ ⎟ = –f (x). Taille d'un échantillon n = 50 ⩾ 30 ; np = 7,5 ⩾ 5 ; n(1 – p) = 42,5 ⩾ 5.
Pour n suffisamment grand, p ≈ fn (question 6.a) 5. De plus, u1 ⩾ u0. 37 Taille de l'échantillon : n = 250. d'aire 2 c. ⎝ 0,4 0,7 ⎠ ⎛ ⎞ 2.
Par suite, ce client peut remettre en cause l'affirmation faite par l'étude interne.
P(2 × 24 ⩽ X ⩽ 4 × 24) = P(μ – 3σ ⩽ X ⩽ μ + 3σ) ≈ 0,99 (propriété de la loi normale). 74 ⎛ 2⎞ ⎛ 1⎞ a. Partie D 1 m = E(X) = np l et s = var(X) = np(1 – p) . rn + 2 = rn – rn + 1 × qn + 1 = aun + bvn – (aun + 1 + bvn + 1) × qn + 1 = aun + 2 + bvn + 2 = un – un+1 × qn+1 ⎡u avec ⎨ n+2 ⎣vn+2 = vn – vn+1 × qn+1 3. Finalement, pour tout réel x > 1, 0 < x x b. La variable c sert à compter le nombre de points situés sous la courbe. Il suffit simplement d'observer la localisation de la proportion dans les échantillons 32 et 41, et (en opposition) celles dans les échantillons 1 et 43. ⎝ 6⎠ p⎞ ⎛ (u ∘ v)'(t) = –πsin ⎢ pt – ⎥ . a b Volume : f (x) = x(a – 2x)(b – 2x), avec 0 ⩽ x ⩽ min ⎛⎜ ; ⎟⎞. On remarque que de raison 1 1 1 1 + + + ... p 3– 7 Donc z 2 = p et 2 ¯ z ¯ 3 2 4 i p 4 . • La formule ai + 1 = Entrée : b. ⎝ 4 ⎠ ⎝ 8 ⎠ 8 ⎝ 2⎠ ⎛ ⎛ p⎟n⎞ p Or – < – 1 donc ⎢ – ⎥ n'a pas de limite. 18 La fonction f est dérivable sur]0 ; +3[1 2ax 2 – x + 1 . ● La population de référence est l'ensemble des baladeurs numériques produits en grande quantité par cette société. F5 est divisible par 641.
Donc f est non dérivable en 0. p(2p + 1) ⎤ + p + 1⎢ 6 ⎦ A= p +1 × (2p2 + p + 6p + 6) 6 A= p +1 (2p2 + 7p + 6) 6 A= p +1 (p + 2)(2p + 3) 6 n=1 n=2 p(p + 1)(2p + 1) + (p + 1)2 6 (p + 1)(p + 2)(2p + 3) . REMARQUE Voir Savoir-faire 2 de ce chapitre. En utilisant le théorème indiqué, le temps moyen de retour à l'état initial lorsque les 4 boules 1 = 16 alors que dans le cas où il y sont dans A est 1/16 0 ⎞ ⎛ 0 ⎢ 0 0,75 0 0,75 0 ⎥ . On calcule les états successifs pour X 0 = ⎢ ⎟ ⎟ ⎟ b. • 0 < x < 1 ⇒ 0 < x2 < x < 1 ⇒ –k < –kx < –kx2 < 0 ⇒ e–k < fk(x) < gk(x) < 1. On obtient : ln2 ≈ x100 ≈ 0,695 653 430. 140 a. Il faut donc se méfier de la calculatrice et toujours confirmer une conjecture par une démonstration. k = n0 + 105m avec m un entier relatif. P(F = 0,20) = P(X = 3) ≈ 0,25. On peut penser que le signe de dn est similaire au signe de d3. Si n = 3k, un = 111 × (1 + 103 + ... + 103k – 3). C'est la probabilité qu'une chaudière prélevée au hasard dans la production de ce mois soit une chaudière à ventouse et présentant un défaut. Géométrie dans l'espace 17 a. • ligne 12 : pour tout p est faux. La dérivabilité en 0 et en 8, ainsi que la non dérivabilité en – 3 et 12 s'obtiennent par recherche de f (x0 + h) – f (x0) . x1(t) = at + b car l'accélération est nulle ; x1(0) = 0 et 200 200 x'1(0) = , donc x1(t) = t. L'état stable est bien la limite des états conjecturée à la question 2. 5 boucles sont nécessaires. (2x – 1)2 Donc f est croissante sur [1 ; +3[et f (1) = 1.
19 12 a. M = ⎢ 0,2 0 0 ⎥ et N = ⎢ ⎝ 0,2 0 0 ⎟⎠ ⎛ 0,2 ⎞ ⎟ ⎟ 0,2 ⎟ . L'étudiant a raison. 3 Donc la droite d'équation y = 3 11 3 donc lim f (x) = +3 . Nombres complexes • 181 3 b. l 6 Non, elles convergent plus ou moins vite. 2 C'est-à-dire le nombre de solutions sur l'intervalle [a ; b] de l'équation : 3 . Il suffit d'intervertir les lignes R → B et B → A. f (x) = 0 ⇔ x = 0 ; f(x) = e– 1 ⇔ x = 1. En notant c = cos x : g3'(x) = c – (2c2 – 1) + c(2c2 – 1) – 2c(1 – c2) = 4c3 – 2c2 – 2c + 1, car cos(3x) = cos 2x cos x – sin x sin 2x = cos 2x cos x – 2 cos x sin2x et (2cos x – 1)(2 cos2x – 1) = (2c – 1)(2c2 – 1) = 4c3 – 2c2 – 2c + 1. x→+3 x→+3 x –3 signe de (x + 2) 0 – 11 3 11 x 7 4 + – x→– donc lim f (x) = +3. Fonctions sinus et cosinus • 95 b. 2 ⎞ 2 ⎛ n ⎟ 1 – 1– 1 ⎝ ⎠ n n. Quel que soit le réel m > 0, pour tout x > m2 a. L'ordonnée d est maximale (4 – (3 – 1) = 2) lorsque α = 0 ou α = 2π. 22 – 1 Comme I2 = e – e , on en déduit que I3 = e . Pour tout réel x > 0, f '(x) = 2lnx – 1 + 2 = 2lnx + 1. Donc : (y 2) – x 2 – 212 + x 2 – (21 – x)2 = y 2 – x 2 .
Comme la limite de un est l'infini, il existe un entier n tel que un > 10101. x→0 2 2x (x + 1) +1= ⩾ 0. 0 < f (x) – 2 < 10– 5 ⇔ 0 < < 10– 5 ⇔ x > 3 + 7×105.
A(n) est de parité contraire à celle de n. ln(2 × 109) ≈ 224,7 ln1,1 a. Donc (vn) est géométrique de raison 0,5 et de premier terme v1 = –ln4. z 2 = 9i = 9 ⎢ cos ⎛⎜ ⎟⎞ + isin ⎢ ⎝ 2⎠ ⎝ 2⎠ 45 ip puis z 3 = 2e . Donc g est positive sur ⎝ 4⎠ D'où : TP 5 p⎤ ⎡ . Par une démonstration par récurrence on montre que pour tout n ⩾ 0 : 1 – 2n+2 + 3 × 5n ⎞ ⎢ 2 ⎥ –1 – 2n+1 + 3 × 5n ⎟ ⎟ . f (0) = 3 > 1,72 ; 6 +1 > 1,72 ; f ⎛⎜ p ⎟⎞ = f ⎛⎜ – p ⎟⎞ = 2 ⎝ 4⎠ ⎝ 4⎠ f ⎛⎜ p ⎟⎞ = 1,75. En outre, x1(0) = –d, donc x1(t) = v1t – d. d' : ⎨ y = –1 + 2t . ek = e– 2 ⇔ k = – 2. Soit f définie sur [a ; b] avec f (x) = sin x, a = 0 et b = 6π. Pour MB(750), 562 500 points dessinés. n +1 Donc un]a ; b[. Sur [0 ; 2], f '(x) = – 4x + 8 ⩾ 0. On a : lnx – logx = ⎢ 1 – ⎟ lnx qui a le même ⎝ ln10 ⎠ signe que lnx. x –1 2 x +1 1 b. C'est la probabilité qu'une personne soit diagnostiquée atteinte de la maladie de Crohn par des symptômes similaires à ceux d'une gastro-entérite. 100 100 b. lim f (x) = +3 et x→0,x>0 lim f (x) = –3. La droite (OP) coupe la droite d'équation x = a en Mn+1. 2 x 1 L'aire est : A(x) = ∫ ⎛⎜ – t + 4 ⎟⎞ dt . N(t) = 56 a. 73 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. (AF) est orthogonale à toute droite du plan (EBC), donc à (EC). ● Premier coefficient du produit de M par la 1re colonne de N.
4 3.
n ⎝ n⎠ n–1 1 ⎝k⎠ 1 – x dx ⩽ ∑ f ⎟ ⎟, ⎝ n⎠ k=0 n 2 1 1 n–1 ⎛ k + 1 ⎞ 1 n–1 ⎛ k ⎞ ⩽ ∫ 1 – x 2 dx ⩽ ∑ f ⎟ ⎟ c'est-à-dire ∑ f ⎟ ⎟ 0 n k=0 ⎝ n ⎠ n k=0 ⎝ n ⎠ ou encore 1 1 n ⎝k⎠ 1 n–1 ⎛ k ⎞ ∑ f ⎟ ⎟ ⩽ 1 – x 2 dx ⩽ n ∑ f ⎟ ⎝ n ⎟⎠. 1 Donc chaque terme de la somme est minoré par pour tout entier n non nul. ⎢⎣ n n ⎦⎥ ⎢⎣ 30 30 ⎦⎥ • Lecture du tableau (colonne C) : X 17 ⎞ ⎛ 7 P⎟ < = P(7 < X < 17) ⎝ 30 n 30 ⎠⎟ = P(X ⩽ 17) – P(X ⩽ 6) ≈ 0,978 7 – 0,017 18 = 0,961 52 ≈ 0,962. 1+ x 1 + xm b. x+ F yF 2y F Si x ∈ [a ; b] : x2 + (y – yF)2 = y2 (2) (2) ⇔ – 2yFy + yF2 = –x2 (2) ⇔ y = Si x > b : x 2 + y F2 . f '(x) = –2x 1 – x 2 .
Alors |z – 2 + 3i| = MB. D'après b, on a 1 ⩽ vp + 1 < vp ⩽ 2. Pour a = – 2. x→1 75 1. 50 50 50 3 – 2i . mB × ⎛ 1 ⎞ = ⎛ . ⎝ b⎠ ⎝ ⎝ b⎠ b⎠ 1. Ce triplet est primitif car y et z n'ont pas de diviseurs communs. On remarque que la valeur recopiée par Hasna sur sa copie et celle obtenue à la question précédente sont opposées. 83 – 1 = 511 = 7 × 73 est divisible par 7.
REMARQUE Le nombre de personnes interrogées, étant de 441 (⩾ 400, question 2), l'amplitude de l'intervalle de confiance correspondant (au niveau de confiance 0,95) est au plus d'un dixième. Il faut montrer que : ea+kl ⩽ ea + k(ea+l – ea) ⇔ ekl ⩽ 1 + k(el – 1). Comme u est décroissante sur]0 ; 1[, f l'est également. ● 1 n–1 ⎛ k ⎞ 1 n ⎛ k ⎞ 1 1 ∑ f ⎟ ⎟ – ∑ f ⎟ ⎟ = (f (0) – f (1)) = n . f = 0,521. Donc l'aire est minimale en x0 = 0 et vaut 2ab. M(0,4 ; 2,8 ; 4,6). i ⎛ 3 1 ⎞ 15 + i5 = 2 5 ⎢ + i = 2 5e 6 . w0 = 2n – 1 , car 2n ≠ 0 quel que soit n . 114 × 2 013 ≡ 24 × 6 ≡ 7 × 6 ≡ 6 [9]. Si cette condition est vérifiée, on calcule le produit : ⎛ da – bc db – bd ⎞ ⎛ 1 0 ⎞ 1 ⎛ d – b⎞ ⎛ a b⎞ = 1 ×⎢ ⎥ =⎢ ⎥.
4 3 p⎤ ⎡ , on aura donc : ⎢⎣ 0 ; 2 ⎦⎥ Corrigés des travaux pratiques Série de Fourier TP 1 1 g1(x) = f 1(x) = sin x. ● M(t ; t2) et N(t2 ; t). ⎢ ⎣ 0 = 1 – 2x S = {(0,5 ; 0,5)}. 2 C 0e –7T = e– 7ℓT = (e–ℓT)7 = 0,57 ≈ 0,008 < 0,01. Définition de l'intégrale par une aire.
M = 0,10 ; N = 400. f est non dérivable en a car : M0 A= b A = 2b –x0 a 2 – x02 (x 0)2 a 2 (a – x0)+ b a 2 – x02 + b + b a 2 – x02 + b – x02 2 2 (x0) + a – x02 a 2 – x02 f. Comme ln3 > ln2, l'équation f (x) = ln3 a deux solutions. lim – x +4 = +3 et lim x→–3 b. est toujours au-dessus de ' avec un seul point d'intersection en x = 0. 1 ... ⎝ 6⎠ Donc, d'après les variations de f , on a p p 1,72 ⩽ f (x) ⩽ 1,75 sur ⎡ – ; ⎤ . 1 ex ex = = x . On calcule le rapport = h 100 ⎞ sin ⎛⎜ . 2x – 21 2x – 21 6. La fonction f est strictement décroissante, 168 • 7. g' est du signe de x. g est négative sur]–3 ; α] et g est positive sur [α ; +3[. × × × × =⎢ p p p p p ⎞ p ⎟⎠ 2 ● 5 ⎛ p – 1⎞ Condition imposée dans l'énoncé : ⎢ > 0,80 . x = –3 . g(x) = ⎨ ⎣ –x + 1 si – 1 < x < 0 b. zC – zB = – 6i et zD – zB = – 4 donc C = i zD – zB 2 p d'où (rBD , rBC) = [2p] et BCD est rectangle en B. IJ est donc la distance entre les deux droites et '. x + e + 1 ex + 1 n→+3 ( ) 2 =) ae2x + (a + b)e x (e x +1) 2 . Vrai. f '(x) = 20x 3 – . g(0) = 0 ⇔ a + c = 0 ⇔ c = –a. ⎝ 4⎠ Alors d'après c : p p +1 1 1 ⎛ 1⎞ ⎛ 1⎞ . y = ⎛ ⎞ b –x0 b d. En étudiant les restes de ces nombres en fonction de ceux de k modulo 3, l'un de ces nombres est divisible par 3. p 3p ou α = : ΩN = 36 – 4 = 32 .
⎢ ⎥ ⎟ ⎝ 50 ⎞ ⎝ 49⎠ donc on a bien M 2 – M = 0,3(M – I). 4p + 1 – 1 est donc un multiple de 3.
p –i ⎛ 2 2⎞ –i = 4e 4 . M = ⎢ 1/4 1/4 1/2 ⎥ . Parmi les trois plans, il n'y en a pas deux confondus. – 1 – 2t = e t 1 x02 2X e 104 Partie A 1. La valeur qui annule f '(x) est qu'il faut 3 situer dans l'intervalle]b ; +3[. f est strictement croissante sur]0 ; +3[et change de signe (f (0) = – 1) ; d'après le théorème de la bijection, il existe une unique valeur α de [0 ; +3[telle que f (α) = 0. Un < 1,000 05 pour n ⩾ 9. ⎢ ⎝ 0 1 ⎠⎟ ⎠⎟ 8 9 a. • « l'interprétation serait différente... ». 2 REMARQUE [0,36 ; 0,56] correspond ici à l'intervalle de fluctuation étudié en classe de Seconde. Pour n = 1, voir b.
24 360 c. La fonction x ↦ 1 + x est dérivable est strictement positive sur]0 ; +3[. Pour a = 0, on obtient : ∀ b ∈ I, h(0) = h(0) + h(b) ⇔ 0 = h(b). × × = = 30 29 28 24 360 203 b. f '(x) = x – (x + 2)(5x + 2) (x – 2)2 (x + 1)2 –3 –(x + 2) (5x + 2) –2 – 0 . Fonction logarithme népérien • 149 n an n ⩽ n . ln(0,8) e–λ × 1 000 = 0,8 donc l = – ≈ 0,000 2. ● 2 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97. 191 = 731 = 13b . ⎝ –4,625 ⎞ 26 ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ b. 4 4 2 9 1 ; (f 2(u(x)))' = 5 ⎛⎜ x – 3⎞⎟ . La négation de cette proposition est : « La suite n'admet pas de limite ou admet une limite infinie ». Sinon, comme p est premier avec a, p diviserait un entier inférieur à p, ce qui est impossible. (x + 1)2 (x + 1)2 Comme pour tout x > 1, lnx + x + 1 > 0, on en déduit que la dérivée est strictement positive sur]1 ; +3[. PPCM(12 ; 20) = 60. 3 3 ⇔⎨ ⎨3 ⎤1 ⎢b + 4d = 1 1 1 ⎢ a+ c+ o=d ⎢5a + 5b + 5c + 5d = 4 3 3 ⎢3 ⎢ ⎢1 1 1 1 ⎣o = 1 – a – b – c – d a + b + c + d = o ⎢4 4 4 4 ⎢ ⎣ a + b + c + d + o = 1 ⎛ ⎢ Donc X = ⎢ ⎢ ⎢ ⎝ 33 1/ 5 1/ 5 1/ 5 1/ 5 1/ 5 ⎞ ⎟ ⎟ ⎟. C ≡ 97 – 100 × N ≡ –(89B + 15G + 3NC) [97]. Vrai car z ∉ i ⇒ tz ≠ –z ⇒ z – tz ≠ 2z. Notons c la racine cubique du réel a2 + b2, on a alors α2 + β2 = c ⇔ β2 = c – α2. Faux, par exemple z = i. On note F une variable aléatoire qui suit la p(1 – p) loi normale d'espérance p et d'écart-type . Or 3 3 > 1,44 donc 3 3 p > p + 0,44p et 0,44p > 1 si p ⩾ 4. (4 ; 3). u(0,5) ≈ – 0,44 < 0 et u(1) = 1 > 0, donc α ∈]0 ; 1[. ⎨ 0,6a + b = 1 ⎣b = –2 ⎣ Donc h(x) = ln(5x – 2). Pas de forme exponentielle à cause du dénominateur. Sp + 1 = 2 + Conclusion : Sn = 2 – 2n + 3 pour tout n . Le vecteur bn ⎢ 1 ⎥ est ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝1⎠ ⎝ 1⎠ ⎝ 2⎠ normal au plan (ABC). 1 – i (1 – i)2 = = –i 1+ i 2 ⎛1– i⎞ donc P ⎟ = (–i)4 – 2i + 2i – 1 = 0. Le deuxième coefficient de la première colonne signifie que 99 % des femmes de moins de 15 ans passeront dans la catégorie 15-30 ans (donc 1 % de taux de mortalité). la limite lorsque h tend vers 0 de h 59 1. f est dérivable sur [0 ; a[comme composée de fonctions (x ↦ u(x) dérivable si u strictement positive). n +1 n + 2 2n – 1 2n Or n + 1, n + 2, ..., 2n – 1 sont inférieurs à 2n pour tout entier n non nul. Probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles : P(« RNR ») + P(« NRR ») + P(« RRN ») + P(« RRR ») = 10 × 20 × 9 + 20 × 10 × 9 + 10 × 9 × 20 + 720 24 360 24 360 24 360 24 360 = 6 120 . 1 2 E(X) = lim F(x) = = . H G E F J D K C A I B 19 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
Le point D appartient au plan . lim x 3 + 1 = +3. Alors 3 ⩽ up + 2 ⩽ 4 3 3 3 5 ¯ ¯ 1 puis 1 ¯ 2 – ¯ . Ce sont les fonctions F définies sur l'intervalle [0 ; 1] par : ⎛ x2 x3 x4 x5 x6 x7 ⎞ F(x) = g × ⎢ –5× + 10 × – 10 × +5× – ⎥ + K , K étant un nombre réel. Pour tout n ⩾ 1 : cn + 1 = 0,7cn + 0,4en et comme cn = 1 – en, on en déduit que cn + 1 = 0,3cn + 0,4.
1 ex dx = ⎡⎣ ln e x + 1 ⎤⎦ = ln (e + 1) – ln 2. 10. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 4 1 2 4 1 2 4 1 2. x0 e 124 • 5. 206 • 9. 15 5. c.). P(F = 0,25) = P(X = 5) ≈ 0,202. 2 012 a 6 diviseurs positifs. 2 Donc il existe , avec a ⩽ ⩽ b, tel que : Or b ∫a f (x)dx f (x0) f (x0) = 0 et g(x) = 0 (x – x0) + 2a0 2 f (x0) f (x0) f (x0) (x – x0) + = 2a0 2 2 lim x→x0 ,x>x0 A= x0 –a0 ∫a – f (x0) f (x0) f (x0) . De plus, (vn – ') converge vers 0. 52 1. Cette somme est divisible par k si et seulement si k +1 est un entier, c'est-à-dire si k est impair. Donc ℰ2 est la somme des deux aires suivantes : 3 O f 2 x ℰ2 3 ∫––3 f (x)dx et – ∫––3 g(x)dx g y c. Donc (1 + i)n ⇔ n = 4k pour tout k . Si 1 est la limite : 1+l = 1 ⇔ 1 + l – 2l2 = 0 et l ⩾ 0 2 ⇔ l = 1. Nous ne pouvons que conseiller la projection de l'excellente série Dimensions (au moins les épisodes 1, 5 et 6) disponible sur internet gratuitement, qui est très bien faite et pédagogiquement irréprochable, et qui nous a beaucoup inspiré pour la rédaction de ce chapitre. 29 ≡ 25 × 24 ≡ 32 × 16 ≡ 2 × 6 ≡ 2 [10]. - E2 l'événement « l'écart est compris entre 1 et 2 » ; - E3 l'événement « l'écart est supérieur à 2 » ; - A l'événement « la pièce est acceptée ». 1a).
Le signe de h'(x) est celui de lnx. + + + 2 3 n –1 n n +1 n + 2 2n – 1 2n 1 1 1 1 + + ...
● x 5 2 0 + f ' (x) 10 0 – 0 ≈32,5 f 0 0 4 b. Pour tout réel a ⩾ 1, AB = f (a) – 2a = a ln a des variations de la fonction a ↦ montre qu'elle a admet un maximum en a = e. f = 1 1 ⎤ ⎡ 1 1 ⎤ ⎡ ⎢⎣ f – n ; f + n ⎦⎥ = ⎢⎣ 0,84 – 50 ; 0,84 + 50 ⎦⎥ ≈ [0,698 5 ; 0,981 5]. De manière similaire, on prouve qu'en cherchant des fonctions g : x ↦ ae–x avec a fonction, a doit être constante. Non, pour k = 6, le couple (35 ; 37) n'est pas composé de jumeaux. Fonction logarithme népérien • 151 4. La suite (un) est croissante et majorée par 1, donc elle converge. (1) Côtés opposés d'un carré donc parallèles. ⎢ ⎥ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ 50 – 1 ⎠⎟ ⎝ 1 ⎠ ⎠⎟ ⎝ 48 ⎠ ⎟ Activités de recherche et résolution de problèmes 49 1. b = 14 6 84 52 a. x→0 x→+3 On en déduit l'asymptote verticale d'équation x = 0 et l'asymptote horizontale d'équation y = 0. 11 Sur ⎤ –3 ; – ⎡ , la courbe est au-dessous de son ⎦⎥ 3 ⎢ 1 x+2 1 4 1 = – = , donc f (x) – < 0 sur 3 3 3x – 6 3 3x – 6]–3 ; 2[et positive sinon. Donc JKLM est un carré. l Partie B x(1 – x)5 = x – 5x2 + 10x3 – 10x4 + 5x5 – x6. • Cherchons les solutions non nulles : zn = tz ⇒ |z|n = |tz| = |z| ⇒ |z| = 1. ⎝ 2⎠ blanc ⎛ 1 ⎞ = 0. h'(x) = – 2 + 1 = . Le volume reste constant. lim x 2 + 3x + 2 = +3 ; par composition, x→–3 2 x + 3x + 2 = +3 et lim f (x) = +3. P(7 ⩽ Xn = 64 ⩽ 19) ≈ 0,96. p Donc pour tout x ∈ ⎡ 0 ; ⎤ , g(x) ⩾ 0. Non ce cercle est privé du point d'affixe – 2i car ce nombre n'a pas d'image. 5 Initialisation : v1 = donc v1 ⩽ v0. (1 est racine 3 5 donc lim f (x) = g ⎛⎜ – ⎟⎞ = . Initialisation : u1 = 0. 1/ 5 7 /10 ⎟⎠ 1 La matrice de transition est : M = ⎢ ● ⎝ 2 a. Pour les zéros de B, par passage au carré, on obtient une équation bicarrée : 4k2(k2 + 1)x4 – 4R2(k2 + 1)x2 + R4 = 0 qui se résout. Soit z 3 = 4 + i . Donc le (p + 1)ième nombre impair est 2(p + 1) – 1. a et b désignent les abscisses des extrémités sur l'axe orthogonal aux tranches. f vérifie les trois propriétés d'une densité. Conclusion : On a an = 2n – 1 pour tout n *. ⎝ n ⎠ 16 1. Pour tout réel x : h(x) = ln(ex(2 + e–x)) – x = x + ln(2 + e–x) – x = ln(2 + e–x).
8 p . Sécantes en J.
2 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ ⎠ ⎝ ⎝ i i i i ⎠ i ⎠ 2p ⎞ ⎛ b. La variable aléatoire X peut-elle prendre des valeurs strictement négatives ? 1 (x – 1) – ln x x – 1 – x ln x = .
6 6 b. m divise p premier, donc m = p. n→+∞ Par encadrement de limites : lim un = 0. x0 e Le tableau de variations donne la variation de l'élévation de la température. On en x→–∞ x→1 déduit que a une asymptote verticale d'équation x = 1. Sur]– 3 ; 0[∪]2 ; +3[: ln(x2 – 2x) < ln3 ⇔ x2 – 2x < 3 ⇔ x > – 1 et x < 3. |z2| = r2 et arg(z2) = 2θ. ● y = x + 1. Donc f est décroiss x2 ⎝ sante sur [1 ; +3[. 10 – 1 9 1 + 10 = 5,5, soit 5 minutes 30 secondes.
B D A –1 – i 3 –1 + i 3 et x 2 = . Le point C appartenant aussi par définition à cette intersection, les deux plans se coupent suivant la droite (KC). e 0,1 N(0) = 500 ⇔ k = 0 donc N(t) = 500e– 0,1t. Soit F la variable aléatoire fréquence associée à la variable aléatoire X. = x – sin x sin x ⎞ ⎛ sin x x ⎢1 + ⎢1+ ⎝ x ⎠ x . (un + 1)(vn + 1) (un + 1)(vn + 1) Montrons par récurrence que vn – un ⩾ 0 pour tout n . Or < = – 2 ne convient pas d'après a. Si kp divise n, alors p divise n, donc par contraposée, si p ne divise pas n, kp ne divise pas n. 54 Masse (en kg) Effectifs 1 1. A– 1 = ⎢ 5/ 3 –1/ 3 –1/ 3 ⎥ ⎟ ⎝ –1/ 6 1/ 3 –1/ 6 ⎞ ⎟. 74. f est croissante, donc si 0 ⩽ x ⩽ 1 alors 0 ⩽ f (x) ⩽ 1. x→–3 a→+3 a→+3 La fonction g peut aussi s'écrire : g(x) = h(t) + h(x) – h(x) et g'(x) = 0 + h'(x) – h'(x) = 0.
(EGI) : x – y + 2z – 2 = 0. Le théorème des valeurs intermédiaires donne l'existence et l'unicité de . Soit K le milieu de [OC] et L celui de ⎛ i⎛⎜ u + [OB]. D'où lim n = +3. On en déduit que la courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine du repère. 60 000 50 000 40 000 30 000 20 000 10 000 0 n heures 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 2 a. et f. Intégration ℰ 1 0 3. M ⇔ M ' et M d'où la réponse. Initialisation : u0 ⩽ 3 donc la propriété est initialisée. À long terme, la répartition propriétaires/locataires de cette ville tend vers cette répartition stable. ● a2 cosa 2 cos a + (a cos a – sin a)x – x + δ6(x). ⎝ 4 4⎠ 4 91 1. 7 ⎝ ⎠ b. Il détermine les deux entiers qui suivent les endroits où les courbes changent de position relative. C'est l'inégalité triangulaire. On ne peut donc pas montrer cette propriété par récurrence. 7 2 5 b. Voir Savoir faire 3 du chapitre 11. 52 1 1 ⎤ ⎡ 144 1 144 1 ⎤ ⎡ ⎢⎣ f1 – n ; f1 + n ⎦⎥ = ⎢⎣ 191 – 191 ; 191 + 191 ⎦⎥ ≈ [0,681 5 ; 0,826 3] (distance 40 km). x ⎝ x⎠ x c. 2 Soit sn l'aire occupée par les n premiers triangles. lim f (x) = lim x ln x – x = 0 et lim f (x) = +3. p est impair car A(n) est impair. À 10– 1 près : f(0) = f(3 600) = 0. Si A(n) = kd, alors kd – n × n3 = 1 et d'après le théorème de Bézout, d et n sont premiers entre eux. Vrai car la suite est bornée (théorème p. 205 X : variable aléatoire qui à tout échantillon de 500 naissances (en 2010, accouchements au cours desquels il est né un seul enfant), associe le nombre de naissances d'une fille. L'algorithme s'arrêtera par le principe de descente infinie. a 2 . On a tn = wn+1 – wn = lnq. 54 49 Pour tout x réel, il existe un entier relatif n tel que n ⩽ E(x) < n + 1 donc xE(x) = xn. On peut travailler avec un pas plus petit (0,1 par exemple).
un = n2 ⎛⎜ –1 + 4 – 3 ⎟⎞ pour n ≠ 0. x→–3 x . ⎝ 0,59 ⎠ ⎝ 0,52 ⎠ Donc son élection est compromise.
d. lim = 0 ; par composition : lim g⎢ ⎥ = 1. Hérédité : Supposons que up < –p avec p . REMARQUE P(A) = 0,513 6 × 0,896 + 0,316 6 × 0,886 + 0,169 8 × 0,872 ≈ 0,888 8 ≠ 0. = 22 875 P(S) b. Par défaut R = 0, il faut l'initialiser à 1 par exemple.
⎨ g(7) = –9 ⇔ ⎨ ⎢ –9b 9b ⎢ g(9) = –19 e + e ⎢ a ⎢ ⎣ + c = –19 ⎢ ⎣ 2 20 0 0,01 x e–0,318 31x + e0,318 31x + 2,432 54. Il existe 6 segments possibles entre eux.
p = 0,22 (question 1). √– 1 = i B 3 La notion de vecteur. f '(x) = Donc la propriété est héréditaire. f est croissante sur [0 ; 10] et décroissante sur [10 ; 20]. x –1 6 = 0 donc la droite d'équation y = x – 1 –1 est asymptote à la courbe en +3. P(6 ⩽ X ⩽ 19) ≈ 0,973 7 (calculatrice). x 0 +3 f n'(x) + +3 fn 0 b. La courbe k coupe l'axe des abscisses en trois points fixes. Il suffit de choisir un incrément plus petit de la variable A (remplacer +0,001 par +0,000 1, par exemple). Proposition 2 vraie, car f (0) = exp(0) = 1. 3 1 ⎞ ⎛ a. Le triangle est rectangle donc : sin uk+1 = ⎛ 1 ⎞ 1 sin uk+1 = donc uk+1 = sin –1 ⎢ ⎥. ⎝ n⎠ b. 540 Comme P(tS ∩ tM) ≠ P(tS) × P(tM), alors les événements S et M ne sont pas indépendants (raisonnement par l'absurde). 40 Pour tout réel x, u(x) > 0, donc chaque équation ou inéquation est définie sur ℝ. Pour chaque planche choisie au hasard, il y a deux issues possibles : • soit la planche est non conforme (p ≈ 0,16) ; • soit la planche est conforme (q = 1 – p ≈ 0,84). Comme p > 0 on obtient p < n . Corrigés des activités Reportage ! 1 Partie A 1 a.
Pour tout x ∈ h, h'(x) > 0 donc h est croissante sur chaque intervalle de son ensemble de définition. fa'(x) = ex – ea.
Ces deux tangentes sont confondues lorsqu'elles ont le même coefficient directeur et la même ordonnée à l'origine : La tangente en a à ℒ a pour équation : y = ⎡1 b ⎡1 b ⎡1 b ⎢ ⎢ a = e ⎢ =e ⎢ =e a ⇔⎨ ⇔ ⎨a . rang + 1 est le nombre de termes de la liste. Vrai : ⎛ ⎛ 50 – 5,3 ⎞ ⎛ 5,3 ⎞ ⎞ ⎛ 31 ⎞ on calcule M– 1 × ⎢⎢ M –1 × ⎢ 50 – 2,2 ⎥ – ⎢ 2,2⎥ ⎥⎥ ≈ ⎢ 52 ⎥ . On le calcule pour I = G : V = 32. lim x→+3 g(x) = 0 donc lim f (x) = +3. 1– b. 3 4 Donc Pn = ⎛⎜ ⎟ ⎝ 3⎠ ⎛ 4⎞ soit Pn = ⎢ ⎟ ⎝ 3⎠ n –1 C P1 n –1 × 27 pour tout n *. Tangente au point d'abscisse 0 : y = g'(0)(x – 0) + g(0), soit y = – 1 x + 1. h 2 5 ( ) (x – 4) 3 + x + 5 x–4 = = –3 – x + 5 ; 4–x 3– x +5 donc lim f (x) = –6 . TP 2 Distance point-segment 1 Voir fichiers logiciels. 2 gk'(x) = – 2kx e–kx . 1 – x = 1 = f (x). • Pour la valeur p2 : les suites (un) et (vn) semblent converger respectivement vers 25 et 50. a a +b b = – . Avec h = 0,5 (voir figure ci-contre).
Pour x ∈ [0 ; α[on a f (x) < 0 ; sur]α ; +3[on a f (x) > 0. ● D'après le théorème de Pythagore, OB2 + OC2 = BC2. x→–3 2 b. 46 1. 84 3. (**) = 1 . ⎢ ⎥⎠ ⎛ 0,49 ⎞ ⎥ c. 50 b. 93 + 2 x→–3 Donc f(x) = 0,917 a une unique solution sur ℝ. R(t) = F(t) ; e–λt = 1 – e–λt ; t = – 62 X : variable aléatoire qui à toute personne choisie au hasard associe sa glycémie, taux de sucre dans le sang exprimé en grammes par litre. f '(x) = g(x)e–x est du signe de g(x). x→–3 x→+3 lim g(x) = +3 ; lim g(x) = +3. 49) 48 a. P(J ∩ D) = P(J) × P(D) = 0,01 × 0,06 = 0,000 6. On sait que pour tout réel x > 0 : lnx ⩽ x – 1.
Fonction logarithme népérien • 127 2 a. ● f est dérivable sur]0 ; 10[car x(10 – x)3 > 0. • Les intervalles étudiés en classe de Seconde et de Terminale sont centrés en la proportion p (proportion du caractère étudié dans la population). Il est supposé que seule la taille de l'échantillon change (n = 2 500). Ainsi m = 7 + 26n pour n entier. 52 a. d ⎢ 2k × ⎥ = d 2k–1 or si k ⩾ 1, k – 1 ⩾ 0 et ⎛ 2⎞ 1⎞ ⎛ 2k – 1 ∈ ℕ, donc d ⎢ 2k × ⎥ = 0. ⎛ z – reia ⎞ b. 2 1 5 c. Il y a donc 2 × 4 = 8 diviseurs positifs. l 1 b. Pour tout x < 1, les fonctions g et x ↦ 1 – x ont le même sens de variation. 3 7 + 3x – 7 x→0 32 Donc lim cos x = cos 0 = 1 et la fonction cosinus est x→0 et 2 f (0 + h) – f (0) = h2cos ⎛⎜ 8 ⎞⎟ .
10 16 3 6 18 × = . Donc lim h→0,h>0 h 2 h→0 39 1. On en déduit que f est symétrique par rapport au point I(– 1 ; 0). Compléments sur la dérivation • 67 Donc les points à ordonnée négative de ℋ ne peuvent être des points S.
2 1. (La courbe de la fonction exponentielle est au-dessus de sa tangente sauf au point de tangence en x = 0.) Et x = 0 n'est pas solution de ex > e. Donc BC = OC 2 + b 2 . C e. x +1 – 1 = f 1(x). x+ x c. L'ensemble des solutions est [– 4 ; 2]. PX ⩾ 4(X ⩾ 5) = P(X ⩾ 1) = e– 0,5 ≈ 0,606 5 (en utilisant la question précédente et propriété de durée de vie sans vieillissement). ⎝ x⎠ 1 Pour x < – 1 on a 0 > > – 1 donc E ⎛⎜ 1 ⎟⎞ = – 1 et f (x) = –x. Donc (an) est strictement croissante. H1(x) = – cos x + cos (3x) 4 12 d. ≈ 0,39 ; ≈ 0,64. Étape 2 Les fonctions g et h sont positives sur ℝ. E(2 ; 2 ; 2) et F(1 ; 4 ; 1). x 5 x 31 a. L'ensemble des valeurs prises par h est [–A ; A]. On montre par récurrence sur n ⩾ 0 : et vn = 17 ⎛ u vn ⎞ An = ⎢ n ⎢ avec u0 = 1 et v0 = 0 ; et donc pour ⎟⎝ vn un ⎠⎟ l'expression des coefficients : 1 1 1 1 un = × 3n + × (– 1)n et vn = × 3n – × (– 1)n. lim 0 +3 1 +3 1 +3 139 1. Donc JF = JC + CF = JC + CE = 2JC. n–2 ⎛ 4⎞ D'où An + 1 – An = 3 3 ⎢ ⎢ pour tout n *. 30 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 – 1 < 1 et et donc xn+1 y n+1) ⎛ 0,047 ⎞ ⎟ 2. 2 = kn + 8 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Le théorème des valeurs intermédiaires peut être appliqué à la fonction f sur l'intervalle]0 ; +3[. 10 000 000 Fenêtre en x : [– 4 000 ; 4 000]. Partie 2 A. On a donc AB2 = BC2 + AC2 – 2cos(rCB , rCA). donc lim un = +3.
x→–6 x > –6 43 x des gendarmes). u 2. Pour tout réel x > – 1, g'(x) = x 1. x 2 .
Compléments sur la dérivation • 81 Sur [0 ; 5[: f (x) = x 2 + 0,032 . Donc h est décroissante. Le programme bloque sur le calcul de A 0. Pour chaque distance, les conditions sur les paramètres n et f sont vérifiées pour définir l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95. C'est l'aire du domaine délimité par la courbe g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b. ⎢ ⎥ ad – bc ad – bc ⎝ –c a ⎠ ⎝ c d ⎠ ⎝ –ca + ca –bc + ad ⎠ ⎝ 0 1 ⎠ Ce qui montre que A est une matrice inversible d'inverse B. p –1 p Après l'étude du signe du polynôme du second degré – 0,60p2 + 12,6p – 42 (p ⩾ 2), on en conclut qu'il faut entre 5 et 16 mygales pour que la condition imposée soit vérifiée. cos2 4 Soit 2cos2 Donc cos2 1 – p +π 8 0 + 3 –3 y px px – sin2 ⩾ 0 sur [– 1 ; 1]. 44 x→+3 Donc lim g(x) = lim g(x) = 0 x→+3 x→–3 (théorème des 2. D'après ce qui précède, α est unique sur ℝ. l 3 En 29 itérations. 27 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
P(tT1 ∩ tT2 ∩ tT3 ∩ tT4 ∩ tT5 ∩ tT6 ∩ tT7) b. La valeur affichée de IA est 0,609 458 632 3 (TI). ⎝ 5,5 ⎠ 2. n + 1 divise n + 1 et n + 13 donc n + 1 divise 12.
On a donc, pour tout réel x > 0 : 1 1 1 ln⎛ 1 ⎞ ⩽ –1 ⇔ –lnx ⩽ – 1 ⇔ lnx ⩾ 1 . – 1 . 19 ⎛ 8 9 4 ⎞ A × B = ⎢ 8 3 –4 ⎥ . 4 72 Distance entre deux droites COMMENTAIRE À l'aide d'un procédé itératif, ce TP aborde la notion de distance entre deux droites. |z0| = 1 et arg(z0) = 0 [2π]. Conditions vérifiées. lim f (x) = –∞ et lim f (x) = +∞. Pendant ce temps la voiture parcourt : 2 2 3 209 ⎛ 800 ⎞ ⎛ 800 ⎞ ≈ 22 m. Si l'on est dans l'état E2, la probabilité de passer à l'état E1 correspond à la probabilité de choisir la seule boule située dans l'urne A donc 1/4 alors que la probabilité de passer à l'état E3 correspond à la probabilité de choisir une des trois boules de l'urne B donc 3/4. = 7 1 10 0,5 3 × + × = ≈ 0,007. Comme un > 0, e–un < 1. P(97 ⩽ X ⩽ 115) ≈ 0,943 1 (savoir-faire 3, calculatrice). On justifie de même les coefficients de la 2e colonne. Par lecture graphique, 0,94 ⩽ P(1 ⩽ X ⩽ 7) ⩽ 0,98.
1 – 44 472 733 44 472 733 37 342 004 ⎛ 1 568 426 ⎞ 35 773 578 × 1– = 44 472 733 ⎟ ⎝ 37 342 004 ⎟⎠ 44 472 733 S (seul enfant) ≈ 0,804 4 (probabilité d'une feuille). a = n(n6 – 1)(n6 + 1) = (n7 – n)(n6 + 1) et corollaire du théorème de Fermat. 11 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. vn + 1 vn + 1 b. 0 (x+5)2 k(x) = 2 –3 –3 x Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
3 points t 3 segments. Dans chaque cas, cela entraîne que les quatre points sont coplanaires. 40 20 Pour tout x ∈ ℝ*, T(x) – H(x) > 0. 222 = 26. ⎝ 2⎠ 3 et de (un) est une suite géométrique de raison 2 3 premier terme 3. P(X = 0) ≈ 0,98. (AS) // (TC) donc (AS) // (BCT). 2 ⎛ 2 2⎞ a. f (x) = 5 + ln . 56 a. Aire du domaine = de l'aire d'un cercle de 4 p rayon 1 = . 2 ⎛ p⎞ b. Donc un = 1 1 ⇔ un – 1 = (1) un – 1 vn (1) ⇔ un = un un = 2 n × u n. On 3 1 en déduit que xD'G = xD'D. Le chiffre des dizaines est 0. Par la définition. Donc cet ensemble de points est le cercle de centre C et de rayon 4. Sur]–3 ; 0[, T(x) – P(x) < 0 ; sur]0 ; +3[, T(x) – P(x) > 0. (– 1 –i)6 = (1 + i)6 = (1 + 2i – 1)3 = (2i)3 = – 8i. P(A) = 900 = 3 ; P(B) = 600 = 2 ; 1 500 5 1 500 5 1 5 = 0,01 ; PB(D) = = 0,05.
51 x→e2 a. f (C) divise C donc n'est pas premier d'où π(C) ⩽ C. ⎝x ⎠ x→+3 b. On remarque que f (x) = D'où pour x ∈ [0 ; 20], f (x) ∈ [0 ; 10]. Le triangle ADG est rectangle en D, 2 . La probabilité d'obtenir un instant de réversibilité est d'autant plus faible que la répartition des boules est éloignée de l'équilibre. d., on a un+1 ⩽ 0,95un < un (dernière inégalité, car un > 0). (OM) est un axe de symétrie de la figure. cosu cosu Si x ⩽ 3 : 2(y – 1)2 = x – 3 ⇔ y – 1 = ± 3–x . ⎢ ⎟ ⎝ 4 3 1 ⎠⎟ ⎝ 0 0 ac ⎞ 1. Si a > 0 : est au-dessus de l'axe des abscisses pour x > – b . n = qn qn –1qn –2 ...q1q0 a . lim x→+3 x x→+3 x x c.
Par propriété de l'exponentielle : eiθ × eiθ' = ei(θ + θ'). +2 x→–2,x>–2 x 1–x –3 y f (x) = +3 f '(x) < 0. n est définie et dérivable sur]0 ;1[∪]1 ; +3[1⎞ ⎛ ⎟ 2 + ⎟⎠ (x – 1) – (2x + ln x) –x – 1 – x ln x x = . 6 × up – 2 = 6 × 2p – 2 + 6 × 3p – 2 + 6 × 6p – 2 – 6 ≡ 3 + 2 + 1 – 6 ≡ 0 [p]. Pour k = 1, m1 > 0, donc pour tout réel x > 0, d1(x) > 0, c'est-à-dire Γ est au-dessus de 1 sur]0 ; +3[. 49 a. P(tS ∩ tM) = b. x→–3 e. La droite (BC) est orthogonale au plan (ABF) donc à la droite (AF) de ce plan.
3 1019,57 = 102,7×1016,87 et 102,5 ≈ 500. f (x) 1 ln x = lim – + ln x = +3. a ⎢ 5= ⎣⎢ ⎢ b = 4 ⎢ ⎣ 8+b b. = 1 924 + 11 564 + 893 + 11 311 25 692 11 564 + 11 311 22 875 . 2 p – e 2 3 118 • 5. On cherche k tel que 0 ⩽ 2π + 2π –π g(x) < 0 pour x ∈]0 ; α[et g(x) > 0 pour x ∈]α ; π].
Pour placer le point H, on utilise la calculatrice et on obtient : h ≈ – 0,24 + i 1,76. 13 n a. x0 e X = Lorsque t tend vers 0 avec t > 0, comme X = x02 2t et x0 ≠ 0, X tend vers +3.
'(R) = 4R – R2 1 15 a. ● De même, xn = 2 ⇔ 1 + 0,01×n = 2 ⇔ n = 100. 2 3 2 3 3 Donc CE = 1 × 2 3 AB = 3 AB = AB . hw ⎢ 1 ⎥ et cu ⎢ –3⎥ sont orthogonaux donc δ et d ⎥ ⎢ ⎟ ⎟ ⎝ –1⎠ ⎝ –1⎠ 2. Sur [0 ; 1], 0 ⩽ e–x ⩽ 1. 18 1. z1 – iz 2 = 2 – 3i – i(6 – i) 2 35 Donc les solutions de (E) sont i 2 , –i 2 , a. Si z ≠ 0 alors Re(z) ≠ 0. x→+3 10 Donc lim c. 19 Démontrons cette propriété par récurrence sur n *. 2p 1⎡ x sin 2x ⎤ 2 1 2p . y0 = f (x0) ⇔ y0 = 9 – x02 + 3 – x0 ⇔ 6 – y0 = 9 – (–x0) + 3 – (-x0) 2 ⇔ 6 – y0 = g(–x0). Une suite décroissante minorée par 0, converge. ⎛ ⎞ f (x0) ;0 . 2 n 1 1 c. Les variables N et R représentent le nombre de boules de couleur noire et de couleur rouge dans ● l'urne. nAB ⎢ 2⎥ ; ⎢ ⎟ ⎝1⎠ a. x 0,1 0,01 0,001 ⎛ x2⎞ ex – ⎢ 1 + x + 2 ⎥⎠ ⎟ 0,000 172 1,67 × 10– 7 1,67 × 10– 10 ⎛ x2 ⎞ ex –⎢1 + x + 2 ⎥⎟ ⎝ 3 x 0,170 9 0,167 1 0,166 7 b. Or n4 ≡ –1 [d] donc seul s = 8 convient. 39 1 3 14 1 1 6 a. Non, M11 = 2 047 = 23 × 89 n'est pas premier. Comme f est continue et croissante, on en déduit que pour tout n ⩾ 1, en ⩽ αn.
Géométrie dans l'espace • 209 ⎛1⎞ a. Soit M le point d'affixe z. On veut donc 9 = a = 1 + b ; donc a = 9 et b = 8. 4 2 4 4 • Si la suite était géométrique, d'après les deux 1 premiers termes la raison serait égale à – ; 2 ⎛ 1⎞ 1 or u1 × ⎢ – ⎥ = ≠ u2. a ⩾ 501 car b2 ⩾ 0. Démonstration par récurrence en utilisant que Q × P = I3.
x 1 = 1 ⇔ x = 6. Aire du domaine délimité par la courbe représentative de la densité (), l'axe des abscisses, les droites d'équations x = 0 et x = 1. Puis cosu = 2 4eiu 2cosu – e + e –iu + 2 cosu + 1 2eiu 2cosu 2isin u = – = . En 6 coups (6 succès) : ⎛⎜ 1 ⎟⎞ . y b. k–2 2k–2 4. Donc lnx = 1 ou lnx = – 1,5 c'est-à-dire x = e ou x = e– 1,5. Comme vn = 1 – un2 et lim un = 1, on a : n→+3 lim vn = 0. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f (x) = 0 x→0 admet une seule solution a1 sur]0 ; 1] : a1 ≈ 0,21. Donc u est croissante sur]0 ; +3[. P(X ⩾ 1,1) = 0,5 – P(1 ⩽ X ⩽ 1,1) ≈ 2,9×10– 7. Une formule possible en B2 peut être : =SI(RACINE($A2^2 + B$1^2) -ENT(RACINE($A2^2 +

B$1^2))=0 ; RACINE($A2^2 + B$1^2) ; "") 2. Il faudrait, par exemple, vérifier si f(x) < 0. n(n + 1)(n + 2)(n + 3) est divisible par 8 et 3, or 8 et 3 sont premiers entre eux, il est donc divisible par 8 × 3 = 24. f est décroissante sur [0 ; 1] car sa dérivée est négative. x cos x – sin x .
n→+3 47 a. Pour tout n ⩾ 0 : 3 3 an + 1 – – 0,8bn + 0,2 – 7 7 19 1. f '(x) = –sin x ; f 1' | ■ | = 0 ou 1 ou – 1. ● tS : « la personne contactée n'est pas un salarié ». Les conditions sont vérifiées. 2 3. Si à l'étape i de la marche aléatoire, on est sur un des sommets du carré, la probabilité de se trouver en O à l'étape suivante est . e a. Bien que très complet, il ne recèle pas d'importantes difficultés techniques. ln ln 1 1 = = . Donc jOPH = 43,83°. b = 2. ⎝2 2⎠ b.(IG) a pour représentation paramétrique : ⎨x = t ⎪ ⎪ 1 ⎨ y = 1 – t avec t un réel. A2 = ⎛ 0 4 0 ⎞ et A3 = ⎛ ⎞ ⎝ 0 0 9 ⎠ ⎠ b. 10010111 = 1 × 27 + 0 × 26 + 0 × 25 + 1 × 24 + 0 × 23 + 1 × 22 + 1 × 21 + 1 × 20 = 151. P⎛ < F < ⎞ = P(a < X < b) ⎝ n ⎠ = P(X ⩽ b) – P(X ⩽ a – 1) ≈ 0,975 – 0,025 = 0,95. Hérédité : Supposons que 2p > 3 et p . f 2. Suites • 37 2. (1) ⇔ ⎨ x = 2y ⎨ y = 1,5 ⎩ 48 a. G est la primitive de g qui vaut 0 en 0. (( )) ( ) ( ) a→+3 TP 6 Solution unique Posons f(x) = x + x2 + x3 + ... + xn définie sur [0 ;+3[. 0 ⩽ wn ⩽ 2 donc lim wn = 0 (théorème des n→+3 3n gendarmes).
Comme – 2X2 + X + 1 = –(2X + 1)(X – 1) : 2p 2p g2'(x) = 0 ⇔ cos x = 1 ou cos x = – 0,5 ⇔ x = 2kπ ou x = + 2kπ ou x = – + 2kπ. +i (x – 1)2 + (y + 3)2 (x – 1)2 + (y + 3)2 D'où Re(Z) = a. P(X ⩽ 1) = 0,918 54 ; P(X ⩽ 2) = 0,991 44 donc b = 2. – 1 ⩽ sin x ⩽ 1, donc – e 3 ⩽ f(x) ⩽ e 3 . x2 ⎛ 18 000 ⎞ = ⎡⎣ ⎤ 41 41 ⎦ M1 sera situé en O et M2 après O. 4 e. 2 0122 012 a 8 102 325 diviseurs positifs. REMARQUE On peut aussi le voir géométriquement, à la grecque : Hérédité : Supposons que la propriété est vraie au rang p et p est un entier non nul. et 6. zn = tz , n = 26 32 × 5 × 7 × 13 9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 42 n = 0,84. e ⎛ 1 – ⎞ n x ⎝ ⎠ = e ⎛ 1 – ⎞ = dn(x). IIO·rAG = 0 et IIO·tDG = 0 donc (IO) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (ADG). Donc f '(x) < 0 sur]0 ; 1[et f '(x) > 0 sur]1 ; +3[.
d est la droite (AB) or A et B appartiennent au plan '', donc d est incluse dans ''.
Pour chaque plaque choisie au hasard, il y a deux issues possibles : • soit la plaque est défectueuse (p = P(E) = 0,02) ; • soit la plaque n'est pas défectueuse (q = 1 – p = 0,98). La fonction f est décroissante sur]0 ; α] et croissante sur [α ; +3[. h est définie sur]– 1 ; +3[. 36 f et g sont deux fonctions continues sur I = [a ; b]. f '(α) = 0 ⇔ g'(α) = 0 ⇔ f(α) = ... = b.
On peut donc tracer au plus n2 + 2n + 1 = (n + 1)2 segments sans faire de triangle. Compléments sur la dérivation Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Comme la fonction ln est dérivable sur]0 ; +3[, la fonction log l'est aussi et 1 1 log'(x) = × . D'après 1, on a donc : (z – α)(z – iα) = z2 – (1 + 3i)z – 4 + 3i = f(z). Trivial. l 2 (42 ; 54) = {1, 3, 6}, PGCD(42 ; 54) = 6. 7 Activités de recherche et résolution de problèmes 43 1. 38. (un) converge donc est bornée.
Entrée : n un entier Sortie : un nombre Traitement : effectif prend la valeur 0 Pour i de 0 à n x prend une valeur aléatoire de [0 ; 2] b ∫a f (x)dx = F(b) – F(a) = ln (– ln b) – ln(– ln a). z solution de (E') ⇔ Z = –1 + 5 –1 – 5 ou Z = 2 2 car Δ = 5. MA = MB équivaut à x + y – 2z – 3 = 0. 4 ● Z= x + iy – 2 + i (x – 2) + i(y + 1) ((x – 2) + i(y + 1)) (x – i(y + 2)) = = x + iy + 2i x + i(y + 2) x 2 + (y + 2) 2 D'où Re(Z) = x + x– xy x + 2y – 2x + 4) x 2 – 2x + y 2 + 3y + 2 + i (xy . Pour tout réel x > – 1 : = 0, donc lim xn = 1.
P(« CDD ») = P(HS ∩ « CDD ») + P(F . L'aire du domaine hachuré est inférieure à celle du rectangle de largeur 2 et de hauteur f (2) 0 ⩽ a(2) ⩽ 3. Les deux courbes se rapprochent x→+∞ 5 k=-1 114 • 5. 6 94 • 4. ⎡ ⎤ ⎡ ⎤ = ⎢ ⎥ 1 1 ⎪ ⎨ ⎥ ⎨ x + y ⎬ et compte tenu du fait ⎥ x + y que R0 = ⎛ ⎞ , on a bien Rn = ⎛ n ⎞ . ● S K J L B C I I I I × × × × = . x lim k(x) = –3 ; d. 35 1. ⎛ 708 ⎞ 4 3 1 7 × 40 + × 1 000 = 332 et × 40 + × 1 000 = 708. Partie 3 1. ⎡ P2 ⎤ ⎡ ⎤ 234N1 + 235N 2 ⎢⎢ ⎥⎥ ⎢ N 2 ⎥⎥ ⎣ P ⎦ ⎣ N ⎦ On sait à présent que ⎡ 56 –21 ⎤ ⎡ ⎤ ⎡ 1 ⎤ ⎡ 26 ⎤ ⎢ –35 49 ⎥ ⎢ P2 ⎥ ⎢ N 2 ⎥ ⎢ ⎥ ⎣ P ⎦ ⎣ N ⎦ donc on a aussi ⎡ 4 5 ⎤ ⎡ 1 ⎤ ≡ ⎡ 1 ⎤ ⎡ 26 ⎤ .
Pour tout n > 0 : 2 + a.
v0 = 1 ; u1 = 3 4 17 24 ; v1 = ; u2 = ; v2 = . un = ∑ ⎢ ⎥ = 1 × ⎝ ⎠ k=0 5 ⇔ Hérédité : Supposons que Alors up + 1 = up + p = 5 ⎛ ⎛ 1 ⎞ 1 – ⎥ ⎝4 ⎠ 5 ⎞ ⩽ Conclusion : un = n+1 5 ⎞ ⩽ . On montre de même que 6 × 3p – 2 ≡ 2 [p]. PT(M) = P(M ∩ T) = 0,5 × 0,99 ≈ 0,998 99 < 0,999. ⎡ p(1 – p) p(1 – p) ⎤ ; p + 1,96 × ⎥ p – 1,96 × ⎥ ≈ [0,089 ; 0,311]. Il semble que ln soit définie sur]0 ; +3[. Donc, sur [–1 ; 0[, 0 ⩽ ex – ⎥ 1 + x + + 2 6 ⎦ ⎟ TP 3 Distance d'un point à une courbe 1 a.
Si n n'est pas divisible par p premier, il ne le sera pas par ses multiples. Réponse a. 8 13 104 2. 3x – 1 x > –1 b. Chacun est un diviseur commun à 4 437 et 1 914.
⎛1 ⎞ 4. Tangente Tk au point d'abscisse 1 : y = (n – 1)e– 1(x – 1) + e– 1. Sinon, un terme est divisible par 3 et un autre par 2 donc le produit est divisible par 6. 2012 2012 Donc S = 2012 – 68 1 Objectif BAC 2011 a. Comme f(α) = f ⎛ 1 ⎞ = 0, on a β = . ● 156 • 7.
L'aire du triangle DGI vaut environ 0,714. La matrice A est ● ⎛ 0,6 –0,4 ⎞ ⎛ 3 2 ⎞ ⎛ 2 3 ⎞ et la matrice B est ⎛ –0,4 0,6 ⎞. 59 11 11 × = = 0,11 (probabilité d'une feuille). k c. supérieur à 1, 2m + 1 = 22 2k + 1 est divisible par 2 + 1, et n'est donc pas premier. x+2 L'image de 0 dépendra de l'échelle choisie... f(x) = 50 • 2. ⎛ ⎨ xM = a + 1 ⎛ ⎨ xM = a + 1 Le point M est donc sur la droite y = 2x . Par définition de la fonction exponentielle. 1b). La fonction f et la fonction x ↦ REMARQUE f(xn) = –n ⇔ xn = –3 103 1. x2 = 2y + 1. D(0 ; 0 ; 0), I ⎛ 1 ; 0 ; ⎞ , J ⎛ 0 ; ;1⎞ et K⎛ 1 ; ;1⎞ .
f k'(x) = kekx. el – 1 f '(k) ⩾ 0 ⇔ ekl ⩽ (l – 0. La fonction a ↦ l = lA2 a donc les mêmes variations que la fonction a ↦ lA. 3 ⇔ 4i – 5iz = 2z – 1 ⇔ 1 + 3 + 4i = 2z + 5iz ⇔ 4 + 4i = z(2 + 5i) (4 + 4i)(2 – 5i) ⇔z= 29 28 12 – i. P⎡ p – 1,96 × Fn =100 < p + 1,96 × ⎥ n n ⎥ 3 a. nsq + r ≡ (ns)q × nr ≡ nr ≡ 1 [d]. On a bien d. Généralisation de la question précédente. De même, z D = v D A 89 a. S =]– 3 ; 0[∪]2 ; +3[. On en déduit que a deux asymptotes : x = 0 et y = 0.
L'équation a pour solution x = 2,5. Zéro, deux ou mille ? 1 2 – 3i f. lim ⎡ ⎤ = 0 car 0 < n→+3 41 ⎦ 41 On sait que un ⩾ 0 pour tout n donc d'après le théorème des gendarmes, lim un = 0. P2 = AP1 = ⎛ 0,45 ⎞ Dans ces conditions, la proportion de malades 1 converge vers > 0,1 donc la campagne de vaccina9 tion est bien maintenue. g est décroissante sur]–3 ; 0] et g est croissante sur [0 ; +3[.
D'après le tableau de variations, tout nombre strictement négatif a un antécédent et un seul par g. On peut remarquer que les triangles rectangles MHA, MHB et MHC ont les deux côtés de l'angle droit égaux (en effet, comme le triangle ABC est équilatéral, H est aussi le centre du cercle circonscrit, donc HA = HB = HC). –3 2 2 +3 – f '(x) f + 2. lim 2x – 3x + 10 = +3 (voir exercice 99) x→+3 2x – 2x + 10 = +3 (voir exercice 99) x→+3 5 = 0 donc lim T(x) = +3. Si on est en O à l'étape i, la probabilité de se trouver sur un des quatre autres sommets à l'étape suivante est .
y prend une valeur aléatoire de [0 ; 1] d. Pour tout x non nul de l'ensemble de définition : 1 x→+3 (f + g)(x) = x2 – x + 4 (parabole) d'où : lim (f + g)(x) = +3. 45 a. On obtient la bonne valeur avec A = 0,58. k→0 k k→0 k k→0 k →0 x c. x→+3 1. z1 = 2 + i – 4 + 2i = – 2 + 3i donc z1 = 13 . ● 2 MN ≈ 2,41. Le trajet dure une heure, donc t ∈ [0 ; 3 600].
L'énoncé ne demande pas de trouver toutes les solutions. Les courbes représentatives de f 1 et g1 s'obtiennent par translation à partir des courbes f et g. x→1 x + 1 +3 +3 f et 1 1 ⎛ 1 + + ... L'équation a pour solution x = 2 ln(2x – 3) = 5 ⇔ 2x – 3 = e5 ⇔ x = 37 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. On peut conjecturer que la « fonction cosinus » est décroissante sur p p cos > cos 1 > cos . F'(x) = xe–x. x2 – 1 x2 + 1 et e z . n→+3 3 2. 1, l'équation a deux solutions. An = ⎛ 0 0 0 ⎞ pour tout entier n supérieur à 3. Inférieurs à 100 000 : 1,224 %.
D'où 1n + 2 = 1n + 1 + 1n pour tout n . Objectif Bac Sujets type BAC 48 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. Problèmes 96 1. Les diviseurs de 36 sont {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36}. 2+i = 39 • 2 – i donc z 6 = 1. En remplaçant 2 94 01 68 066 285 par : 2 94 01 68 056 585. f(t) > M0 On cherche A tel que, pour t > A, f(t) > 4 140,637. x7 = 1 pour l'heptagone régulier. 1 3 1 3 = 0 donc 1 + j + j2 = 0. I = R.
n n b. 6 81 I D C A a.
partEnt(N/2)→Q. D'où : e80 = 3. 11 564 10 245 .
Voir savoir-faire 3 (loi normale). F(x) est définie et dérivable sur un intervalle où x > 0 et où –ln x > 0, c'est-à-dire]0 ; 1[. Donc v(t) = t + a, avec a constante. a Comme f (178) < M 0 e b – 100 < f (179), A = 179 convient. La fonction sinus est continue en 0. Meyer selon la période toutrisée. Conclusion : Donc un = (n + 1)2 pour tout n . A2 – I2 est inversible donc il existe une et une ⎛ ⎞ seule solution : X = (A2 – I2)– 1(2B) = ⎛ –2/ 5 ⎞ . A × B = ⎛ ⎞ et B × A = ⎛ 0 1 ⎞ . Et z – tz = 2z = z i.
= = 73 × 45 × 49 73 × 45 × 49 160 965 40 1. (uMA , uMB) = arg ⎛ B ia ⎞ ⎛ r – re ⎞ ⎛ eiw – eia ⎞ = arg ⎛ .) + 13x + 70 dx vrai en particulier si H est linéaire. |z – 2i| ⩽ 2 ⇔ MD ⩽ 2. (e–70p – 1 e70p – 1 e70p – 1 ⎞ 2 – e70p – e–70p + 20 = + 20. En étudiant les formes n = 3p ou n = 3p + 1 ou n = 3p + 2, on montre que n, n + 1 ou n + 2 est divisible par 3.
D'où un + 1 – un > 0 pour tout n . *. 62 • 2. Or 0 < x 26 10 812 186 007 = ≈ 1,414 213 562. Donc Pn admet une unique racine sur [0 ; 1] et même]0 ; 1[. 41 1. Même raisonnement. P(X ⩽ 39,8) = 0,5 – P(39,8 ⩽ X ⩽ 40) ≈ 0,023 (utilisation de la calculatrice, par exemple). 20 (2n + 3) – (2n + 1) = 2. On cherche donc A tel que, pour t > A, a eb 100 ⎡ . ⎤ ⎡ 1 1 2 ⎤ ⎥ b. 72 y f 0,2 1 ⎛ 1 ⎞ km·s– 1 donc L ⎛ = L0 ⎛ 30 ⎞ 30 x – 0,2 0 0,2 0,4 – 0,2 b. Tracer la droite (Mala) qui est la tangente Ta. 1 –1 1 ⎛ 1 ⎞ = 1 – x – (– ln x) = f(x). 1–p 0,87 0,13 S 0,91 S 0,09 S F p H (1) Par l'énoncé, P(tS) = 0,11 donc P(S) = 1 – P(tS) ≈ 0,89. Suites • 19 14 a.
10 a. Aucun des deux algorithmes ne calcule l'aire mais ils donnent une valeur approchée de celle-ci. D'après le théorème de Thalès, on a : MQ mM MQ = ⇔ . 51 a. Or vn < 1 00 0 par définition de n0. P(X < 1,1) ≈ 1. Même raisonnement pour le couple (x' ; y'), solution du système : ⎧ . Donc h = 12 et l'intervalle de contrôle est [500 – h ; 500 + h] = [488 ; 512]. g(x) = ex – x – 1 ; g'(x) = ex – 1. X0 = ⎛ 1/ 3 ⎞ ⎛ 1/ 3 ⎞ ⎝ ⎠. 11. p+2 Donc la propriété est héréditaire. i 51 u a. α = 0,57. Donc la tangente en x = – y Γ b est l'axe des a 1 abscisses. Les deux courbes semblent symétriques par rapport à la droite d'équation y = x. Comme les événements G et M sont de probabi7 6 et P(M) =) et comme lité non nulle (P(G) = 42 42 PM(G) = P(G), les événements G et M sont indépendants. |3 + iz| = |3 – iz| ⇔ MB = MC ⇔ M appartient à la médiatrice de [BC]. 3 Les événements E et P ne sont pas indépendants. Compléments sur la dérivation ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p. 75, 8 = –log[H3O+] ⇔ [H3O+] = 10– 7,5. Le camion et la voiture peuvent être représentés sur un axe gradué.
p ⩾ 0,1 et 1 – 50 être compris entre 0,1 et 0,9. Donc 0 ⩽ vn ⩽ 2 pour tout n . Comme B C A, on peut écrire : p(A ∩ tB) = p(A) – p(A ∩ B) = p(A) – p(B). 65 Notons an l'aire du n ième triangle si on les classe dans l'ordre décroissant. Divisibilité dans Z, division euclidienne, congruences • 263 Activités de recherche et résolution de problèmes 54 Partie 1 1. Sur [e– 1 ; 1], 0 ⩾ fk(x) ⩾ lnx ⩾ – 1 et sur [1 ; e], 0 ⩽ fk(x) ⩽ lnx ⩽ 1. ⎛ ⎤ 1 ⎞ 1 – 2 < 10 –8 pour n > ⎛ 1 ⎞ ⎛ 2 ⎞ ln ⎞ ⎛ 2 ⎞ (⎟ 2 ⎠ m On en déduit que la tâche Afficher n Fin 4. 99 100 7 17 S1 10 17 S2 C 1 100 99,5 100 C 0,5 100 C C b. Donc les seules fonctions qui conviennent sont x ↦ aex, avec a constante quelconque non nulle, et x ↦ be–x, avec b constante quelconque non nulle. x 1 +3 – g ' (x) 0 + 0 0 g() 0 d. 2 z1 + z 2 = (2 + 6)2 + 4 = 42 + 12 2 donc z1 + z2 = 42 + 12 2 .
y ⩽ 20 0 11 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. X suit la loi (25 ;0,20). Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : a. 0,23 × 0,75 × 0,76 = 0,131 1. 2(a + 2) 2 3 2 2. Or E(Y) = donc λ ≈ 2 (estimation).
C'est la probabilité qu'un jour ouvrable, le technicien parcourt entre 80 et 120 kilomètres. 11 93 ; u2 = . f(x) = 0 ⇔ 3 solutions. On note f la fonction définie sur I = [0 ; +3[par f (t) = 7 – 2e– 2t. ● 2 0 f 2 x g y 5 b. lim 3x + 7 + 2 x→+3 x + 3 x + x 29 x = 0. Ce sont les multiples de 60. Δ = 9 – 20 = – 11 < 0 donc il y a 2 racines complexes conjuguées : 3 + i 11 3 – i 11 z1 = et z 2 = . x La courbe coupe l'axe des abscisses en A(3 ; 0). cu·wMN = 0, donc Δ est la médiatrice de [MN] ; (M ≠ N). Après 2,4 jours (2,45 par encadrement). Pour p = 0,7, P(880 ⩽ XB ⩽ 920) ≈ 0,995 7. Ces deux tangentes passent par l'origine du repère. Matrices carrées inversibles et applications 6.
un = 0,3 × 2n – 1 puis rn = 0,3 × 2n – 1 + 0,4 pour tout n . * 5 11 2 pn + . b divise 77 et 9 < b < 43 d'où b = 11, puis a = 75. e c. Cette propriété est fausse. 2 3p + 2kπ 2 3p + kπ. PC (A) = 1.
lim 3 = 0. z 2 = 7 ⎛ – – i ≡ – i.
cu = tDH·rAC = (rDA + rAH)·rAC = rDA·rAC + rAH·rAC 1 3 = – AC × AC + AH × AH (via les projetés 2 2 orthogonaux) 2 ⎞ 1 3⎛ 2 3 3 = – AC 2 + ⎥ × AC ⎥ (hauteur du triangle 2 ⎝ 3 2 ⎠ équilatéral) = 0. p c. Et (1 – j)(n – p) = c – jb – a + jc = –a – jb – j2c. ⎨3x + 2y = 4 Pour déterminer M, on résout le système : ⎨ . h lim h→0,h≠0 eu(a+h) – eu(a) = u'(a) eu(a).
Mais vous n'avez plus aucun souci pour les éplucher ! • 25 2 : amplitude de l'intervalle de confiance au n niveau de confiance 0,95. D'où la conclusion. ⎡⎝ 0,4 0,5 0 ⎦ ⎠ c. Oui, car les couples sont premiers entre eux. = lim × h→0 h h 1 ⎛ lim ln ⎡ 1 + ⎤ = lim x ⎝ x→+3 x ⎠ x→+3 2 ex . x→0f 1'(x) = 4. (1 – P(239,6 ⩽ X ⩽ 241)) × 60 000 ≈ 1 365 lames (non conformes). 27 13 268 • 2. 1,5 B0 1 2 0,5 2 x A1 A1 1,5 0 0,5 A0 alors du trapèze ≈ 0,159 A0 A2 y= x 0,5 y = x 0,5 e–1 × (e–1 – e–2) 2 1 +3 e +3 +3 f x 0 4.
La plus petite période possible est : P = 50. On teste alors les quatre couples possibles pour 1 2 5 (125) soit soluy5tème et seuls les couples ⎛) et f ⎛ l ⎝ 0 ⎠ ⎛ l ⎞ ⎞ ⎝ 45 ⎠ tions. y = – x + . un = 3 × ⎛ 1 ⎞ 3 ⎞ . a a a b Supposons que a < b, alors min ⎛ ⎡ ; ⎤ = et 0 < x2 < < x1 (voir (1) et (2)). À la fin de l'exécution de ce programme, on a : R = 8, N = 19 (lors du 3e tirage, la boule tirée est de couleur rouge). Pour σ = 10, P(880 ⩽ XB ⩽ 920) ≈ 0,954 5. La probabilité est ≈ 0,254. Le temps de réaction est 0,5 s. 2 t→+3 Par comparaison des limites, lim a(t) = +3. +3 0 –2 y 7 6 5 4 3 2 1 –1 –2 –3 1 1 x→ 5 0+ . p serait divisible par p2, d'où p2 ne divise pas n.
Donc f x x est décroissante sur]0 ; 1] et croissante sur [1 ; +3[. f ⎡ t + ⎤ ⎡ = Asin⎡ v ⎡ t + ⎛ v ⎞ ⎤ v ⎦ = Asinωt = f (t). p p + 8 2 0 x y 1 0 1 0 x x 1 x x. Soit les suites de nombres réels (un) et (vn) définies pour tout n ⩾ 0 par : aq n + 1 + bq 2n + 1 = 1 n aq1 + bq 2n = (0 1 1 ⎞ 3.
2 4 5 c. Notons ⇒ ⎡< ⎛ lorsque n est ⎞ par hypothèses : ⎛ ⎛ f ' ' b. 91 1. d(x):=min(x-floor(x), floor(x)+1-x). ⎛1 3 ⎝3 ⎞ ⎠ 1 f. L'ordonnée de Q est Le signe de g est celui de f '. 819 = 32 × 7 × 13. f (0) = 6, f '(0) = – 1, donc l'équation de T est : y = –x + 6. x x Donc f est croissante sur]0 ; 1], décroissante sur [1 ; +3[et admet un maximum égal à f (1) = 1. u est dérivable sur R car g et f sont dérivables sur R. sin(7x) . Sur]1 ; 1], f est continue, strictement décroissante et à valeurs dans [h2 ; + 3[. K C A B 13 En notant I le point d'intersection des droites (AC) et (BD), et J celui des droites (DG) et (HC), les plans (ACH) et (BDG) se coupent suivant la droite (IJ). h ⎡ h h ⎤ ⎡ ⎛ 2 car cos 2a = 1 – 2sin2a. On en déduit que f a deux asymptotes verticales : x = – 3 et x = 1. z A – z B = 1 – 2i = 1 – 2i zC – zB 2 3 + i 3 3 (2 + i) (1 – 2i)(2 – i) 2 – i + 4i – i. Raisonnons par l'absurde : Supposons que l'on ait 2n + 2 points A1, A2, ..., A2n + 2 et que l'on trace (n + 1)2+1 segments sans qu'il y ait de triangle. : 2x + 5y + 2z + 11 = 0. f (x) = 9 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. zn = 2n – 5 ⎛ e⎠ 2. Comme g(1) = 0, on en déduit que g(x) < 0 sur]– 1 ; 1[, g(x) > 0 sur]1 ; 3[et g(1) = 0. ⎡ ⎤ ⎛1 ⎞ ⎝ 0,859 ⎠ ⎝ 0,86 ⎠ Si X 0 = ⎛ ⎞ alors X 3 ≈ ⎛ 0,055 ⎥ , X 6 ≈ ⎛ 0,06 ⎥ . ⎝ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥ ⎥ ⎥ ⎛ 0,086 ⎞ ⎝ 0,08 ⎠ 47 41 ⎡ ⎞ ⎡ x ⎥ ⎢ y ⎥ = ⎢ ⎥ ⎛ z ⎢ ⎥ ⎥ ⎥ ⎥ 1. g est définie sur]1 ; +3[. P(A ∩ B) = P(∅) = 0 ; P(A) × P(B) ≠ 0 ; P(A ∩ B) ≠ P(A) × P(B). 49 up + 2 up + 24 5 4 5 ¯ 2. Leur PGCD divise 2, or les nombres sont impairs donc leur PGCD vaut 1. ln x .
La situation ne paraît pas très préoccupante. 282 • 3. Lorsque a tend vers 1 et h vers +3, cette partie du plan devient la zone « infinie » comprise entre la courbe et les deux asymptotes. z5 = 2 ⇔ z = 5 2e 2i kp 5 , où k ∈ {0, 1, ..., n – 1}.
g est décroissante sur]–3 ; 0] et croissante sur [0 ; +3[. Ainsi 1 1 ⎛ ⎞ P ⎢p – 13 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Voir figure en 1. ⎛ ⎞ b – a ⎡⎝ b – c ⎠c ⎞ b – a ⎛ c – a fa exercices d'approfondissement 44 f 1 2p) 1 2p 1 ⎛1 1 1 ⎤ sin 2 dx = x – sin (2x) ⎤ = . ⎤ et L⎛ 2 2 ⎤ ⎥ ⎢⎝ ⎛ ⎞ p⎠ Alors KL = sin(x) . • Graphiquement on cherche une droite horizontale D telle que, sur une période, l'aire de la partie du plan entre D et la courbe lorsque celle-ci est au-dessus de D, est égale à l'aire de la partie du plan entre D et la courbe lorsque celle-ci est au-dessous de D. 8 a = 157 et b = 68. PGCD(a ; b) divise a, il est donc premier avec n. L'utilisation du calcul formel est préférable pour obtenir une seule solution positive : R k2 + 1 – 1 k 2 k2 + 1 , 3n + 1 ≡ 2 [4] et 3n + 3 ≡ 2 [4]. f (–x) = f (x), donc f est paire et admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. P(548 ⩽ L ⩽ 552) = P(550 – 2 ⩽ L ⩽ 550 + 2) = P(μ – 2σ ⩽ L ⩽ μ + 2σ) ≈ 0,95. Pour chaque baladeur choisi au hasard et produit par cette société, il y a deux issues possibles : • soit le baladeur est défectueux (p = 0,2) ; • soit le baladeur n'est pas défectueux (q = 1 – p = 0,8). Vrai (une sur]– 1 ; 1[et au moins f (3)). 3. p = = 0,2.
1– x 2. un + 2 – un + 1 + un = un d'où : PGCD(un + 2 ; un + 1) = PGCD(un + 1 ; un) = PGCD(u1 ; u0) = 1 par récurrence. 262 • 1.
un + 2 Les deux termes du quotient sont positifs, donc finalement un + 1 – un < 0 ce qui démontre que la suite (un) est décroissante. h.
1 1 0 1 0 0 1 1 X 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 59 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. u0 = .
D'après le tableau de variations sur [0 ; 1] puis sur]1 ; +3[, on en déduit les deux solutions de l'équation f(x) = m lorsque m est dans]1 ; 4[. AC = z C – z A = 1 + 2 3 + i(1 + 3) – 2 + i = –1 + 2 3 + i(2 + 3) = 20 . P1(0 ; 3 ; 0) ; P2(0 ; 3 ; 0) ; 1 1 1 IIG = IIC + tCG. + p = p⎡ + 1 ⎤ = p ⎛ 2 ⎞ 2 2 Donc la propriété est héréditaire. La fonction x ↦ 2 + 1 est décroissante sur ⎛ ⎞]0 ; +3[, donc la fonction x ↦ ln ⎡ 2 + ⎤ est égale⎛ x ⎠ment décroissante et (an) l'est aussi. 2 2 2 2 2. La formule 2 est vraie au rang 0. lim f (x) = – 2 et lim f (x) = 2. n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 est divisible par 5. En prenant y = xn : ln(1 + xn) ⩽ xn. La suite (un) semble converger vers ln2. Pour déterminer les paramètres de précision : – 100p1 + 120 = 90 donc p1 = 0,3 ; – 100p2 + 120 = 80 donc p2 = 0,4 ; et – 100p3 + 120 = 70 donc p3 = 0,5. k(x) = x 2 + 25 . a 1,5 1,75 0. ⎝ 0,8 0,4 ⎠ ⎝ 0,4 ⎠ On cherche un état X tel que M 2X = ⎛ ⎞ . Comme le sommet du (n + 1)ième triangle est 2 au milieu de l'hypoténuse du nième triangle, et que les côtés sont parallèles, d'après la réciproque de Thalès, les côtés du (n + 1)ième triangle sont deux fois plus petits que ceux du nième. 3x – 6 3 22 x10n + 2. Suites • 17 L'initialisation assure que les premiers a c et sont dans Fn. Il suffit donc que e soit dans Fn pour b d f n'avoir que des fractions de Fn en raisonnant par récurrence. On étudie la fonction i définie par i(x) = eax – e–ax, puis la position de i par rapport à la tangente en 0, et enfin le nombre de points d'intersection de la courbe à partir de l'équation y = 2x. Son aire vaut 2 11 . X = (I4 – 0,7A)– 1 × 0,3B = ⎛ ⎢ 0,236 4 ⎥ ⎢ ⎥ ⎝ 0,225 4 ⎠ Donc pour 7 000 vélos, on peut proposer la réparti⎛ 944 ⎞ ⎝ 2 823 ⎠ . On peut supposer que la première antenne se trouve au kilomètre 0 (sinon, il suffit de translater). La stricte croissance de 63 prouve qu'il n'existe pas de réel a > 0 tel que la courbe du cosinus coïncide avec la parabole sur]0 ; a[et donc sur]–a ; a[. ⎝ 0 ⎠ ⎛ 50 ⎞ P(X = 1) = ⎛ ⎞ p(1 – p)49 ≈ 0,371 6 . 11 1 ⎞ ; x +2 x—1 –1. 41 (1) ⇔ ((4 e 2x 2x x e – 2 + e + 1 = e + e – 1. En appliquant le théorème de Thalès dans le 1 triangle (DCI), xC'D' = tDC. (14 – 35 ≈ 8,084 et 14+ 35 ≈ 19,916 .) b. h(0,6) = 0 ⇔ ln(0,6a + b) = 0 ⇔ 0,6a + b = 1. f '(x) = n g'(x) g y x 0 x 1 1 ⩽ f(x) ⩽ 400 400 – 0 0 100 100 = km ⇔ x = 5 • . Comme dn(0) > 0, dn(2) < 0 et lim dn (x) = +3.
xn ( ) ln x ln x ln x = –2. L'expressi sion de la fonction de répartition FY est alors en accord avec cette conjecture.
Proposition 3 fausse, car il existe trois valeurs pour lesquelles f(x) = exp(x) : – 1, 0 et 1.
La fonction g est donc bien définie sur]0 ; e[. On a Sn = 1 + q + ... + qn = ln a 1– a a 1 f= = . 64 64 2.
E(X) = 1 5 = . z 2 = 1 + i 1 + z 2 = z ⇔ z2 – z + 1 = 0 ⇔ z = z1 ou z2.
x 2 x c. 20.
233 – 1 = 12 166 = 22 × 553 est divisible par 22. 224 • 10. A(0 ; 0 ; 0), C(1 ; 1 ; 0), E(0 ; 0 ; 1), F(1 ; 0 ; 1), G(1 ; 1 ; 1) et I ⎛ 1 ; 0 ; ⎞ . 1 201 La dimension apparente la plus petite correspond à l'angle le plus petit, donc la hauteur de l'arche devrait être plus petite que la largeur de l'arche. 7x 3 a lim cos h – 1 = 0, on a lim 1 – sin x = 0. ⎝ 41 ⎠ n 40 ⎛ 40 ⎞ < 1. = Or n = E(x) par définition de la partie entière, d'où d(x) = min(x – E(x) ; E(x) + 1 – x). n = 1. Comme lim = 1, on a lim – 2h ⎤ ⎦ X → 0 X h→0 h ⎤ ⎛ 1 ⎞ 2 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. La fonction cosinus est dérivable en 0, donc le nombre dérivé 0. Par suite, la probabilité demandée est : 1 – 0,372 = 0,628. 111 000 = 11 000 ≡ 1 [10]. P(A) = 0,35 ; P(A ∩ B) = 0,35 × 0,25 = 0,087 5 (probabilité d'une feuille) ; P(B) = 0,35 × 0,25 + 0,65 × 0,2 = 0,217 5 (probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles). (21 ; 3 234), (42 ; 1 617), (147 ; 462), (231 ; 294). 49 Si p ne divise pas a, alors p est premier avec a et d'après le théorème de Gauss, p diviserait b.
On peut conjecturer que f est négative sur]–3 ; 0] et positive sur [0 ; +3[.
x→–3 y f 0 –8–6 –2 d. ⎛ n→+∞ n ⎞ 85 a. Montrons que un ⩽ un + 1 par récurrence sur n. 1 = (n + 1)(n2 – n + 1).
Début être_en_O prend la valeur 0 compteur prend la valeur 0 Pour i de 1 à 5 000 faire Si être_en_O = 0 alors choisir un nombre au hasard p dans {0 ; 1 ; 2} Si p = 0 alors compteur prend la valeur compteur + 1 être_en_O prend la valeur 1 sinon être_en_O prend la valeur 0 Fin Si sinon être_en_O prend la valeur 0 1 ⎛1 ⎡3 b + 3 d + 3 o = a ⎥ ⎥ + 1 c + 1 o = b ⎥ 4a + c = 1 ⎥ 3 3 3 ⎥ 4b + d = 1 ⎥ 1 ⎥ ⎥ ⎥ b + 1 d + 1 o = c ⎥ ⎥ a + 4c = 1 . 2 2p + 1 Donc la propriété est héréditaire. Les élèves admis au baccalauréat général sont donc issus d'une de ces trois séries. h'(x) = 2 19 (f 3(u(x)))' = x 2 + 2x – 1 (x a. Il faut retrouver A. Cette variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 1]. (f (0) = 0 et f (10) = 10 donc sur [0 ; 10], f(x) ⩽ x. f(x) ⩾ 0 sur [0 ; 10]. Donc on a f ⎛ ⩽ f(x) ⩽ b.) x (1 – x)g(x) (1 – x) e – x – 1 = x x e –x e –x x ex – 1 – = f (x) – x. Le chiffre des unités est 1. A 54 1 0 b. On conclut par la contraposée. g'(t) = ⎛ – e + t 2t ⎞ ⎛ 2t t x2 ⎞ – ⎛ x02 – 1 ⎞ e 2t . 36 Partie 1 1. I 2 Le message d'erreur s'affiche dans les cellules B14 à B58. Fonction logarithme népérien • 141 La fonction f (x) – g a (x) est positive sur R ⇔ ln0,5 – a ⩾ 0 ⇔ a ⩽ ln0,5. TP 5 Suites de Farey Partie A 1 F1 = {0 ; 1} ; F2 = {0 ; ⎛ ⎞ ⎛ ⎞ } 1 1 1 2 1 1 1 2 1 2 3 3 4 ;1 ; F3 = 0 ; ; ; ; 1 ; F5 = 0 ; ; ; ; ; ; ; ; ; 1 .
(– 11 ; 3) est solution. Donc a – a a cx cx +a+ = 2a.
D'après les questions 2 et 3, la fonction de répartition est constante sur l'intervalle]– 3 ; 0[(F(x) = 0) et également constante sur l'intervalle [1 ; +3[(F(x) = 1). x→0 3 – .
310.
4 On étudie désormais la fonction de l répartition F sur l'intervalle [0 ; 1[. On a : mk ⩾ 0 ⇔ 2k(1 – ln(2k)) ⩾ 0 ⇔ 1 – ln(2k) ⩾ 0 ⇔ 2k ⩽ e ⇔ k ⩽ 0,5e. F(1) = P(X ⩽ 1) = 1. n an–1 a a a + ... (v + u)'(t) = –πsin t.
a c. P ⎛ ⎞ ; ⎞ . 288 • 4. Alors up + 1 ¯ p 3(p + 2) 6p + 6 3+ = 3. F(x) = x + ln x 2 b. : x + 3y + 2z – 3 = 0. ⎝ 6⎠ 6 45 9 1 ; P(tP) = . Hérédité : Supposons que up ⩽ 3 avec p *. d(x) > 0 donc f est toujours au-dessus de g. un = n 2 ⎛ ⎡ 1 + + 2 ⎞ ⎤ = n 1 + + 2 car n ⩾ 0. ln(1 + e–x) = ln((1 + ex)e–x) = ln(1 + ex) + ln(e–x) = ln(1 + ex) – x = A(x). 256 = 28. et n'(x) = x(x – 1)2 (x – 1)2 g. f (x) = 0 : (x = – 2 ou x = 2. i –1 i 1 1 – – = i. ˆ un ˆ 2 n 1 1 ≡ 2 n 1 ⇔ 2n ≡ n 2 2n. Conclusion : un < –n pour tout entier naturel n > 2. 32 1. On en déduit que g a deux asymptotes verticales : x = 0 et x = e. P(X = 0) ≈ 0,59 donc a = 0.
b. (n ; 0) ; PGCD(n ; 0) = n. 1. N = 601. 12 15, 75, 105, 165, 195, 255. A(2 ; 1 ; 2).) r1 = r2 + r3 – r2r3 ⇔ 2cos(θ2 – θ3) 2 Mk Mk + 1 OMk 2 r12 = r22 + r32 – 2r2r3 cos(θ3 – θ2). t → 0 • Pour 0 ⩽ t ⩽ 1, FX(t) = t. 2 009. 25 15 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Donc u est décroissante sur R– et croissante sur R+. ⎝ 2e 2e ⎠ Tangentes communes TP 4 1 Voir fichiers logiciels. Supposons la propriété vraie au rang n ; alors au rang n + 1 : M n + 2 – M n + 1 = M × (M n + 1 – M n) = M × 0,3n(M – I) = 0,3n(M 2 – M) = 0,3n × 0,3(M – I) = 0,3n + 1(M – I) b. h(x) = – ln(x) = 2x. lh(x) = 1hx(x) = 2x.
d0 = 400 – 400e– 2 ; d1 = 400e– 2 – 400e– 4. La distance entre xn – 1 et l'abscisse de G est 3,5. ● 3 a – ib. ℬ est un point continus avec ℬ(0) = 0, (0) = 0 et ℬ(BC) = , (BC) = 0. REMARQUE Si on calcule h' pour trouver les variations de h, on pense par la résolution de h'(x) = 0. Matrice de transition : = 0,25(un – vn) = 0,25tn. Fluctuation et estimation • 247 TP 2 Enfin un programme 1 a. 43 ⎛ ⎡ 1 Pour tout n ⩾ 1 : ⎤ ⎤ 0 ⎞ 0 44 1 n(n + 1) 2 n 0 1 n ⎞ ⎛ . d et d' ont un point commun : A(0 ; 1 ; – 5) ; elles sont donc confondues. 145 2 7,2 = (logM0 – 6,07) ⇔ logM0 = 16,87 3 ⇔ M0 = 1016,87. ⎝ 53 2. 37 1 f '(x) = – 2e– 2x ; g'(x) = – 2e– 2x ; g'(x) = – e 2 38 7⎞ – x ⎛ 3 f '(x) = (3x + 6)e3x ; g'(x) = ⎡ – x – ⎤ e 2. Les coordonnées de M vérifient MA = MF. v–c v v–c v ⩾ 0 u(t) = t3 – t2 – t – 1. 0,888 758 8 A 2. (AF) est donc orthogonale à (BE) et (BC), deux droites sécantes du plan (EBC). Matrices et études asymptotiques de processus discrets • 303 22 ⎛ –4 – 6 – 2 ⎞ a. ⇔ ⎨ + a + b + c + d = 2 ⎥ ⎥ ⎥ c = –4/3 ⎥ ⎥ 8a + 4b + 2c + d = 3 ⎥ ⎥ d = 3 On trouve f (x) = ⎛ 0 0 1 ⎞. Donc OC = b car OC > 0.
La phase de traitement devient : Si la partie entière de 4 est un entier) alors M2 4 Affecter à N la valeur 2 M (Sinon Affecter à N la partie entière de = [0,437 5 ; 0,687 5] . h > 0 : h h ⎛ h⎞ 2 sin ⎥ ⎢ ⎥ ⎝ 2⎠ = h f (5 + h) – f (5) = 0. f (x) = 0,2 + 0,06 × (E(x)+1) 1 0 1 x d. ⎡⎝ 3 ⎞ 3⎠ 9 3 3 ⎝ ⎦ r= 41 a. • Si x1 < xn : alors xn > 1 puis Sn > 1 car les xk sont x1 strictement positifs pour tout k {1, 2, ..., n}. 1 Si x ⩽ 6 ; f ' (x) = x donc f ' (6) = 3. On obtient : ln2 ≈ ≈10 ≈ 0,718 771 403. ⎝ 100 ⎠ ⎛ 100 ⎠ ⎛ 2 ⎢ p ⎥ ⎛ 1. ⎝ 40 ⎠ 2 ⎝ 2 ⎠ • 80 Partie A 1.
D'où x = 2ln2. Non coplanaires car les points A, I, B et J ne sont pas coplanaires. 54 a. Comme f(9) ⇔ – 19, l'arche 49 n'a pas la forme d'une parabole. n→+3 3n n–2 n–2 des gendarmes). (Faire varier le curseur k.) ● b. Donc C =5 = p = 5e 2D – z A 1+ i 4 2e p D'où (rAD , rAC) = – ⎡ 2p ⎤ et ACD est rectangle en A. • « risque assez faible » : niveau de confiance 0,95 ; • les conditions sur les intervalles de confiance sont a posteriori vérifiées. Soustrayons les deux expressions : (1 – j)(m – n) = b – ja – c + jb = –c – ja – j2b (car 1 + j = –j2). 13 1. 2np c. Or g(x) ⇔ g'(x) est croissante, on en déduit que g(x) ⩾ g(0) = 0. (La courbe f a un axe de symétrie : la droite d'équation x = 8.) P(μ – σ ⩽ X ⩽ μ + σ) ≈ 0,68 ; σ = 2. La probabilité qu'un seul des gâteaux ait un taux d'hématocrite supérieur à 60, est presque nulle. 4 16 ⎝ 9 ⎠ 4 ⎝ 4 ⎞ < donc lim ⎡ n→+3 ⎝ 9 ⎠ 9 d'où lim An = n→+3 k–2 n–2 9 ⇒ 3 3× × 4 Or ⎛ 279 3 . Fluctuation et estimation 2.
⎝ 4 ⎠. z 4 = 10 . Vrai : (M– 1)4 × ⎛ 1/3 ⎞ ⎛ 1 ⎝ 3 ⎟ ⎝ 0,21 ⎠ = ⎛ 0,48 ⎥ ; ⎥ ⎥ ⎛ 1/3 ⎥ ⎛ 0,31 ⎠ ⎝ 0,48 < 2 × 0,31.
⎨3x + 2y = 4 Pour déterminer M, il faut résoudre le système : ⎨ qui n'a pas de solution. Pour qu'il soit un carré il suffit que : AB = BC ⇔ (x) – (–x) = eax – e–ax ⇔ eax – e–ax – 2x = 0. I(b) = e. n = 1 × n – ƒ (x)dx (différence de l'aire d'un 0 rectangle de côtés 1 et n et de l'aire entre la courbe et les abscisses.) n ex dx dx = n – ⎡⎣ ln e x + 1 ⎤⎦ n = – ƒ x 0 e + 1 0 n – ln(en + 1) + ln2. a + 1 = ln 2. x a+1 ⩾ 0. f (x) a des racines réelles : 1+ 3 1 z1 = et z 2 = . Autrement dit, il est très difficile, à partir de ce résultat, de remettre en cause la machine pour expliquer le poids de ce paquet de pâtes. Le contenu des cellules D2 et D12 paraît-il cohérent ? On justifie de même les autres probabilités.
Avec x = 1 1 ⎛ ⎞ 1 , x1nx = ln ⎛ ⎥ – lnu. Les diviseurs de 45 sont {1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45}.
g3'(x) = cos x – cos 2x + cos 3x. et d. Donc Δ est la tangente à en zéro. 1 – e a ⎛ Borne ⎞ ⎛ ⎝ a ⎠ 2 Ajouter 1 à Nombre Ajouter 0,1 à y lim f a ,m (x) = 0.) Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. g'(x) = 0 ⇔ cos x = 0 ⇔ x = + kπ. Soit B le point d'affixe 3i et C le point d'affixe – 3i. La probabilité d'être en C après 4 pas est environ 0,56. 144 512 1. Sn = 4 × 2 x3 xn x1 • Ier cas : Il existe, i {1, 2, ..., n} tel que xn x1 < 1. Donc ABC est équilatéral. 2 1,15 y 3 2 d 1 1 ⎝ 1(a,b) = ⎛ ⎡ x 2 – 1 – x ⎤ ⎥ ⎢ ⎥ a 0 4 1,03 2d lim J(a,b) = b 2 – 1 – b + 1.
a2 est premier avec b2 et a2 divise nb2 donc a2 divise n. x + 1 + x – x + 1. 4 4 2 –1 + 5 4 b. lim k–0,k≠0 c. g' t(x) = – 3sin 3t + 9sin t ; g''(x) = – 9cos 3t + 9cos t. Donc f(0) FB = × AB = 40. 297 = 17 [33]. Donc d(x) = –x + f – x+ f 2 a. ● Christchurch (1,1 ; – 104°). Avec remise : Sans remise : 5 5 1 1 × × = .
Par symétrie, G est le centre de la sphère circons6 . E = { z ⎛ C / z + 2 – i ˆ ≡ t et arg(z + 2 – i) ˆ 0} f. f 2 est dérivable sur]0,6 ; +3⎛. ⎝ 9 –11,5 ⎠ 2. a' existe d'après b. On en déduit que est au-dessous de T sur]1 ; 1[et au-dessus de T sur]1 ; 3[. On en déduit que f(x) ⩽ 2 x. z 2 – z1 z3 – z1 p = ⎡ 2p ⎤. h>0 62 Donc f est croissante sur]– 3 ; – 5⎤∪]1 ; +3[et 2x + 4 .
Applications du PGCD Corrigés des activités d'exploration 1 Jeu concours a. 5 Si k < 0 : x1 < x2 ⇔ 15 – – < 10 ⇔ k > 0,2 impossible. Donc m'(x) < 0 sur]0 ; 1[et m'(x) > 0 sur]1 ; +3[. z 2 – z1 2 Donc le triangle est isocèle et rectangle.
En posant x = c. 6 3 d. ⎛ ⎛ C ⎤ ⎛ ⎥ ⎥ ⎛ 1 1 2 3 4 1 1 1 2 3 2 1 1 1 2 3 2 1 1 1 4 3 2 1 1 ⎛ 2 ⎠ 1. Les points A, B et C appartiennent à la courbe de la fonction exponentielle. • encore écrit un = ∑ . lim u(x) = – 3 car lim ln x = – 3.
Donc S =]– 3 ; 0[∪]2 ; +3[: ln(x2 – 2x) = ln 3 ⇔ x2 – 2x – 3 = 0 ⇔ x = – 1 ou x = 3. 1 x0 = . Si 2n ≡ 1 [q] alors 2n ≡ 1 [q], mais m étant le plus petit élément non nul de E, r = 0. D'après a, 0 ⩽ un ⩽ 1. y = 4x – 6 • h'(x) 2n ln 2n b. La fréquence observée de planches non conformes étant supérieure à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 de la fréquence observée de planches non conformes dans un lot de 75 planches. Le reste est 3n – 1 – 1.
Hérédité : Supposons que 0 ⩽ vp ⩽ 2 avec p . Alors 1 ⩽ f(vp) ⩽ 2 d'après 1. Intégration • 175 100 La formule (2) de l'exercice 99 donne : Vn h p ƒ0 pf 2 (x)dx Si l'on considère l'exercice 103 a. Une représentation paramétrique de leur droite 13 ⎡ ⎨ x = 3 – 2t ⎥ 4 ⎥ d'intersection d est donnée par ⎨ y = – t + avec t 3 ⎥ ⎥ z = t ⎥ ⎥ un réel. • La partie entière de 0,22 × 30 étant de 6, et celle de 0,28 × 30 étant de 8, la valeur obtenue à la question 2. I ⎛ 1 ; 0 ; ⎥ ⎥ , L ⎛ 1 ; 0 ; 1 ⎥ ⎥ , J ⎛ 0 ; 1 ; 1 ⎥ , M ⎛ 0 ;1 ; ⎥ ⎝ 4 ⎠ ⎛ 2 ⎞ ⎛ 6 ⎞ ⎛ x = 1 + t droite (AB) est y = 3 – 4t avec t un réel. L'aire entre les deux courbes sur une période est donc 2 4 . Avec θ = θ', on a cos(2θ) = cos2θ – sin2θ et sin(2θ) = 2sinθcosθ. (2) Coplanaires non parallèles (sécantes). Cet exercice est résolu dans le manuel, p. Dans la boucle « Tant que », la condition u = 0,5 est vraie au lancement, la variable m augmente avec un pas de 0,01 et la variable u = g(m) décroît d'après A1.c. et devient inférieure à 0,5 puisque g(0) = 0.
2 2 ⎛ p2 + p + 1 ⎞ ⎛ ⎛ p(p + 1) + 1 ⎞ + = ⎛ . L'étude sur [0 ; π] suffit : on obtient toute la courbe par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées et par des translations. 18 X : variable aléatoire qui à toute copie d'un élève choisi au hasard associe sa note sur 20. ● ⎡ ⎤ ⎤ 2 Le nombre de liaisons différentes est : 2 × 3 + 1 × 5 + 4 × 1 = 15. Puis up + 4 ⩾ up + 1 car la fonction racine carrée est croissante sur +. Le propriétaire doit s'inquiéter de la croissance de ses arbres.
lim g(x) + 1 ; lim g(x) = g(0) = 0 : donc g n'est pas x→0 x→0 x >0 continue. n est pair non nul, donc supérieur ou égal à 2. e5x – 3 = e4x– 2x + 1 ⇔ 5x – 3 = 4x + (– 2x + 1) x 2 – 5x x 5 + 29 5 – 29 ou x = . 8 2 8 Partie B 1. Suites • 27 67 1 1 p 2(p + 1)2 + (p + 1)2 + p p 2 pour 2 + p 2 = (p + 1) p 2(p + 1)2 1+ 2 2 A = p + (p + 2p + 1) + p + p 2 + 1 p p 2(p + 1)2 4 3 f. 6. 29 486 et 8 128. ⎡ 1 ⎤ 0 1 b. Le signe de g' est obtenu comme précédemment avec : g(x) > 0 ⇔ (2x + 1)x – 1 > x + 1 2 ⇔ (x – 1) > (x + 1)2 ⇔ 4x3 – x2 – 5x – 2 > 0 ⇔ 5x2.
Meyer ne peut voyager ⎡ ⎤ ⎛ 14 ⎞ qu'en basse saison. 4 n→+3 1 = n1 – n = (n+1 + n n +1 – n)(n+1 + n) n +1 + n = n+1 + n. un = 4 ⎢n + 4 ⎡ n⌉ 1 + n ⎦ n (= 1 2 n→+3 n+3 4 – n2 + 1 n→+3 b. 3 2 3 2. En l'absence de prédateurs : pour tout n , un + 1 – un = un × 0,045. Les proies augmentent et l'augmentation est proportionnelle au nombre de proies. 1 ⎛ 1⎞ ln ⎡ ⎤ = 577,6. ⎡ ⎤ ⎥ ⎤ ⎥ ⎥ = B + T. f(x) = lim g(x) = –1. 95 La forme du médaillon, avec ses 2 excroissances à droite et à gauche et les 2 parties pointues en haut et en bas, entraîne que chaque « tour » nécessite 6 hexagones de plus que le tour précédent (4 hexagones à gauche et à droite et 2 hexagones en haut et en bas).
Il ne semble pas y avoir de triplet pour x < 3. 44 On lit k(1) = – 2 et k'(3) = 1. hp(70) = px –px 1 e + e 1 + 20 + 2 epx – e–px + 20. f est définie sur]– 3 ; 1[.
2 (0) = N*. g = n – 4. En effet, pour 10, on a 511 nombres possibles (pour 7, on en a 64 ; pour 8 on en a 128, et pour 9, on en a 256).
Les calculs sont les mêmes. (Ou par dérivation.) 7. 19 divise ab. Construisons le triangle équilatéral ECJ où J est à l'extérieur de ADBECF. Δ = 16 – 25 = – 9 < 0 donc il y a 2 racines complexes : 2 z1 = 4 + 3i 4 – 3i et z 2 = 2 2 a. Même résultat pour les autres médianes. D'après la question 1, pour tout n ⩾ 1 : 2 2 x – 6 – 10 142 • 6. 0 ⩽ (1 + x)n ⩽ (ex)n ⩽ ⎡ 1 – x ⎤ ⎥ En posant x = x : ⎛ 1 4 . 102 ⎛ 1 ⎞ ⎛ ⎞ 4 .
Le nombre A est choisi entre 1 et 1 000 000 et on initialise N à 500 000. E est codé par H ; la clé est 3. n→+3 TP 2 Deux approximations du nombre e 1 1 Entrée : Saisir n Initialisation : Affecter à la variable i la valeur 1 Traitement : Pour k = 1 à n Affecter à la variable i la valeur i + factorielle(k) Fin Pour Afficher i Cet algorithme permet de calculer un =1 + n + 1 1 1 + 1 + ... x→–3 x x→–3 x x→–3 x→+3 x et x→+3 x lim f. f (x) = x3 + x – 3 ; h = 0,25 ; b = 2. 39 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. On en déduit que 0 ⩽ ⎛ 2 ⎞ e 2 cas : M se trouve sur [CD] ; la fonction qui correspond à la demi-droite est g(x) = 2x – 6. 11 564 : nombre de personnes qui sont des hommes et salariés. ⎛ 2n – 1 ⎞ 2n 2n – 1 b. f(9) = – 122 • 5. On conjecture que PGCD(a ; b) = 5 si n ≡ 2 [5] et PGCD(a ; b) = 1 sinon. Le signe de la dérivée indique que les ressorts 3p . 144 • 6. 2 La fonction ne peut pas être prolongée par continuité en 0. Autrement dit, la fréquence observée est inchangée : f = 0,521. ● f(– 7) = – b. 2 144x 2 – 24x + 1 f '(x) = 3.
Le programme retourne la valeur de m c'est-à-dire – 2,7. Donc a et b sont solution du système : ⎛ ⎛ –0,44a + 0,88b = 0 d'où X = ⎛ 2/3 ⎞ . La valeur moyenne de f sur [a ; b] est égale à 0,4 si et seulement si f est constante. 540 540 0,631 9 5 1 Au bout du 10e lancer : ⎛ ⎥⎝ × . 70 • 3. a ⎞ 2a ⎠ sont colié r OB⎛ Les vecteurs r OA⎛ ⎡ ln a ln ⎤ ⎛ ln(2a) ⎞ néaires ⇔ ln(2a) = 2ln a ⇔ 2a = a2 ⇔ a = 2. ⇔ Au plus un ν, ici, ν est « au maximum un ». ⎡ 0,2 ⩽ 0,8 0,2 × 0,8 ⎤ n = 64 et p = 0,2 : ⎡ 64 ⎤ = ⎡ 0,2 – 1,96 × ;0,2 + 1,96 × ⎥ = [0,102;0,298]. • re Méthode : 1. Sujets type BAC 79 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. 60. Recherche d'extrema COMMENTAIRE Ce TP aborde plusieurs outils complémentaires : le repérage, la représentation paramétrique de droites, le produit scalaire et l'étude de fonction avec un problème d'optimisation. Une représentation paramétrique de d est : ⎡ x = 1 + 4t ⎞ ⎨ y = 3 + t avec t un réel. Δ = – 3 < 0 donc les racines sont complexes. y T 1 0 π 2π x –π π 2π 2. sera nulle : x'3(t) = 0 ⇔ ta = 54 Puis la divergence parcourue depuis que l'obstacle est 12 700 ≈ 52 m. a2 ≡ n donc n est un carré d'entier et n est un entier.
p3 = 0,5p2 + 0,5p4. Les solutions sont les points de la droite à coordonnées entières. 66'(x) = –sin x + sin a – a cos a + x cos a. La formule distingue trois cas : • 1er cas : Si « 0,42>=G2 » et « 0,42<G2 + » et « 0,42>H2 », alors 0,42>H2>=G2. Comme suggéré par le programme, nous introduisons les complexes par le point de vue historique nécessaire à légitimer leur étude auprès des élèves. La fonction seuil est strictement décroissante sur]1 ; +3[. Pour k = 1, il sera 8 h 45. Pour tout entier n > 0 : 1 1 1 1 +...+ + + 1 – un = n+2 2n 2n + 1 2n + 2 2. Lois à densité a. 1 Si x ∈ [a ; b], f(x) ⩾ 0 donc ∫ f(x) > 0.
0 ⩽ tn < 1 donc lim t n = 0 (théorème des n→+3 n gendarmes.) –1 1 ⩽ un donc lim un = 0 (théorème b. x→+3 1 – ln(1 + x) ⩽ ⎡ ln(1 + x) ⎤ ⎦ . D'après la formule donnée, xG = y 2 1 La fonction est ici x ↦ 2 – x sur l'intervalle [0 ; 4]. a a a3 – a a a3 – a 3 1 0 0 2 6 2 3 24 8 4 60 20 5 120 40 6 210 70 7 336 112 8 504 168 9 720 240 10 990 330 b. 20 1. α = 0. La première conjecture est correcte. Sur]0 ; +3[, f(x) = 2 + x 0 +3 0 +3 f 2 4.
donc lim f(x) = 0. z3 + 2z2 + 2z + 1 = (z + 1)(z2 + z + 1). Donc g3'(x) = (2cos x – 1)(2cos2x – 1). Faux ; par exemple un = (–1)n . 5 ⎛ 5⎞ < 1 donc lim ⎡ ⎤ n→+3 ⎛ 7 ⎠ 7 D'où lim un = 0. On trace n n ⎛ 1 000 k3n pour n = 0, 1, 2, ...10.
Le tracé de la courbe représentative de f est obtenu point par point par calcul. Repérage dans l'espace 3 1 (AI) et (EC) sont sécantes car coplanaires et non parallèles. lim u(x) = +3 et lim u(x) = +3. M(x ; f (x)) ; M'(–x ; f(–x)) ; A(0 ; xA). 1,05n > 2 ⇔ nln1,05 > ln2 ⇔ n > ln1,05 donc n ⩾ 15. Matrices et études asymptotiques de processus discrets lim h(x) = – x→– –3 1 1 – x→– lim h(x) = 1 car lim ⎛ ⎝ 2 3⎠ 6 3 ⎝ ⎛ 2 b.
2v 2v(2t – d) + 2v1(v1t – d)2 + (v1t – d)2 + (v1t – d)2 Premier cas : y T 1 .
f (1) = 2. ⎛ ⎡ KM2 = ⎡ p ⎥ u ⎥ ⇔ ⎥ 3⎠ ⎛ 2 el/ue – cosu = 2 i p 3 2 – sinu – i ⎛ ⎛ 1 3 3 cosu – sin u + i⎥ sin u + cosu – cosu . 2 2 ˆ un + 1 un soit vn + 1 ⩾ vn pour tout n . D'où ε = 1 , soit x ∈ ⎡ 0 ; ⎡ ⎤ m ⎤ ⎛ m 1 ⎛ 1 alors 2 ⩾ m donc Pour tout m > 0, si x ∈ ⎡ 0 ; ⎡ ⎤ m ⎤ ⎛ x 1 lim 2 = +3. Idem pour g.
(Il faudra encore écrire : ex (x) x 2) + 1 2 (e) x 2 (x 2 – 2px + 1). P(X ⩾ 10) = P(10 ⩽ X ⩽ p) ≈ 0,507 (propriété de la densité, symétrie de la courbe) = 0,452 + 0,5 = 0,952 (utilisation de la calculatrice). 2- b. Par définition Δ est continue avec Δ(0) = et Δ(BC) = . . ⎡ 1+ x ⎤ ⎤ x + x ⎦ Pour tout réel x > 0 : 2 f(x) – lnx > 0 ⇔ ⎛ 1 = x < 3.
lim h(x) = lim h→0,h>0 h→0,h>0 ⩾ , on obtient : 10 4 10 4 f (5 + h) – f (5) lim = 0. Tangente au point d'abscisse 1 : y = f '(1)(x – 1) + f (1), soit y = x. Si x ∈ [0 ; 4], la fonction est définie par x ↦ x. Pour tout n ⩾ 1, M n = A + 0,2nB. Sur]0 ; +3[, la dérivée f '(x) = 1 ln x ln 3. En multipliant par le nombre v, on conclut que la variable aléatoire Y prend ses valeurs dans l'intervalle [0 ; +3[. b –x0 a a 2 – x02 F' 0 x K1 F 1 H1 ℰ2 b b →x0 (x – x0) + a 2 – x02 .
P(A ∩ B) = P(A) × P(B) ⇔ (indépendance et probabilités non nulles). ● Les coordonnées des quatre points vérifient l'équation. PA (L) = 0,128 A 3. Soit M(x ; y). Or p ⩾ 1 donc p + 1 ⩾ 2 d'où (p + 1)! ⩾ 2 × 2p – 1 et (p + 1)! ⩾ 2p. Objectif BAC Sujets type BAC Partie 3 5 12 1. La démonstration est la même que celle de l'exercice 99 : on travaille sur le quotient des limites. 3 Si x < a alors dps ⇔ ● (x – a)2 + y 2 . X suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 30]. ● Deux droites parallèles sont coplanaires. A(2) = 17 est premier. (x + x 2 + 1)(x – x 2 + 1) Pour tout réel x ⩽ 0, x 2 + 1 ⩾ x – x 2 + 1 – x – 2 + 1 ⩾ – 1 < 0.
puis z1 = 2 2e 4 .
Pour tout n ⩾ 0 : wn + 1 = 0,8un + 3 – 15 = 0,8(un – 15) = 0,8wn. module = 37 ; argument ≈ 0,88 rad. x x La fonction f est donc croissante sur]0 ; 0,5] et décroissante sur [0,5 ; +3[. Développer des savoir-faire avec l'étude la dérivée d'une fonction mais également, avec le calcul de la primitive et dans un second temps, l'étude d'une intégrale. Si Re(Z) ≠ 0 alors z ≠ 0. Matrices carrées inversibles et applications • 299 ⎛ ⎡ 1,348 ⎥ ⎡ 1,907 ⎥ ⎥ ⎥ ⎛ 2,682 ⎞ 1 3. 507 b. f '(x) = – 0,3x 2 + 2,4x – 3 = 0,3(–x 2 + 8x – 10).
Rad as an 1 mesure à l'x ∈]1 ; +3[. Pour tout n ⩾ 1, 0 ⩽ un ⩽ 2 + a. ● Pour tout n ⩾ 0 : un+1 – un = ... Donc f est strictement croissante sur]0 ; +3[. Initialisation : Pour n = 1, On a donc 13 + 23 + 33 + ... + p3 + (p + 1)3 = p 2(p + 1)2 . Débat avec les élèves, puis par dichotomie : 20 essais maximum. Or g(x) = 0 ● pour tout x réel, ce qui signifie que g, de degré > 0, aurait plus de n racines (même une infinité de racines). I est l'aire de ℰ car 0 ⩽ f(x) ⩾ 0 sur [0 ; 2].
1 et de 2 c. a < 0 ou a > 2 : aucune solution. Ang(Z) = (uBM , uAM). Le point H représente le point M tel que la distance de AM soit minimale, c'est-à-dire le projeté orthogonal de A sur la droite D. x→0 Il ne semble pas y avoir de limites en l'infini. Il possède donc un plus l grand élément. car lim n→+3 c. Comme) –a3 . 294 • 5. n = 50 (⩾ 30). ⎛ ⎥ i ≡ arg ⎡ ⎤ = ⎡ p ⎤ (2) z + 5 – 3i ⎡ 2 ⎤ z + 5 – 3i ⎡ 2⎤ ⇔ (uSM , uRM) ⇔ p [π] et M ≠ S et M ≠ R 2 p [π] et M ≠ S ou M ≠ R 2 (2) ⇔ M appartient au cercle de diamètre [SR] privé de S et de R. 19 14 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. L'équation a une seule solution : – 0,5. N est la limite supérieure de la suite, et est le nombre dont on teste la primalité, i est le rang du terme de la liste dont on teste s'il divise d. Soit un = 5 – 1 divisible par p, d'où a × (a – 1 – 1) un entier divisible par p. P(24 ⩽ X ⩽ 28) ≈ 1,8×10– 8 (calculatrice). Volume : R2h = 250 π. n de fonctions dérivables, éléments mêmes quotients de fonctions dérivables à dénominateur non nul. h est définie sur]– 3 ; 1[. + n – 1 – – n = 2 ⎥ 1 – ⎝ 1 ⎠ pour tout n ∈ N*. ⎝ ⎛ 1 2 ⎞ f'(x) = 12x2 – 4(a + b)x + ab. Lp + 1 = 7 + 9p = 7 + 9p + 1,3 + 5 d'après d. 1 x e 1 ⎛ 2 ⎛ ∫1 x n dx = ⎡ ⎛ –n + 1 x e lim n+ 1 ⎦ e n–1 2 ⎛ = 1 – n – 1 ⎛ ⎞ n – 1 ⎝ –n + 1 ⎠ 1 – 1 ⎞ e ⎠ 1 ⎞ 2 3. 92 93 Sur]0 ; +3[, la dérivée f '(x) = – 2x + 1 + 2 1 . Initialisation : u12 + v12 = 1. 4 ⎡ 4 ⎥ 1 n = 1 ⎥ ⎛ c –d + e = 0 ⎥ 2 ⎥ ⎥ 16a = 1 ⎥ 1d – e = 0 ⎥ d + b + c + d + e = 118 = 2,7.
On définit f sur R par f (x) = sin x – 2x. ⎛ 3 ⎞ ⎛ 2 ⎞ π b. ⎨ 2 ⎞ ⎝ ⎤ 2. Puis 3r1 – 5r2 = 3 = x1 et –r1 + 2r2 = 5 = x2. Donc l'arc après 9 changements d'échelle est : 9 A A = A1 + 6 1 + ∑ 6 × 3k – 1 × k1 = 3A1 + 7 × 2A1 = 17A1. z – 2+i -2iZ – 2 + i c.
ℑt est obtenue comme différence entre les aires de parties situées au-dessus de l'axe des abscisses et positives et h ⩾ y sur]1 ; t[) 1 t1 ℑt = ƒ ℑ – a 1 + f(x) dx – ƒ e dx ƒ f(t) – F(1) = F(t) – 1 + 1. Or f(0) = 1. 2, ℑ(t) = F(x) – ln 2 avec ℑ(1) ≈ ℑ(t) = F(x) – 1 2. On calcule : P ⎢ = ⎡ 2 ⎤ 22,5 ⎥ = ⎢ 22,5 ⎥ = ⎛ 2 ⎤ . La réunion de ces deux événements est l'événement certain E. ⎝ 3,1 10 ⎠ 7 ⎝ 3 0 12 ⎞ k = 3 et B = ⎛ 6 9 24 ⎞ . 1 1 2 2 2 2 ⎝ ⎛ 2 ⎠ ⎞ 1 2 ⎛ 3 ⎟ 1 Donc : Ce sont les personnes qui ont vu ce film une seule fois : 2 000 000. rℓ = ⎛ ⎞ . D'après b, le nombre impair suivant est 2p – 1 + 2 c'est-à-dire 2p + 1. 2 2 2 z – 4z + 1 = 0. ● 7. Enfin, dans la catégorie 30-45 ans, le taux de fécondité est 1 enfant par femme sur cette période de 15 ans. lim g(x) = –3 et lim – kx 2 + 1 = 1 x→0 Partie B a. 8 ƒ0 Donc les coordonnées du point G sont (1,5 ; 0,8).
⎛ La courbe représentative de cette fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. x ⎝ x⎠ Pour – 1 ⩽ x < 0, il existe un entier n non nul : 1 1 – (n + 2)eα – 1 = 1 = a+2 2 2a 2 – a a 2 a+2 2 2 ⎥ a ⎦ – Donc f(α) = α2 ⎝ ⎛ ⎠ a+2 2 2(a + 2) b. A × B = ⎛ ⎞ ⎛ 4 4 ⎞ 3–3 ⎝ 3 ⎠ 10 a. Soit (vn) une suite géométrique de raison q et étant de Fibonacci. 38), dn = (400 – 400e– 2)e– 2n ; dn = 400e– 2n – 400e– 2n – 2 ; lim dn = 0. On a lim(un) = (n4 + ln4×0,3n – 1 ⩽ lm⎞ 5 ; ⎞ . 1 ⩽ 3 Partie B 1. 1 401 + 25 × donc z 5 ≈ 16 16 f. La fonction f est u ⩾ 0 sur]0 ; 1 ⎢ ⎥ x < 0 ; f(x) = x . ⎛ 2 ⎦ ⎛ 2 ⎞ ⎡ 2 ⎤ x→+3 x x x ⎥ ⎥ un b. xn ⩾ yn, donc pour tout n ∈ N, xn ⩾ x + 1 = yn + 1 + 1 et h(x) = x – 1 – ⎛ ⩾ 1 = ⎛ M ∈ (0,1). 1 3 2 3 4 5 6 7 8 3. 1, 2 500 000 1 maximum de f . Donc les autres sommets du carré auront comme coordonnées B(–x ; eax), C(–x ; eax), D(x ; e–ax). c = 12 par exemple. lim g(t) = 0 car lim t→+∞ t→+∞ x = 0 et f(α) = n. n→+3 4. 4 g ⎛ – ⎞ ● ⎝ b ⇒ 0. Géométrie dans l'espace • 203 TP 7 Hypercube On calcule le volume du tronc de pyramide (par soustraction de deux pyramides) à être deux fois : 201 000. Les droites (MJ) et (AC), non parallèles, sont sécantes. ⎛ 1 000 200 20 ⎞ Ex ≠ (1 + x ×10) ⎛ ⎡ –ks + 15k – 5 ⎤ ⎥ e 10 ⎝ ⎠ 1 000 x = ⎛ 1 + 1 ⎞ ⎛ – 1 ⎞ ⎛ 2 ⎞ ⎛ = ⎝ k + 2 – k – 1 ⎠ x 3k – 1 x 3 = lim ⎞ ⎛ ⎠ + 10. Seule la fonction nulle est solution. 276 • 3. 3 2. 2x – 21 2x 3 . x→+3 1 –x 1 → 2x. Partie C 1. Suites • 29 Soit n = 1 – 2. p = 1 – 5 ou p = 1 + 5 2 p = 1 + 5 2 p 2 – p 1 + 5 – 5 car donc ne convient pas. p(0) = 0 donc g est négative ⇔ ln(1 + y) ⩽ y sur]0 ; +3[. Les primitives de la densité f sur l'intervalle]0 ; 1[sont les fonctions F définies sur cet intervalle par : F(x) = x + K, K étant un nombre réel. VICTOIRE 5. f '(x) = 5x e – x→+3 x2 2 1. A(2 ; 0 ; 0) ; B(2 ; 3 ; 0) ; C(0 ; 3 ; 0) ; D(0 ; 0 ; 0) ; E(2 ; 0 ; 1) ; F(2 ; 3 ; 1) ; G(0 ; 3 ; 1) ; H(0 ; 0 ; 1) ; I(1 ; 0 ; 0) ; J(0 ; 1,5 ; 0) ; K(1 ; 1,5 ; 1) ; N(0 ; 3 ; 0,5). Initialisation : u0 = 0 et u1 = 4 donc u1 < u0. 2 2 w = 2k – 3 ⩽ 2n – 3 ⩽ 2n – 2 b. Pn + 1 = Ln – 1 + Ln + 3. Donc Pn + 1 = Identique au 2.
Fonction logarithme népérien n∈N: an + 1 – an = an2 – an + 1 = (an – 0,5)2 + 0,75 > 0. En entrant une valeur de α strictement inférieure à α, l'algorithme affiche bien en sortie une valeur approchée de la plus grande distance IA. f 1(u(x)) = u(u(x)) = . Pour trouver une primitive d'une fonction polynôme : • on identifie les coefficients ; 68 1.
n0 = 2m1 + 3m2 + 2m3 = 233 est solution. Sur [0 ; 2π] : +3 –3 ⎞ 2 ⎛ 3 1 cos x – sin x ⎤ ⎡ 2 2 3⎝ ⎞ ⎛ – sin x ⎟ e = ⎛ cos x – 1 ⎞ 3 92 1. u→+3 u 1+ u lim f (x) – x = lim 1 – x + ln(1 + x) x→+3 1 2x –2 –2x = < 0. On pose A = x x 2 1 – –x ex a.
La matrice A est inversible donc le système formé par les équations des trois plans a une unique triplet solution ; on en déduit que les trois plans sont sécants en un point de coordonnées : ⎛ ⎛ ⎛ 4 ⎞ ⎛ ⎞ 4 ⎞ A–1 × ⎛ 2 ⎞ = ⎛ 26 3 ⎞ . 7−2 3 7+2 3 Il s'annule pour et . 6 ⎛ 3 ⎞ 72 a.
Par récurrence : Initialisation : 1 ⩽ u0 ⩽ 2 et 1 ⩽ u1 ⩽ 2 car u0 = 1 et u1 = 2. m2 = 21 et m3 = 15.
n 89 0 y +3 + (3. ℱ est l'aire entre la courbe de la fonction exponentielle, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = . z + tz = ⎛ 2 b2 ⎡ ⎛ 4a 4 – 4aa 2 – b2 = 0 (1) (S1) ⇔ ⎛ ⎨ a – 4a 2 = a ⇔ ⎛ ⎨ 2ab = b ⎥ 2ab = b ⎥ 4k donc (2 – k)tz = 4k. 1,5 –2,5 ⎞ ⎝ 0 ⎠ ⎛ e. wKM⎛ – ⎤ . Damien (son logiciel…) a raison car : 1 1 = ex +1 – x+1 = ex + 1 – e–x – 1. On ne pourra pas montrer que pour tout n ⩾ 0, un ⩽ 0, car u2 = ≈ 0,13. G(x) = ex – e5x 1 x 1 c. ⎞w = 1 ⎛ 0 5 1 b. Matrices carrées inversibles et applications • 297 43 Dans le cube, on a : (NA, rAB, nAE) : rBD(– 1 ; 1 ; 0), nBG(0 ; 1 ; 1). ⎛ – 3 ; 1 ; 1 ⎞ , PGCD(3 001 ; 5 003) = 1. f '(x) < 0 = ⎡ x = ⎤ = kn ou t = k = 1Ecos2(9x) – 9. Donc pour tout réel k, et dk ont un seul point d'intersection. Les plans (BDI) et (BJK) sont perpendiculaires.
Faux : ondulations autour des abscisses en –3. up + 1 ⩽ up + 2 donc la propriété est héréditaire. ⎧ x = –1 + 2t ⎨ y = 2t – 1 t ∈ R est la droite d'intersection des ⎥ z = t ⎥ plans et ℛ. ⎡ ⎤ ⎛ –4 ⎞ b. Pour k ∈ [0 ; 1], (k) est la diagonale d'un carré de côté (1 – k) donc (k) = 2 (1 – k). Xn + 1 = AXn avec A = ⎛ ⎞ . Les points A et B se placent aisément. zA + zB = 7 + i. P(C) 0,958 240 = 11. Pour tout réel x > 0 : fn'(x) = –n – (lnx + 1) = –n – 1 – lnx. La matrice I 3 – M = ⎛ –1 – 1 – 1 ⎞ n'est pas ⎡ ⎤ ⎥ –1 0 0 ⎞ ⎠ d'équation MX = ⎡ b ⎤ de ⎢ ⎥ ⎥ ⎥ c ⎞ L'équation MX = ⎛ 4a + 4b + 4c = 0 ⎞ . Safia répond au hasard aux 20 questions posées qui sont implicitement indépendantes. ⎡ ⎝ donne limite qui vaut 0, et lim un = e. Elle aurait atteint cette vitesse en 1 min 30 s ce qui ne pose pas de problème pour une voiture atteignant les 160 km·h– 1 (par exemple les caractéristiques d'une Peugeot 206 essence 1.1 indiquaient en 2009 une vitesse maximale de 160 km·h– 1 et 15 secondes pour passer de 0 à 100 km·h– 1). 60 On en déduit que pour tout x ∈]1 ; +3[, f (x) > . On a égalité si f '(x) est celui de u(x). 10 b. On teste les deux premiers nombres à 11 = les nombres premiers à M11 = 45 de la forme 2ap + 1. L = ∫ (1 – f (x))(1 – g(x)) dx L = ∫a (1 – f (x) – g(x) + f (x)g(x)) dx a b b b b 61 a. Le point A est centre de symétrie de la courbe. ● Déjà, on a lim x→0 x→0 x = –∞ x→0 x→1 ⎛ x→0 = b(bx – ln(x)) d'où l'on Si (x + ... + x) ... ⇒ ... x ⎡ – b(ex – 1) – ln(x)]. Pour avoir l'information, on x → x + t (x) donc x + y = ... = 1x = 1 ⇒ ... (bien lu)... ≈ ... x + y + t(x) dx. x = ... et sur [e;+3[... = ... x ... Donc il existe b∈]1;+3[, x→1 ... donc des... = x ... e–x ...
=b→a+ –] + K b. Cette tangente coupe l'axe des abscisses en x k tel k–2 que 0 = (k – 1)e– 1)e(k – 1 – k), d'où xk = – 1. Oui, pour la première édition, l'entreprise affirme que 15 % des galettes qu'elle fabrique, contiennent une fève en forme de tour Eiffel. 25 25 44 = – 8,8. lim 61 a. Le point A est centre de symétrie de la courbe. ⎛ x < – 1 Pour la formule ENT(6*ALEA()) + 1 : 0 ⩽ 6x < 6 2. Pour o2 = 0,21, P(15,5 ⩽ D2 ⩽ 16,5) ≈ 0,983. x 1 0 Or lim 1) 2 0 dt – ∫ t 2e–t dt = ∫ t 2e–t dt – ∫ t 2e–t dt – ∫ e–t dt x = –t 2 0 (1 dt – ∫ t 2e–t dt et l'aire Comme f (x) ⩽ g(x) sur [0 ; 1] : 2 f 1 –t 2 ∫0 e 1 e1 1 2 0 2 2 1 2 0 2 1 – 2n – 1 n c. 1 1 1 1 1 × × = . Les formules sont similaires, aux signes près, à celles en sinus et cosinus. Faux ; par exemple un = 1 + 1 . f est croissante sur]0 ; 2[et décroissante sur [0 ; 2[et décroissante sur [2 ; +3[. Démontrons que la propriété est héréditaire et qu'elle est vraie pour le rang p + 1. Alors 5p + 3 = 5p + 2 × 5 ⩾ 5 × 5(4p + 2 + 3p + 2) ⩾ 5 × 4 p + 2 + 5 × 3 p + 2. g est donc continue en 0,11. f(x) = = = h2 + 4 – 2 = h2 + 4 – 2 h2 + 4 – 2 h2 + 4 – 2 h2 – 4 – 2 × 0,25 h2 h 4h2 + 4 – h2 + 8 4h3 –h 4 = 4 (h2 + 4 + h2 + 8 (h2 + 4 + 4 – h) 2) .
Donc a = 0 et b = 0. ● Au moment du dépassement, la vitesse de la 800 400 = = 44,4 m·s– 1.
ABD est équilatéral direct donc d – a = j2(a – b). 18 1 ⩽ exp(7 – 2x) ⇔ 0 ⩽ 7 – 2x. Comme h(1) = 0, on a : ∀x ∈ I, h(x) = h'(1) × lnx. n = 8 et m = 6. 3 4 1 1 ˆ up + 1 ˆ ˆ 1. Première possibilité : a = – 4 et b = 2. 3 ∑i ⩽ V ⩽ n i=0 n 1 n=1 n–1 Or n h ⎛ R h⎞ ⩽ V ⩽ ∑ p⎛ ⎛ i=1 h n ∑i 2 i=0 n3 2 n – + et 3 2 6 n ∑i 2 i=1 n3 n n 2 + . lim x→0 x–0 x bien : Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. La concentration de produit augmente jusqu'à – 10 ⎝ ⎠ d – 1 e 80 ⎝ , puis à partir de l'arrêt c⎛ x ⎞ ⎛ un maximum de la perfusion décroît en tendant vers 0. L'algorithme proposé affiche une valeur approchée du maximum de la différence g(x) – f(x). On en déduit que pour tout réel x > 0 : 3 ⎛ 1⎞ g(x) ⩾ g(0,5) = = . A est inversible car les lignes sont pas proportionnelles.
Par identification ⎧ ⎛ 4a + 2b + g = 12 ⎡ g(0) = 0 donc g(x) ⩾ 0 sur R. 2 (tmO + tOQ) k. Or hmO = 2 2⎞ ⎛ ⎝ 1 – ⎟ tmO = tOQ k k–2 2 tOQ. Non, les valeurs obtenues à l'aide et sans le programme différent.
4 4 ⎝ 4 ⎛ 1 3 3 Donc KM2 = – cosu – sin u + i⎥ sin u + cosu – cos u = sin 2 u + cos2 u 2 u + sin ucosu + sin2 u + sin ucosu 4 4 2 = 9 3 3 3 1 3 3 cos2 u + cos2 u + sin ucosu 16 16 8 16 16 8 = 1 3 3 sin 2 u + cos2 u + 2sin ucos cosusin 3 3 3 3 p⎞ ⎠ ⎛ + p ⎤ . (IJK) : 4x + 2y + 6z – 7 = 0. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule E2 pour obtenir la fréquence associée à l'effectif de la cellule D2 ?
4 89 84 (1 (2 –5 + 29 c. Pour tout réel x > 0 : 2 2 f(x) – lnx = ln⎡ 3 + x ⎤ – lnx = ln⎡ 3 + x ⎤ .
102 • 5.
F5 = ⇔ 535, qui est pair, donc on peut s'arrêter à 65 535. Partie B Soit f solution de (E) et k constante réelle.
x1xn + 1 Nous n'avons aucune certitude quant à x1xn + xn + 12 – xnxn + 1 positif... Ce qui est même faux en prenant x1 = 2, xn + 1 = 3 et xn = 25 par exemple.
1 – 0 • Pour t > 1, FX(t) = 1. un = n2 ⎛ –3 + 4 + 2 ⎞ ⎛ un = 3 ⎠ 1 ⎠ d. On en déduit un = –3. 46 ⎛ –0,6 0,3 ⎞ ⎛ 1. La tangente T à la courbe en A ⎛ ⎝ e ; + e ⎞ parallè⎟ e⎠ lèle à d. Fonction exponentielle • 107 ( ) ( ) ( ) ( ) (e – 1) = e (e – 1) = 2 27 b. x b. A(a ; ea) ; B(a + 1 ; ea+1). En développant, (z – α)(z – iα) = z2 – αz(1 + i) +iα2.
Pour x < – 1, h est positive. La valeur est négative.
31 P(A) = P(A ∩ B) = 40 40 25 ; P(B) = ; P(C) = . lim f (x) = +3; lim g(x) = –3 ; x→+3 d.
(On pourrait démontrer que la fonction est définie en 1.) b. x 2x- 1 (e – 1) = 0 ⇔ x = 0 ou x = 1. Soit N l'image de z1 et P l'image de z2. 6 Mêmes restes 1 Le reste de 608 et de 487 dans la division euclidienne par 11 est 3. 2 Les variations de f et le théorème des valeurs intermédiaires montrent qu'il existe et tels que : f () > 0 ⇔ < . 4 4. ⎥ ⎥ ⎥ Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ● On peut mesurer la distance à la ville d'Auckland et mesurer l'angle par rapport à l'équateur. 1 1 d.
Pour tout x non nul de l'ensemble de définition : ⎛ 1 ⎝ 1 c. n Partie de probabilité de réussir pour n ⩾ 8. ⎛ a⎞ 1 1 6 Définition d'un : ln(a) = ln(a2) et ln(b) = ln(a3).
–≤ ⎛b ⇔ 5 Donc g(x) = 2x – 2x = 5). (1 ; 1). f (x) = 3 : une solution. Posons Δ(x) = (x) – ℬ(x). (G2 et H2 étant les extrémités de l'intervalle.) Conclusion : 0,42 n'appartient pas à l'intervalle de confiance considéré. A Γ C v O z B – z C 1 – 2i – 1 – 3 – i – 3i = 3 = z A – z C 1 + 2i – 1 – 3 – i – 3 + 3i)(3 – 3i – 3 – i3 – 3 + 3i) 4 (82 Partie A 1 f(x) = f(x) = x. f(x) = f (1). F'1(x) = ln(x + 1) + x + 1I1 = F1(1) – F1(0) = 2 ln 2 – 1.
Donc mvn ⩽ vnun ⩽ Mvn pour tout n . DEBARQUEMENT 3. x2 x b. vn = 1 + 1 2+ 2+ 94 1. 142 142 305 76 76 × = ≈ 0,17 (probabilité d'une 447 305 447 feuille). 2 x→ f i O f 1 x y f 1 0 ℓ 2 j x A ℓ y 1 i 1 x 7. Initialisation : a0 + 1 = – 0 + 1 = 1 ≡ a1. n+1 D'où (un) est strictement croissante. La fonction f est continue en 1 si lim f (x) = f (1). F'1(x) = ln(x + 1) + x + 1I1 = F1(1) – F1(0) = 2 ln 2 – 1.

Partie B 1 Pour chaque pas, il y a deux issues possibles : ● • soit la personne se dirige en diagonale droite (p = 0,5) ; • soit la personne se dirige en diagonale gauche (q = 1 – p = 0,5).
Pour k = 4, l'unique élément de S est : n = 43 + 85 × 4 = 383. ⎝ n n⎠ ex – 2 1⎞⎛ On a an = ln⎜ 2 + ⎟. Ils sont premiers. (2 + 3i) (– 5 + 2i) = – 10 – 15i + 4i – 6 = – 16 – 11i. lim f1(x) = –3. 16 11 Étape 1 Les trois fonctions f, g et h sont continues sur ℝ. 6 n ⎛ 5⎞ 1– ⎜ n ⎟ 6⎠ 1 = 1 – ⎛⎜ 5 ⎞⎟. L'appui du logiciel permet ici de conjecturer les variations de fonctions sur un objet dynamique.
31 a. n→+3 n→+3 2 99 1. Comme lim e n = +3, lim x→+3 x→+3 ⎛ ⎜ ⎝ x ⎞n n e = 0, et donc lim dn (x) = +3. 102 1. x→+3 30 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour 3 étages : 1 + 3 +6 = 10 il faut 10 truffes. Pour tout réel x > 0, 96 b. y (x 2 + 1)2 (x 2 + 1)2 Partie B a. Donc f est dérivable en 0. lim (x + 3)(4 – x) = –3 . Ou encore REMARQUE La vitesse est maximale en valeur absolue en t = 5, 15, 25,..., 55. 0 ⩽ xi < a pour 0 ⩽ i ⩽ n.
D'après le tableau de variations, la courbe de la fonction exponentielle est toujours strictement au-dessus de sa tangente, sauf au point de tangence. y 52 1. 11 564 c. Supposons donc qu'il existe un rang n tel que un ⩾ p pour un certain p ⩾ 1 donné. Dans le triangle AHD rectangle en H : AD > AH et AD > DH ; de plus : AH = 1 1 AD. Il y a Sn nouveaux triangles à l'étape n + 1. Fonction exponentielle -0,03 -0,01 2 Recherche d'une fonction f telle que f ' = f Partie A 1 f '(x) = 0 = f (x). 0,3 0,7 0,8 B 0,2 B 0,8 B A A 0,2 B b. α ≈ 1,689 580 à 10– 6 près ; α ≈ 1,689 579 719 060. Pour tout réel x > 0, f '(x) = 1 – Partie B 1. ABEG = .
x→–3 x→+3 2. De plus, AB2 + AC2 ≠ BC2 donc ABC n'est pas rectangle en A d'après la contraposée du théorème de Pythagore. m ⩽ un ⩽ M pour tout n . → σB ≈ 9. On a 1103 – 2 × 201 000 – 503 = 804 000 m3. Pour x compris entre 0 et 2, aire d'un trapèze de x (4 – x) côtés parallèles 2 et 2 – x, de hauteur x : . Il y a donc 3 × 4n – 1 nouveaux triangles. un + 1 – un = un2 + 2un. Une dent de l'arbre secondaire ne rencontre qu'un creux sur quatre. Cela peut se montrer en plusieurs étapes : • les solutions sont celles où α est nul ; – 1. 2 D'après le tableau de variations de f : f(x) < 0 pour x ∈]–3 ; 0[∪]0 ; 1[, est au-dessous de l'axe des abscisses ; f(x) = 0 pour x = 0 ou x = 1 ; f (x) > 0 pour x ∈]0 ; +3[, est au-dessus de l'axe des abscisses. p à x 3 Affecter 0 à n1 Tant que x ⩾ a Affecter x – 2π à x Tant que x x 2p à x 3 π 0 –sin x Affecter 0 à n2 – 1 cos x Tant que x ⩾ a –1 Affecter x – 2π à x Tant que x x Affecter x + 2π à x Tant que x ⩽ b cos x Affecter n2 + 1 à n2 Afficher n1 + n2 sin x 56 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. x→+3 x→0 b. ● Les points J, K, B et C sont coplanaires donc les droites (JK) et (BC), qui ne sont pas parallèles (contraposée de Thalès), sont sécantes. L'ensemble des points M d'affixe z tels que z –1+ i est la droite (SR) privée de S. 9,592 %. Or 1 n +1 ⎛ n⎞ n n +1 =– . x→+3 lim f (x) = lim f (–a) = lim – f (a) = – 3. Lois à densité • 235 TP 6 Poids d'un bébé X : variable aléatoire qui à tout garçon de trois mois choisi au hasard associe son poids en kg. Afficher y y 0,1 Affecter y + 2π à x Fin Tant que R1 R2 b. Comme un + 1 > un, un est le reste de un + 2 dans la division par un + 1. x3 lim – 30 + 10 20 x 2 + 1010 x – 1 = –3. n + 1 = . un 1 f (vn) , = – 1. L'aire A d'un trapèze : b –x0 b b –x0 b (a – x0)+ a 2 – x02 + (– a – x0)+ a 2 – x02 a a 2 – x02 a a a 2 – x02 a 2a 2 A= b b.
x→+3 x→+3 ln x = 0, x Si a = 0, lim f (x) = lim x→+3 x→+3 ln x = 0. (n – 1)2 ⩾ 0 ⇔ n2 – 2n + 1 ⩾ 0 ⇔ n2 – n + 1 ⩾ n. nAB⎜ 2 ⎟ et rAC⎜ 1 ⎟ sont orthogonaux donc le⎜ ⎟⎟ ⎜⎝ –1⎠ ⎝ 2⎠ 77 a.
13 X2 – 5X – 1 = 0 ⇔ X = cos x = 5 + 29 5 – 29 ou X = . À partir du moment où le freinage commence, les deux positions sont données par : 6 8 x3(t) = – t2 + ct + d et x4(t) = – t2 + et + f. ● i+1 (–1)i+1 (–1)i+1 2p ⎞ ⎞ ⎛ ⎛ 2p ⎞ (–1) fi ⎛⎜ x + = sin⎜ i⎟ x + = sin(ix + 2π) = sin(ix) = fi(x). Pour k = 1,5, m1,5 < 0, donc d'après le tableau de variations, d1,5(x) s'annule deux fois. Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, pour tout k ∈ ℝ, l'équation f(x) = k a une seule solution dans]– 3 ; 1[. Par conséquent, K doit être un nombre réel positif. (λ) = p ∫ ⎜ x ⎟ dx –1⎝ e + 1 ⎠ – ⎛ x 0 e ex = p∫ ⎜ x – –1⎟ e + 1 – x e +1 ⎝ ( ) 2 ⎞ ⎟ dx ⎟ ⎠ e dx , c'est-à-dire 1 1 0 0 1 n ∫0 x dx = 1. 1 2 a. 2 AD. ax x Pour tous réels x et a strictement positifs, la fonction f(x) = ln(ax) – lnx est dérivable et f '(x) = 0. ⎝ 2⎠ ⎝ 2⎠ b. ⎛ 1 3⎞ ⎛ ⎛ 2p ⎞ ⎛ 2p ⎞ ⎞ e. P(X ⩾ 19) = 0,5 – P(15,25 ⩽ X ⩽ 19) ≈ 8,8×10– 5. • le coefficient directeur de la tangente en (x0 ; f (x0)) à la courbe k est f '(x0).
On en déduit que pour tout réel x > 0, f (x) ⩽ – 2 < 0. REMARQUE On réinvestit ici la loi binomiale (vue en classe de 1re). 75 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. (1) (1) ⇔ (x + 2)2 + y2 = x2 + (2 – y)2 (1) ⇔ 4x + 4 = 4 – 4y (1) ⇔ y = –x • Si x ∈ [– 2 ; 6] alors H ∈ [AB] donc dps = MH. up +1 ⩾ up.
24 2 2 – 1 4 x2 x2 x + ⩽ 1 – cos x ⩽ (1) 24 2 2 x x x2 ⩽ 1 – cos x ⩽ 1– 2 12 2 x >0 x→0 x f –2 –3 –4 Les fonctions f et g ne sont pas continues. (2) (2) ⇔ y2 = x2 + (2 – y)2 (2) ⇔ 0 = x2 + 4 – 4y 1 2 x +1 4 • Si x > 6, alors H ∉ [AB] et dps = MB. D'où ex ⩾ 1 + x sur ℝ. 2 p ⎞ ⎛p – d. 2 Z ∈ ⇔ (uBM , uAM) = 0[π] ⇔ M appartient à la droite (AB) sauf B. Donc est dans le demi2 x plan d'équation y ⩾ . Non coplanaires car B, D, I et J sont non coplanaires.
D'après a, –7 + i –7 – i 25 De même, 3 – 2i 3 + 2i – = 2i Im(Z) puisque Z – sZ = 2iIm(Z). ⎝ 2 2 ⎠ 1 ⎛ a⎞ yI = ln⎜ 2 ⎟ = 0,5ln(2xI). y 6 5 4 3 2 1 – 2.
f(2) = – 3 + ln2 ≈ – 2,3 et lim f (x) = +∞. x→0 u→+3 Donc lim ln(1 – ln x) = +3. 191 + 680 + 82 + 47 = 1 000.
f '(x) = – sin 2 x c. g(1 + h) – g(1) h 1 = – , d'après le logiciel h+1 h h+1 de calcul formel. rDB = nAB – rAD 9. 3 15 5 0,46 0,369 P 0,577 P 0,423 P G 2. ● Δ = 4b2 + 4a2 > 0 si a et b non nuls en même temps, et ici a ≠ 0. ⎝a ⎠ 2a 2a ⎠ . –1 + 5 = x ⇔ –x2 + 5x + 1 = 0 x +1 1. La suite (un) semble être décroissante et convergente vers 1. Identité de Bézout car a et 26 sont premiers entre eux. car i(x) = 1 + 4e–x + 4e–2x 1– – + +3 –6 e Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Si k ⩽ 0, alors l'équation a une seule solution. • 1re méthode : • 2e 60 41 59 7 + 11 + 11 70 + × = = 0,7. x→–3 x→+3 Le tableau de variations de g, continue, permet de conclure. ● C'est un complexe. Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : 1 1 ⎤ ⎡ 1 1 ⎤ ⎡ ⎢ f – n ; f + n ⎥ = ⎢ 0,562 5 – 64 ; 0,562 5 + 64 ⎥ Par contre, par la question 2, on peut dire avec un risque assez faible (niveau de confiance 0,95), que la proportion de personnes en France qui ne sont pas favorables à la sortie du nucléaire se situe entre 43,75 % et 68,75 %.
P(E1 ∩ E2) = P(E1) × P(E2) (événements supposés indépendants) = P(17,5 ⩽ D1 ⩽ 18,5) × P(15,5 ⩽ D2 ⩽ 16,5) ≈ 0,988 × 0,97 ≈ 0,958.
X1 = ⎜ ⎟ ⎜ ⎟ ⎝ 0,25 0,25 0,25 0,25 ⎠ ⎟ ⎟. ⎝ 4⎠ p 1 2 5 3 3 2 Hérédité : Supposons que vp – up ⩽ ⎛ 1 ⎞ où p . p(p + 1)(2p + 1) .
Par exemple, un = n et 1 vn = n + . (lim n = ln2. P(0,45 ⩽ F ⩽ 0,50) = P(225 ⩽ X ⩽ 250) ≈ 0,68. ∫ f (x)dx = F(1) – F(0) = g × ⎛⎜ – + – + – ⎞⎟ = g × . lim = 0. Si a > 1, il n'y a pas de couple solution car f (x) < 1. 3 3 ⎛ ⎜ = ⎜ ⎜ ⎟ ⎝ ⎛ 1 ⎞ ⎟ 2 ⎟ ⎟ ⎟. 4. Limites de fonctions 5+h – 5 = h h donc lim h→0 h>0 e. ⎦⎥ 3 ⎥⎣ La monotonie de (un) dépend de u0 et u1.
x→+3 l 3 Pour σ2 = 0,22, P(15,5 ⩽ D2 ⩽ 16,5) ≈ 0,977. 1 1 pour tout n *. C'est donc la page 59 qui a été comptée deux fois. 17, 41, 73, 89 et 97. 3 3 f. Pour tout réel x : = x→+3 x – x2 + 1 Donc pour tout réel x ⩽ 0, 148 1. Donc sp + 1 = sp + p + 1 p(p + 1) (p + 1)(p + 2) + p +1 = sp + 1 = . ≈ [0,501 7 ; 0,558 3]. x x2 a. Une équation de la tangente est : y = f '(a)(x – a) + f (a). 107 du chapitre 4.) 6. AH = 2 3. ⎝ x2 ⎠ g(x) g(x) On a lim 2 – k = –k donc lim ⎛⎜ 2 – k ⎞ x 2 = –3 ⎠ x→+3 x x→+3 ⎝ x Donc par somme des limites : (car k > 0), d'où lim f k (x) = –3. z 6 = 2 3⎜ – i = 2 3⎜ – i ⎝ 2 2 3 ⎟⎠ ⎝ 2 2 ⎟⎠ ⎜⎛ ⎜ p⎟ ⎜ p⎟ ⎞ = 2 3⎜ cos⎜ – ⎟ + isin⎜ – ⎟ ⎜ ⎝ 3⎠ ⎝ 3⎠ ⎠⎟ puis z 6 = 2 3e 44 z1 = –i 1. a cx cx ⩾ 0 et a + ⩾ 0. Dans ce cas, f est croissante. LOI.BINOMIALE(D3-1;A3;I$2;VRAI) permet d'obtenir une valeur approchée de la probabilité que la variable aléatoire X (suivant la loi binomiale de paramètres A3 (n = 30) et I$2 (p = 0,2)) prenne des valeurs inférieures ou égales à D3-1 (D3-1=1) : P(X ⩽ 1). 1 1 ⎤ ⎡ 1 1 ⎤ . Donc sur [– 0,1 ; 0,1], – 0,000 17 < d2(– 0,1) ⩽ ex – ⎜ 1 + x + ⩽ d2(0,1) < 0,000 18. x→+3 x→+3 De même en –3. z nAC = zC – zA = 8 + 24i. Une représentation paramétrique de leur droite 14 7 ⎧ ⎪ x = – 13 + 13 t ⎪ 3 5 ⎪ d'intersection est ⎨ y = + t avec t un réel. ΩO = 6 + 2 = 8 cm. f ' (x) ... L'événement contraire de l'événement « l'accident est dû au piéton » est l'événement « l'accident est causé par un véhicule ». ⎛⎜ = 0 [p] (1) ⎝ z + 5 – 3i ⎟⎠ ⎝ z + 5 – 3i ⎟⎠ (1) ⇔ (uSM , uRM) = 0 [π] et M ≠ S ou M = R (1) ⇔ (uMS , uMR) = 0 [π] et M ≠ S ou M = R (1) ⇔ M (SR) privée de S. lim un = 0 car – 1 < q < 0 donc lim vn = 0 n→+3 n→+3 2n + 1 2 = . 1 + x + x2 + x3 + ... + xk – 1= . x p 2 0 – e. f (x) = sin(x2 + 1) ; h = 0,25 ; b = 3,5. En conclusion PGCD(a ; b) = PGCD(a ; b – a). L'ensemble des solutions est :]– 3 ; – 0,5[. Le risque qu'il se trompe est évalué : il est inférieur à 5 % (au seuil 0,95). On trouve yn tendant vers 0,785 4 environ. l 2 On conjecture que la constante de normalisation est égale à 42. ⎝ xn +1 yn ⎠ Début ⎛ 1 ⎞ X prend la valeur ⎜ 0 ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ 0 ⎠ n prend la valeur 0 Tant que X0,3 Fin Tant que e. Fonction exponentielle b. 98 • 4. x→+3 u→+3 Donc, par composée, lim f (x) = +3. Principe de descente infinie. On en déduit un triplet (2nx' ; 2ny' ; 2nz'). 288x – 24 h'(x) = et h'(x) = 12. La x→+3 fonction est continue sur ℝ et elle change de signe, donc il existe au moins un réel α tel que P(α) = 0. ● 3 Correspondances ⎛ 2 1 4 ⎞ ⎛ 3 2 1 ⎞ ⎜ 3 1 2 ⎟ ⎜ ⎝ 1 4 1 ⎠ ⎟ 1 Matrices de liaisons : M = ⎜ 2 2 3 ⎟ et N = ⎜ 5 2 3 ⎟. 162 • 7. Limites de fonctions • 57 2. v O u c. 29 lim 30 lim 1+ x→0 f (x) = 1 + 2 1 2 1 x – 3x + 10 ; c. Sur l'intervalle]2 ; 6], f a un maximum égal à ln(0,7) < 0, donc l'équation f(x) = 1 n'a pas de solution sur cet intervalle. Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : 1 1 ⎤ ⎡ 1 1 ⎤ ⎡ f – ;f + = ⎢ 0,521 – ; 0,521 + ⎢ n n ⎥ ⎥ ⎣ 1 000 1 000 ⎦ ⎦ ≈ [0,489 4 ; 0,552 6] . ● A = 0,05 ; B = 0,21 ; N = 50 ; P = 0,2. 1 2x(x – 1) . (u2 ; v2) = (1 ; – 2). (0 ; 0), ⎛ p ; 2 ⎞ et ⎛⎜ p ; 1⎞⎟ ne sont pas alignés car les ordonnées ne sont pas proportionnelles ⎜ ⎝ 4 ⎝ 2 ⎠ 2 ⎠ aux abscisses. lim – 3 + x→–3 1 4 c. Notons θk + 1 = (wOMk , wOMk + 1). (S ∩ H) ∩ (tS ∩ H) = ∅. La courbe représentative de la fonction T est asymptote à la parabole en l'infini, elle est asymptote à l'hyperbole en 0. Suites • 35 100 n=1 N=2 n=2 N=4 2. Lorsque a > 0, posons pour tout réel x > 0, f (x) = alnx – x .
⎪ x + 2y + z = 4 × 10,5 ⎪ z = 12 ⎩ ⎣ La matrice I + bN + b2N 2 + b3N 3 est l'inverse de B car N 4 = 0. n2 ≡ 0 ou 1 [3]. zt = z ⇔ x – iy = x + iy ⇔ – 2iy = 0 ⇔ y = 0 ⇔ Im(z) = 0 ⇔ z . Donc f est non (2n + 1)p vn dérivable en 0. 6 À l'aide du même logiciel, on montre que cette condition est suffisante. f (t) = 220cos ⎛⎜ t . PX ⩾ 730(X ⩾ 730 + 100) = P(X ⩾ 100) = 1 – [1 – e–λ × 100] = e– 0,14 ≈ 0,869 4 (propriété de durée de vie sans vieillissement). Une représentation paramétrique de leur droite ⎧ x = 3 + 2t ⎨ d'intersection d est donnée par ⎨ y = 7 + 5t avec t un ⎪z = t ⎩ réel. 188. Vrai, car ln8 – ln4 – ln2 = ln2 – ln2 = 0. x2 = z2 – y2 = (z – y)(z + y). 132 • 6. k2 n 1 D'où An = ∑ 2 . a = 11 convient. Comme n⎜ e n – 1⎟ = ⎝ ⎠ 1 en 1 –1 = 0 et , lim 1 n→+∞ n n ex – 1 = 1, on a lim un = 1. 2 x→e2 x 1 donc lim un = +3. 6 2 3. Pour tout réel x, u(x) > 0 d'après A 1, donc f(x) = ln(u(x)) est bien définie sur ℝ. 3 5 15 3 15 15 1 b. 30 29 28 16 15 14 30 × 29 435 37 342 004 7 130 729 ≈ ≈ 0,160 3.
x→–3 x→+3 c. = Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en B. 8 2 8 Partie B sin2 x + i3sin3 x = cos3 x – 3 cos x sin2 x+ i(3cos2 x sin x – sin3 x). et B⎟ ; f⎛ ⎝ 10 ⎟⎠ ⎠⎞ ⎝ 10 y 5 25 a. 1 x d x→+3 b. lim ⎜ 2 = 0 car = ⎜ ⎛ ⎝ 2 ⎟ ⎜ 1 ⎟ x→+∞ ⎝ x + 1 ⎠ x +1 ⎠ ⎝ x + ⎟⎠ x Donc l'axe des abscisses est asymptote à la courbe . lim un = 0 car 0 < q < 1 donc lim vn = –3 . D'où 3p + 1 > (p + 1)3. et ● 5 ℰ est la réunion de la courbe de f et de celle de –f , donc est symétrique par rapport à l'axe ● des abscisses. Il reste 11 plaques. 4 2 ⎛ px 2⎞⎛ px 2⎞ – cos + Donc⎟ cos > 0. Il est évident que f est positive. ⎞ ⎟. NB – LA = N'L.
n 1 – e–n 1 – e–n et lim = 0, par n→+3 n n le théorème d'encadrement des limites, on a 4. Pour α = 2, q = 53 ne divise pas M13. Pour tout n > n0, n ! > 41n d'où : 1 40n ⎛ 40 ⎞ n 1 < n donc Donc un < ⎛⎜ 40 ⎞⎟ pour tout n > n0. • Réciproque : Comme y = 1 – x 2 , on a y ⩾ 0. 10 × partDéc(A/10)→A b. On a ⎜ ⎨ n + 1 wn pour tout n . p p ⇔x=h+ . f est impaire. Soit A(x ; eax) avec x > 0. Non, car x ↦ x4 et x ↦ 2x – 1 sont croissantes, donc si a < b alors 2a – 1 < 2b – 1. n divise an – a = a × (an – 1 – 1).
44 1.
n2 – m2 = (n – m)(n + m) = 28. Mise au carré. ⎜e 80 ⎞ ⎠ t0 Comme d > 0 et e 80 > 1, on a – f 2 est décroissante sur [t0 ; +3[. = = z1 – i 2 + 2i 2 + 2i Donc z 2 – 2 + 3i = 16 + 4 = z1 – i 2+4 20 10 . x3 – x x→+3 c. 70 7 < 10–n ⇔ x > 3 + 7×10n. Pour tout réel x > 1 : (ln x + 1)(x + 1) – x ln x ln x + x + 1 = . 6 ou 7 ou 8 coups : 6 0,7 0,05 A 0,15 0,25 0,3 0,85 0,5 A 0,2 B A∩B 0,105 C A∩C 0,0075 D A∩D 0,0375 B A∩B 0,255 A∩C C P(A ∩ C) = 0,425 D A∩D 0,17 10 20 2 × = = 2 × 10 –5 (probabi100 000 100 100 000 lité d'une feuille).
Il faut résoudre l'inéquation : ln(2x + 1) + ln(x – 1) < ln2. 25 g(5 + h) = 0. 0 0 0 = . PGCD(260 ; 364) = 22 × 13 = 52. Dans le dernier résultat, le logiciel a certainement considéré également que b > 1, ce qui l'amène à une impossibilité d'intégrer sur un ensemble qui n'est pas un intervalle : [0,1 ; 1[∪]1 ; b]. Reste de n mod 2 0 1 Reste de n5 mod 2 0 1 Reste de a mod 2 0 0 Reste de n mod 3 0 1 2 Reste de n5 mod 3 0 1 2 Reste de a mod 3 0 0 0 b. Or f (α) = h(α), donc : 9 261 < f (α) –0,002 095 ≈ – 4 420 000 1 ≈ –0,001 818. Si u < 0, f ' est du signe contraire de u'. l 3 a = n × q + r et b = n × q' + r, alors a – b = n × (q – q') est divisible par n. P(X >12) = P(12 < X 12(X > 14) = 3 P(12 < X < 15) 3 10 19 X : variable aléatoire qui à tout appel d'un client (choisi au hasard) associe le temps d'attente exprimé en minutes avant d'être en communication avec un conseiller technique. ⎝2 ⎠ On en déduit que quand x tend vers +3, g(x) tend vers 0. 1 – cos x 2 x Comme x > 0 : f (x) ⩾ .
Matrice de transition : ⎛ 0 1/ 3 0 1/ 4 1/ 2 ⎟ ⎜ 1/ 3 0 1/ 2 1/ 4 0 M = ⎜ 0 1/ 3 0 1/ 4 0 ⎟ ⎜ 1/ 3 1/ 3 1/ 2 0 1/ 2 ⎟ ⎝ 1/ 3 0 0 1/ 4 0 3/14 ⎟ 3/14 ⎟ 2/14 ⎟. Cela signifie qu'il y a eu 14 essais ; le nombre initial était 63 ou 37.
Il y a p – 1 restes tous distincts, c'est la liste de 1 à p – 1. u u ⎝ u⎠ u lnu = 0. La matrice B est : B = ⎜ ⎜ ⎜ ⎝ 0 1 0 1 0 ● ⎛ ⎜ ⎟ 2 La matrice M est : M = ⎜ ⎜ ⎜ ⎝ ● 2 0 2 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 Sauts aléatoires ⎞ ⎟ ⎟ ⎟. p ≡ 1 ou 2 [3].
Formule dite des probabilités totales : P(D) = P(D ∩ A) + P(D ∩ B) = 0,026. • Si a < 0 alors a 2 = –a b + –aa = b – a –1 donc b + –aa peut s'écrire sous la forme e + f –1 . ⎟ ⎟ ⎠ ⎛ ⎜ ⎟ b. x→– f x >– f x→– f x >–f x→– f x >–f x→– f x >–f Donc la droite d'équation x = –f est asymptote à h. l 4 a. n +1 1 1 1 1 1 1 1 1 + + ... ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ 14 ⎠ ⎝ 14 ⎠ ⎝ 11⎠ Le voyage se compose d'1 jour dans la ville A, de 2 jours dans la ville B et de 11 jours dans la ville C. 114 + 2 013 ≡ 24 + 6 ≡ 4 [9]. nAB⎜ –1⎟ et le vecteur cu⎜ 3 ⎟ normal à ⎜ ⎟ ⎟ ⎜ ⎝ –1⎠ ⎝ –1⎠ 50 62 1 1 1 1 a. Pour x ∈]0 ; α[on a u(x) < 0 ; sur]α ; +3[on a u(x) > 0. 26 En posant g(x) = Acos x, f (x) = ax + b, I = J = ℝ, les hypothèses du théorème sont vérifiées. Sur [– 7 ; 5], la valeur – 12 minore f(x) et g(x) car – 7 569 44 ⩾ – 12 et – ⩾ – 12. 10 Sur]6 ; 10], f '(x) = – < 0. Donc g est dérivable sur ℝ et g'(x) = ln(1 + x) 1 ln(1 + x) = lim × x→0 x x 1 ln(1 + h) = +3. Si a2 – 250 507 = b2, alors b2 ≡ 0 [9] d'où a2 ≡ 1 [9]. P(Y = 10) = ⎜ × p10 × (1 – p)10–10 = p10 ≈ 0,411.
k –1 k k d. Fonction exponentielle Comme g(– 3) = – 3e2, il n'existe que la courbe k avec k = – 3 qui admet la droite Δ comme tangente 3–k 2 en x0 = = – . t 2 2. f 1 est dérivable sur ⎜ ; +∞⎟ . REMARQUE Le maximum est toujours positif car, pour b > 0, a 2 + b 2 > b. Fluctuation et estimation • 253 Objectif Bac Se tester sur... Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel, p.456. Pour tout n ⩾ 0 : w n = (u 0 – 15) × 0,8 n et un = (u0 – 15) × 0,8n + 15. Dans cet échantillon, f = 21 1. On retrouve la fonction logarithme népérien. Fonction logarithme népérien • 145 ⎛ 1 + x2 ⎞ 2. On valide donc cette conjecture. u1 = 14,8 ; u2 = 6,16 ; u3 = 13,072. 2 000 000 = 2 (=0,4). ⎜ z = 4 + 2t ⎝ ⎛ 1⎞ a. Donc un + 1 – un ⩾ 0 pour tout n donc (un) est croissante. (AHJ) : 2x + y + 2z – 2 = 0. Leur PGCD vaut 4. Méthode 2 h ⎛p ⎞ f ⎜ + h⎟ ⎝2 ⎠ 1 – cos(h) = h h ⎛ h⎞ ⎛ h⎞ 2 sin ⎜ sin ⎟ ⎜ ⎝ 2⎠ ⎝ 2⎠ 2 =– . Les vecteurs normaux des plans et ne sont pas colinéaires donc les plans sont sécants. 74 74 Z= Z= 18 Voir fichiers logiciels. La condition est : 41 et 26 sont premiers entre eux. Am(0 ; (–m + 1)em) ; Bm(m – 1 ; 0) ; (Jm ⎛ m – 1 ; 1 – m em ⎞ . 92 • 4.
⎜z = 1 – t ⎣ 3 3 1 . Non, car le reste doit être positif. Débat avec les élèves. {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36}. Alors on aurait en ⎝ 0 1 ⎠ 1 ⎡3b + 6b21 = 1 particulier : ⎨ 11 ; ce qui implique que = 0 , impossible.
43 La fonction h étant définie sur]0,4 ; +3[, on a a > 0. D'où φ(x) = ex – 1. La fonction f est croissante sur [0 ; 3]. (x + 2)2 1⎞ x ⎟ ⎛ 1 + ⎟⎠ dt = [t + lnt]1 = x + ln x – 1 t ⎛ (sin x)2 2 ⎞ a. g p c. PHS (« CDI ») = 794 . De plus, comme tout prélèvement de 75 planches choisies au hasard dans la production de cette usine peut être assimilé à un tirage avec remise (« une usine fabrique en grande quantité » ; « lot de 75 planches choisies au hasard dans la production de cette usine »), la variable aléatoire X suit la loi binomiale ℬ(75 ; 0,16). Avec x' impair, il existe un triplet primitif (x' ; y' ; z'). ⎝ 4 –1,5 ⎠ ⎝ –1 ⎠ 4 5 8 a. X suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 4].
gk(1) = fk(1) = e–k. Elle admet donc un maximum en x = 3. Partie E 1 ● 3 b⎞ ⎛ 3 3 a+⎟ ⎛ ax + b ⎞ ⎛ ax + b ⎞ x ⎟ pour x ≠ 0. – ln x – 1 . • Affecter f (n) – f (n+1) à d Fin Tant que Afficher n f(x) est strictement positif car c'est une aire. 1 – 4x y 1. h'(x) = –6x (x + 2) + 2x = –x (x + 3) .
Tracer la courbe représentative de la fonction de répartition F dans un repère orthonormé. 77 a. p ⎛d⎞ p Et (tOC , tOD) = donc arg⎜ ⎟ = . D'où (cu , uEM) = 57 zA = 3 + 2i ; zB = – 3 et zC = 1 – 2i.
Masse de la terre : 5,95 × 1024 kg. Initialisation : L2 = 2 et L2 = L0 + 1 donc la propriété est initialisée. 22 009 266 • 1. g est décroissante sur ⎟ –3 ; – et croissante 25 13 ⎜⎦ ⎦ 5 ⎡ 48 ⎡ ; + 3⎜ . Nombres premiers • 281 b. (e5x – 1)(ex – 2 e 2 + 1) = 0 x→+3 (1) 36 x ⎛⎛ x ⎞ ⎞ (1) ⇔(e5x – 1) ⎜ ⎜ e 2 ⎜ – 2e 2 + 1 ⎟ = 0 ⎟ ⎝ ⎠ ⎟ ⎝ ⎠ 2 x 29 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 6 60 a.
f = 1 8 (1,5 + 0,25x) dx = 2,5. f '(x) = – 3x2 e x x→+3 –x 3 –3 0 – f '(x) ; f '(x) ⩽ 0. 150 • 6.
Donc pour tout x réel, f(x) = 0. A = ⎜ ⎟ et V = ⎜ ⎟. d'où h(x) = n + (–n – 1) = – 1. Il y a donc un triangle et la propriété est héréditaire. TP 1 Partie A 1 a. Compte tenu des données de l'énoncé, pour tout n ⩾ 0 : Xn + 1 = (0,8 × M + 0,2 × N) × Xn 1 1 xn < + 1 > 2 donc 0 < xn yn +1 2 yn 1 x – 2< 2– n . Il s'agit du plan médiateur, de vecteur normal orthogonal à la droite formée des deux points et passant par le milieu du segment. 71 1. Ainsi, cette constante est 1. ⎟⎝ ⎜ P ⎟⎠ ⎜ ⎛ –35P P + 49P P2 ⎟⎠ 2 1 ⎡ P ≡ 7N1 + 3N 2 [26] , on obtient : En utilisant que ⎨ 1 ⎣ P2 ≡ 5N1 + 8N 2 [26] P 53N1 + 52N 2 ⎞ ⎛ N1 ⎞ mB × ⎛ 1 ⎞ ≡ ⎛ ≡ [26] . ⎝ e ⎠ b. ⎛ 3 + x2 ⎞ b. P(90 ⩽ X ⩽ 110) ≈ 0,495. » La convergence du procédé fait appel aux suites et permet de réinvestir les résultats sur la convergence. n ≡ a'(an + b) + b' ≡ a'an + a'b + b' [26]. f est croissante sur]–3 ; 6] et décroissante sur [6 ; +3[.
9 Équation d'une tangente en x = a : y = f '(a)(x – a) + f(a). Limites de fonctions • 41 2 a. Pour aller plus loin 92 d'où k = 1. L'arbre comporte une branche pour le facteur 3 puis quatre branches pour le facteur 7. Toute la courbe se trouve à l'aide d'une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, puis à l'aide des translations de vecteurs 2πai.
● C'est b. + 1 2+ 1 2 D'où 1 – 1 = vn – 1 pour tout n *. (u ; v) = (27 ; – 35). x→0 x→0 x→+∞ Les fonctions x ↦ x2 et x ↦ lnx sont croissantes sur]0 ; +3[. ⎡10x' + 4y' = 0 c. 2 = Donc Jm appartient à . 62 1. 35 C(7 ; 7 ; – 5) 40 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 1 et ● 2 a. 30 × ⎛⎜ 1 – 3 ⎞⎟ + 35 × 1 = 75 ≈ 0,36 . 600 + 900 = 1 500 chaudières produites ce mois. Limites de fonctions • 39 Partie C 2 Calcul de limites y y 1 f g 1 000 10 800 5 600 y h 0,5 x 0 0,5 x 0 10 – 25 – 15 –5 5 15 400 25 200 –5 –1 – 10 x 0 – 15 –5 5 15 1 Quand ● x tend vers +3 ; l'expression – 0,002 5x + (– 0,34x) + (– 20x – 270) tend vers –3 et 1 000 tend vers 0. 2 e–2x e et lim 4. 0,252 a. Plus h est petit, plus les points se resserrent. Ces résultats découlent immédiatement des propriétés du repère orthonormé.
Sujets type BAC 83 Cet exercice est résolu dans le manuel, p. Les droites (EI) et (FC) sont coplanaires non parallèles, elles sont donc sécantes. De même, par symétrie : D'où l = m= b – ic c – id d – ia ;n= ;p= . 1 1 ⎞ ⎛ b. 1 17 a. M N 4 est un Annabelle a omis distinguer le cas où 2 M entier du cas où il ne l'est pas. lim f (x) = – 3 et lim f (x) = +3, donc les droites x→–1 x→3 d'équations x = – 1 et x = 3 sont deux asymptotes à . k=1 k = 0,2 lorsque x tend vers +3. 2 D'après le 1, on pourrait imaginer placer ● –1 à l'intersection du cercle de diamètre [AB] et de la droite perpendiculaire à (AB) passant par O. 2 Elles sont obtenues par symétrie par rapport à la droite d'équation x = 3 (pour tout x ⩾ 3, f (3 + x) = f 3(3 - x)), ou par rapport à la droite d'équaf (x) + f 2(x) tion y = 1. 134 • 6. P(X = 0) = ⎜ × p 0 × (1 – p)50 ≈ 0,364 2. De plus, 0 < • 1 donc lim⎜ n→+3 ⎝ 5 ⎠ 5 p(p – 1) + 1 avec p . ⎝⎜ 45 ⎠ 2.
x→a yF 2y F 2y F 2y F x rel="nofollow">a b 2 + y F2 b y 2 – b 2 b 2 + y F2 lim f (x) = = f (b) et lim f (x) = b+ F = . On retrouve et . lim ≈ ln ln(n) – 1 La proportion de nombres premiers tend vers 0. 3 2 3 4 3 8 3 d(x) = min(x – n ; n + 1 – x) par définition. 272 • 2. 1 + x 2 x x(1 + x 2) Donc v est décroissante sur]0 ; +3[. La ligne de commande permet d'afficher l'image de z si Re(Z) est proche de 0. 2⎦ 6⎣ c.
Non avec 97. 8 vérifie la propriété donc s divise 8. x→–3 f (x) = x 2 + 3x + 2 – x = comme x > 0 : f (x) = lim 3 + x→+3 3x + 2 x 2 + 3x + 2 + x 2 x .
19 19 95 1 14 + × 0,05n–1. ● A(0 ; 0) ; C(2 ; 0) ; E(0 ; 1) ; ⎛ 2 ⎞ 1⎟ ;1⎟ . f est minimale pour t = ● uMB·wMD = 3t2 – 4t + 1 = f(t) – 1 = MB × MD × cos θ = f (t) × cos θ. Si x ∉ [a ; b], f (x) = 0 donc f (x) ⩾ 0. a + b + a 2 + b 2 – ab a + b – a 2 + b 2 – ab f '(x) = 0 ⇔ x1 = ou x2 = . sn = × 1 3 ⎝ ⎝ 4⎠ ⎠ 2 1– 4 n 1 2 ⎛ 1⎞ 0 < < 1 donc lim⎜ ⎟ = 0 puis lim sn = a 2 . n –1 1 ⎛ 5⎞ un = ⎜ ⎟ × pour tout n *. ⎝ 3 ⎠ a+4 Alors n > puis 3n – 4 > a c'est-à-dire un > a. x→+3 24 1 x→+3 x a. > 0 pour tout n . P(L = 1) = ⎜ ⎟ × p1 × (1 – p)4–1 = 4 × e–1,2 × (1 – e–1,2)3 ≈ 0,41. Soit f la fonction définie sur [1 ; 2] telle que 3 f (x) = 2 – . vn = –4 × ⎛⎜ 1 ⎞⎟ ⎝ 2⎠ n –1 = – 23 – n pour tout n *. Car la parabole doit atteindre x = 11. Fonction exponentielle – 1 2 f –3 0 e. n→+3 n→+3 d. + x⎟ = 3 ⎦0 24 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎡ p(1 – p) ⎤ p(1 – p) ; p + 1,96 × ⎥ p – 1,96 × ⎢ n n ⎥⎦ ⎥⎦ ≈ [0,051 0 ; 0,249 0]. Initialisation : s1 = 1 et 1× 2 = 1 donc la propriété est 2 initialisée. Le résultat obtenu est 0,96 (valeur arrondie au centième). 1 1 1 b. Si d est premier, p – 1 vérifie la propriété, donc s divise p – 1. N = (a – b)(a + b) = p × q. f '(x) = b. Le cours est axé sur les éléments techniques et calculatoires, limitant l'intervention géométrique aux calculs d'angles et de longueurs. Algorithme : Entrée : n=2 Traitement : Tant que A(n) 3. a + sin 2 x – a = 0– x lim x→0,x = –3 = +3. 72 013 ≡ (72)1 006 × 7 ≡ (– 1)1 006 × 7 ≡ 7 [10]. Augmentée de moitié : × 1,5. p ⎛ b – 0⎞ p Donc arg⎟ = puis (rOA , rOB) = . X : variable aléatoire qui à tout échantillon de 25 produits achetés et choisis au hasard (de cette marque) associe le nombre de tickets à gratter gagnants. Fonction exponentielle • 125 6. Comme 17u + 5v = 1, 5v ≡ 1 [17] et 17u ≡ 1 [5]. 2x – 21 55 1. P(S2) = 1 – P(S1) = 10 . hc(h) = – du signe de –h sur [– 1 ; 1].
Voir la figure. 1– Z2 1 . Non premier pour n > 1. Fonction exponentielle • 123 e. Sur [0 ; 1], h'(x) < 0. Hérédité : Supposons que up > up + 1 avec p . Les solutions de l'équation (3) sont : 1– i +d 1– i – d et . M – I2 est une matrice inversible ; l'unique ⎛ ⎞ solution est la matrice colonne X = ⎜ 0 ⎟ . ⎟⎣ 25 ; 25 ⎟⎦ = [0,04 ; 0,36] b. Conclusion : On a 1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) = (n + 1)2 pour tout n .
x(t) = – t 2 + 3t + .
⎝ 0 0 ⎠ ⎞ ⎝ 0 0 ⎠ Le dernier coefficient signifie que l'on peut aller de E en S en 3 étapes de deux façons : E-A-D-S et E-C-F-S. 3 Un diviseur étonnant 1 a. t→+3 2. La matrice de transition est : ⎛ ⎜ ⎟ A= ⎜ ⎜ ⎜ ⎜ ⎟ ⎝ 0 0 0 0,5 0 ⎛ ⎜ ⎟ 2.
y 1 0 –1 d. x→0 lim x 2 – 2 = +3 et lim f (x) = +3 x→+3 x→+3 donc lim u(x) = +3. Taille d'un échantillon n = 36 ⩾ 30 ; np = 16,2 ⩾ 5 ; n(1 – p) = 19,8 ⩾ 5. 2 h⎞ ⎛ sin sin X 2 ⎟ = 0. 0 ⩽ x ⩽ 1 d'où 0 ⩽ 1 – x2 ⩽ 1 donc 0 ⩽ g(x) ⩽ 1. Deux plans parallèles coupent un plan suivant deux droites parallèles. Pour tout réel x > 0, x – lnx = f (x) – 1. g est croissante sur ℝ car g' est positive. ln x 1– x est négative sur]1 ; +3[. On divise les membres de l'équation par g. 3 ⎛ un Si pour tout n ⩾ 0 on note Xn = ⎜ ⎜ un+1 ⎞ ⎟ ⎟⎠ ⎛ 0 ⎛ 13 ⎞ 1 ⎞ alors A = ⎜ ⎟ et X0 = ⎜ ⎟. g paire, car g(–t) = g(t). ψ'(x) = φ'(x) – ex = 0 ; ψ(0) = φ(0) – e0 = – 1.
Divisibilité dans ℤ, division euclidienne, congruences • 265 d. ⎛ –1⎞ ⎛ 2⎞ b. «n est premier» est une condition nécessaire. Il est préférable de chercher une autre cause. Par simplification par 6 puis soustraction membre à membre. 2 p p 3. 2 2 + 0 π – 0 g' 0 0 b. h 12 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Sorties 3 Entrée n x1 x1 + 1 x2 x2 + 1 1 2 4 5 4 1 2 8 9 5 1 2 12 13 d. évolution de processus • 291 5. En posant y = 2 2 2 ⎛ x⎞ ⎛ x⎞ ⎛ x⎞ 2 a.
369 = 10 077 696. Soit Δ la fonction définie sur ℝ par f (x + π) – f (x). s s (Réinvestissement de la classe de 1re, linéarité de l'espérance.) E(Z) = E(aX + b) = aE(X) + b = ⎛ ⎞ 4 Va V r(Z) = Va V r(aX + b) = a 2 × Va V r(X) = ⎟ ⎟1⎞ s⎠ 1 L'écart-type est également égal à 1. m ln⎟ ⎟ ⎛ 2⎞ b. x→+3 2. ⎡ 135 ⎤ g est négative sur ⎟ – ; 3 ⎟ ; g est positive ailleurs. Δ = 16 – 116 = – 100 < 0 donc il y a deux solutions complexes : z1 = –4 +i 100 –4 – i 100 et z 2 = . f (x) = R 2 – x 2 R ( ) V = 2 ∫ p R 2 – x 2 dx 0 3 R⎡ x ⎤ 4 = 2p⎟ R 2 x – ⎟ = pR 3 . x + 2 (x + 2)2 Deux primitives peuvent différer d'une constante. PPCM(260 ; 364) = 22 × 5 × 7 × 13 = 1 820. ⎣⎦ 4 4 ⎦⎤ Or lim h→0 et lim h→0 cos h – 1 sin h + cos x .
3 R 3 Donc M1M2 = g. (1 – I)(1 – J) = L ⇔ IJ = K (1) ⇔ ∫ a +1 a f (x)dx × ∫ a +1 a (1) g(x)dx = a +1 ∫a (f (x)g(x)) dx . rAK = hAI + lIK = hAI + = 1 1 4 1 lIC + tCG = hAI + nAE 3 3 3 3 2 2 1 nAB + rAD + nAE.
module = p p⎞ ⎛ = 2 2⎟ cos + isin ⎟ ⎝ 4 4⎠ p 3 5 – 35 –i 6 e . 2x 2x e +1 e +1 (1) ⇔ e5x = 1 ou e 2 = 1 ⇔ x = 0. 3–3 6 3+3 6 ou t = . Comme n > 0, le degré de g est n. J correspond au nombre 9 et E à 4. 2 ⎛ 1,2 ⎞ ⎟ dx x ⎠ 1 –t 2 ∫0 e 2 +3 0 – 0 0 –3 + x2 g'(x) –1 0 0 0 – 1 0 + 1 e g 0 f x 2 Donc ∫0 e 1 1 –t 2 j O i 1 2 1 2 1 x 2 –t 2 ∫1 t 2 x 2 e dt – ∫ e–t dt ⩾ 0. On a f (en) = nen en = n× . • N = 19. Pour tout n , un2 + 1 ⩾ 1 (1) un (1) ⇔ un2 + 1 ⩾ 1 ⇔ ⩽ un donc un + 1 ⩽ un un2 + 1 pour tout n . nAB⎜ 0 ⎟ et tCD⎜ 0 ⎟. 2 2 an 3. Donc, par le théorème des gendarmes, (vn) converge vers b. x(ln x)2 f(e) = 3e et f '(e) = 1. Il existe un réel M tel que, quel que soit l'entier n, on a un ⩽ M. Il faut que a soit non nulle pour que la fonction solution n'ait pas une dérivée qui s'annule. a • Pour chaque valeur v telle que 10v soit un entier de [–Borne ; Borne], trouver le nombre de points qui conviennent. 1, 3, 7, 15, 31, 63. TP 6 Plan médiateur 9. Si ka ≡ k'a [p], alors (k – k')a ≡ 0 [p] d'où k – k' serait divisible par p (théorème de Gauss car a et p sont premiers entre eux).
(IJ) est la droite d'intersection des plans (DCI) et (ABE).
⎝ 0,3 0,6 ⎠ 0,55 ⎞ . f (x) = 1 + x + x 2 + ... L'asymptote à en +3 est la droite d'équation y = 20. Comme 1 ∈ [– 1 ; +3[, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f (x) = 0 a une seule solution α dans ℝ+. Hérédité : Supposons que up ⩾ 2 avec p *. h = R 2 – r 2 .
d3 = 0 pour x ∈ {α ; β}, avec α ≈ 1,86 et β ≈ 4,54. Comme la valeur initiale de la variable x est 1, il faut l'augmenter pour qu'elle se « rapproche » de α. x ⎝ x⎠ Pour 0 < x ⩽ 1, il existe un entier n non nul tel que : 1 1 1 ⩾n n +1 n x donc E ⎛⎜ 1 ⎞⎟ = n et f (x) = nx. x x(1 + x 2) 1 + x2 Donc f est décroissante sur]0 ; +3[. • Si 0 p 3p ΩN = 36 – (2sin a) + 2⎜cosα⎟ 2 π 2π d. 2, 10 et 16 divisent 560. L'aire du trapèze ABCF vaut 12. On a ⩽ k–1 pour tout k ⩾ 1 d'après b. Géométrie dans l'espace • 205 c. On a donc wn = w0 +n × 2 = – 1 + 2n. n 3(n + 2) ⎞ 2. Le reste est 3, la clé est 7. ⎟ ⎟ ⎠ ⎛ 0 ⎛ 0⎞ Idem pour X 12 , X 24 lorsque X 0 = ⎜ 1 ⎟ et X 0 = ⎜ 0⎟ ⎟ ⎟⎟ ⎝ 1 ⎝ 0⎠ ⎞ ⎟. La clé est un entier naturel. P(0,05 ⩽ F ⩽ 0,2) = P(2,25 ⩽ X ⩽ 9) • soit la case choisie au hasard est perdante (échec q = 1 – p = 0,9).
2 56 • ligne 3 : u1 = 0. n + 1 est premier avec n donc n + 1 divise 2n + 1.
La répartition optimale en proportions est : ⎛ 0,134 9 ⎞ ⎟ 0,403 2 ⎟ ⎟. 2 Si x ⩾ 3 : 2(y – 1)2 = x – 3 ⇔ y – 1 = ± x–3 . L'équation est 70x + 14 = 91y, soit 10x – 13y = – 2. P = nm × p = n 2m × n = n N . Pour tout réel x, 1 + e–x > 1, donc ln(1 + e–x) > 0. ⎝5 ⎠ 2 t a. ⎛ 26 ⎞ d. Donc 100 lim h→0,h e. Or lim f (x) = –3 et f (0) = 3 ; comme f est stricte- 62 ment croissante de]–3 ; 0] dans]–3 ; 3], d'après le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à une fonction strictement monotone : f s'annule une unique fois sur]–3 ; 0]. ze i p 3 ⎛ ip ⎞ est réel ⇔ arg⎜ ze 3 ⎟ = 0 [p] (1) ⎞ ⎛ (1) ⇔ arg(z) + p = 0[p] 3 (1) ⇔ arg(z) = – p [p] 3 (1) ⇔ M appartient à la droite passant par l'origine p et formant un angle de – avec cu. 5 000 000 5 43 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 11 1 Donc = ∫1 dx – ∫1 (ln x + 1) dx x e e Problèmes 87 1. ⎝ 6⎠ 6 b. 25 25 – x 2 x –10 – h –h(10 + h) . b Si a > 0, β < – < . : 3x – y + z + 15 = 0. lim Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. C'est une droite. 6k + 3 n'est jamais premier pour k > 0, donc les couples de jumeaux sont de la forme (6k – 1 ; 6k + 1) pour k > 0. f est non bornée, car lim f (x) = +3. x 3 + 60x 2 + 1 200x + 10 400 ⎛ x ⎞ b. 10 13 ⎡ 2 ⎤ = ⎟ – x 3 + x 2 + 70x ⎟ = 820,125 u.a. 2 ⎣ 3 ⎦ –3,5 b. Hérédité : Supposons que vp – up ⩾ 0 où p . Pour x = 0, y = ab. Il existe des matrices non nulles dont le produit est nul. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 est centré en la proportion p = 0,4. 1 1 (u0 + v0) × 3n – (u0 – v0) × (– 1)n. n⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎛ x ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ e n ⎟⎠ ⎟ n⎟ ⎟ e⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎝ ⎝ ⎠ ⎟⎠ ⎟ ● b. ⎝ 1 + 3i ⎟⎠ 1– i 3–i et sont des racines de P. = = – –1 – – 1, car h h h si h < 0, h = – h 2 .
2, 9, 28, 65, 126, 217, 344, 513, 730, 1 001. 1 10 20 1010 1 1 + 2 – 3 = – 30 ; et lim – 30 + x→+3 10 x x x 10 par produit des limites : b. Le seul multiple de 15 possible compris entre 60 et 100 est 75. 4 ⇔x= – .
Alors FH = 2 HB = 3 AB 3 4 2 3 × .
et h'(x) = x = ln x x ln x d. lim f (x) = – 3 et lim f (x) = +3. Pour tout n ⩾ 1, An = ⎜ 0 2n 0 ⎟ 0 0 (–3)n ⎝ 28 ⎞ ⎟ ⎟. 15 O Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 2 g. L'égalité proposée est vraie même si G n'est pas primitive de f car k dépend de x. A = ⎜ ⎟ et B = ⎜ ⎟. 40 • 2. f 1'(t) = – x02 x2 2 0 2X = 2 X e–X x0 2 X. ⎟ ⎟⎟ ⎝ –5 6 2,5 ⎟⎠ ⎛ 7–6 –2 + 2 ⎞ ⎛ 1 0 ⎞ a. Sur [– 0,1 ; 0], 0 ⩽ ex – (1 + x) ⩽ e– 0,1 – 0,9. ⎟⎠ n ⎛ ⎞ ⎛ 2⎞ 6. 222 • 10. 290 • 4. f '(x) = 2x 2(4x – 63) 3 du signe de 4x – 63. De manière analogue à la question précédente, compléter les cellules D3 à D12. (x ; y) appartient à l'intersection 2⎞ ⎛ ⇔ ⎟ 1 – x ⎟25 – x 2 = 25 – x 2 25 ⎠ ⎛ x2 25 – x 2 = 0 25 ⇔ x = – 5 ou x = 0 ou x = 5. (3 ; 4 ; 5), (5 ; 12 ; 13), (7 ; 24 ; 25), (9 ; 12 ; 15), (11 ; 60 ; 61), (13 ; 84 ; 85), (15 ; 8 ; 17), (17 ; 144 ; 145), (19 ; 180 ; 181), (21 ; 20 ; 29). x2 x –3 – f ' (x) f –1 0 0 + 1 0 299 – 15 +3 – 301 15 301 , le maximum sur ℝ*+ Le minimum sur ℝ*– est 15 299 est – . 28 A= Comme lim h=x– 1 cos h – 1 =– × 2 h p⎞ ⎛ cos⎟ x – ⎟ – 1 ⎝ 1 2⎠ . eiw – eia eia – 1 eiw – eia eia – 1 × ia = × ia × eiw 1 – eia e 1 – eia e – eiw –1 eiw = eiφ. 2n n 2. On a donc u = arg⎟ ia ⎟ ⎝ 1–e ⎠ B eiw – eia MA avec l = > 0. E⎟ ⎟ compte le nombre de multiples de n ⎝ n⎠ inférieurs ou égaux à A. Si l'un des termes est divisible par 6, le produit est divisible par 6. p Donc (rQR , rQS) = (rSQ , nSR) = [2p]. Donc un ⩾ n pour tout n . P(C) = P(A ∩ C) + P(B ∩ C) (formule des probabilités totales) = P(A) × PA(C) + P(B) × PB(C) = 0,40 × 0,94 + 0,60 × 0,97 = 0,958. = = – = an+1 – 1 an – 1 an+1 – 1 an – 1 an an+1 – 1 an (an – 1) Donc 1 1 1 . Comme (AB) est parallèle à l'axe des abscisses, B a même ordonnée que A. 2 2 D'où, par passage à la limite dans l'inégalité précé2 1 dente : ∫ 1 – t 2 e–t dt ⩾ . 1+ x⎠ 1– x⎠ b. Pour tout réel x ⩽ 0 : x + x2 + 1 = u'(x) = 1 + 2x 2 x2 + 1 = x f '(x) f e– 0,5 0 – 0 0 +3 + . Donc an + 1 = 2 × (2n – 1) + 1 = 2n + 1 – 2 + 1 = 2n + 1 – 1. C'est également une probabilité conditionnelle : 7 + 11 + 11 30 1– = . n→+3 84 ⎡ b =2 ⎟ a+ ⎡⎟ f (0,5) = 2 ⎡ ⎟ a = –0,4 0,5 ⎟ 1. On peut ainsi émettre quelques doutes sur l'affirmation de Christophe qui n'est pas un sportif professionnel ! 42 X : variable aléatoire qui à tout jour ouvrable choisi au hasard associe la distance parcourue en kilomètres par ce technicien. Ces cours de maths en terminale ont été rédigés en respectant scrupuleusement les textes des programmes officiels de l'éducation nationale et ont été mis en ligne par un groupe de professeurs titulaires comme les programmes officiels de l'éducation nationale. ≈ 0,944. Il reste 10 plaques. Donc 1+ x 1+ x f est croissante sur [0 ; +3[. n – l = (c – a) – i(d – b) m – p (b – d) – i(c – a) = (c – a) – i(d – b) –i((c – a) + i(b – d)) = 1 = i. V = 4 pR 3 . est confondu avec . 1,04n b. R ≈ 0,58. Alors vn + 2 = vn + 1 + vn pour tout n . Intégration • 155 3 est décroissante sur [0 ; 20]. 4 4 3 p ⎛ 2i ⎞ 2. sin jAPH = 12 . Donc lnx – logx est négatif sur]0 ; 1] et positif sur [1 ; +3[.
La dérivée de g est donnée par le logiciel : 2x 2 2x 2 (2x + 1) x – 1 – x – 1 et est du signe de Donc g'(x) = 3 2x 2 (2x + 1) x – 1 – (x + 1). 104 • 5. La dérivée de x ↦ – 3,5x2 + 4x est la fonction f . Montrons par récurrence que an = 2n – 1. g'(x) = g(x) ⇔ a'(x)ex + a(x)ex = a(x)ex ⇔ a'(x) = 0 ⇔ a constante. Dans la démonstration précédente, tout repose sur l'égalité 2 = 2 × 2 , à remplacer par m = m × m pour la démonstration dans le cas général. 3 88 1. Initialisation : 1 > 02 donc la propriété est initialisée. d'équation y = 1 est asymptote à la courbe de f. 2 f 2(x) + g2(x) = f 2(x) + (f 2(x) – 1) = 2f 2(x) – 1. f '(x) = –sin x + –sin x(9 – sin 2 x – 2cos x) 9 – sin 2 x 2 = –sin x(cos x – 2cos x + 8) . 18 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 9×3 Aire de T2 : = 13,5. z 6 = – 1 1 2 i + i= e 10 10 10 i p 2. y TB A f TA M(– 1 ; 0,37) 2 01 g x c. 69 a = – 1,96 ; b = 1,96 ; m = 1 ; n = 100 000. L'ensemble des points M forme toute la courbe car lorsque a décrit ℝ, xM = a + 1 décrit également ℝ. La limite de f en –3 n'existe pas car les valeurs de f(x) prennent alternativement des valeurs positives et négatives et ne sont pas bornées (par p exemple, en x = – nπ, n entier). Si k divise g, k divise a et b. Si x < 0 alors – x→+3 On remarque que 1 (2x – 1)2 > 0, donc la courbe est 42 f (x) = x→0 (6 – x)(6 + x) 36 – x = 6+x 6+x + x→–6 6 + x > –6 x→–6 x > –6 6–x . n ⎞ b – a⎛ n–1 = ∑ f (xi) + ∑ f (xi)⎟⎠ 2n⎟ ⎝ i=0 i=1 Entrée : n (pair) n–1 ⎞ b–a⎛ = f (x0) + 2 ∑ f (xi) + f (xn)⎟ . ⎟ ⎝ e ⎠ 28 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. 2 3 4 y g1 1 g 2 g3 0 g 4 x 1 3 a. 15 1 et f '(x) = 15 . Après une année, S devient S ⎛⎜ 1 + 1 ⎞⎟. ● 4 Même raisonnement dans le triangle MPP' rectangle en P'. x Donc par (P1) et (P2) : 53 Soit g(x) = 1 et f '(x) = 3u'(x)(u(x))2. ⎟ 3 3 ⎟⎝ 1/ 3 1/ 3 1/ 3 ⎟⎠ ⎛ p ⎞ ⎟ ⎟ Quel que soit l'état initial X 0 = ⎟ q ⎟ avec⎟ r ⎟ ⎝ ⎠ p + q + r = 1, la marche aléatoire, converge vers l'état ⎛ 1/ 3 limite ⎟ 1/ 3 ⎟ ⎝⎜ 1/ 3 ⎞ ⎟. 16 1. Partie C 1 Si on suppose que x(0) = 0 et v(0) = 0 : v(t) = t2 + t et x(t) = ● 1 3 1 2 t + t . t ⎣ ⎦1 2 b.
On a : 11 (2w0 + 10lnq) = 11w0 + 55lnq. Alors 3 ⩽ up + 3 ⩽ 4 puis Puis 1 – 2 2 2 ¯ ¯ . Pour tout x : – 1 ⩽ sin 1 ⩽ 1, x 1 donc –⎟x⎟ ⩽ ⎟x⎟sin ⩽ ⎟x⎟ d'où lim f (x) = 0 . n ⎟⎦ n ⎟⎣ 6 = 0,12. a et m sont premiers entre eux, on applique le théorème de Bézout.
Fonction logarithme népérien – 1 1 3 3 1 1 < lnx < ⇔ e < x < e . Alors 1 ⩽ 1 + vp ⩽ 3 1 1 4 ¯ 1 et 0 ¯ ¯ v p + 1 ¯ 2. 4 97 a. ● R ≈ – 0,08. m = 1. Donc Ia(0 ; – 2a). On obtient les valeurs par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées. (37 ; 259), (111 ; 185). z1 + z2 + z3 = – + 8i . M = 0,18 ; N = 124. Pour tout réel x : g(1 – x) = ln((1 – x)2 – 2(1 – x) + 3) = ln(1 – 2x + x2 – 2 + 2x + 3) = ln(x2 + 2).
La réciproque de la proposition est « Si un est strictement inférieur à 0,1 alors n est strictement supérieur à 1. mO mR OR mQ k = . x→–3 h→0 h ex d. C'est le cas pour 2 : x et y sont tels que ex = ey = 2. Pour σ = 11, P(880 ⩽ XB ⩽ 920) ≈ 0,931 0. M(0)e– 86 400λ = (1 – 0,083)M(0) ⇔ e– 86 400λ = 0,917. z + z ' = x + x'– i(y + y ') 1 u = x – iy + x' – iy' = tz + tz'. P(0,25 < X < 0,75) = 0,75 ∫00,25 6x(1 – x)dx = ⎡⎣ 3x 2 – 2x 3 ⎤⎦ 0,75 0,25 = 11 = 0,687 5. Fonction exponentielle 94 1. • Si 0 < a < e, le minimum de g est strictement positif, donc est toujours au-dessus de da. Oui car y > x. On sait que pour tout réel x > 1, lnx > 0 et x ln x < 2 . Alexis travaille avec les valeurs entières de x... 0,5 0,75 (b – a) 2 1,75 1,5 1,25 f(a) – 0,11 – 0,8 – 0,96 – 0,22 f(a + h) – 0,8 – 0,96 – 0,22 0,82 signe produit >0 >0 >0 On obtient a = 0,75, ce qui signifie que f (x) s'annule sur [0,5 ; 0,75]. Fonction exponentielle • 101 Corrigés des travaux pratiques Comparer des fonctions TP 1 1 a. ⇔x=– Donc lim f (x) = lim c. 19 b. Initialisation : 34 = 81 et 43 = 64 donc 34 > 43. A =]–3 ; a[∪ [b ; +3[et B = [a ; b[. Z = (7 – 3i)2 – (3 – 4i)2 = (7 – 3i)2 – (9 – 24i – 16) = 49 – 42i – 9 – 9 + 24i + 16 = 47 – 18i donc Re(Z) = 47 et Im(Z) = – 18. – 2x2 + 13x + 70 ⩾ 0 ⇔ – 3,5 ⩽ x ⩽ 70. 12 3. L1 = 1 car un couple ne peut se reproduire qu'après 2 mois. lim g(x) = – 3. De même pour d. On procède de la même manière sur [1 ; +3[. Matrices et études asymptotiques de processus discrets Corrigés des activités d'exploration 1 Comment un moteur de recherche classe les pages web 1 La page la plus pertinente est P2 a priori. 22 012 = 210 × 201 + 2 ≡ (210)201 × 22 ≡ 1 024201 × 22 [10] ≡ 4201 × 4 ≡ 410 × 20 + 1 × 4 [10] ≡ 620 × 16 ≡ 610 × 2 × 6 ≡ 62 × 6 ≡ 6 × 6 ≡ 6 [10]. » Comme les deux membres sont positifs, on peut élever au carré par équivalence pour trouver b.
x→– f x x→– f x lim f + x = 0 + ; comme f > 0, lim g(x) = +3. Au bout du 4e lancer : ⎛⎜ ⎟ × . f (x) ⩾ 5 pour x ∈]2 ; +3[. ∫ (sin x) dx = ⇔ [– cos x]0 = 0,5 ⇔ cosa = 0,5 0 2 p ⇔a= . P(M) = 0,5. M 2 – M = ⎜ ⎟ ⎝ 0,12 –0,09 ⎠ ⎛ –0,4 0,3 ⎞ et M – I = ⎜ ⎟ ⎝ 0,4 –0,3 ⎠ ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎠ ⎛ ⎛ 4 3 n ⎞ n ⎟ 1 – (1 – 0,3) ⎟⎠ u0 + (1 – 0,3)v0 un ⎞ ⎟ ⎟ ⎝ 7 7 ⎛ d'où : = ⎟ ⎝ v ⎟⎠ ⎟ 4 3 ⎛ ⎞ n⎟ (1 – 0,3n)u0 + ⎟ 1 – (1 – 0,3n) ⎟ v0 ⎞ ⎠ 7 ⎝ ⎟ 7 et on en déduit que l'équation du plan est x – y – z + 1 = 0. – – 3p 4 0 + 100 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. p1 = 0 (lecture de l'énoncé). u1 = 5, u2 = 17 et u3 = 41 sont premiers. Soit H le milieu de [ED]. lim 3x + 2 = –3. y = x + 1. f '(x) ⩾ 0 pour tout réel x. Alors I =]a ; b[contient 0. (Dans le cas a = 0,5, certains logiciels de calcul formel permettent de montrer que la fonction h admet un minimum négatif en ( ) x = 2ln 2 + 3). ● 2 Voir fichiers logiciels.
lim f + x = f donc lim g(x) = 1. 1 1 = e–iθ donc z + = eiθ + e–iθ = 2cosθ. n +1 b. Correction de l'affirmation de Guillaume : 2 × 1 = 2 donc x = 4n. x→1) x – 2 + ln b. 21 A = exp(34) ; B = exp(– 1) ; C = exp(40). ⎝ 2⎠ n→+3 ⎞ ⎛ 1⎞ Comme lim ⎟ ⎟ n→+3 ⎝ 2 ⎠ n +1 = 0 car 0 < 1 < 1, on a 2 lim un = 0,4 ce qui correspond à Mercure. 1 1 1 ⎞ Donc Ln = 7 + 3,5 ⎛⎜ 1 + + + ... Sur]1,5 ; +3[: ln(2x – 3) = – 2 ⇔ 2x – 3 = e– 2 ⇔ x = L'équation a pour solution x = e–2 + 3 . Probabilité d'une feuille : P(D ∩ A) = P(A) × PA(D) = 0,6 × 0,01 = 0,006.
On a deux points d'intersection, pour t = 4 1 et t = . D'où TP 7 Suites On a a1 = 1, a2 = 2, a3 = 3, a4 = 7, a5 = 43, ... y 1 x = b. x 99 1. Problèmes Entrée : les nombres a et b Sortie : n1 et n2 Traitement : Affecter – 58 1. et f ⎛⎜ 3p + 2kp ⎞⎟ = 4 ⎝ 2 ⎠ d.
Oui, il a une forme particulière qui évoque une courbe en cloche. Conclusion : (un) et (vn) sont bornées par 1 et 2. f : voir fichiers logiciels. a La courbe est toujours au-dessous sa tangente en son maximum (x =). On a : vn+1 = ln(un+1) – ln4 = ln(2 un) – ln4 vn+1 = ln2 + 0,5ln(un) – ln4 = 0,5(ln(un) – ln4) = 0,5vn. lim x + f = f donc lim d(x) = 0. 2 ! (k) – !(0) 1 lim = lim 2 + k = 2 donc la fonction n'est pas dérik→0 k→0 k 2 k 4 3 2 1 k vable en 0. Or lim a(2) + t – 2 = +3. f '(x) = 0 ⇔ x = p 2kp + , avec k entier relatif. • 2e méthode : P(H ∩ F) = P(H) × P(F) = 0,003 584.
φ'(x) = x + 2. TI Casio Python Xcas Le résultat affiché est IA ≈ 0.6094588. Partie C Pour σ2 = 0,23, P(15,5 ⩽ D2 ⩽ 16,5) ≈ 0,970 (valeur approchée de l'écart-type). Applications du PGCD e. On ne sait pas immédiatement si g est dérivable en 1. Géométrie dans l'espace • 201 ⎛1 – t ⎞ ⎛ –t ⎞ ⎟ ⎟ ⎝ t – 1⎠ ⎟ ⎟ ⎝ t – 1⎠ 4 a. C'est pourquoi, on peut dans un premier temps chercher un carré solution qui a ses côtés parallèles aux axes. On a vn + 1 – vn = . m→+3 2 c. 256 ⎞ ⎟ ⎟ ⎠ alors pour tout n ⩾ 0 : Xn + 1 = 0,8AXn + 0,2B.
Partie 2 u 1. P(A ∩ B) = P(80 ⩽ X ⩽ 120) = P(μ – σ ⩽ X ⩽ μ + σ) ≈ 0,68. E(6 ; 0 ; 8) ; 2 a. ⎟ z = 3 + 2t ⎣ Le point M d'intersection avec correspond à t = 0,8. D appartiendrait alors au plan (AFC). ⎝3 ⎠ 3 3 3 3 d. ⎟ ⎟⎝ 1/ 4 5/12 1/ 3 ⎟⎠ 0,5 0,5 ⎛ 8 6 –2 ⎞ et M × B = ⎜ –12 –9 –3 ⎟ . On vérifie que N + C est divisible par 97. ⎛ 1/ 3 ⎞ ⎛ 0,372 6⎟ × ⎟ 1/ 3 ⎟ ≈ ⎟ 0,044 3 ⎟ ⎟⎝ 1/ 3 ⎟⎠ 0,583 1 ⎞ ⎟ ⎟. ⎟⎠ e. 1 2 7 2. a⎟ n + + b ≡ an + 26 × a + b ≡ an + b [26]. Cela découle de la définition de l'instruction ARRONDI.SUP et de l'instruction ARRONDI.INF. z 3 = z 2 × z = (–96 + 52 3)(1 + 3) + 100(1 – 3) i + i(–20 – 20 3 + 5(1 – 3) × (–96 + 52 3)) v = 160 – 144 3 + i(–1 280 + 720 3) . Conditionnement et indépendance • 223 26 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Appuyer plusieurs fois sur la touche F9 pour simuler d'autres réalisations de la variable aléatoire X. ⎛ p(1 – p) p(1 – p) ⎞ d. P(T) = 0,5 × 0,99 + 0,5 × 0,001 = 0,495 5. x→–3 2. x3 – 1 = (x – 1)(x2 + x + 1). Valeurs Probabilités 0 0,722 1 0,245 2 0,031 1 1 = pn × 0,05 + 0,05 – 19 19 = pn × 0,05 – =1× 0,05 = 0,05un . un + 1 = 2 2un d'où un + 1 ⩽ un.
z2 = –8 + 12i – 15 – 40i = –23 + 28i donc z 2 = 1 313 . L'étude 4. Conclusion : 1 ⩽ vn ⩽ 2 pour tout n . Donc pour tout réel x, g(1 – x) = g(1 + x). ⎝ –0,4 –1,1 ⎠ 2. Soit b . z 4 = 42 a. S = {(2 + 3k ; – 3 – 5k) pour k entier relatif }. f (x) = n–1 tion y = x est asymptote à la courbe. Non, on ne peut pas non plus définir l'intervalle de fluctuation étudié en classe de Seconde : n = 5 < 25. l Le centre de gravité est placé à 1 du segment [AB], du côté de A.
Partie B 1. On ajoute 2. On sait que la suite (wn) converge vers 0 et est de signe constant (signe dépendant de u0 – 15). Ce sont les multiples du triplet (3 ; 4 ; 5). |zk + 1|2 = |zk|2 + 1 d. Soit : y – x – 212 + 42x – 441 = y 2 – x 2 . 1 x→+3 x x X →+3 X x De même en –3. Les valeurs cos x augmentent. x 2 Par un théorème « inégalités et limites », comme x ex lim = +3, on a lim = +3. • Pour 5, on a : 5, 14, 23, 32, 41, 113, 131, 311, 221, 212, 122, 1112, 1121, 1211, 2111 et 11111. Ce nombre est réel si et seulement si z est réel ou z est imaginaire pur.
⎝ 2 ⎠ ⎝ 2 ⎠ ⎝ 2 3⎠ ⎝ 2 2⎠ 3⎠ ⎛1 P⎟ < X < ⎟ = Aire(EFBI) + Aire(IGHB) ⎝2 2⎠ 1 2 2 1 + 1 1 13 = 2 3× +3 3× = . Le point K(0 ; 0 ; 1,25) d'intersection de (BIJ) avec (DH) n'appartient pas au segment [DH]. Comme u(0) = 0, on en déduit que pour tout réel x, u(x) ⩾ 0. x x 3 – 5e 3 ; x – 3 x→+3 x 2x + 1 3 e ; f '(x) est du signe de 2x + 1. ; TP 4 k2 + 1 – 1 k 2 k2 + 1 R k2 + 1 – 1 k 2 k2 + 1 ≈ 1,530 733 729 460 4.
Nombres complexes Introduction Ce chapitre est une introduction aux nombres complexes, en insistant sur les notions de base que sont les parties réelles et imaginaires, les modules et arguments et les va-et-vient entre écriture algébrique et exponentielle. B. 22 012 ≡ (24)503 ≡ (– 1)503 ≡ – 1 [17]. ⎨ 0 = ax + b f (x) = ax + b 0 0 ⎟ ⎣ ⎟ ⎣ e 0 Si b = 0 : a est non nul car Δ n'est pas parallèle à un axe. x→0 lim 1 – x→+3 1 = 1 et lim g(x) = +3, donc lim f (x) = +3. f '(x) = (1 – cos x)2 3p 2 p 2 0 – + 0 6 + –1 2 –xcos x 3p 2 1 + 1 x p⎞ p⎞ ⎛ ⎛ h(t) = 2 sin⎟ t + ⎟ = 2 cos⎟ t – ⎟.
La probabilité que cette bouteille contienne exactement un litre est nulle.
f est positive sur [– 3 ; 15] ; f est négative ailleurs.
p 5p 23 a. De nombreuses notions diverses seront étudiées comme l'étude des nombres complexes avec la partie réelle et imaginaire. n10 2n ⩽ 1,9.
(x – ln x)2 Donc f est croissante sur]0 ; e], décroissante sur 1 . y0 > 0, M(x0 ; y0) ∈ k ⇔ ekx0 = y0. Si a < 0 : est au-dessus de l'axe des abscisses pour x < – • • 0 68 • 3. trouve X = (M 2)– 1⎟ ⎝ 0,6 ⎠ ⎝ 0,75 ⎠ 22 ⎛ 0 0,5 0,45 ⎞ ⎟ a. La conjecture est fausse. 607 est premier. f (x) = = 2 2⎞ ⎛ x⎟3– ⎟3– ⎝ x x⎠ Donc la droite d'équation y = – 2 2 1 Or lim 1 + = 1 et lim 3 – = 3 donc lim f (x) = . f est dérivable sur [0 ; 1] en tant que fonction rationnelle. ℰ admet l'origine O du repère comme centre de symétrie car, pour tous réels x et y, si (x ; y) appartient à ℰ, alors (–x ; –y) appartient à ℰ. L'instruction ALEA() renvoie un nombre aléatoire entre 0 et 1.
Comme P(X ⩽ t) = P() = 0 (pour tout nombre réel t strictement négatif), la fonction de répartition est alors constante sur]– 3 ; 0[(donc dérivable sur cet intervalle). S =]–3 ; 3,5]. 98 (2x – 1)(2x + 1) . ⎨ n+1 ⎣vn+1 = vn (1 + aun – b) c. P(« la personne est une femme gauchère ») 4 = 0,127 × = 0,050 8 (probabilité d'une 10 feuille). lim f (x) = +3 ; lim f (x) = –32. Vrai : en écrivant x –3 f '(x) 86 1. 189. E(X) = –s × 40 4 3 1 35 +0× +s× + 2s × = – s. Non, pas tel quel, car c'est une forme factorisée qu'il faudrait ● pour pouvoir donner le signe de la dérivée.
En effet g'(x) < 0 sur]1 ; +3[car ln x > 0 ⇒ –ln x – 1 < 0. rEC⎜ 1 ⎟ et rEK⎜ ⎟ 3 ⎟ ⎟ ⎟ 2⎟ ⎝ –1⎠ ⎟ – ⎟ ⎝ 3⎠ points E, C et K sont alignés. Pour F = 1 000 : 0,253. Si nous enlevons un des segments possibles, par exemple [A3A4], pour ne tracer que 5 segments, alors les triangles A1A2A3 et A1A2A4 sont dessinés. Voir le tracé de – 2 ci-dessus. L'état stable du graphe est un vecteur X = ⎜ a ⎟ ⎝ b ⎠ vérifiant X = MX et a + b = 1. Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : 1 1 ⎤ 1 1 ⎤ ⎡ ⎡ ⎢ f – n ; f + n ⎥ = ⎢ 0,84 – 100 ; 0,84 + 100 ⎥ = [0,74 ; 0,94]. 4i – 1 Alors z = 2 – 3i 2 + 3i (2 + 3i)(–1 + 4i) = = 4i – 1 –1 – 4i (–1 – 4i)(–1 + 4i) = 23 Soit Z = –2 + 8i – 3i – 12 –14 5 = + i. 158. Mais cette fois-ci n n'est pas connu ; c'est le premier multiple de 10 non nul tel que la différence entre les aires des rectangles « supérieurs » et les aires des rectangles « inférieurs » soit inférieure à un réel delta fixé. ⎟ ⎟⎝ 2/ 9 ⎟⎠ 41 E C ⎛ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟⎝ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ 0 ⎟⎠ 0 1 0 0 4 . n→+3 5 3 ⎞ 5 3 ⎛ n2 ⎟ 2 – + 2 ⎟ 2 – + 2 ⎝ ⎠ n n n pour n ≠ 0. –7 + i –7 – i D'après a, 3 – 2i 3 + 2i 11 – = i. p p – 2x h x→ h→0 Comme lim 7 + 3x + 7 = 2 7 et lim et h→0 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. ⎡ p(1 – p) p(1 – p) ⎤ ; p + 1,96 × ⎟ p – 1,96 × ⎟ ≈ [0,077 ; 0,243 0]. 64 1. (On peut cocher ou non les cases, déplacer les curseurs.) Partie B f f fx 1 f 1 oOoA = x et oOoA' = fx donc g = . lim(1 – ln x) = +3 et lim lnu = +3. ● A(1 ; 0 ; 0) ; C(0 ; 1 ; 0) ; E(1 ; 0 ; 1) ; 1 1 I ⎛⎜ ; ;1⎞⎟. Des triplés contiennent nécessairement parmi eux le nombre 3 ; il n'y a que le triplé (3 ; 5 ; 7) qui existe. f admet un maximum en x = 0, c'est-à-dire lorsque M est en O. vn + 1 = vn signifie que la suite (vn) est une suite 2 1 géométrique de premier terme 1 (v0 = u1 – u0 = 1) 2 1 et de raison . Plus on s'éloigne de l'origine O, plus x0 augmente, plus l'élévation maximale 1 diminue.
2 2 et b.
● 3 On suppose qu'il existe f solution de (E), de degré n > 0. f est continue en 5. e >1⇔1– > 0 ⇔ x < 5. ⎛ z – 1⎞ = arg(z – 1) – arg(1 + i) On a arg⎜ ⎝ 1 + i ⎟⎠ arg(1 + i) = p p [2π] donc arg(z – 1) = [π].
F'(x) = – ln x x ln x b. 146 c. tz2 = r2e –iu2 . On en déduit que d et d' ne sont pas sécantes.
⎝ 1⎠ ⎛ 50 ⎞ 0 50 ⎛ 50 ⎞ 1 49 c. Le signe de g' est le même que celui de f ', leurs tableaux de variations sont similaires. = p = p p i 2 + 2cos 2 + 2cos 1+ e 3 3 3 p –2isin 3 = 3 ⎛ p⎞ 2sin⎟ ⎟ –i p ⎝ 3⎠ = e 2 3 u 2 = i tan u . L'étude de la différence dk(x) = gk(x) – fk(x), soit 2 dk(x) = e–kx – e–kx ne permet pas d'aboutir. On ne peut donc pas remettre en cause cette étude américaine à partir de cet échantillon. Vrai, car 23 = 8 < 9 = 32 et la fonction ln est croissante. l 3 Recherche du PGCD 1 a. ⎛ 10 ⎞ a. p est supposée être égale à 0,1 (10 cases sur 100). Pour a ⩾ 1, le problème posé avec un carré à côtés parallèles aux axes n'a pas de solution. lim u(x) = +3. f (x) = f(x) = 1 – 4x 2 – 4x + 1 – 1 (2x – 1) 1 (2x – 1)2 2 = (2x – 1)2 – 1 (2x – 1)2 b. ⎝ 2 8 ⎠ ⎞ ⎠ Exercices d'application 1 ⎛ u Si pour tout n ⩾ 0 on note Xn = ⎜ n⎟ ⎝ vn 6 ⎞ ⎟⎠ ⎛ 15 3 ⎞ ⎛ 3 ⎞ alors A = ⎜ ⎟ et X0 = ⎜ ⎟.
⎣6x + 2y = 0 Ce système est constitué des équations cartésiennes de deux droites D 1 et D2 sécantes (vecteurs directeurs respectifs cu1(– 4 ; 10) et cu2(– 2 ; 6) non colinéaires), donc le couple (x ; y) existe et est unique. L'unicité de la décomposition montre que les facteurs premiers de a ont un exposant pair dans la décomposition de a2. La série générale est uniquement composée des trois séries S, ES et L. n→+3 e. L'équation (E) admet en effet au maximum trois solutions réelles. REMARQUE P(X ⩾ 1,1) = P(X ⩾ μ + 5σ) ≈ 0 donc P(X ⩽ 1,1) ≈ 1. Il y a donc autant d'égalités dans les deux algorithmes. évolution de processus 9 2 29 4 32 3 27 4 48 10 53 3 11 2 37 5 32 3 ⎞ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟ ⎟⎠ 21 a. Lois à densité 30 X : variable aléatoire qui à tout teck choisi au hasard associe sa hauteur en mètres. Choisissons l'origine à l'endroit où la voiture démarre. En utilisant par exemple que F(1) = 1 (question 1), on en conclut que la constante K est égale à 0. x→–100 (((x + 1) x + 5 + 2 x +1 = x+5–2 (x + 5) – 4 (x + 1)( ) = donc lim f (x) = 0 . 400 personnes (au n 0,12 minimum) doivent être interrogées. 134 Partie A 1.
La courbe admet la droite d'équation y = b comme asymptote. f '(x) = g(x) ; g'(x) = f(x). G(x) est l'aire entre la courbe g, les deux axes et la droite parallèle à l'axe des ordonnées qui passe par le point de coordonnées (x ; 0). zAzB = (2 + 3i)(5 – 2i) = 16 + 11i. Donc D'(t) ⩾ 0 ⇔ t ∈ ⎡ 0 ; ⎟⎣ e – 1 ⎟⎦ 100 ⎤ et décroissante d. = h h 2 2 ⎛p ⎞ f⎟ + h⎟ ⎝2 ⎠ 2 =– .
⎝ 2 2⎠ 2 2 De même pour b > a.
Réciproquement pour tout entier relatif k, 43 + 85k appartient à S. 5 2x + 5 Aire de ℰ : Donc 10 10 ⎛ 11 ∫0 1 ⎞ 1 1 ⎡ 11 ⎤ ⎟⎝ – ⎟ dx = ⎟ x – ln (2x + 5) ⎟ = 22 – ln 5. l Voir fichiers logiciels. 17x ≡ 3 ≡ 17 × 9 [10] d'où 17(x – 9) ≡ 0 [10]. D'où le théorème de Van Aubel : LN = MP et (MP) ⊥ (LN). 4 4 21 F(x) = 22 a.
e – 1 = 1 – e. 2 d.
Pour a. Lorsque le point M parcourt la courbe , le point P parcourt la courbe d'équation : y = 2e–x + e– 2x. Faux : M5 × ⎟ 50 ⎟ ≈ ⎟ 42⎟ ; c'est environ 49 000. Pour tout k on a donc : (1 + i)4k (1 + i)4k + 2 i et donc (1 + i)4k + 1 ∉ et (1 + i)4k + 3 ∉ . f' 0 ℰ 1 7 + 4 f c. Trois nombres impairs consécutifs sont de la forme 2k + 1, 2k + 3 et 2k + 5.
h est dérivable sur]1 ; +3[et h'(x) = x 1 1– x Donc h est croissante sur]1 ; +3[. KM = 2 1 2 2 . ( ) ( ) ( ) x +2 (x – 2 + 0,5ln A = 0,5ln ((A = 0,5ln) x – 2 + ln x – 2 + ln A = ln lim f (x) = – 3. La courbe Γ coupe la courbe 1,5 en deux points. Si x ∈ [a ; b] : f (x) = Si x rel="nofollow"> b : f (x) = x 2 + y F2 1 a b ; f '(x) = ; f '(b) = . ; ;– ; ; ⎝ 11 11 11 ⎟⎠ ⎝ 11 11 11 ⎟⎠ IJ = 28 11 ≈ 8,4 km. De même (SI) est orthogonale à (BD), donc à deux droites sécantes du plan (ABC). La variable x est inutile dans les deux algorithmes. sin x 1 sin x 1 =0 > > donc lim x→–3 x x x x (théorème des gendarmes). f est décroissante sur]–3 ; 0] et croissante sur [0 ; +3[car g(x) ⩾ 0 ⇔ ex ⩾ e–x ⇔ x ⩾ –x ⇔ x ⩾ 0. D'après b, ψ(x) = constante = – 1. Deuxième possibilité : v1l v 22 – v12 ⎡ f est décroissante sur⎟ 0 ; ⎟⎣ v1l v 22 – v12 ⎤ ⎟ et croissante sur ⎟⎦ Le temps de parcours est minimal lorsque HB = ⎡ vl ⎤ 1 ⎟ ; d ⎟. La courbe représentative de la fonction ln est au-dessous de celle du log sur]0 ; 1[et au-dessus sur]1 ; +3[. 1 ⩽ k ⩽ 9 et 0 ⩽ n ⩽ 12. Alors on a D(eiθ), C⎟ e ⎟⎝ ⎟ ⎛ – i⎛⎜ u + p ⎞ ⎟ ⎞ ⎛ i⎛⎜ u + p ⎞ ⎟ ⎞ ⎝ 3⎠ ⎝ 3⎠ e ⎟ ⎟ e ⎟ D'où M(cosθ), K⎟ ⎟. 7 – ×4 ⎞ 105 ⎛ 2. E = ℝ\{2kπ, k entier relatif }.
34 f (0 + h) – f (0) h 1.
3 2 Si on suppose que x(0) = a et v(0) = b : v(t) = t2 + t + b et x(t) = 2 De la même manière, on obtient x(t) = et – cos t + at + b. 10 2 2= 1 u (t)dt c. Premiers termes : Fin Si Fin Pour afficher compteur Fin 2. Pour tout x, f '(x) = b. Limites de fonctions • 43 Deux carrés et demi TP 3 Partie A 1 a. (On peut cocher ou non les cases, déplacer les curseurs.)
46 • 2. z5 = – 5i. 1 Il s'agit de la matrice N ×C.
Par le théorème du toit, les plans (IJK) et (ADS) se coupent donc suivant une droite parallèle à (IJ) et à (AD). Applications du PGCD • 269 d. ⎝ ⎠ f. = 144e 1. xS Donc S parcourt l'arc d'hyperbole d'équation y = 1 0 1 2 3 4 5 6 x –1 1 x –2 avec x > 0. Comme les termes de la suite (un) sont positifs, on peut en déduire que (un) décroît à partir de n = 40. f est dérivable sur]0 ; +3[comme somme et produit de fonctions dérivables sur]0 ; +3[. 1 1 1 – 3 × × (ln x)2 = (1 – 3(lnx)2). + p 2 (p + 1)2 p(p + 1) Notons S la somme demandée.
P(X ⩾ 130) = 0,5 – P(100 ⩽ X ⩽ 130) = 0,5 – 1 × P(70 < X < 130) 2 = 0,5 – 1 × P(m – 2s < X < m + 2s) ≈ 2 ≈ 0,025 . –3 α 0 – – + 0 0 + – – x 103 c. f est décroissante sur]0 ; e– 0,5] et croissante sur [e– 0,5 ; +3[. z2 – z + 1 = 0. (x + 3)2 f '(x) > 0 donc f est strictement croissante sur [0 ; 1].
Pour n = 3, d'après la question précédente (dérivée qui s'annule et change de signe en x = 3), f 3 est croissante pour x ⩽ 3 et décroissante pour x ⩾ 3.
n→+3 42 n ⎛ n ⎞ n ⎛ 4⎞ ⎛ 5 ⎞ ⎟ ⎝ ⎟⎠ × ⎟ ⎟ ⎝ ⎟⎠ – 1 ⎟ ⎛ 5 ⎞ ⎟ – 1 5 ⎝ 28 ⎠ ⎞ 28 ⎠ = . Donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation u(x) = 0 a une seule solution α dans]0 ; +3[. 2– x)(x + 5 + 1 2e – 5 + 1 x (x ⇔ e 7 – 2x ⩾ 1 ⇔ (2e x e +e –1 .
Partie C b.
Or l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 est inclus dans l'intervalle de fluctuation étudié en classe de Seconde. 23k ≡ (23)k ≡ (1)k ≡ 1 [7].
On en déduit que pour tout x ∈ ⎡ 0 ; ⎤ : ⎣⎦ 2 ⎦⎤ 2 x cos x ⩾1 – . lim un = 0. lim un = 0 car 0 < n→+3 Donc lim un = 0. x(x + 1)2 e. Conditionnement et indépendance Tn 3 5 Tn + 1 2 5 Tn + 1 2 7 Tn + 1 5 7 Tn + 1 2 b. 0,25⎟ + 0,5⎟ – 0,25⎟ = ⎝ 9 ⎠ ⎝ 9 ⎟⎠ 144 A l'instant t = 800 + 0,5 on a : 9 e–nx > 0 et 0 < 1, 1 + e–x 3. k–2 Ce qui donne avec les affixes : 2 2 (x + iy) soit z = (x + iy). y 1 0,5 f –1 – 0,5 0 0,5 1 1,5 2 2,5 x c.
R ⩾ 0,95. On a : f(x) ⩾ 0 ⇔ u(x) ⩾ 1. Dans l'ordre de pertinence : P2 ; P3 ; P4 ; P1 et P5. Nombres complexes = xx' – yy' – i(xy' + x'y) = x(x' – iy') – y(y' + ix') = x(x' – iy') – iy(x' – iy') = (x – iy) (x' – iy')= tz × tz'.
Décroissance de la suite : soit un + 1 – un = = 4un – 1 4u – 1 – un2 – 2un – un = n un + 2 un + 2 –un2 + 2un – 1 u 2 – 2un + 1 =– n un + 2 un + 2 =– (un – 1)2 . Tant que R ≠ 0.
a – (n2 – 1) = 2 c divise 2 donc c = 1 ou 2. x x 2. De même, cos 4x = cos4 x – 6cos2 x sin2 x + sin4 x et sin 4x = 4cos3 x sin x – 4sin3 x cos x. d'un demi-carré de côté x – 2 : 2 + 2 y 8 Après avoir étudié les trois cas k = 0, k < 0 et k > 0, on peut résumer les résultats en : f b ∫a f (x)dx = |k| × (b – a) 10 ∫0 9 10 f (x)dx = 2 + 2,5 + 3 + 3,5 + ... + 6,5 = 42,5. ℰ est l'aire entre la courbe de la fonction exponentielle, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = . 3 128 • 6. 3 ⎣ 2b11 + 4b21 = 0 2 a. 2 Pour k ∈ [0 ; 1], (k) est l'aire de ABCNMO c'est donc l'aire de ABCDO diminuée de celle du triangle isocèle rectangle DMN de côté (1 – k) ; donc (k) = 1 (5 – (1 – k)2).
D'après ce qui précède, pour tout réel x > 0, ln x 2 . D'après 3, p [2p]. x ln x ⩾ 0 ⇔ x ∈ [1 ; +3[. Cet événement étant l'événement contraire de l'événement « les dix cylindres sont acceptés », on a : Partie B P(« au moins un cylindre est refusé ») a. P4 : Vraie. On a f (0) = 0 et ex – x f '(0) = – 1. 28 L'événement contraire de l'événement « obtenir au moins une fois face » est l'événement « obtenir trois fois pile ». Comme 0 ⩽ 1 – e– 2t < 1 (question 3.a), on a, à l'aide de la question précédente : P(X ⩽ 1 – e– 2t) = 1 – e– 2t. lim f (x) = – 3 et lim f (x) = lim x ⎛⎜ ln x – 1⎞⎟ + 1 x→0 x→+3 ⎠ x→+3 ⎝ x = – 3. 2 k Or l'affixe de tmO est –z et l'affixe de tOQ est x + iy. Pour que l'expression soit définie, il faut x > 0 et 1 – > 0. x2 La dérivée f '(x) est positive sur [1 ; e], négative sur [e ; +3[. y = f '(a)(x – a) + f (a). 3– x on a x > m donc lim 20 0 –9 21 x 2 + 10 x 2 + 10 ; lim = +3 3 – x x→–3 3 – x f (x) > m ⇔ – 2,5 Asymptote : y = 0 (en –3 et en +3). ⎝ 3⎠ u(1) = – 2 et lim u(x) = +3 ; comme u est strictex→+3 ment croissante sur [1 ; +3[, il existe un unique α ∈ [1 ; +3[tel que f (α) = 0. La distance de C au plan (BDI) vaut volume du tétraèdre BCDI vaut 80 2 et le 2 2 . Si Δ < 0, il y a des solutions complexes. 15 × 10 × 365 × 24 × 3600 9 47 Partie 1 1. –3 1 Un polynôme P est une fonction continue sur ℝ. 0 e– 1[∪]e– 1 ; g +3[. Pour m = 65, n = 7 058. 14 1. 1 d. log20 = log10 + log2 = 1 + log2. ● 4 x 2 – 10x + 25 . Donc ' coupe le plan en un point I. n→+3 32 • 1. z5 – 1 = 0 ⇔ z – 1 = 0 ou z4 + z3 + z2 + z + 1 = 0 ⇔ z = 1 ou z solution de (E'). Dans la première partie, on s'appuie sur l'outil section du logiciel afin d'observer les traces et leurs propriétés. (n ; n + 2) ≠ (1 ; 21) et (3 ; 7). Cela permet de ne tester que les diviseurs impairs après 3 sans omettre 2 qui

est premier. Lorsque n augmente, les aires sous les courbes n diminuent donc la suite (In) est sans doute décroissante. ⎤ ; f (t) = f (t + T) ⇔ cos(ωt + φ) = cos(ω(t + T) + φ) (1) (1) ⇔ ωt + φ = ω(t + T) + φ + 2kπ ou ωt + φ = –ω(t + T) – φ + 2kπ (1) ⇔ 0 = ωT + 2kπ ou 2ωt + 2φ = –ωT + 2kπ 2kp w 2kp ou T = –2t – 2 + . 2 Donc un + 1 ⩽ 2 A = p + 2p + 3p + 2p + 1 p 2(p + 1)2 Donc 1 + Donc un + 1 – vn + 1 ⩾ 0 pour tout n . 2 1 0 k = 0, 1 k=0 lim d(x)= +3. n→+3 n + 2 = +3. Les droites (ST) et (DB) étant sécantes, les points S, D, B et T sont coplanaires et forment un losange. ⎝ 5 5⎠ ⎛ 1⎞ rAC ⎡ −1⎤ ; ⎤ ⎣ 3⎦ ⎝ 5⎠ rAD ⎣ 5 ⎦ . Compléments sur la dérivation 58 1.
Elle n'est pas dérivable par limite f (10 + h) − f (10) de qui n'existe pas : elle vaut h –0,998 8 à gauche et 0,999 8 à droite. 2 2 5 − 29 ⇔ x = α + 2kπ ou x = –α + 2k'π, avec 2 α ≈ 1,76 ; k et k' entiers relatifs. (2 + 2i)2 = 4 + 8i – 4 = 8i donc (2 + 2i)8 = (8i)4 = 84 c'est donc bien un réel positif. f est définie sur]0 ; +3[. La droite d'équation y = 2 est tangente en chaque point d'abscisse a et coupe en une infinité p de points (d'abscisse – 2kπ). Nombres premiers corrigés des activités d'exploration 1 Des carrés pour un rectangle 1 Oui avec 91 = 13 × 7. k ne peut être égal à 1 car aucune des courbes dessinées n'a un maximum en x = 1. 255 divisions. z B – z A – 3 + 3i = zC – z A 3 + 3i ⎛ 1 2 3⎞ + ⎝ 2 = ⎛1 2 3⎞ + ⎝2 = z z + z 'z + z z ' + z 'z ' + z z 'z – z z ' + z 'z ' = 2(ztz + z'tz') = 2 (|z|2 + |z'|2). AIJD est un trapèze rectangle d'aire 2 d. Oui car leurs vecteurs normaux bn ⎡ 1 ⎤ et ⎡ ⎣ 2⎦ ⎛ bn' ⎣ 5 ⎦ sont orthogonaux. Alors xi > 1 puis Sn > 1 car les xk sont strictement xi + 1 positifs pour tout k {1, 2, ..., n}. Le théorème des valeurs intermédiaires (cas particulier) appliqué à f sur]– 3 ; 0[permet d'affirmer que l'équation f(x) = 1 admet une seule solution β sur]– 3 ; 0[. x→– f x >–f Donc la droite d'équation x = –f est asymptote à d. Pour σ = 0,06, P(59,9 ⩽ Y ⩽ 60,1) ≈ 0,90. F est une fonction dérivable donc continue. 2 101 1. Intégration 1 1 ⎛ 1⎞ g'(x) = (1 − n)x −ne x + ⎦ − 2 ⎤ x1−ne x = (1 − n) n e x − n+1 e x . f 2(u(x)) = ⎛ ⎜ x − 3⎞ ⎝ 2 ⎠ 0,1 . ≈ 100 ⩽ ∫ 40 20 2 f (x)dx ⩽ 120. REMARQUE On notera que ces deux suites sont adjacentes et convergent vers 2 (très rapidement d'ailleurs). De plus, le tétraèdre DIJK permet à l'élève de « sortir » du cube, méthode qu'il faudra utiliser pour tracer des sections. Vrai, c'est une application de la formule ln(am) = mlna avec a > 0 et m entier relatif. lim hk (x) = – 3 et lim hk (x) = + 3. X x xn c.
Il semble que les courbes Γ et 1,5 se coupent en un point. Les solutions de cette équation sont sur le cercle de centre O et de rayon 1. En conclusion, la propriété est vraie pour tout p ∈ N*.
X suit la loi binomiale ℬ(100 ; p). ℬ = −2 ⎡ k(1) = −2 ⎧ a = 3 ⇔ ⎨ a ⇔ ⎧ . Le couple (x ; y) est solution du système : ⎨ . 30∠ • 6.
p⎞ ⎠ 4. M M n 0,01 0,02 0,04 40 000 10 000 2 500 0,08 625 0,16 157 0,32 40 Exercices d'approfondissement 29 Cet exercice est corrigé dans le manuel. b. Si a = 0, lim f (x) = lim 4x − x 2 = 0. = z1 13 g. 2 a. un + 1 = rn + 1 – 0,4 = 2rn – 0,4 – 0,4 = 2(rn – 0,4) = 2 u n. Équation de 1 : y = 6x. c. 2(2x − 21)2 c. D0 : y = x + 1 (voir la figure précédente).
Alors (E) ⇔ 41m – 26k = 41m0 – 26k0 ⇔ 41(m – m0) = 26(k – k0). 1/ 2100 Donc le temps moyen est supérieur à 1 million de fois l'âge de l'univers : l'état initial est : 2100 × 10 −6 ≈ 2,7 × 106 . Par addition pour i compris entre 0 et 29 : 0,1[f(x0) + f(x1) + … + f(x29)] ⩽ aire de ℰ ⩽ 0,1[f(x1) + f (x2) + … + f (x30)]. ⎛ ⎝ ⎞ ⎠ TP4 Carrés d'entiers Soit z1 = a + ib et z2 = c +id. Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : 1 0 . [– 1 ; n – 1] pour tout n ⩾ 2. 7 /15 ⎝ ⎠ mbc' mbd' alors A = P × D × P– 1 = ⎡ ⎤ ⎣ ⎦ mdc' mdd' 19 20 Cet exercice est corrigé dans le manuel. p. π ≡ – 4 [35]. Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel m > 1, l'équation u(x) = m a une seule solution dans]– 3 ; 0[. (n + 1) n (n + 1) 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 k 1,150 1,150 1,150 1,150 1,150 1,150 1,150 1,120 1,090 1,060 1,030 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 0,990 0,980 0,970 0,960 0,950 0,940 0,930 0,920 0,910 0,900 0,890 0,880 0,870 0,860 0,850 0,840 0,830 0,820 0,810 N 1533 1763 2027 2331 2681 3083 3545 4077 4689 5392 6039 6583 6978 7187 7187 7187 7187 7187 7187 7187 7187 7187 7187 7115 6973 6764 6493 6169 5798 5393 4961 4515 4063 3616 3182 2769 2381 2024 1700 1411 1157 On obtient : 100 • 5. Donc (un) converge. y g h 1 0 1 x 2. ● Si a > 0, on a ⎮ , car −b − a 2 b 2 < −b + a 2 + b 2 . On associe les diviseurs par paires (p ; q) telles que n = p × q, d'où P = nm = n 2m = N. En procédant de même avec le nombre ωj2, on montre finalement que les racines cubiques de z sont les complexes ω, jω, j2ω. 0 < n −1 vn . (x + 2)2 Donc f est strictement croissante sur [1 ; 2]. h'(x) = 2x – 4 + 2e2x + 2ex. 2 034. 1⎞ ⎠ e.
p est premier avec 1 × 2 × … × (p – 1), on peut donc appliquer le théorème de Gauss. 1 − xe−x + e−x ex − x + 1 = e–x (1) 2x x 1 + e−x + e−2x e + e +1 ex − x + 1 e−x − xe−2x + e−2x ⇔ e2x + e x + 1 1 + e−x + e−2x 2x e e−x − xe−2x + e−2x ex − x + 1 ex − x + 1 (1) ⇔ 2x = e + ex + 1 e2x 1 + e−x + e−2x + e x + 1 ex − x + 1 ex − x + 1 (1) ⇔ 2x = 1 + 1 = 2. On rappelle que ces fonctions sont supposées être définies sur R. Par la formule des probabilités totales, la probabilité que la flèche atteigne la cible au deuxième lancer est 0,7 × 0,5 + 0,4 × 0,5 = 0,55. De plus, comme tout prélèvement de 100 poulets choisis au hasard dans le stock peut être assimilé à un tirage avec remise, la variable aléatoire Y suit la loi binomiale ℬ(100 ; 0,03). Résolution Supposons a > 0 et posons pour tout réel x > 0, f(x) = ln(ax) – x2.
2 f '(x) est du signe de –a à l'« extérieur » des racines et . h > 0 : h h→0 1 x f (10 + h) − f (10) = − 0,2 − 0,01h. Affecter π/6+2π*ent((a − π/6)/ (2π))+1) à x x p 4 0 Fin Si x 2'(t) 0 0,1 x2 Tant que x ⩽ b Afficher x Affecter x + 2π à x Fin Tant que Affecter π/6+2π*ent((a – 5π/6)/ (2π)) à x (2π))+1) à x Afficher y Affecter y + 2π à y Fin Tant que p⎞ ⎠ u • v(t) = cos ⎛ pt − ⎞ . Si un seul chiffre est erroné, le reste de A mod 97 sera non nul, le reste changera. b 1 (ax + b)2 dx . x→−1 x <−1 65 x→−1 x > −1 66 a. Fonction logarithme népérien 2 Voir fichiers logiciels. cos x p 4 p 1 - change de signe sur ⎤ 0 ; ⎤. L'étude de la différence δ3(x) peut se faire sur]0 ; +3[. Donc eiθ × eiθ' = (cosθ + isinθ) (cosθ' + isinθ') = A. (1) ⎝ h ⎠ Pour h > 0, en multipliant la double inégalité (1) par h h h , on obtient : – 4 ⩽ A ⩽ .
(1) ⇔ ⎨ 1 1 ⎮ x < 2 exp(1) ⎮ x < 2 exp(1) ⎣ ⎦ 20 L'ensemble des solutions est]– 2 ; 0,5exp(1)[. , alors h'(t) = 4a 2bt 2 (a − t 2 a2 − t 2) . Si a < 0, il existe α tel que est au-dessous de da pour x < α et est au-dessus de da pour x > α.
Il faut ainsi au maximum 16 mygales. h est définie et dérivable sur]0 ; +3[(8 − ln x)2 . On a : g(n) – h(n) < 0,001 ⇔ ln⎛ ⎝ 1 + 1 ⎞ ⎠ < 0,001 (1) ⎝ n2 ⎠ 1 1 0,001 2 − 1 n = ≈ 0,001 . I 6 Il faut exécuter 10 fois l'instruction « -250*LN(1-ALEA()) ». ln a ln a c. 93 1. N correspond à t = ⎛4 4 4⎞ 1 rBN = nBS.
2z2 − (1 − i)z + 3i − 5 = 0 (3) Le discriminant est (1 − i)2 − 8(3i − 5) = 40 − 26i dont On obtient : Z1 = une racine carrée est d = 569 + 20 + i 569 − 20 . Si on pose X = ⎮ i ⎮ on a de plus m = i + r = 1. 3 5 1 1. 4 5 L'affixe de rDA est + 2i . a'(u – u0) = b'(v0 – v). Donc f est une fonction constante. + x m et g(x) = 1− x Alors f '(x) = g'(x) donc : 1 + 2x + 3x 2 + …. mx m−1 = … Pour chaque poulet prélevé au hasard, il y a deux issues possibles : • soit ce poulet a un poids inférieur ou égal à 1 kg (p = P(B) = 0,03) ; • soit ce poulet a un poids strictement supérieur à 1 kg (q = 1 – p = 0,97). L0 = 1 car il n'y a qu'un couple au départ. La probabilité d'être arrivé en 8 après exactement 10 coups est ≈ 0,038 5 (0,800 230 98 – 0,761 718 75). p(p + 1) où p ∗. ⎡ p(1 − p) ⎤ p(1 − p) ; p + 1,96 × ⎮ p − 1,96 × ⎮ n n ⎣ ⎦ ⎦ ≈ [0,287 5 ; 0,612 5]. ⎡ 0,363 75 ⎤ ⎮ ⎝ 0,543 ⎞ ⎠ ⎞ (M 4)– 1 m ≠ 0 , on vérifie que : ⎞ × P est l'inverse de A.
h(x) = 1 + x e ex. 87 ≥5 1.
f '(x) = 2cos x sin x – 3 sin x = sin x (2cos x – 3). L'année de terminale S est longue et demande beaucoup d'investissement et de travail personnel tout au long de l'année scolaire afin de pouvoir consolider ses acquis mais également, de pouvoir développer des connaissances et des compétences dans la matière. 6x ⩽ f(x) ⇔ x = 0. (AC) est perpendiculaire à (BD) dans le carré ABCD. Le lapin a traversé avant l'arrivée du camion si : 2 7 sin u < 4 ⇔ 8 < 7cos + 4sin 15cosu 60 15cosu ⇔ 0 < 7cos + 4sin – 8 7 2sin u – 4 + >0 2 cosu (cos > 0 car le lapin traversé). 0 5 000 – x 3 – – 1 (sin x) e 3 x – = ⎛ cos x – 1 sin x ⎞ ⎠ e 3 . XX ⎛ eX – nX = eX ⎡ 1 – n X ⎤ , donc lim w(X) = +3. 25 a. 2 2 ⎛ ⎝ b. De plus, pour chaque question, une seule réponse parmi les quatre est exacte. La probabilité d'arriver en 8 en 2 coups est : 0,187 5. 13 13 ⎮ ⎮z = t ⎮ ⎝ ⎛ 7⎞ c.
B est inversible d'inverse M(– 4) = ⎡ 0 1 −4 ⎤ . 52 53 1. Un raisonnement par récurrence permet de démontrer que pour tout entier naturel n, un > 1. P(« la personne est droitière ») = 1 – 0,127 = 0,873. Aire ABMH = x × 2 4 b. n2 n→+3 a. 6 n(n + 1)(n + 2) pour tout n *. 24 . Exercices d'approfondissement 27 cos x − 1 = 0 comme nombre dérivé en x 0 de la fonction cosinus. vn + 1 = (n + 1)(3 – un + 1) = (n + 1) 6(n + 1) – nun – 3(n + 2) 2(n + 1) = 6n – nun – 3n 2 = n(3 – un) vn = .
2 × 0,75 – (– 3) × (– 0,5) = 0 donc la matrice A n'est pas inversible. g(– 3) = – 3e2. D'après d, comme 1 – ⎛ ⎞ 1 1 1 0 D'où, d'après c, un < 1 + 2 pour tout n ∈ N*. z nAB = zB – zA = 3 + 2i – (– 2) = 5 + 2i. Fluctuation et estimation • 255 Enseignement de spécialité Partie A arithmétique • 259 1. groupe B Noire (gain : – s) Verte (gain : 0) Blanche (gain : 2s) 2. Algorithme : que ⎧ y M = f '(a)(xM − a) + f (a) ⎮ (1) ⇔ ⎨ g(a) − f (a) ⎮ xM = a − g '(a) − f '(a) ⎩ ⎡ ⎧ y M = f '(a)(xM − a) + f (a) (1) ⇔ ⎨ xM = a + 1 ⎮ Entrée : ⎧ y = e1 + a ⎨ y = e xM ⎮ ⎮ M (1) ⇔ ⎨ M . k ⎛ 1⎞ b. Si x < a : f '(x) = (a – x – 1)ex. Donc il existe une position de D telle que Δ soit nulle. 2 encore –sin x = Ou { le nombre de valeurs p – + 2kp ; – + 2k'p, et k k' entiers 3 3 } de qui se trouvent dans l'intervalle [a ; b].
Or z1 = 2 + 9 = 11 et z 2 = 36 + 1 = 37 ; ● R = 0,83. Issue n – 1 000 n – 1 050 – 1 050 Probabilité 0,70 0,30 × 0,65 ≈ 0,195 0,30 × 0,35 ≈ 0,105 Objectif BAC b.
h Les tangentes en x = – 5, x = 0 et x = 5 sont donc horizontales d'équations y = 0, y = 5 et y = 0. ztz = 2z z . 44 Partie 1 1. C'est au-delà de 334 min, car D(334) ≈ 0,282 6. ⎛ ⎛ ⎝ ⎛ ⎛ x ⎞n⎞ ⎮ ⎮ ⎮ ⎮ ⎮ n ⎮ ⎮ ⎮ ⎮ xn ⎮ ⎮x x 3 a. = u–v et e 2. Si z ∉ i alors z – tz ≠ 2z. P2 : « Si les événements A et B sont indépendants, alors ils ne sont pas incompatibles.
En revanche, les nombres dérivés en x = 2 des fonctions f et g sont différents. 3 4 3 6 h. ⎝ 4 2 4⎠ 3 ⎡ ⎤ −a − b = − 4 1 ⎮ En résout le système : ⎨ a + 0b = ⇔ ⎨ 2 ⎮ b = 1 ⎮ 1 ⎮ 4 0a + b = ⎮ 4 1 1 rBD + nBE donc K est un point du plan 2 4 (BDE).
Conclusion : (up) est majorée par 3. A(4) = 257 est premier. 19 p⎞ ⎠ f '(x) = 6cos ⎡ 2x + ⎤ . g'(x) = ex – a. Pour n = 10 : ∑e . x⎞ 1 1 − . Aire(ABCD) = m × (b – a). (AB) et (CD) sont sécantes en I(2 ; 1,5 ; 0,5).
Raisonnement direct par la définition de la valeur moyenne. ● P(2 ⩽ Xn = 25 ⩽ 8) ≈ 0,93.
Dans la configuration papillon ACKEI, comme hEI = 1 1 2 rAC alors IKI = rAK d'où rAK = hAI. (un) semble croissante et (vn) décroissante. ● La page qui a la plus grande probabilité d'être fréquentée après 10 clics est la page P2. 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14. x 3 p p⎞ p⎞ 2 ⎛ 2 ⎛ cos ⎮ x + ⎮ = ⎮ cos x cos − sin x sin ⎮⎠ ⎝ 6 6⎠ 3⎝ 3 b. x→−3 x x x x (1) g '(x) > 0 ; (2) pour tout x ⩾ 0 on a g(x) ⩾ g(0) = 1 > 0 ; ak x→−3 x 3x 4 x→+3 −7x 2 3 = lim − 3 x = – 3 . D'après la question 5, avec une feuille au format A4, il est possible de minimiser MN. 2 2 2 2 d. u 3. p est défini et dérivable sur]0 ; +3[et p'(x) = ⎛ 1 (1 − ln x) − x⎞ − ⎮ ⎝ x⎠ 2 − ln x = . + x 0 1 n–1 Pn –1 Pn est continue et strictement croissante sur]0 ; 1[. Z = (5 – 2i)2 = 25 – 20i – 4 = 16 – 20i donc Re(Z) = 16 et Im(Z) = – 20. ⎮x ⎮ x ⎮ 1 1 1 1. Soit h définie sur R par h(x) = eax – e–ax – 2x. corrigés des exercices, activités de recherche et problèmes Exercices d'application 1 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
f '(x) > 0 ⇔ cos x > 3 2 p , 6 car sin x ⩾ 0 sur [0 ; π]. ⎮ ⎮⎛ ⎮⎝ 2 ⎛ c. a, 0 < 1 n 1 n ⩽ n , donc 0 ⩽ ⩽ n. – sin x x→−3 3x On sait que lim f (x) = lim = 3 donc la droite x→+3 x→+3 d'équation y = 3 est asymptote à f en +3. Partie C ((2n − 5) − f (n) = e–n = ⎛ 1 ⎞ 1 ⎞ . Vous trouverez tous les chapitres de l'enseignement obligatoire mais également, ceux de l'enseignement de spécialité. e. x→⇒ 3. Donc Ln + 1 = 9 × ⎮ ⎮ pour tout ⎝ 3⎠ n . z1z2 z1 2 d. f '⎛ ⎮⎝ ⎮ ⎝ (4k + 2)p ⎞ 4kp ⎞ 2 2 2 ⎞ < 0. (2) En utilisant l'arbre pondéré (probabilité de l'événement S, événement associé à plusieurs feuilles), on a : P(S) = P(S ∩ H) + P(S ∩ F) = P(H) × PH(S) + P(F) × PF(S) (probabilité d'une feuille) = p × 0,91 + (1 – p) × 0,87 = p × 0,04 + 0,87. 3 6 4 5 ⎛ 0 0 0 ⎞ ⎝ 0 0 0 ⎠. i. f (x) < 4 : x ∈]- 3 ; 0[∪]4 ; +3[. = 1 vn 2n 4. D'après le tableau de variations de f et comme 3ln3 – 2,5 > 0, on a f (x) < 0 sur]0 ; α[et f (x) > 0 sur]α ; +3[. Donc un exemple f (x) = x sur [– 1 ; 2] ; 2 ∫−−1 x dx = 1,5. 3 k=2 3 nouveaux flocons d'aire Donc = 4 Pn pour tout n *. 2pR 3 74 • 3. 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284. Condition qui se traduit de la manière suivante à l'aide d'une intégrale : 1 ∫0 f (x)dx = 1. m est défini sur]– 1 ; 1[∪]1 ; +3[.
lim x ln x = lim − x→0 x→0 u→+3 x→−0 97 1. Pour h > 0, on a h h f (10 + h) − f (10) (10 + h)(−h)3 = = − (10 + h)(−h) qui a pour limite 0 lorsque h h h tend vers 0. g est continue en x0 – 0 car : Traitement : lim Pour i de 0 à n x→x0 −a0 ,x>x0 −a0 la variable pi + 1 prend la valeur pi/(i + 1) Fin Pour c − n +1 ∑ pibi i=1 Afficher les n + 2 coefficients pn + 1, …, p0 (ou la primitive n +1 ∑ pixi à partir de i= 0 ces coefficients) a. f –(x) = f (x). 56 P(39,85 ⩽ X ⩽ 40,15) ≈ 0,987 6. P(« un panneau pris au hasard n'est pas acceptable ») = 1 – P(39,80 ⩽ X ⩽ 40,20) ≈ 1 – 0,95 = 0,05. Or 212 – 1 = 4 095 et 213 – 1 = 8 191. P(S1) = 305 – 229 76 ≈ ≈ 0,249. De même lim f (x) = + – x→– 2 3 ⎛ b. Si 197 ≈ pq avec p < q alors p < 197 . 1 Les éléments de la liste P représentent les probabilités que la variable aléatoire Z prenne les valeurs z (voir aussi question 4 de la partie A). Pour tout réel a > 0, une équation de Ta est : y = (2lna + 1)(x – a) + a(2lna – 1).
10n ≡ 1 [9] donc 1 − xk 1. Intégration 1 f Le nombre 0,9 ∫0,1 f (x)dx est l'opposé de l'aire de la partie grisée. Au lieu de chercher f (x) = 0 ; il vaut mieux chercher |f (x)| < ε avec ε fixé (10– 3 par exemple). Par conséquent, (AF) est orthogonale au plan (EBC). 9 P(GD(10 000 ; 11 000) = 1 000. ⎮ ⎮ y ⎮⎠ 3.
En posant n = 1 1 − . 8 916 100 448 256 n Avec x = un . 59 d. 4 Oui. un = 1,04n × u0. La probabilité que chaque convive ne puisse pas repartir avec un ticket gagnant est égale à la probabilité que le nombre de tickets gagnants parmi les 50 achetés par Juan soit inférieur ou égal à 9. (2) La hauteur issue de I est de longueur constante car (CG) // (HBF). log(1,2×105) = log1,2 + log(105) = 5 + log1,2. x→0 g(x) 1 g(x) g(x) = lim or lim =0 x→+3 x x x→+3 x e2 et lim = 0, donc par produit : lim 2 = 0 . Traitement : Affecter π/6 à x Tant que x ⩽ 20π x Afficher x Affecter x + 2π à x x 1'(t) Fin Tant que Tant que y ⩽ 20π 0 − π 0 + 0,1 x1 Affecter 5π/6 à y 3p 4 p 4 0 0 0 – 0,1 d. cos3 x = D 83 3 eix + e –ix . 2n et 6n sont divisibles par 4 et : 3n ≡ 32k ≡ (32)k ≡ 1k ≡ 1 [4]. 1+ x g est décroissante sur [0 ; +3[. 50 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. Pour tout t ⩽ 14, on a : 0 ⩽ t ⩽ 0,14, donc d'après 100 t t ⎛ avec une erreur inférieure à 1 % 1.
ℰ admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie car, pour tous réels x et y, si (x ; y) appartient à ℰ, alors (–x ; y) appartient à ℰ. Donc si x ∈ [0 ; +3[, on a f '(x) > 0, donc f est strictement croissante. 1 x→+3 x x + sin x = +3. D'après b et c, on a donc f (up) > f(up + 1), soit up + 1 > up + 2. En supposant que les graduations sur les axes sont les entiers, on peut conjecturer que f est croissante sur [– 3 ; 2]. x a–1 f '(x) −2x 2x −3 x 1 0 ch(2x) = ch2(x) + sh2(x) ⇔ 2sh2(x) + 1 = 2ch2(x) – 1 ; ch(x + y) = ch(x)ch(y) + sh(x)sh(y) ; sh(x + y) = sh(x)ch(y) + ch(x)sh(y). P(490 ⩽ X ⩽ 505) ≈ 0,993 8. Comme – 1 ⩽ x ⩽ 1, 2 2 ⎛ x ⎞ ⎝ x ⎠ −⎮ ⩽ f(x) ⩽ ⎮ . 4 1 ⎡⎛ 0 0 1 ⎞ − 3 3 ⎞ ⎛ 2 5 4 4 6 6 – + 0 – + + 0 ⎮ – + +0 3 3 3 3 3 ⎮ A × B = ⎮ 2 20 4 16 ⎮ − 3 + 3 − 6 − 3 + 3 − 3 −2 + 8 − 6 ⎮ ⎮ 1 − 5 + 4 2−4+2 3−6+4 3 b. g(x) = − X →+3 x e + ∞ e ln x b. 83 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. h' est du signe de x – 1 sur]0 ; +3[. ● f est continue, strictement croissante sur [0 ; +3[à valeurs dans [0 ; +3[. 1. Car a2 = b2 × n n'a que des exposants pairs dans sa décomposition en produit de facteurs premiers. A(⎧M(x ; y) ; 0 ⩽ y ⩽ f(x) et x ⩽ 0,75⎫) = A(⎧M(x ; y) ; 0 ⩽ y ⩽ f (x) et 0 ⩽ x ⩽ 0,75⎫) (f (x) = 0 si x ∉ [0 ; 1]) = 0,75 ∫0 f(x)dx = F(0,75) – F(0) ⎛ 9 27 81 243 729 2 187 ⎞ 8 181 = 42 × ⎮ −5x + 10 × − 10 × +5x − = ⎮ = ≈ 0,998 7 . D'après la définition : 1 1 1 3 u2 = u1 – u0 = + = . 47 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. P(Y ⩽ t) = P(– 0,5 × ln(1 – X) ⩽ t) = P(ln(1 – X) ⩾ – 2t) = P(1 – e– 2t ⩾ X) f. n 2(n + 1)2 1 × 22 = = 1 = 1 3. ⎡ 13 ⎤ O f Voy Voir figure ci-contre. La droite d'équation y = 0 est asymptote à g en –3. La courbe représentative de la fonction f se trouve entre les courbes d'équation y = – x + 1 ln x et y = x – 1 + 2ln x. Il existe une position de M telle que DM = AM, c'est-à-dire DM = AM = BM = CM : M est le centre de la sphère circonscrite à ABCD. La personne effectue 20 pas (n = 20) de manière aléatoire et indépendante. (⇐) Si RS = RQ alors QRS est isocèle en R donc p (rQR , rQS) = (rSQ , nSR) [2π]. ( ) c ∫d h(u)du = H(c) – H(d). Il est rectangle et isocèle. D'après le théorème de la droite des milieux, 1 CE = BF.
1 lim 3x − 8 = 10 et lim x 2 + 1 = f (6) = 10 donc la fonction est continue en 6. Il n'existe qu'un et un seul k solution (un seul cas favorable). x f '(x) p p ⎛ ⇔ ⩽x⩽ . On a a2 = 1 – ap + 1 , donc la relation est vraie au 2 rang p + 1.
● p 5p ; . Comme lim ∫p ⎮ f ⎮ + h⎮ ⎝ 2 ⎠ 2 = . ⎮ ⎮⎮ ⎝ 2⎠ 2⎠ 2⎠ n est également une période. α ≈ 4,5. Comme la fonction x ↦ ln x est négative sur 1 1 ⎡ ⎤ ⎡ ⎢ 2 ;1 ⎥ ⎦ et 2 ⩽ 1, cette intégrale est strictement négative. Comme f est décroissante, si n ⩾ 16, Hérédité : 0 ⩽ un+1 – –3 f '(x) 9 2. Il semble qu'il n'y ait que deux droites qui conviennent. Pour tout n ⩾ 0 : Sujets type BAC tn + 1 = 0,5un + 0,5vn – (0,25un + 0,75vn) 48 Cet exercice est résolu dans le manuel, p.
f (x) = x −1 2 x + 2x − 3 = x − 1 = x − (1)(x + 3) x −1 ; x+3 x−1 x+1 e. 25 . p2 = P(T2) = P(T2 ∩ T1) + P(T2 ∩ tT1) 3 2 2 = p1 × (1 − p1) × . 1 1 2 2 . ▶ QCM Pour bien commencer Les exercices de cette rubrique sont corrigés dans le manuel. h(x) ⩾ (x + 20)2 × , donc quand x tend vers –3, h(x) tend vers +3 et quand x tend vers –3, 5 h(x) tend vers +3. 1 x 40 ⎛ 40 3 ⎞ ∫220 ⎛ ⎝ dx = ⎮ x dx ⩽ ∫220 f (x)dx ⩽ ∫220 ⎛ ⎝ 5x − 12 ⎞ ⎠ dx c. f '(x) > 0 ⇔ x > e– 0,5. Cela étant vérifié pour tous nombres réels x et y tels que x < y, on en conclut que la fonction de répartition est croissante sur R. Sorties : deux entiers naturels consécutifs qui encadrent la première solution α de l'équation ex = xn et deux entiers naturels consécutifs qui encadrent la deuxième solution β de l'équation ex = xn. Donc lim f (x) = x→0 2 (1) = 0. d. Donc fn est croissante sur]0 ; e–n– 1] et décroissante sur [e–n– 1 ; +3[. 1. Une valeur approchée de l'intégrale J, est J ≈ 0,998 7. Pour tout x > 0 : 50 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p.
⎮ 2 ⎮ ⎝ 66''(x) < 0 et 66' décroissante sur]0 ; al. –0,002 5x 3 – 0,34x 2 – 20x – 270 De plus cos x tend vers 1 lorsque x tend vers 0, donc f (x) tend vers 1 quand x tend vers +3. Donc MNP est rectangle isocèle en M. Les moyennes observées fluctuent autour de la valeur 0,5. 2 Donc l'aire du trapèze A0A1B1B0 est égale à : et l'aire du triangle A0B1B0 est égale à e−1 × (1 − e−2) = 0,159 unité d'aire. Par exemple un = –n. 1 + 2i 5 5 85 ⎛ 9 85 2 85 ⎞ 85 85 +i = donc z1 = . Ce produit donne la 1 re colonne de la matrice A.
21 1 − e−1x10 = 1 − 22 1 donc λ = 0,1. g(1) = f (1) = g(2) = f (2) = 0 par calcul. fn+1(x) – fn(x) = (x – 1)xn(1 – lnx). 2(n + 1) Comme n + 2 > 0, n + 1 > 0 et –un + 3 ⩾ 0 d'après 1. MN = 4 2 + 4 2 = 4 2 ; NP = 8 et MP = 4 2 . Zora ne peut donc pas remettre en cause l'affirmation de cette grande marge. évolution de processus • 287 2. 33 a. an Donc an 1 1 1 1 1 , puis , c'est-à-dire . Les réels a et b désignent les abscisses des extrémités sur l'axe orthogonal aux tranches. Contradiction. Comme – 1 < 0,95 < 1, lim 0,95n = 0. = ⎡ ⎢ −5x + 10 × − 10 × +5x − ⎥ = ⎮ = − 5 × + 10 × − 10 × + 5 × − = 3 4 5 6 7 8 168 4 5 6 7 8 ⎞ ⎤ ⎦ ⎥ ⎦ 3 0 b.
L'algorithme retourne 1 et non 5. 1 x − 1 = . M1M2 est minimale à l'instant 3 600 car f est décroissante sur [0 ; 3 600]. 16 Par l'absurde, si A est inversible d'inverse B alors les coefficients de la ligne 1 colonne 1, de la ligne 2 colonne 1 et de la ligne 3 colonne 1 du produit A × B = I3 donnent : b11 + 2b21 + b31 = 1 ; b31 = 0 et 2b11 + 4b21 + 5b31 = 0.
La droite (OMn+1) d'équation y = an(1 – lna)x, la parallèle à l'axe des abscisses passant par Mn d'équation y = an(1 – lna) et la droite d'équation x = 1 passent toutes les trois par le point (1 ; an(1 – lna)). 14 a. car z ≠ 0 et z2 + d. Par dichotomie. D'après notre algorithme, quel que soit le réel M, il semble qu'il existe un rang à partir duquel tous les termes de la suite sont dans]M ; +3[, ce qui est la définition d'une suite tendant vers +3. • Si la fréquence observée sur l'échantillon étudié n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question 2), on peut remettre en cause l'affirmation de cette entreprise. Conclusion : 5n + 2 ⩾ 4n + 2 + 3n + 2 pour tout n . on déduit que g est divisible par 5 si et seulement si n ≡ 2 [5], or g est un diviseur de 5 d'après a., d'où g = 5 si n ≡ 2 [5] et g = 1 sinon. 2 4 B 53 1 – cos(2x) . 10 4 10 10 4 Par le théorème d'encadrement des limites, on en p p 2. y 20 0 20 x 1. y 1. b = 7. Comme m – n = j2(n – p), le triangle MNP est équilatéral direct, ⎛ 1 − 3. Par la définition, φ'(x) = ex.
1 29 1 ⇔ x4 ⩾ 0. ⎮ 2p ; ⎮ ⎝ ⎮⎠ ⎮ 25 ⎮ ⎝ x cos x x 2 sin x – ; f '(0) = 0. Intégration 1 3 1 2 t + t + bt + a. ⎝ 0 1 ⎠ 1 ⎠. Étape 1 La fonction f est continue sur R. Au bout de n lancers : ⎛ ⎞ ⎝ ⎠ 6⎠ n −1 1 × ..(n – 4) + n + 11 = 11, donc leur PGCD g divise 15 ; il vaut 1, 3, 5 ou 15. Au point M d'abscisse x0 ≠ 0, l'élévation de température sera la plus élevée à l'instant x02 et vaudra 1 . lim h(x) = lim x→−3 −3 x→−3 5 = lim − x→−3 7 = −3 ; x2 7x 3 7 lim h(x) = lim 5 = lim − 2 = −3.
3 h cos h − 1 = cos'(0) = lim 0 sin h h = sin'(0) = cos 0 = 1. a1 = 1 a . 110 Soit l'aire du cercle inscrit à ABC, ℬ l'aire de B en fonction de BD et celle de C en fonction de BD. = – an an – 1 an−1 – 1 n n n n n n+1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 = ∑−∑ + ∑−∑ = ∑ + . (2n + 1) – 2 × n = 1. h⎞ x→0 sin(7x) 14 7 = . Elle s'annule en 99, 100 et 101. Par la définition, φ'(x) = ex.
1 1 ⇔ x4 ⩾ 0. ⎮ 2p ; ⎮ ⎝ ⎮⎠ ⎮ 25 ⎮ ⎝ x cos x x 2 sin x – ; f '(0) = 0.
(1) ⇔ (e5x – 1)⎛ e 2 – 1⎞ = 0 ⎛ ⎝ ⎞ ⎝ a.
1 (1) ⇔ ... g ⎮ ⎮ ⎮ 1 ⎮ .
f (−3 + h) − f (−3) = +3. 5 x + 2 x+2 2 ⩾ 1 ⇔ x2 – x ⩾ 0 ⇔ x ∈ [0 ; 1]. Conclusion : un ⩾ 2 pour tout n *. On a β ≈ – 2,471 126 ≈ – 2,471. Somme aires ≈ – ∫ −1 −3 − 1 4 −1 − 1 364 236 1 773 2 573 + + = . g'(x) = Soit ℰ l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses et la courbe f . Vrai : e(a+b) −(a−b) = e4ab = (e2ab)2 et e2ab est positif. 64 b. Donc]a ; b[contient tous les termes à partir du rang ⎛ 1) E ⎮ ⎮ quels que soient a –* et b +*. 39 ⎛ 0,97 0,035 ⎞ ⎮ ⎝ 0,03 0,965 ⎠ 12 ⎛ 0,41 ⎞ ⎝ 0,49 ⎠ ⎮ ⎮ ≈⎮. Mêmes symétries que dans 2. ⎮ ⎮ ⎮ 26 ⎞ ⎠ 24 ⎛ 1 0 0 ⎮ ⎮ An = P × 0 2n 0 ⎮ × P– 1 ⎮ ⎮ 0 0 5n ⎮ ⎝ n ⎛ 1+ 5 −3 + 2n+3 − 5n+1 ⎞ 2 2 ⎮ n+2 ⎮ −1 + 5n 3 + 2 − 5n+1 n A = ⎮ 2 2 ⎮ ⎮ n+2 n+1 ⎮ −2 + 2 × 5 6 + 2 − 2 × 5 ⎮ ⎝ 2 ⎛ 3 5 3 ⎞ a. Hérédité : Supposons que up > 2p2 avec p . ⎮ ⎮ ⎞ ⎛ 4 / 5 3/10 ⎞ . En M2 : =N2*10 En M3 : =MOD(10*N3 ; 97) b. Intégration Affecter b − a (f(a) + S + f(b)) à S 3n Afficher S Partie B Géométrie • 177 8. 6 est le seul.
Comme lim n = 0, d'après n→+3 e n e a le théorème des gendarmes, lim n = 0. a Variations de a n→+3 e n e a le théorème des gendarmes, lim n = 0. a Variations de a n ↦ IA 2 a. Matrices carrées inversibles et applications • 295 25 2. F(x) = 3x – 20ln(x + 5). 27 a. h'(x) = Hérédité : un > 0 ⇔ un e−un > 0. 2 sin y = y + δ1(y), avec y = x – a. z2 11 ⎛ ⎞ – 5 ⎮ z + ⎮ + 6 = 0 ⇔ Z2 – 2 – 5Z + 6 = 0 (2) ⇔ Z = 2 ou Z = 4. = 3x − 2 3x 2 + x − 2 lim 2x 2 − 3x + 3 8 et lim 3x − 2 = −5 , x→−1 2x 3 − x 2 + 8 3 = − . x=4 4 Exemple : H(x) = 2x ; h(x) = 2. On fait distinguer le cas où N × A est un entier du cas où il ne l'est pas. Comme α ≈ 0, cette équation est équivalente à xsin x – 2cos x = 0. G(x) = – x4 2 a. 7 Cet exercice est corrigé dans le manuel, p. On étudie sur R les variations de la fonction h(x) = (dx)2. Pour n = 1 le reste est 0. 1– i 1– i 1– i c. 1. ⎡ 2 ⎤ 1 1 et est atteint en x = . (1) Parallèles. 1re méthode On remarque que AC2 = AB2 + BC2. un = 131 2 ; u4 = ≈ 0,682 291 7. On constate que l'ordre de grandeur est 0,17x3. 1 1 ⎡ ⎤ ⎡ 45 1 45 1 ⎤ ⎡ f – n ; f + n ⎤ ⎦ = ⎡ 1 000 – 1 000 ; 1 000 + 1 000 ⎤ ⎮ ⎦ ≈ [0,013 4 ; 0,076 6] . lim f (t) = M0 e b . Donc f ' est strictement croissante sur de –x. se situe toujours sous Γ, sauf au point d'abscisse – 1 où elles sont confondues.
k! 2 1 1 1 1 1 1 1 ⩽ 1 + 1 − 1 + 2 − 1 + 3 − 1 + … B = ⎮ 1 0 1 ⎮ et on vérifie que : ⎮ ⎮ ⎮ 1 1 0 ⎦ ⎮ 3 ⎞ ⎛1 M n + 1 = M n × M = ⎮ un + vn ⎮ ⎮ + ⎮ un + vn B ⎝ 2 ⎝ 4 2 ⎠ 4 ⎠ . a 3. 50 f n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique (question 2). 2 continue en 0. On en x→0 4. h(x) = x−2 x→0 x >0 x−2 x>2 x−0 x >0 x−2 x>2 x + 1 ; 3x − 1 = lim h(x) = 0 ; lim h(x) = −3 ; lim h(x) = +3 . Pour σ = 0,05, P(59,9 ⩽ Y ⩽ 60,1) ≈ 0,95. Deux points d'intersection, pour ceux qui s'en aperçoivent. x x x ln x lnu = lim = 0. Cette fonction est dérivable sur]0 ; +3[et a 1 2a = ... 2 2 b x bx ⩾ ∫ (1 + x) dx a En calculant les intégrales : eb – ea ⩾ b + Donc eb – ea ⩾ b – a + a +b eb – ea ⩾1+ . x→+3 x→+3 x x 101 a. donc lim ln⎛ ⎝ 3 + x ⎞ ⎠ = 0. Un multiple X par ● ⎛ 1 0 ⎞ B×A=⎮ ⎮. Il y a donc 12 × 26 = 312 clés possibles (en comptant le couple (1 ; 0) qui ne crypte rien). lim x→+3 ln(1 + x) lnu = lim = 0. On choisit n = 7. Donc, sur [– 0,1 ; 0,1], 0 ⩽ ex – (1 + x) ⩽ e– 0,1 – 0,9 < 0,052. Enseignement de spécialité. D'où le résultat. lim ax 2 + bx + c = (signe de a) × 3 (voir exercice 99) et lim b. 1 + ⎮ = 1 ⎮ ⎮ 1 ∫0 1dx = 1. Suites 1 1 1 1 d'où lim Sn = 2. x 2 + 2x − 3 = x + 3 donc lim f (x) = 5. 4. Si u > 0, f ' est du signe de u'. Une représentation paramétrique de (CD) est ⎧x = 6 + k ⎨ δ a pour représentation paramétrique ⎧ y = −7 + k ⎮ z = −4 − k ⎩ avec k un réel. x 0 + f '(x) f 1 0 +3 – 0 –3 –3 c. 0,915 4 REMARQUE –30 + 15 = –7,5. f (t + π) = sin(2(t + π)) = f(t). Donc g est solution de (E). M, J, A et C sont dans le plan (ACD). n→+3 103 1. 10 2 Sur [0 ; 60] : le mobile se trouve 6 fois en O. 325 = 1111101 . Donc g • f est dérivable sur R.
Conditionnement et indépendance • 217 On obtient l'arbre pondéré suivant : 794 11 564 HS (Homme) 11 564 22 875 CDD 10 245 11 564 525 11 564 Personne salariée 1 310 11 311 11 311 22 875 FS (Femme) Autres CDD 9 757 11 311 244 11 311 1 a. L'équation 2A2 + A – 3 = 0 a deux solutions : A = 1 ou A = – 1,5. ⎮⎡ 4 ⎮⎤ cos2 x p Donc g est croissante sur [0 ; a] et décroissante sur [a ;] . ⎮ ⎮⎠ a 2 + (a + 1)(a − 1) − a(a − 1) + (a + 1)a ⎞ (a − 1)a + a(1 − a) − (a − 1)(−1 − a) + a 2 ⎮⎠ 1 0 ⎞ . TP 4 Encadrer • Étude de la fonction f avec f (x) = f '(x) = sin x – x. p 2 (p + 1)2 ⎮⎝ p(p + 1) ⎞ ⎮ p(p + 1) ⎞ 1 + 1 1 1 =1+ pour tout p *. Si h(t) = a 2 − x02 2a 2b a −1 x02 2a 2b = 2 x02 2 −x0 a 2 − x02 (−a − x0)+ b a 2 − x02 + b a 2 − x02 . 2,7 cm et un angle de 155°. D'où x02 < R2 – k2x2, et donc R2 – k2x2 > 0 et R 2 – k 2 x 2 > x. 32 1 y 4 – π 0 π 5 y d x 0 π 2π 3π 4π π 5 5 5 5 d. VSABCD = 72 ; Vsolide = 45.
0,5 Lorsque a > 0, il existe une seule valeur de a telle que les courbes et a soient tangentes. 89 cartes. Donc vp + 1 – up + 1 ⩾ 0. Géométrie dans l'espace • 199 c. 0,055 × 0,055 = 0,003 025. effectif prend la valeur (effectif + 1) e. Or lim vn = 0 donc lim Mvn = 0 et lim mvn = 0. a = bq + 9 = 86 - b d'où b(q + 1) = 77. La matrice est constituée de la 1re ligne de A divisée par 2, de la 2e ligne de A divisée par 4 et de la 3e ligne de A multipliée par 2 ; on trouve donc son 13 ⎛ 0,5 −0,5 0,5 ⎞ ⎮A- 1 = ⎮ −0,5 0,5 0,5 ⎮. 44 1 4 = 2,5. = 3 (1 – j)m = b – ja. D'après la question 1, on déduit le tableau de variations de la fonction x ↦ ln(u(x)) – a : -3 x Variations +3 de ln(u(x)) – a 0 6 +3 +3 – a Comme –a < 0, l'équation ln(u(x)) – a = 0 a deux solutions dans R. ● a a N la tangente à f en N a pour équation : y = – 2a6x + 3a4. 49 = 1 ⎛ un – 1 ⎞ 10 ⎝ 3⎠ = n n→+3 1 1 = (u2n – 4) = vn. Mais f(0) = 1, ce qui aboutit à une contradiction. En reportant cet angle sur le cercle unité, on obtient alors les autres sommets du pentagone. un = 6 ⎮ ⎛ 1+ 2 n2 ⎮ 1 + 2 ⎮ ⎛ n n ⎞ 5 3 6 + = 2 et lim 1 + 2 = 1 donc lim un = 2 n→+3 n→+3 n n par quotient. 1 α 0 x 4. n 0 an . b2 ∈1 b. 28 23 24 Les conditions sur les paramètres étant vérifiées, l'intervalle est défini par : 1 ⎡ 1 ⎤ 1 1 1 ⎡ ⎡ ⎮ f − n ; f + n ⎮⎦ = ⎮ 0,521 − 2 500 ; 0,521 + 2 500 ⎮ ⎣ ⎦ ≈ [0,501 ; 0,541]. = sin x sin x ⎞ ⎛ 1 − x ⎞ ⎛ 1 − ⎝ 1 − x x ⎠ Pour tout réel x, on a – 1 ⩽ sin x ⩽ 1. Objectif BAC 52 Partie 1 Sujets type BAC 1. On recherche donc les fonctions f dérivables telles que pour tout x0 où f '(x0) f '(x0) ≠ 0, f(x) = 0 ou – 1.
x→+3 x x→−3 x 1 c. 98 Partie A an−1 a a a + … Limites de fonctions • 47 Corrigés des exercices et problèmes Exercices d'application 8 12 x2 + 2x – 3 = (x – 1)(x + 3). R10 = ⎮ ≈ 1,414 213 55 à ⎮ et y10 5 741 ⎮⎠ 5 741 ⎮⎠ comparer avec 2 ≈ 1,414 213 56 . Si x < – 1 alors x2 – 1 > 0, x2 – 1 donc f (x) = x – 1.