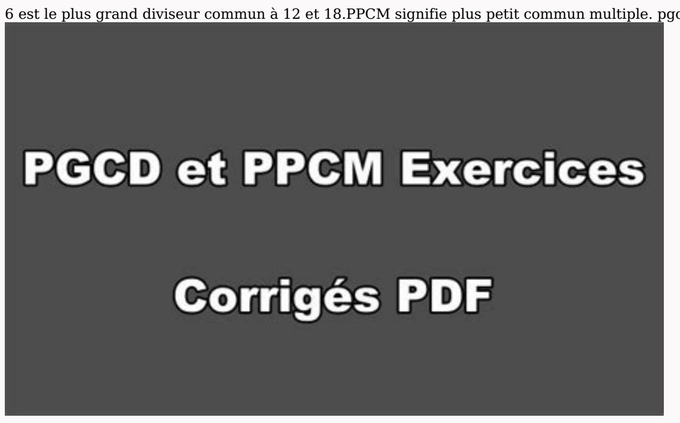
I'm not robot
reCAPTCHA
I'm not robot!

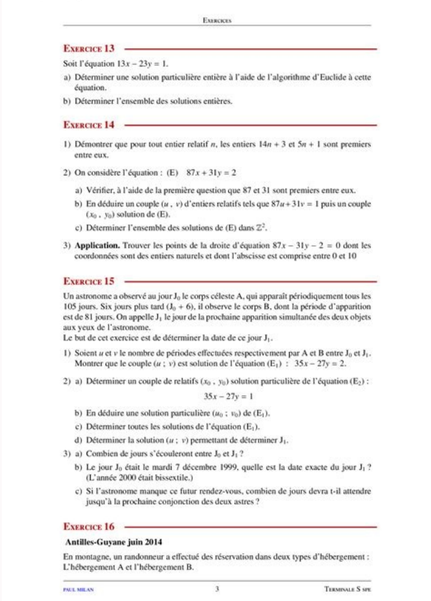
Ppcm et pgcd exercices corrigés pdf

Pgcd et ppcm exercices corrigés 5ème pdf. Ppcm et pgcd exercices corrigés pdf 4ème. Exercices corrigés sur le pgcd et ppcm pdf. Exercices corrigés sur ppcm et pgcd pdf.

6 est le plus grand diviseur commun à 12 et 18.PPCM signifie plus petit commun multiple. pgcd(12,18) = 6. Cependant, certains auteurs définissent lcm(a,0) comme 0 pour tout a, puisque 0 est le seul multiple commun de a et 0.Cours pgcd et ppcm 3ème 4ème 5eme pdf. Le PGCD de a et b est le plus grand nombre qui divise à la fois a et b.



La définition du PPCM est donc la suivante. On le note a ∧ b ou pgcd(a,b).Si pgcd(a,b) = 1, on dit que a et b sont premiers entre eux.Exemple :Prenons 12 et 18. Et on continue jusqu’à obtenir un reste nul.Le PGCD est le dernier reste non nul.Exemple 1Calculer par division euclidienne le PGCD de 50 et 45.50 = 45 x 1 + 545 = 5 x 9 + 0Le dernier reste non nul est 5.
La définition du PGCD est donc la suivante. Soient a et b deux entiers. C’est donc le PGCD entre 45 et 50.Exemple 2Calculer le PGCD entre 210 et 330 par division euclidienne.330 = 210 x 1 + 120210 = 120 x 1 + 90120 = 90 x 1 + 3090 = 30 x 3 + 0Le PGCD de 210 et 330 est donc 30.Exemple 3Montrer que n et n + 1 sont premiers entre eux, c’est à dire que pgcd(n,n+1) = 1Avec la division euclidienne c’est tout simple :n + 1 = n x 1 +1n = 1 x n + 0Le dernier reste non nul est donc 1.



Exercices

Exercice 13

Soit l’équation $13x - 23y = 1$.

a) Déterminer une solution particulière entière à l’aide de l’algorithme d’Euclide à cette équation.

b) Déterminer l’ensemble des solutions entières.

Exercice 14

1) Démontrer que pour tout entier relatif n, les entiers $14n + 3$ et $5n + 1$ sont premiers entre eux.

2) On considère l’équation : (E) $87x + 31y = 2$

a) Vérifier, à l’aide de la première question que 87 et 31 sont premiers entre eux.

b) En déduire un couple $(u\ ;\ v)$ d’entiers relatifs tels que $87u + 31v = 1$ puis un couple $(x_0\ ;\ y_0)$ solution de (E).

c) Déterminer l’ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{Z}^2$.

3) **Application.** Trouver les points de la droite d’équation $87x - 31y - 2 = 0$ dont les coordonnées sont des entiers naturels et dont l’abscisse est comprise entre 0 et 10

Exercice 15

Un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A, qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard $(J_0 + 6)$, il observe le corps B, dont la période d’apparition est de 81 jours. On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l’astronome.
Le but de cet exercice est de déterminer la date de ce jour J_1.

1) Soient u et v le nombre de périodes effectuées respectivement par A et B entre J_0 et J_1. Montrer que le couple $(u\ ;\ v)$ est solution de l’équation (E_1) : $35x - 27y = 2$.

2) a) Déterminer un couple de relatifs $(x_0\ ;\ y_0)$ solution particulière de l’équation (E_2) :

$$35x - 27y = 1$$

b) En déduire une solution particulière $(u_0\ ;\ v_0)$ de (E_1).

c) Déterminer toutes les solutions de l’équation (E_1).

d) Déterminer la solution $(u\ ;\ v)$ permettant de déterminer J_1.

3) a) Combien de jours s’écouleront entre J_0 et J_1 ?

b) Le jour J_0 était le mardi 7 décembre 1999, quelle est la date exacte du jour J_1 ? (L’année 2000 était bissextile.)

c) Si l’astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra t-il attendre jusqu’à la prochaine conjonction des deux astres ?

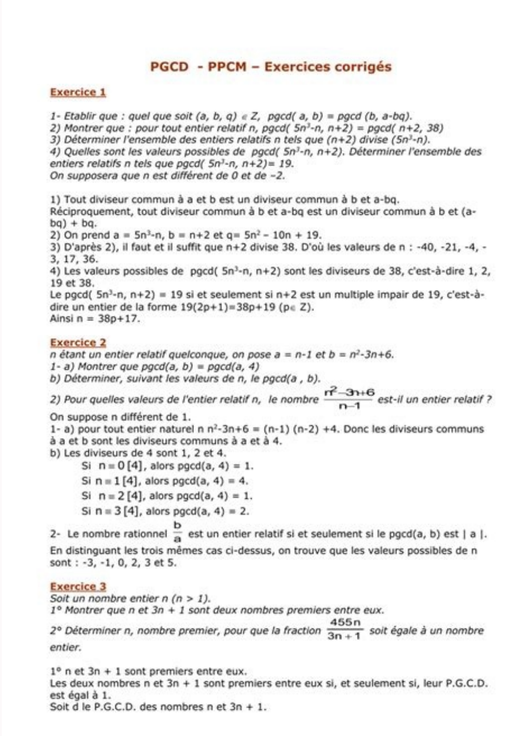
Exercice 16

Antilles-Guyane juin 2014

En montagne, un randonneur a effectué des réservation dans deux types d’hébergement : L’hébergement A et l’hébergement B.

PAUL MILAN 3 TERMINALE S SPE

Montrer que m et n sont premiers entre eux.Exercice 4Déterminer le PGCD entre 9n +6 et 2n +1 à l’aide de 2 méthodes de votre choixExercice 5Résoudre les équation suivantes :\left\{\begin{matrix}xy\ &=&3456\\ pgcd\left(x,y\right)&=&12\end{matrix}\right. Si on obtient un reste r2 non nul, on effectue la division euclidienne de r1 par r2. Simple justification : Le premier multiple de 18 est 18. On obtient un reste r3. On va donc chercher le multiple suivant, 36. Comme 12 divise aussi 36, 36 est bien le PPCM entre 12 et 18.On a diverses propriétés autour des PGCD :\begin{array}{l}\forall a,b \in \mathbb{Z}, \forall c \in \mathbb{Z}, \text{pgcd}\left(a,b\right) = \text{pgcd}\left(b,a\right)\\ \forall a,b \in \mathbb{Z}, \text{pgcd}\left(a,b\right)= \text{pgcd}\left(a-bc,b\right)\\ \forall a,b,c \in \Z, \text{pgcd}\left(ca,cb\right) = \left|c\right|\text{pgcd}(a,b)\\ \forall a,b,c \in \mathbb{Z},\text{pgcd}\left(a,b,c\right) = \text{pgcd}\left(a,pgcd \left(b,c\right)\right) = pgcd \left(\text{pgcd}\left(a,b\right),c\right)\\ \forall a,b \in \Z, \text{pgcd}(a,b) = a \Leftrightarrow a |b\ \\ \forall a \in \Z, \text{pgcd}(a,0) = a \end{array}On a des propriétés similaires autour du PPCM :\begin{array}{l}\forall a,b\ \in\mathbb{Z}, \forall c \in\mathbb{Z},\ \text{ppcm}\left(a,b\right) =\text{ppcm}\left(b,a\right)\\ \forall a,b,c\ \in \Z,\text{ppcm}\left(ca,cb\right) = \left|c\right|\text{ppcm}\left(a,b\right)\\ \forall a,b,c\ \in\mathbb{Z},\text{ppcm}\left(a,b,c\right)=\text{ppcm}\left(a,\text{ppcm}\left(b,c\right)\right) = \text{ppcm}\left(\text{ppcm}\left(a,b\right),c\right)\\ \forall a,b\in\mathbb{Z},\text{ppcm}(a,b)=a\ \Leftrightarrow\ b|a\end{array}Et d’autres qui mêlent PGCD et PPCM\begin{array}{l}\forall a,b\in \mathbb{Z}, \text{pgcd}\left(a,b\right)\ \times \text{ppcm}\left(a,b\right) = \left|ab\right| \text{(celle-ci est à retenir)}\\ \forall a,b,c \in\mathbb{Z}, \text{pgcd}\left(a,\text{ppcm}\left(b,c\right)\right) =\text{ppcm}(\text{pgcd}\left(a,b),\text{pgcd}\left(a,c\right)\right)\\ \forall a,b,c \in\mathbb{Z},\ \text{ppcm}\left(a,\text{pgcd}\left(a,b\right)\right) =\text{pgcd}\left(\text{ppcm}\left(a,b\right),\text{ppcm}\left(a,c\right)\right)\\ \forall a,b,c \in \Z,\\ \text{pgcd}(\text{ppcm}(a,b),\text{ppcm}(a,c),\text{ppcm}(b,c))=\text{ppcm}(\text{pgcd}(a,b),\text{pgcd}(a,c),\text{pgcd}(b,c)) \end{array}De manière générale, pour calculer le PPCM, on calcule d’abord le PGCD et on applique la formule vue au-dessus : \text{ppcm}\left(a,b\right)\ =\ \frac{\left|ab\right|}{\text{pgcd}\left(a,b\right)}Cette méthode est la plus basique mais fonctionne très bien. Puisque la division des nombres entiers par zéro n'est pas définie, cette définition n'a de sens que si a et b sont tous deux différents de zéro.
La division euclidienne de a par b consiste à trouver les uniques q et r tels que :\begin{array}{l}a\ =\ bq\ +\ r\\ 0\ \le\ r\ <\ b\end{array}On utilise la formule suivante : pgcd(a,b) = pgcd(a-bq,b) = pgcd(b,r)Voici l’algorithme d’Euclide :On fait la division euclidienne de a par b. Le PPCM de a et b est le plus petit entier n > 0 tel que a | n et b | n. Il est noté a ∨ b ou ppcm(a,b)Exemple : On prend encore 12 et 18. 12 ne divise pas 18. Dans cet article, nous allons vous présenter les notions de PGCD et PPCM, deux notions essentielles en arithmétique.Les nombres premiersLa valeur absoluePGCD signifie plus grand commun diviseur. On prend ensuite la plus petite puissance commune à chacun pour calculer le PGCD. Si on veut calculer le PPCM, il faut alors prendre la plus grande puissance commune à chacun.\begin{array}{l}\text{Soit } a\in\mathbb{N}, a =\displaystyle \prod_{i=1}^np_i^{\alpha_i}\\ \text{Soit } b \in\mathbb{N}, b =\displaystyle\prod_{i=1}^np_i^{\beta_i}\\ \text{(avec potentiellement }\alpha_i = 0 \text{ ou } \beta_{i}=0)\end{array}Alors,\begin{array}{l} \text{pgcd}\left(a,b\right) =\displaystyle \prod_{i=1}^np_i^{\min\left(\alpha_i,\beta_i\right)}\\ \text{ppcm}\left(a,b\right) =\displaystyle \prod_{i=1}^np_i^{\max\left(\alpha_i,\beta_i\right)} \end{array}Exemple :Calculons le PGCD et le PPCM de 45 et 5045 = 5 x 32 = 5 x 32 x 2050 = 52 x 2 = 52 x 30 x 21Le PGCD est donc 5 x 30 x 20 = 5Le PPCM est 52 x 32 x 21 = 450Soient a et b deux entiers, b > 0. Utilisez notre calculateur pour trouver le bon résultat !Exercice 1Calculer le pgcd des couples suivants à l’aide de l’algorithme d’Euclide756 et 30615489 et 156154 et 39168 et 204788 et 504Exercice 2Calculer le pgcd des couples suivants à l’aide de la décomposition en facteurs premiers360 et 1443345 et 6006209 et 4435675 et 375682 et 352Exercice 3Soient m et n tels que m +n soit un nombre premier.



PGCD - PPCM – Exercices corrigés

Exercice 1

1- Etablir que : quel que soit (a, b, q) ∈ Z, pgcd(a, b) = pgcd (b, a-bq).
2) Montrer que : pour tout entier relatif n, pgcd($5n^2$-n, n+2) = pgcd(n+2, 38)
3) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que (n+2) divise ($5n^2$-n).
4) Quelles sont les valeurs possibles de pgcd($5n^2$-n, n+2). Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que pgcd($5n^2$-n, n+2)= 19.
On supposera que n est différent de 0 et de –2.

1) Tout diviseur commun à a et b est un diviseur commun à b et a-bq.
Réciproquement, tout diviseur commun à b et a-bq est un diviseur commun à b et (a-bq) + bq.
2) On prend a = $5n^2$-n, b = n+2 et q= $5n^2$ – 10n + 19.
3) D'après 2), il faut et il suffit que n+2 divise 38. D'où les valeurs de n : -40, -21, -4, -3, 17, 36.
4) Les valeurs possibles de pgcd($5n^2$-n, n+2) sont les diviseurs de 38, c'est-à-dire 1, 2, 19 et 38.
Le pgcd($5n^2$-n, n+2) = 19 si et seulement si n+2 est un multiple impair de 19, c'est-à-dire un entier de la forme 19(2p+1)=38p+19 (p∈ Z).
Ainsi n = 38p+17.

Exercice 2

n étant un entier relatif quelconque, on pose a = n-1 et b = n^2-3n+6.
1- a) Montrer que pgcd(a, b) = pgcd(a, 4)
b) Déterminer, suivant les valeurs de n, le pgcd(a , b).
2) Pour quelles valeurs de l'entier relatif n, le nombre $\frac{n^2-3n+6}{n-1}$ *est-il un entier relatif ?*

On suppose n différent de 1.
1- a) pour tout entier naturel n n^2-3n+6 = (n-1) (n-2) +4. Donc les diviseurs communs à a et b sont les diviseurs communs à a et à 4.
b) Les diviseurs de 4 sont 1, 2 et 4.
Si n ≡ 0 [4], alors pgcd(a, 4) = 1.
Si n ≡ 1 [4], alors pgcd(a, 4) = 4.
Si n ≡ 2 [4], alors pgcd(a, 4) = 1.
Si n ≡ 3 [4], alors pgcd(a, 4) = 2.

2- Le nombre rationnel $\frac{b}{a}$ est un entier relatif si et seulement si le pgcd(a, b) est | a |.
En distinguant les trois mêmes cas ci-dessus, on trouve que les valeurs possibles de n sont : -3, -1, 0, 2, 3 et 5.

Exercice 3

Soit un nombre entier n (n > 1).
1° Montrer que n et 3n + 1 sont deux nombres premiers entre eux.
2° Déterminer n, nombre premier, pour que la fraction $\frac{455n}{3n+1}$ *soit égale à un nombre entier.*

1° n et 3n + 1 sont premiers entre eux.
Les deux nombres n et 3n + 1 sont premiers entre eux si, et seulement si, leur P.G.C.D. est égal à 1.
Soit d le P.G.C.D. des nombres n et 3n + 1.

n et n+1 sont donc premiers entre euxBesoin de vérifier vos calculs ? Si le reste r1 est non nul, on fait la division euclidienne de b par r1. ppcm(12,18) = 36. On fait la liste des diviseurs de chaque nombre et on prend le plus grand en commun dans la liste.Exemples :1) Calculons le PGCD de 50 et 45.Liste des diviseurs de 50 : 1, 2, 5, 10, 25, 50Liste des diviseurs de 45 : 1, 3, 5, 9, 15, 45Le PGCD est donc 5 puisqu’il s’agit du plus grand diviseurs que ces deux nombres ont en commun.2) Calculons le PGCD de 210 et 330Liste des diviseurs de 210 : 1, 2, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 105, 210Liste des diviseurs de 330 : 1, 10, 11, 30, 33, 330Le PGCD est donc 30.On décompose en produits de nombres premiers (voir article sur les nombres premiers) les nombres dont on veut calculer PGCD. \left\{\begin{matrix}xy\ &=&864\\ pgcd\left(x,y\right)&=&12\end{matrix}\right.Exercice 6Trouver tous les entiers positifs a et b tels que pgcd(a,b) = 5 et ppcm(a,b) = 306Exercice 7Trouver tous les entiers positifs a et b tels que pgcd(a,b) = 7 et a2 – ab = 3456CalculatriceDiviseurnombres premiersPGCDPPCM 9/14/2021 **********Télécharger PGCD et PPCM Exercices Corrigés PDF:Fiche 1Fiche 2Fiche 3Fiche 4Fiche 5Fiche 6**********En arithmétique et en théorie des nombres , le plus petit multiple commun de deux entiers a et b , généralement désigné par lcm (a , b), est le plus petit entier positif divisible à la fois par a et b .