Le regard du géomètre dans sa cuisine

Valerio Vassallo

Cité des Géométries

Maubeuge

Aziz El Kacimi

Université de Lille

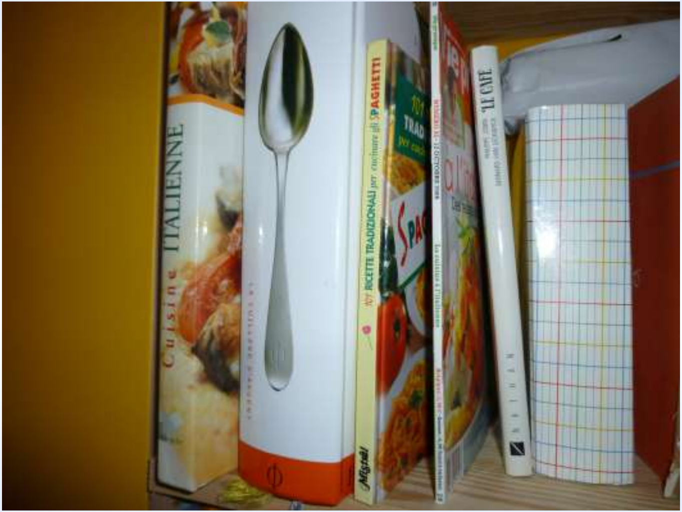
IREM de Lille

François Recher

Journée de La Régionale de Lille
de l'Association des Professeur.e.s de Mathématiques de l'Enseignement public
Lycée de l'Escaut de Valenciennes - 16 décembre 2023

Bienvenue

Bibliothèque



Bibliographie culinaire

- Maxine Clark, *Cuisine italienne*, Collection Les grands guides gourmands
- *La cuillère d'argent*, Phaidon Press Ltd.
- *L'encyclopédie culinaire de la maîtresse de maison*, 1971, Culture, art et loisirs
- Philippe Jobin & Bernard Van Leckwyck, *Le Café*, Éditions Nathan
- *101 ricette tradizionali per cucinare gli spaghetti*, Mistral

Bibliographie mathématique

- L. Cateni - R. Fortini, *La Geometria* Volume II, Felice Le Monnier, Firenze, 1971.
- R. Courant - H. Robbins (1941), Ian Stewart*What Is Mathematics ? An Elementary Approach to Ideas and Methods*, Oxford University Press, 1996
- Enrico Giusti, *La matematica in cucina*, Bollati Boringhieri (collana Saggi. Scienze)
- François Graner, *Petits problèmes de physique*, première partie, Springer, 1998.
- Nicolas Rouche, *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?*, L'esprit des sciences, Ellipses
- Nicolas Rouche, *Le sens de la mesure*, Formation, Didier Hatier
- Daniel Perrin, *Mathématiques d'école : Nombres, mesures et géométrie*, Cassini
- Piergiorgio Odifreddi, *Les mathématiques à l'aube du XXIème siècle*, Belin
- Elena Prestini, *Applicazioni dell'analisi armonica*, Hoepli, 2000.

Bibliographie mathématique

Voici un lien utile autour de la théorie du regard : Qu'est-ce que je vois ?

https://afdm.apmep.fr/rubriques/ouvertures/quest-ce-que-je-vois/

Des maths un peu partout. . .

Des maths un peu partout...

...même dans ma cuisine ! !

Des maths un peu partout. . .




Transformations

Des maths un peu partout...

- Géométrie
- Arithmétique
- Fonctions
- Équations
- Trigonométrie

De la poésie un peu partout...

"Qu'il ferme les yeux et qu'il rêve dans la nuit
qu'il les ouvre et qu'il observe attentivement les choses réelles
dans la clarté qu'épanche le soleil,
que son regard se déroute et s'égare,
qu'il porte les yeux sur le livre qu'il tient entre ses mains,
qu'assis dans le noir il épie le déroulement d'un film,
qu'il se laisse absorber dans la contemplation d'une peinture,
l'homme est un regard désirant qui cherche une autre image
derrière tout ce qu'il voit."

Pascal Quignard, "Le sexe et l'effroi" (Gallimard, 1994)

Des questions dans un autre registre. . .

Que fait-on quand on regarde une peinture ?
À quoi pense-t-on ?
Qu'imagine-t-on ?
Comment dire, comment se dire à soi-même ce que l'on voit ou devine ?

Dans un autre registre encore. . .

Quel regard sur ma cuisine si....
J'étais plombier ?
J'étais maçon ?
J'étais menuisier ?
J'étais architecte d'intérieur ?
...

Principe de Cavalieri ou...

Principe

Si toutes les sections par un plan parallèle au plan de base de deux solides posés sur un même plan, dans le même demi-espace ont la même aire alors ils ont le même volume. e.

Du pain sur la planche. . .

Du pain sur la planche. . .

Du pain sur la planche. . .

Principe de Cavalieri

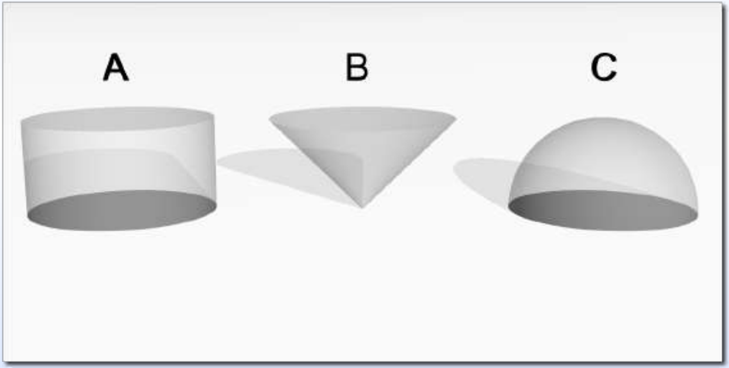
Principe

Étant donnés trois solides A, B et C posés sur un même plan, dans le même demi-espace, tels que tout plan parallèle au plan de base coupe les trois solides en trois sections S_A, S_B et S_C telles que :
$\mathcal{A}(S_A) = \mathcal{A}(S_B) + \mathcal{A}(S_C)$, alors

$$\mathcal{V}(A) = \mathcal{V}(B) + \mathcal{V}(C).$$

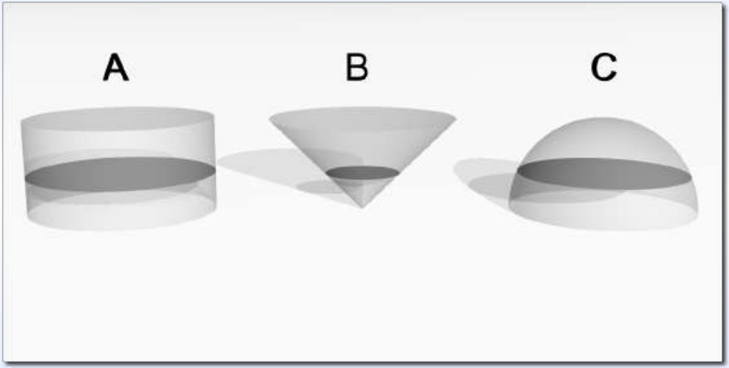
Du pain sur la planche...

Soient A, B, C respectivement le cylindre, le cône et la demi-sphère ayant les rayons et les hauteurs de même mesure r.
On les dispose tous du même côté par rapport à un plan α : le cylindre et la demi-sphère posés sur leurs bases (des cercles de centre S et Q respectivement) et le cône, à l'envers, sur son sommet V de telle sorte que le disque de centre O et de rayon $OP = r$ soit parallèle à α.



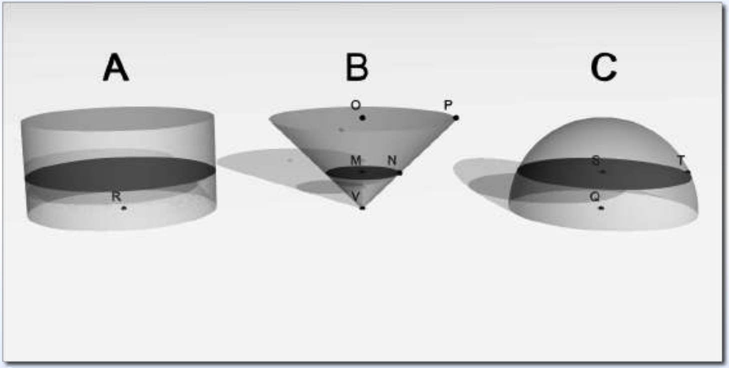
Du pain sur la planche...

On coupe ensuite les trois solides par un plan β parallèle à α et à distance h de α.
Regardons les intersections des trois solides avec ce plan β.



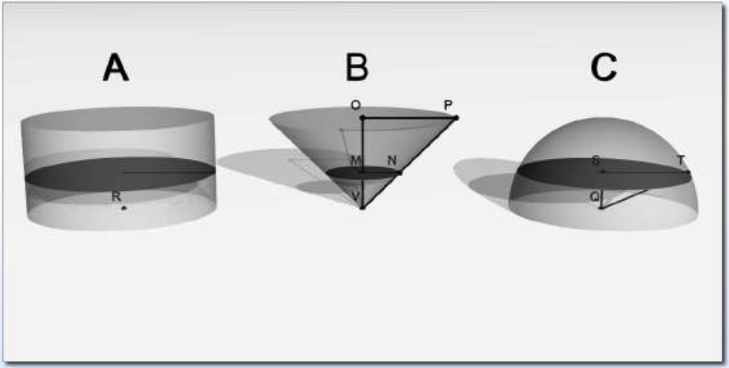
Du pain sur la planche...

On coupe ensuite les trois solides par un plan β parallèle à α et à distance *h* de α.
Regardons les intersections des trois solides avec ce plan β.



Du pain sur la planche...

- L'intersection avec le cylindre est un disque de rayon r.
- L'intersection avec le cône est un deuxième disque de rayon MN, ce rayon étant égal à h grâce à la similitude des triangles VOP et VMN et au fait que $OP = OV$.
- L'intersection avec la demi-sphère est un disque de rayon ST avec $ST = \sqrt{r^2 - h^2}$.



Du pain sur la planche...

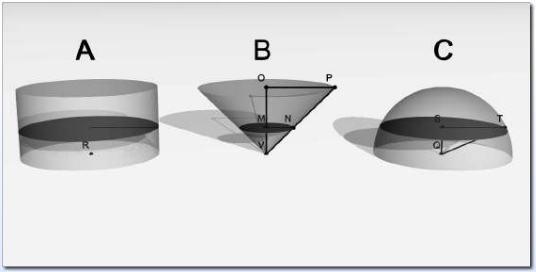
Les aires S_A, S_B et S_C des trois sections sont donc :

$$S_A = \pi r^2, \qquad S_B = \pi h^2, \qquad S_C = \pi(\sqrt{r^2 - h^2})^2 = \pi(r^2 - h^2).$$

Par conséquent,

$$S_B + S_C = \pi h^2 + \pi(r^2 - h^2) = \pi r^2 = S_A$$

et donc la somme du cône B et de la demi-sphère C est équivalente au cylindre A.



Du pain sur la planche...

Autrement dit,

$$\textit{Volume } V \textit{ de la demi-sphère} = \textit{Volume du cylindre} \text{ - } \textit{Volume du cône}$$

d'où

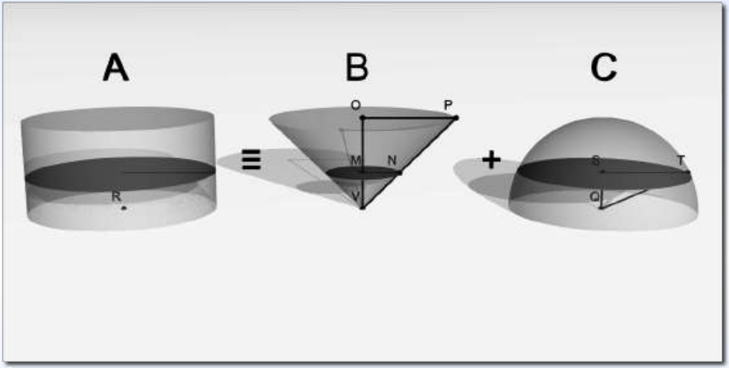
$$V = \pi r^2 \cdot r - \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r = \frac{2}{3}\pi r^3.$$

En conclusion, le volume d'une sphère de rayon r est

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = r^3 \cdot 4,188790...$$

Ce chapitre des mathématiques fait partie des nombreux épisodes de l'histoire du calcul intégral.

Équivalence de volumes



Chutes. . .

Chutes. . .

Chutes. . .

Chutes

Question

- Comment expliquer ces différentes sections du filet d'eau ?

Chutes. . .

D'un robinet à section cylindrique, de l'eau s'écoule **à débit constant**. On observe que la largeur du jet d'eau formé n'est pas constante mais qu'elle va en s'amincissant.
Pourquoi ?
Quels sont les paramètres qui entrent en jeu ?
Le but est d'étudier la forme de ce jet. Au Seicento (XVIIème siècle), un disciple de Galilée, Benedetto Castelli, avait remarqué que dans l'étude de ce problème la section n'était pas le seul paramètre à prendre en compte.
Pour mieux saisir ce problème prenons un autre problème.

Chutes. . .

Étudions les déplacements de personnes dans une série de couloirs.
Dans le premier couloir, très large, passent par exemple cinquante personnes toutes les minutes.
Si le deuxième couloir est deux fois moins large, combien de personnes pourront le parcourir par minute ?
Vingt-cinq ?
Cinquante ? Pourquoi pas ?
Mais dans quelles conditions ? Lorsque ces personnes marchent plus vite, c'est-à-dire doublent leur vitesse... Il faut donc ne pas seulement tenir compte de la largeur du couloir, mais aussi de la vitesse.
C'est la découverte de Benedetto Castelli.

Chutes. . .

Maintenant, si un troisième couloir est large seulement un cinquième du premier couloir que va-t-il se passer ?
On soupçonne que la vitesse de circulation dans ce couloir doit être cinq fois plus importante que celle dans la premier couloir.
En général, si la largeur d'un couloir est divisée par un certain nombre, et qu'en même temps la vitesse est multipliée par ce même nombre, le flux des personnes, défini comme le produit de la largeur du couloir par la vitesse, reste toujours constant. Dans ce cas on dit que les grandeurs sont inversement proportionnelles : si nous souhaitons que le flot des personnes soit constant, la vitesse doit être inversement proportionnelle à la largeur du couloir.

Chutes. . .

C'est ce qui se passe pour l'eau qui sort du robinet. Puisque le flot est obligatoirement constant (toute l'eau qui sort d'un robinet en une seconde doit passer par n'importe quelle section en une seconde), la section du jet sera inversement proportionnelle à la vitesse de l'eau.
D'autre part, la vitesse de l'eau augmente de plus en plus et par conséquent la section du jet diminue.
La question est donc : peut on calculer le rayon de cette section ? Oui. Comment ?
Tout d'abord, il faut fixer le point de départ. On va mesurer le temps et la hauteur de la chute à partir du moment où l'eau sort du robinet. On va dire alors qu'au temps 0 la hauteur de la chute d'eau est 0 avec une vitesse v_0. Cette vitesse est fonction de l'ouverture du robinet. Lorsque le robinet est fermé la vitesse est nulle.

Chutes...

Maintenant on doit se poser la question : quelle est la vitesse d'un corps qui tombe s'il est lancé verticalement vers le bas avec une vitesse v_0 ?
L'eau tombe avec un mouvement accéléré avec une accélération g appelée accélération de gravité.
L'eau étant sortie avec une vitesse initiale v_0, elle aura après être tombée d'une hauteur h une vitesse v donnée par :

$$v^2 = v_0^2 + 2gh.$$

Voici l'explication de la formule précédente. Un corps qui tombe augmente sa vitesse proportionnellement au temps de chute, avec une accélération de gravité g. Par conséquent, si le corps est parti avec une vitesse v_0, après une seconde sa vitesse sera de $v_0 + g$, après deux secondes de $v_0 + 2g$, après trois secondes $v_0 + 3g$,... après t secondes une vitesse de $v_0 + gt$, c'est-à-dire $v = v_0 + gt$.

Chutes...

Question : quel est la distance parcourue au même temps t ?
Rappelons que la distance est le produit de la vitesse par le temps donc il est égal à $vt = v_0 t + gt^2$. Or, la vitesse v c'est-à-dire $v = v_0 + gt$ est celle au temps t.
Pour des valeurs inférieures du temps, la vitesse était inférieure et par conséquent la distance parcourue était inférieure. Pour la calculer correctement il faut rappeler que la distance est l'intégrale de la vitesse, et donc que la distance h parcourue en un temps t est donnée en intégrant l'expression de la vitesse $v = v_0 + gt$, d'où

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2.$$

Chutes...

Pour calculer la distance parcourue par l'eau, on va suivre les idées de Galilée et ceci avant l'invention du calcul infinitésimal et des intégrales en particulier.
Pour calculer distance parcourue après t secondes, il ne faut pas prendre la vitesse au temps t mais la vitesse moyenne pendant toute la durée de la chute.
Si nous représentons par une ligne verticale AB le temps au début de la chute, et pour chaque instant (c'est-à-dire tout point du segment AB) nous représentons avec un segment horizontal la vitesse de l'eau à l'instant donné, on obtient une figure en forme de trapèze.
Au début la vitesse v_0 est donnée par le segment AP ; après t secondes (instant qui correspond au point B), l'eau va tomber avec une vitesse $v_0 + gt$ donnée par le segment BQ. Entre le deux points A et B, par exemple au point C, la vitesse est donnée par le segment CR puisque, comme nous l'avons dit avant, la vitesse augment proportionnellement au temps.

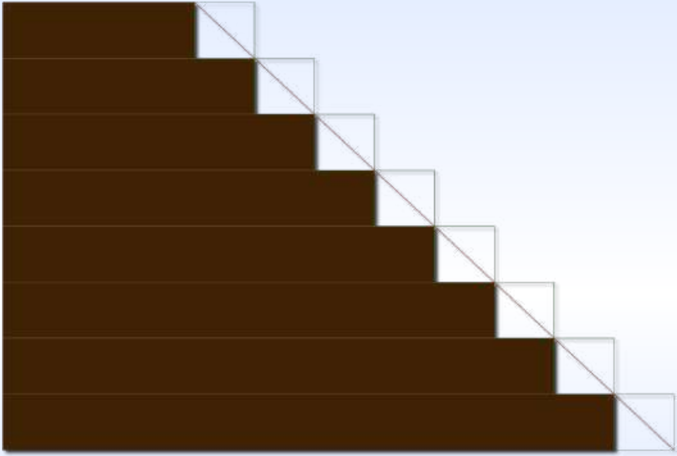
Chutes...

On partage alors le segment AB en plusieurs parties égales $Ac, cd, de, \ldots$
Si nous supposons que sur le segment de la vitesse reste constante et égale à la vitesse en d, la distance parcourue pendant le temps de sera donné par la vitesse en d multipliée par le temps de et par conséquent sera donné par l'aire du rectangle hachuré de base de.
Ceci serait vrai si la vitesse pendant de reste constante. Or, puisque la vitesse augmente dans l'intervalle de temps de, l'espace réellement parcouru sera supérieur.

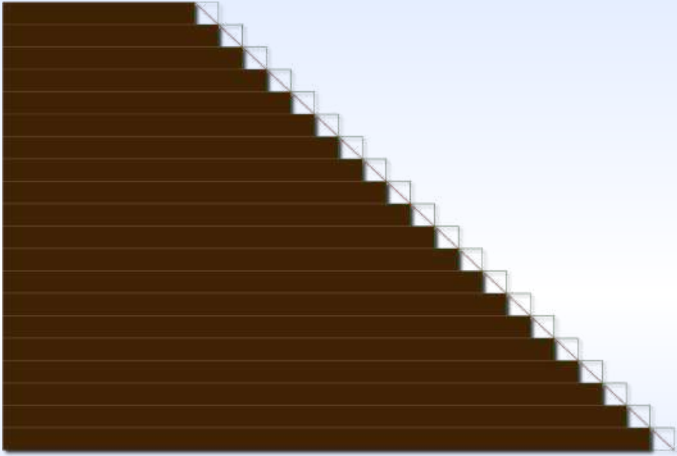
Chutes...

Les mêmes considérations peuvent être faites sur les petits intervalles $Ac, cd, etc, \ldots$ et donc la distance parcourue dans l'intervalle AB sera plus grande que l'aire de la figure en escalier hachurée et interne au trapèze $ABQP$.
Si alors nous supposons la vitesse égale à celle de la deuxième borne (dans l'exemple précédent la borne e à la place de la borne d), la distance parcourue serait égale à l'aire de la figure en escalier extérieure au trapèze. Puisque la vrai vitesse est inférieure, la distance parcourue sera inférieure aussi.

Chutes. . .



Chutes. . .



Chutes. . .

En conclusion, la distance parcourue pendant la chute sera comprise entre la figure en escalier intérieure au trapèze et celle de la figure extérieure. Ces deux figures en escalier s'approchent de plus en plus à l'aire du trapèze au fur et à mesure que l'on multiplie les parties entre A et B. Le raisonnement est presque rigoureux mais satisfaisant compte tenu de l'époque de Galilée.
L'aire du trapèze est donc donnée par le demi-produit des deux bases par la hauteur. Les bases mesurent respectivement v_0 et $v_0 + gt$; la hauteur mesure t et par conséquent l'aire est égale à

$$v_0 t + \frac{1}{2} g t^2.$$

Chutes...

Pour trouver la formule $v^2 = v_0^2 + 2gh$ rappelons que $v = v_0 + gt$ et que $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, d'où $2gh = 2g v_0 t + g^2 t^2$. La première égalité donne $gt = v - v_0$ d'où, grâce à la deuxième formule,

$$2gh = 2v_0(v - v_0) + (v - v_0)^2 = (v - v_0)(2v_0 + v - v_0)$$

$$= (v - v_0)(v + v_0) = v^2 - v_0^2$$

d'où

$$v^2 = v_0^2 + 2gh.$$

Nous avons ainsi calculé la vitesse après une chute de hauteur h. Maintenant, calculons la forme du jet.

Chutes. . .

La section du jet d'eau est un disque. Si on note r son rayon, r_0 le rayon du robinet (par exemple 1 cm) à hauteur 0, l'aire de la section est πr_0^2. Puisque le produit de l'aire (donnée par la section du cercle) par la vitesse reste constante, on doit avoir

$$\pi r^2 v = \pi r_0^2 v_0.$$

Par conséquent

$$r^4 v^2 = r_0^4 v_0^2$$

Or $v^2 = v_0^2 + 2gh$; en remplaçant dans la formule précédente on obtient :

$$r^4(v_0^2 + 2gh) = r_0^4 v_0^2,$$

d'où encore

$$r^4 = \frac{r_0^4 v_0^2}{v_0^2 + 2gh}.$$

Chutes...

Finalement le rayon du disque (du jet d'eau) en fonction de la hauteur h est donné par

$$r = r_0 \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gh}}$$

ou bien

$$r = \frac{r_0}{\sqrt[4]{1 + Ah}}$$

car nous avons posé A à la place de $\frac{2g}{v_0^2}$.

Rappelons maintenant que $g = 9,81 m/sec^2$ ou bien $g = 981 cm/sec^2$.

Chutes...

$$r = \frac{r_0}{\sqrt[4]{1 + Ah}}$$

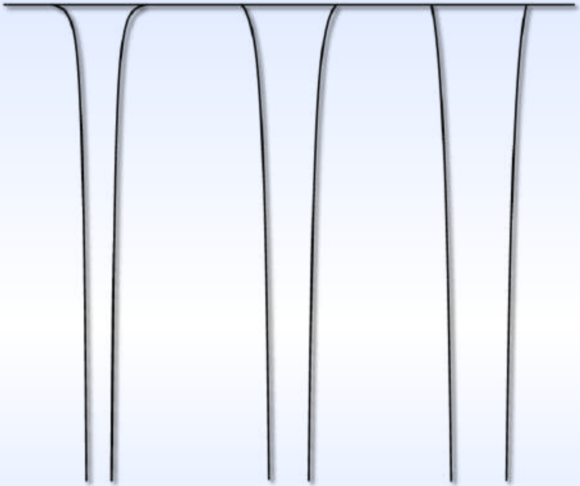
Si nous ouvrons le robinet (un tout petit peu) on peut supposer la vitesse initiale de l'eau égale à $v_0 = 5cm/sec$; si le robinet est bien ouvert on peut supposer la vitesse de l'eau égale à $v_0 = 10cm/sec$.

Si le robinet est grand ouvert on peut supposer la vitesse de l'eau égale à $v_0 = 20cm/sec$.

Dans le premier cas la valeur de A est égale à $\frac{2\times 981}{5^2} = 78,48$; dans le deuxième cas $A = \frac{2\times 981}{10^2} = 19,62$. Dans le troisième cas $A = \frac{2\times 981}{10^2} = 4,9$.

Avec ces valeurs nous pouvons calculer les formes du jet !

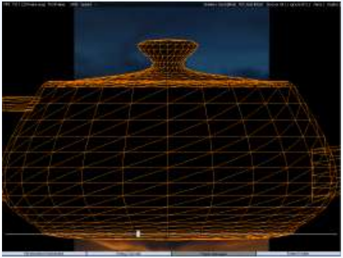
Chutes...



$v_0 = 5\,cm/s$ $\quad v_0 = 10\,cm/s$ $\quad v_0 = 20\,cm/s$

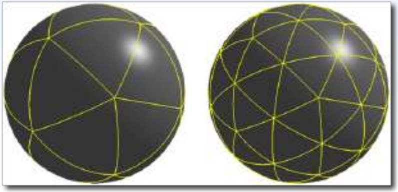
Triangulation d'une théière

Triangulation d'une théière



Triangulation d'une sphère

Triangulation d'une sphère



Surfaces usuelles

Surfaces usuelles

Surfaces usuelles

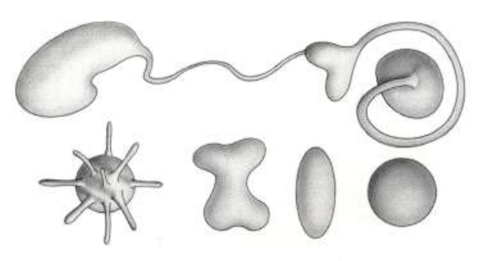
Surfaces usuelles

Surfaces usuelles

Définitions

Type topologique

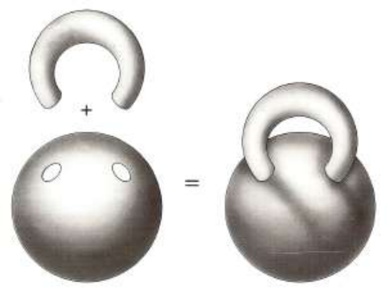
Deux surfaces (supposées en caoutchouc) ont le même *type topologique* si l'on peut passer de l'une à l'autre en les étirant quitte, éventuellement, à laisser certaines parties se traverser mutuellement mais sans déchirer, ni couper, ni coller.



Définitions

Genre

On dit qu'une surface est de *genre* g si elle est du type topologique de la sphère à g anses.



$g = 1$

Genres

0

1

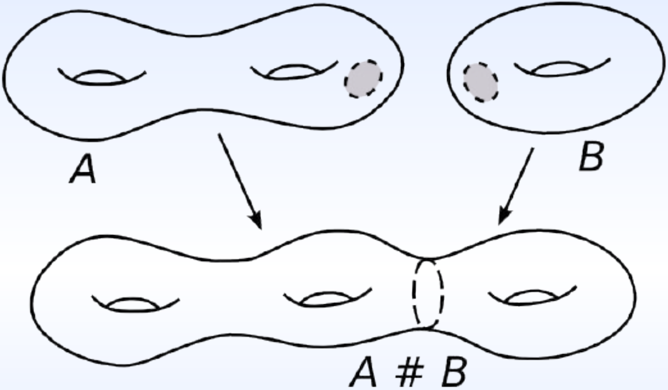
2

3

Somme connexe

Somme connexe

Somme connexe



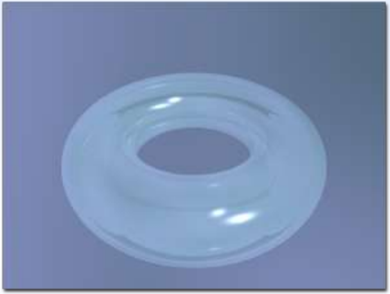
Classification des surfaces

Théorème

Tout surface compacte est homéomorphe soit à une sphère, soit à une somme connexe de tores, soit à une somme connexe de plans projectifs.

Panorama

Sphère



Tore

Panorama

Bi-tore

Tri-tore

Panorama

Plan projectif

Bouteille de Klein

Panorama

Angle

Angle

On peut définir pour chaque sommet d'un tétraèdre une notion d'*angle*.

Angle

Angle

On peut définir pour chaque sommet d'un tétraèdre une notion d'*angle*.

Angle

On peut définir pour chaque sommet d'un polyèdre une notion d'*angle*.

Polyèdres réguliers

Polyèdre régulier

Un polyèdre régulier est un polyèdre convexe dont

- tous les faces sont des polygones réguliers identiques,
- tous les *angles* sont de même mesure.

Formule d'Euler

Théorème

Pour tout polyèdre convexe on la relation suivante :

$$F - A + S = 2$$

où F le nombre de faces, A le nombre d'arêtes et S désigne le nombre de sommets.

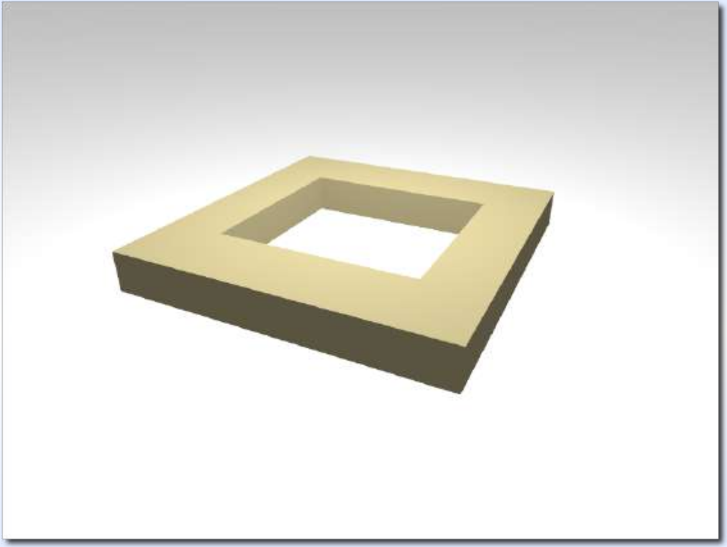
Théorème

Pour tout polyèdre de genre g on la relation suivante :

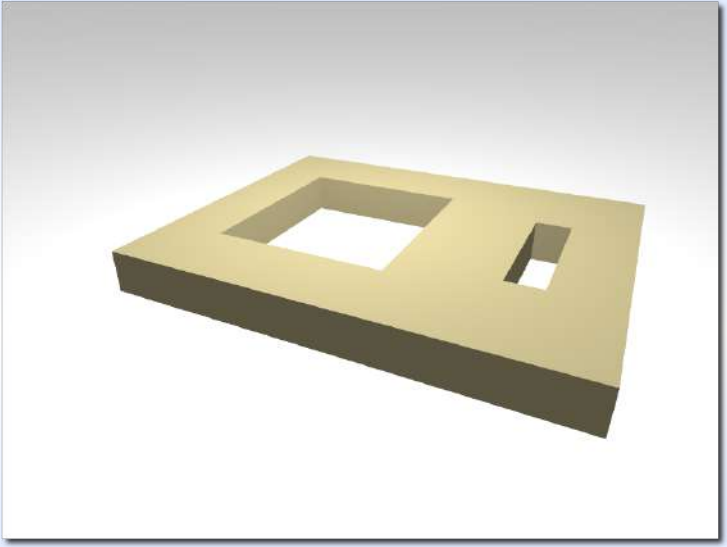
$$F - A + S = 2 - 2g$$

où F le nombre de faces, A le nombre d'arêtes et S désigne le nombre de sommets.

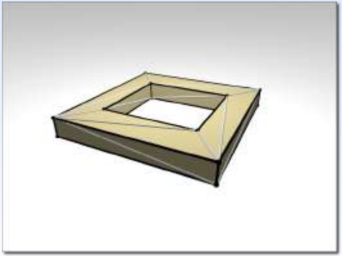
Formule d'Euler

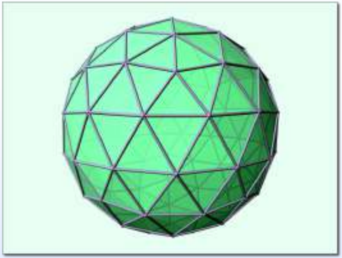


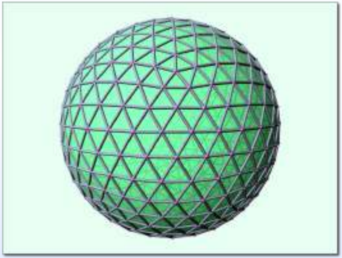
Formule d'Euler



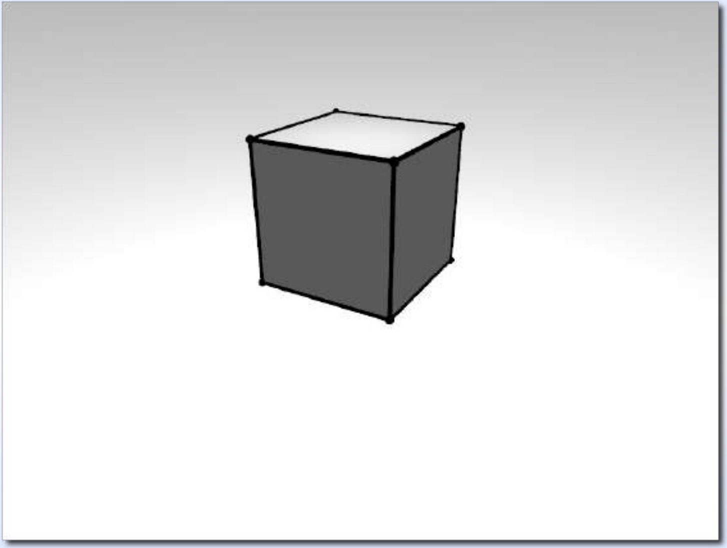
Un peu d'exercice. . .



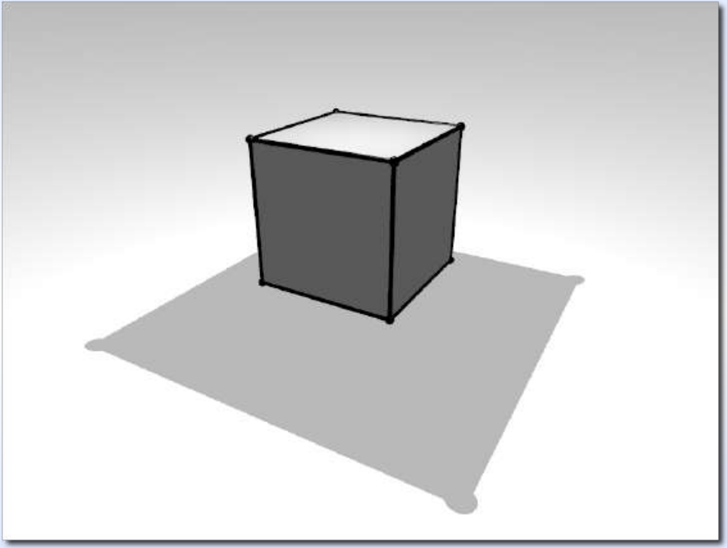




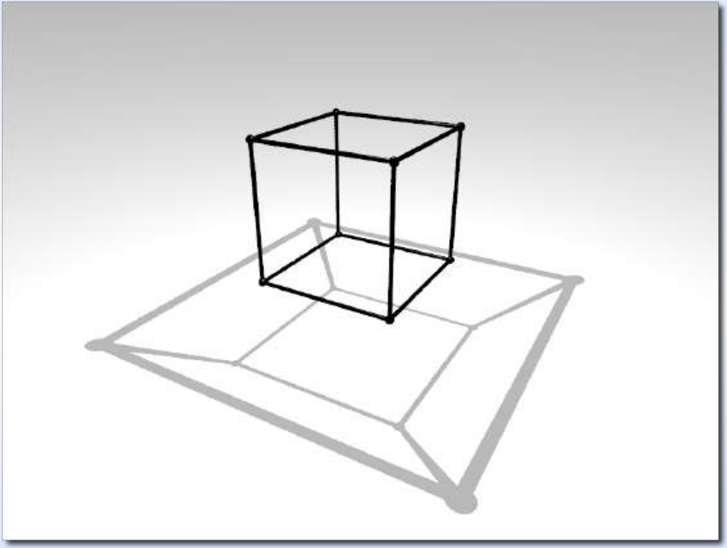
Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



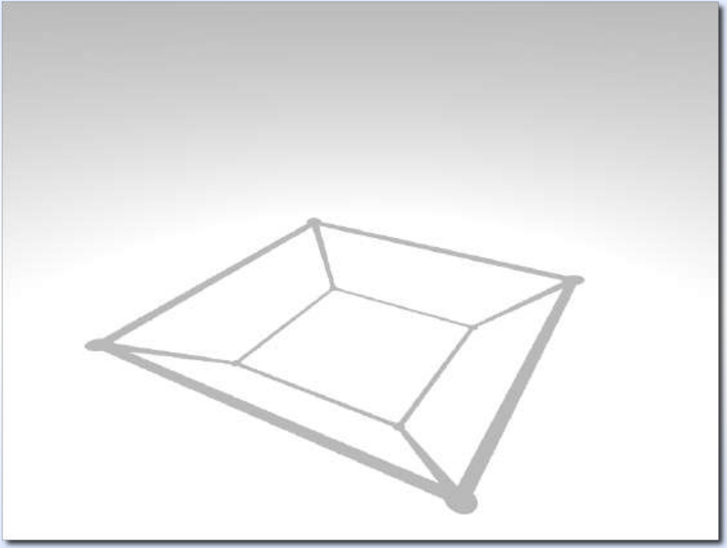
Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



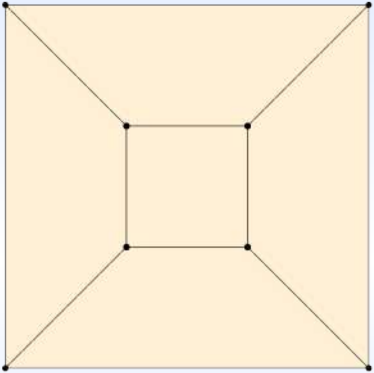
Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)

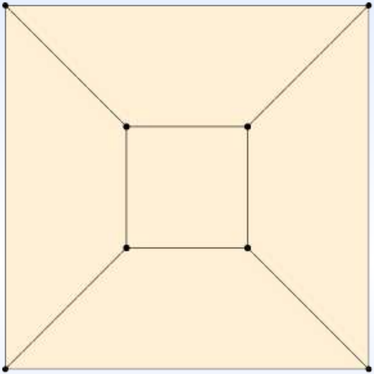


Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



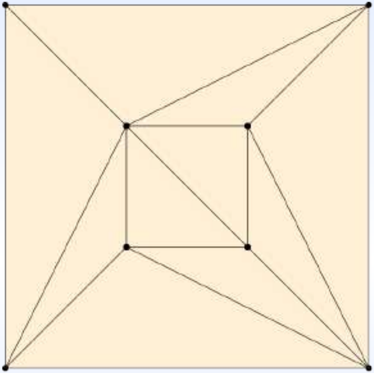
$$f - a + s =$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



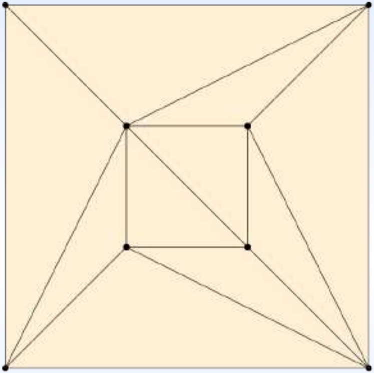
$$f - a + s = 5 - 12 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



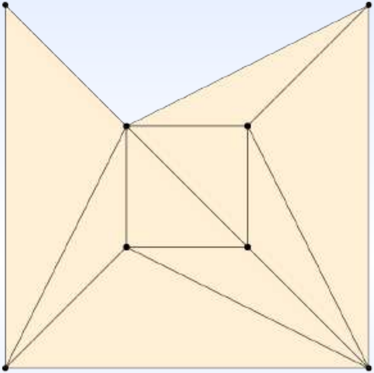
$f - a + s =$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



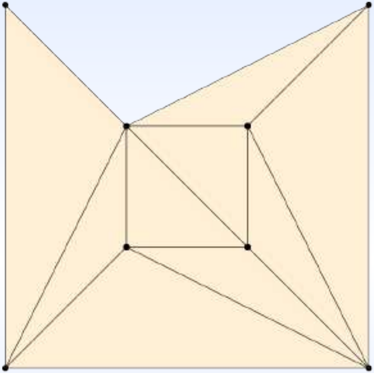
$$f - a + s = (2 * 5) - (12 + 5) + 8 = 10 - 17 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



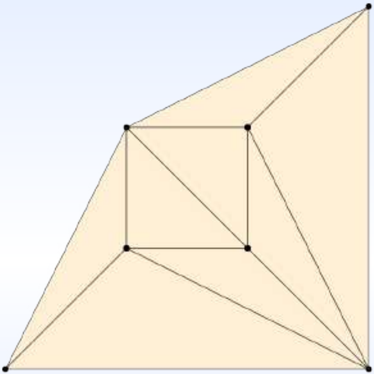
$f - a + s =$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



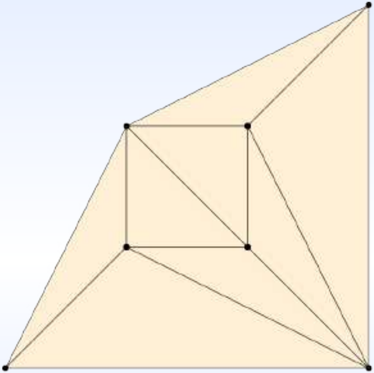
$$f - a + s = (10-1) - (17-1) + 8 = 9 - 16 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



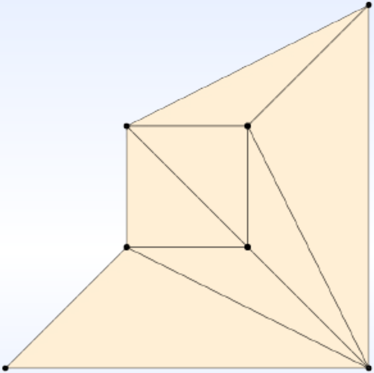
$f - a + s =$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



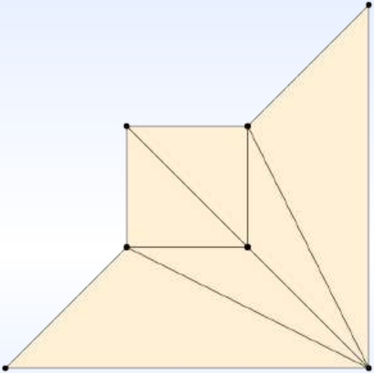
$$f - a + s = (9 - 1) - (16 - 2) + (8 - 1) = 8 - 14 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



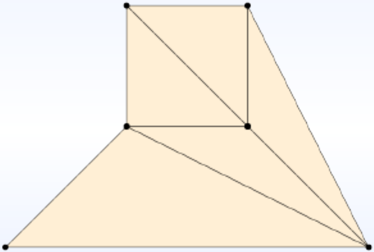
$$f - a + s = (8-1) - (14-1) + 7 = 7 - 13 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



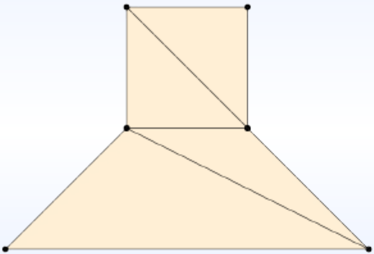
$$f - a + s = (7-1) - (13-1) + 7 = 6 - 12 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



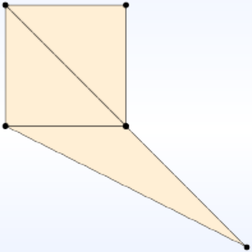
$$f - a + s = (6-1) - (12-2) + (7-1) = 5 - 10 + 6 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



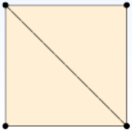
$$f - a + s = (5-1) - (10-1) - 6 = 4 - 9 + 6 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



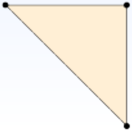
$$f - a + s = (4 - 1) - (9 - 2) + (6 - 1) = 3 - 7 + 5 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



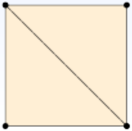
$$f - a + s = (3 - 1) - (7 - 2) + (5 - 1) = 2 - 5 + 4 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



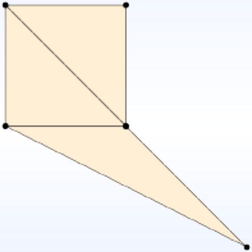
$$f - a + s = (2 - 1) - (5 - 2) + (4 - 1) = 1 - 3 + 3 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



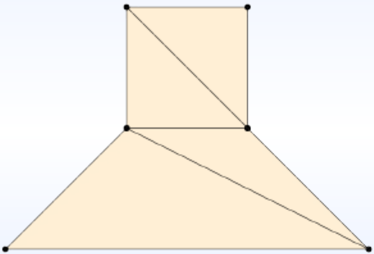
$$f - a + s = (1+1) - (3+2) + (3+1) = 2 - 5 + 4 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



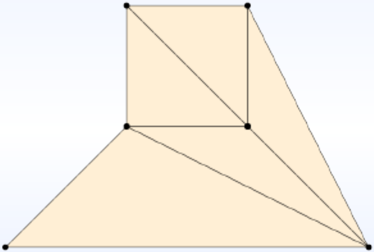
$$f - a + s = (2+1) - (5+2) + (4+1) = 3 - 7 + 5 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



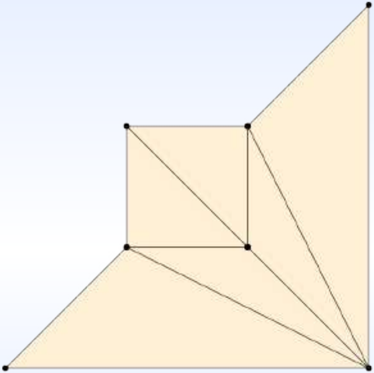
$$f - a + s = (3+1) - (7+2) + (5+1) = 4 - 9 + 6 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



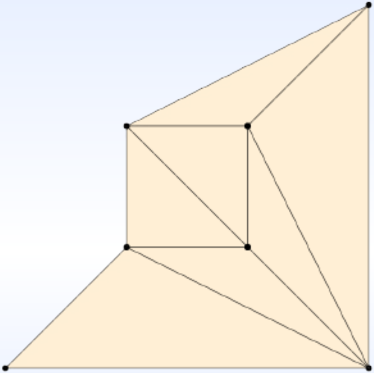
$$f - a + s = (4+1) - (9+1) - 6 = 5 - 10 + 6 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



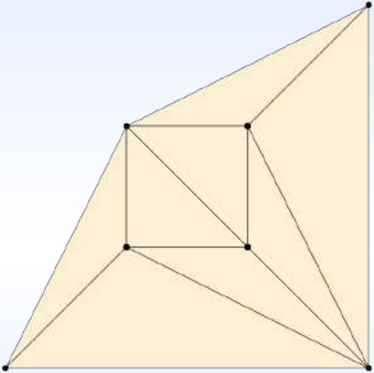
$$f - a + s = (5 + 1) - (10 + 2) + (6 + 1) = 6 - 12 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



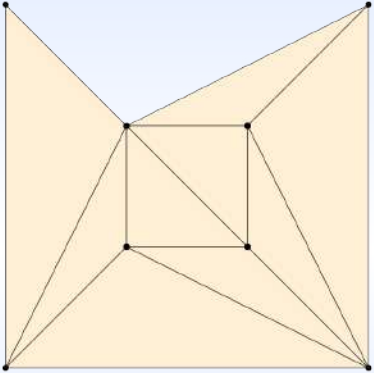
$$f - a + s = (6+1) - (12+1) + 7 = 7 - 13 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



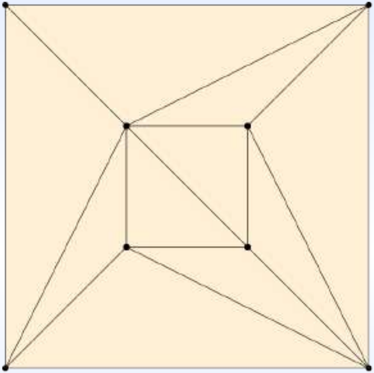
$$f - a + s = (7+1) - (13+1) + 7 = 8 - 14 + 7 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



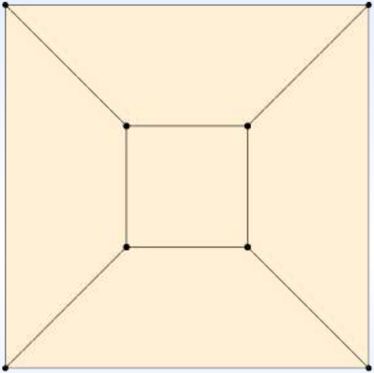
$$f - a + s = (8+1) - (14+2) + (7+1) = 9 - 16 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



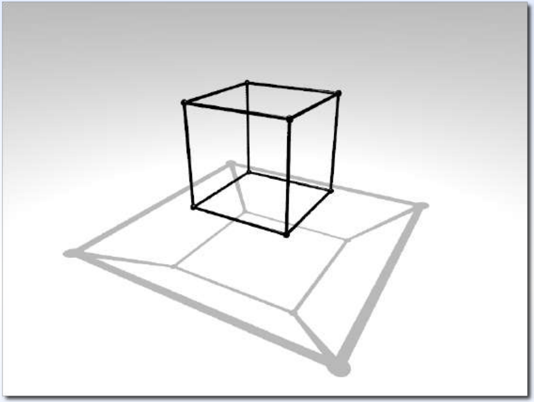
$$f - a + s = (9 + 1) - (16 + 1) + 8 = 10 - 17 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



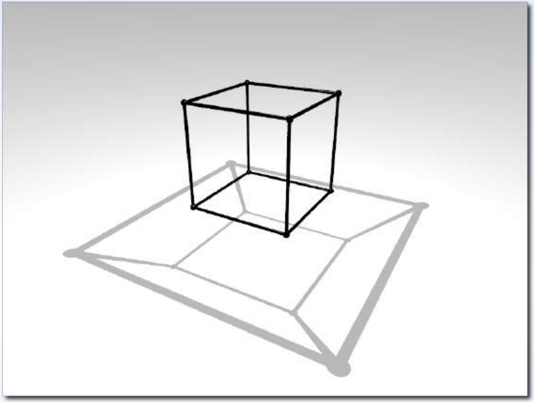
$$f - a + s = (10/2) - (17 - 5) + 8 = 5 - 12 + 8 = 1$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



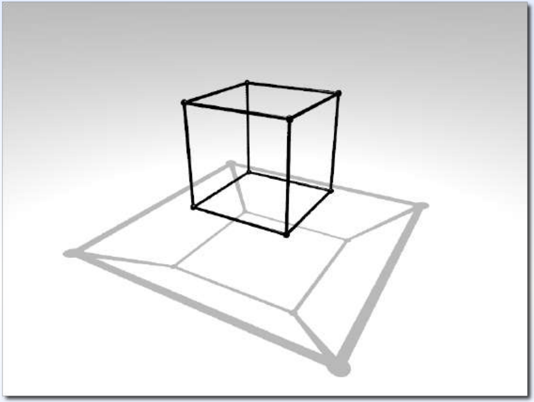
$$F - A + S =$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



$$F - A + S = (f - a + s) + 1 =$$

Idée de la preuve d'Augustin Cauchy (1809)



$$F - A + S = (f - a + s) + 1 = 1 + 1 = 2$$

Question

Existe-t-il beaucoup de polyèdres réguliers ?

Étude

Formule d'Euler : $F - A + S = 2$

Étude

Formule d'Euler : $F - A + S = 2$

On suppose que

- chaque face possède n côtés,
- que chaque sommet est atteint par r arêtes.

Étude

Formule d'Euler : $F - A + S = 2$

On suppose que

- chaque face possède n côtés,
- que chaque sommet est atteint par r arêtes.

On remarque que

- chaque arête délimite deux faces : $nF = 2A$,
- chaque arête contient deux sommets : $rS = 2A$.

$$\frac{2A}{n} - A + \frac{2A}{r} = 2 \quad \text{ou encore} \quad \frac{1}{n} + \frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A}.$$

Solutions

$$\frac{1}{n}+\frac{1}{r}=\frac{1}{2}+\frac{1}{A}$$

- n et r sont des entiers plus grands que 3,

Solutions

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A}$$

- n et r sont des entiers plus grands que 3,
- n et r ne peuvent pas être tous les deux plus grands ou égaux à 4,

Solutions

$$\frac{1}{n}+\frac{1}{r}=\frac{1}{2}+\frac{1}{A}$$

- n et r sont des entiers plus grands que 3,
- n et r ne peuvent pas être tous les deux plus grands ou égaux à 4,
- si $n=3$ alors r est inférieur à 6 car $\frac{1}{r}-\frac{1}{6}=\frac{1}{A}$, ce qui donne des polyèdres à face triangulaire (triangle équilatéral) ayant 6 (tétraèdre), 12 (octaèdre) ou 30 (icosaèdre) arêtes,

Solutions

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A}$$

- n et r sont des entiers plus grands que 3,
- n et r ne peuvent pas être tous les deux plus grands ou égaux à 4,
- si $n = 3$ alors r est inférieur à 6 car $\frac{1}{r} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A}$, ce qui donne des polyèdres à face triangulaire (triangle équilatéral) ayant 6 (tétraèdre), 12 (octaèdre) ou 30 (icosaèdre) arêtes,
- si $r = 3$ alors n est inférieur à 6 car $\frac{1}{n} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A}$, ce qui donne des polyèdres desquels de chaque sommet partent 3 arêtes et qui ont 6 (tétraèdre), 12 (cube) ou 30 (dodécaèdre) arêtes.

Solutions

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{A}$$

- n et r sont des entiers plus grands que 3,
- n et r ne peuvent pas être tous les deux plus grands ou égaux à 4,
- si $n = 3$ alors r est inférieur à 6 car $\frac{1}{r} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A}$, ce qui donne des polyèdres à face triangulaire (triangle équilatéral) ayant 6 (tétraèdre), 12 (octaèdre) ou 30 (icosaèdre) arêtes,
- si $r = 3$ alors n est inférieur à 6 car $\frac{1}{n} - \frac{1}{6} = \frac{1}{A}$, ce qui donne des polyèdres desquels de chaque sommet partent 3 arêtes et qui ont 6 (tétraèdre), 12 (cube) ou 30 (dodécaèdre) arêtes.
- et c'est tout !

Solides de Platon

Tétraèdre

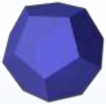
$n = 3,\ r = 3$

Cube

$n = 4,\ r = 3$

Octaèdre

$n = 3,\ r = 4$



Dodécaèdre

$n = 5,\ r = 3$

Icosaèdre

$n = 3,\ r = 5$

Pommes de Platon

Problèmes d'aires

Problèmes d'aires

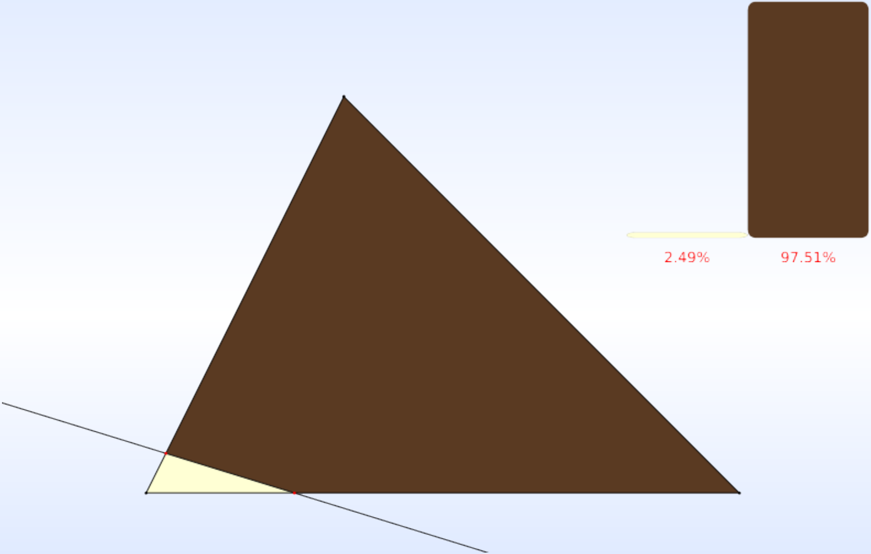
Problématique générale : étant donné un polygone et P un point de sa frontière, peut-on tracer une droite passant par P qui partage la surface du polygone en deux parties d'aires égales ?

Problèmes d'aires

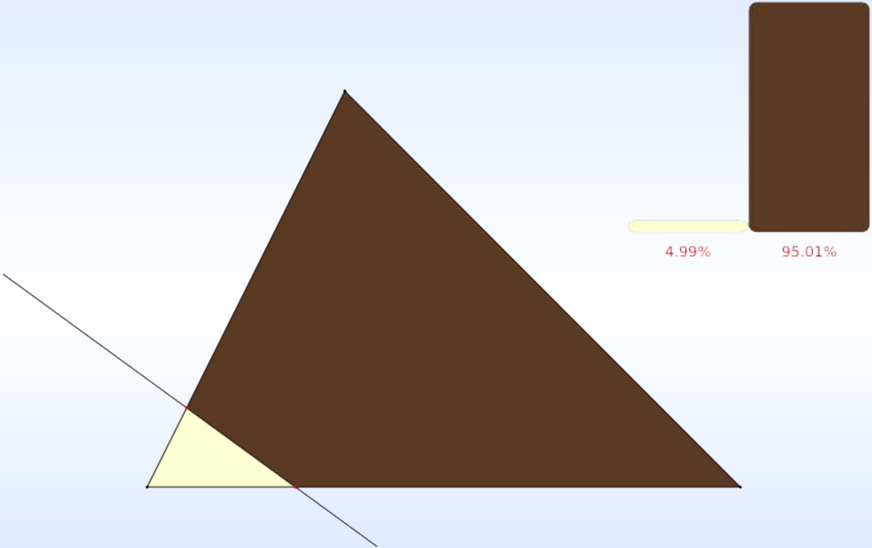
Approches :

- la difficulté varie-t-elle selon la nature des polygones ?
- la difficulté varie-t-elle selon la position du point P ?
- existe-t-il des situations connues : polygones particuliers, positions particulières de P ?

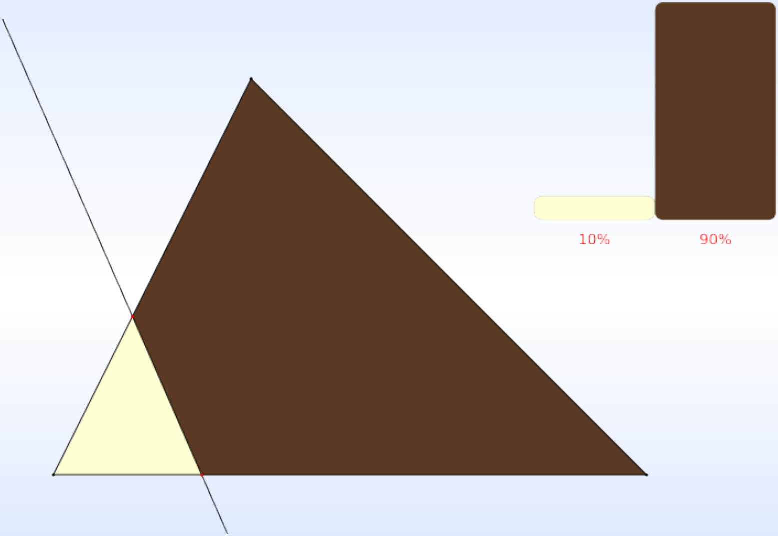
Triangle



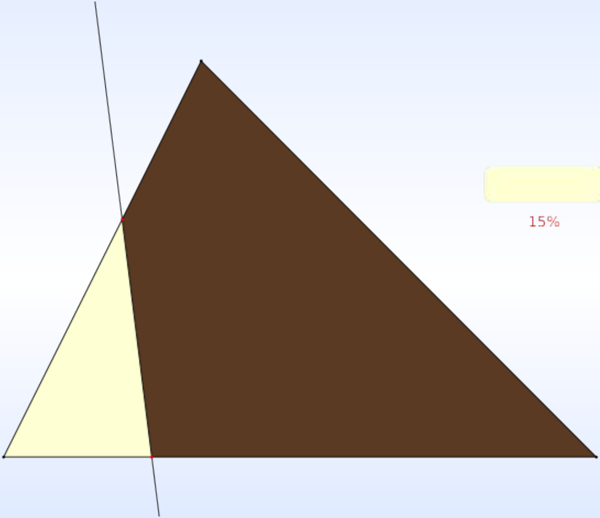
Triangle

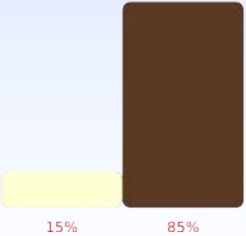


Triangle

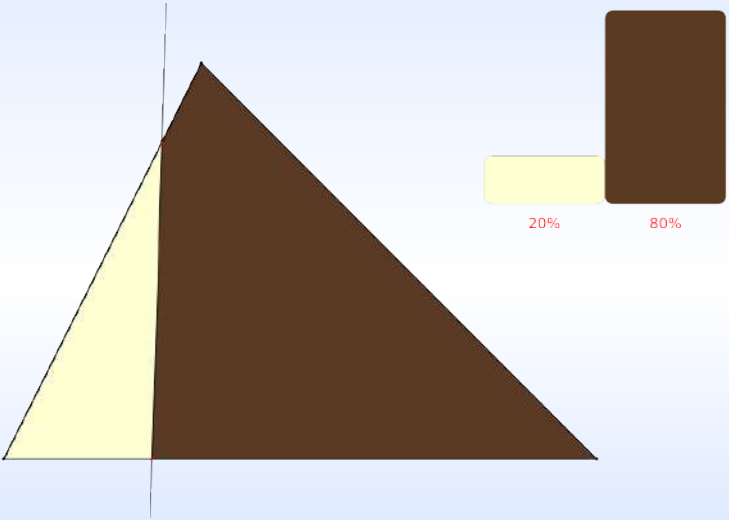


Triangle

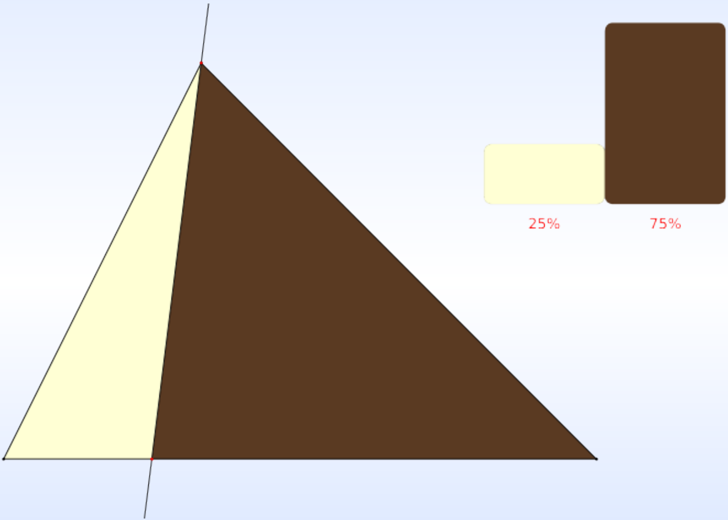




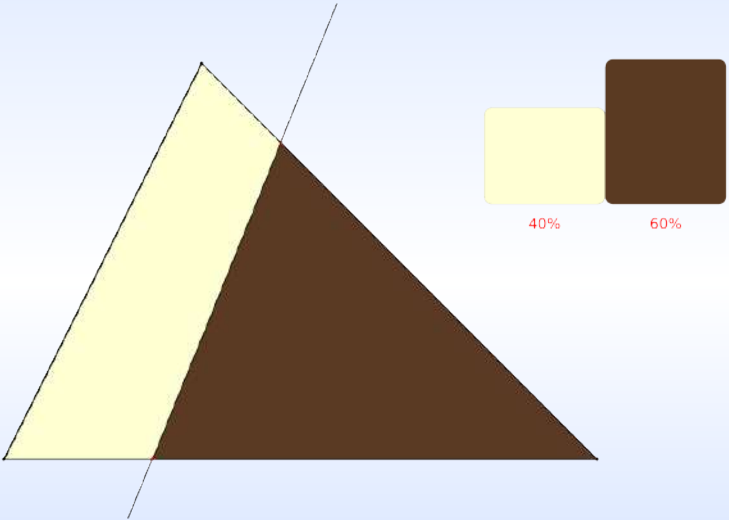
Triangle



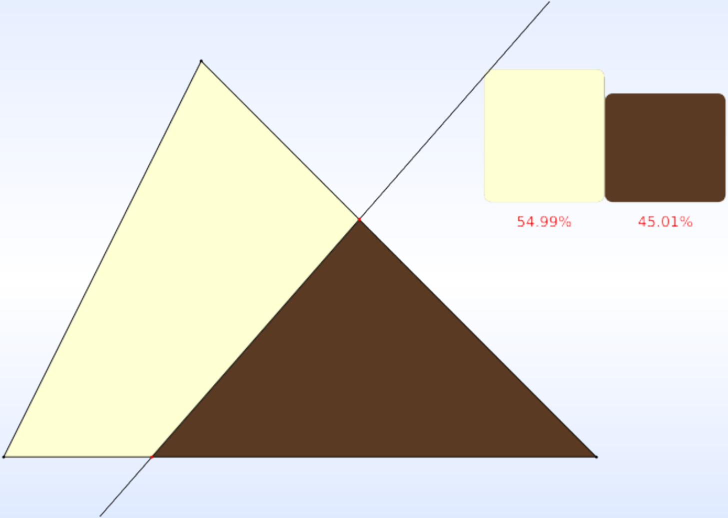
Triangle



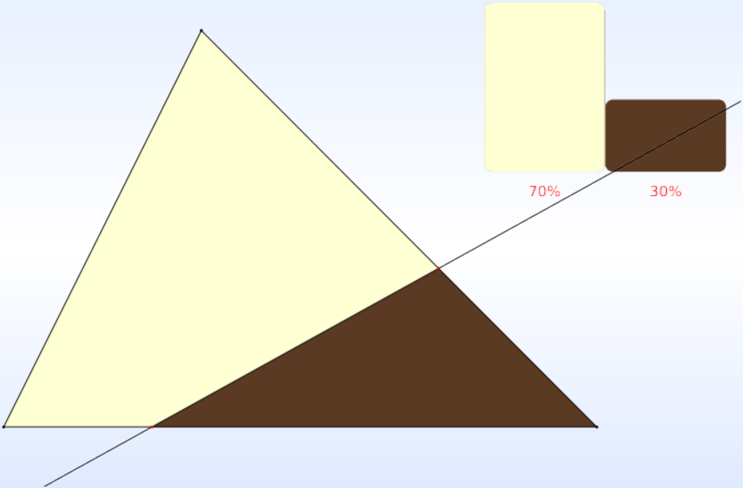
Triangle



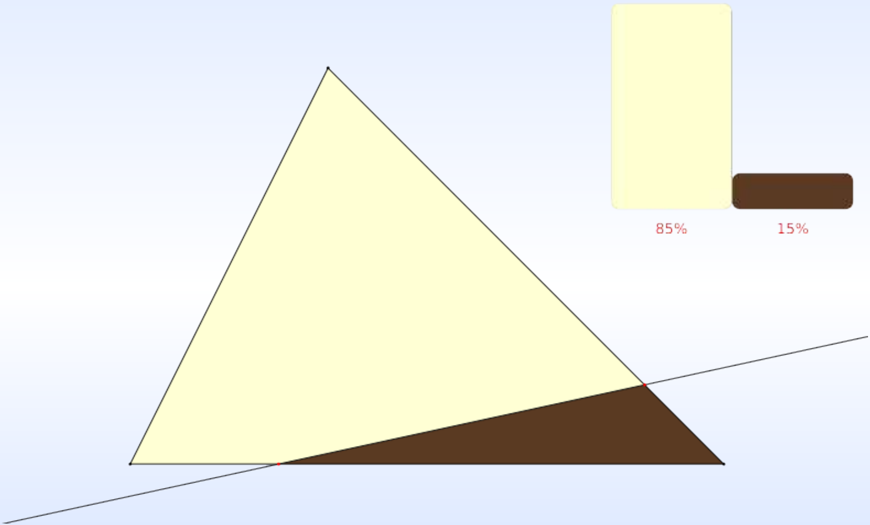
Triangle



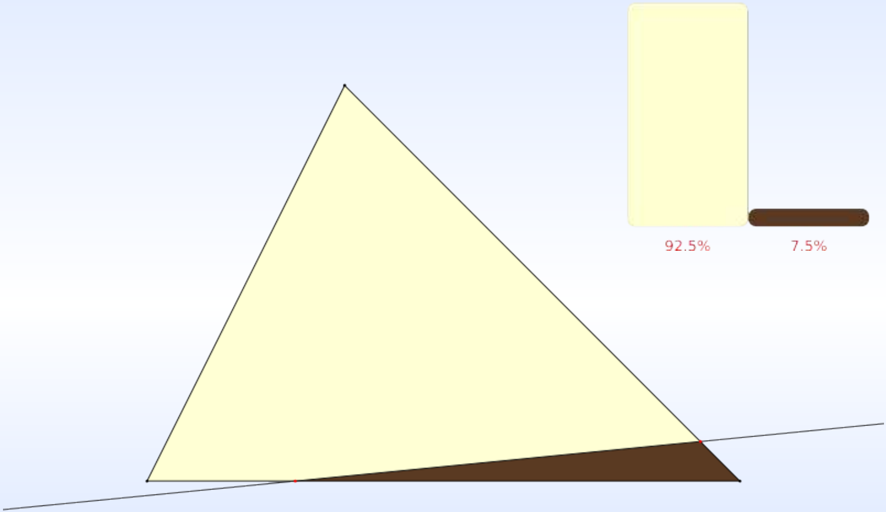
Triangle



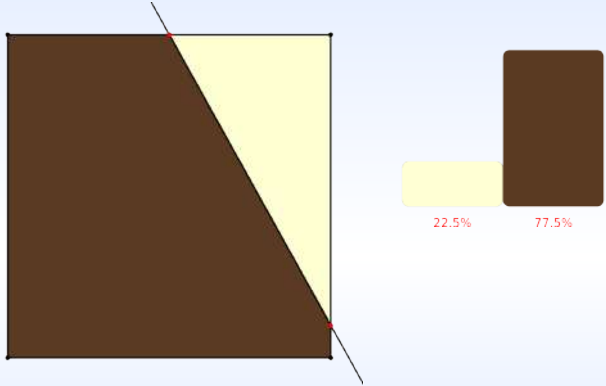
Triangle



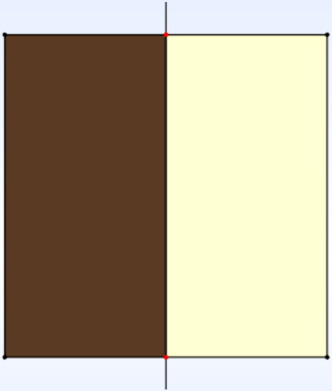
Triangle

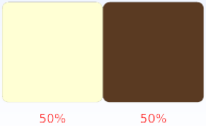


Carré

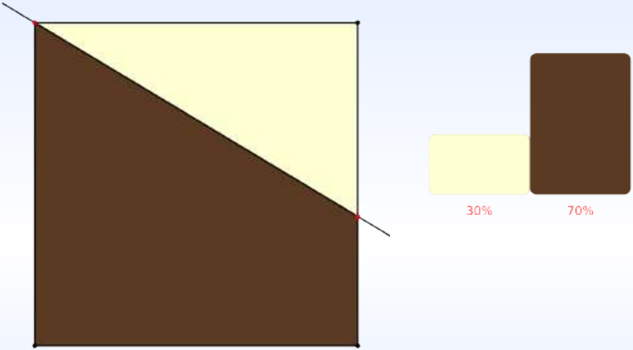


Carré

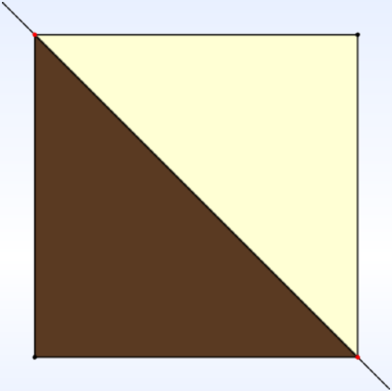


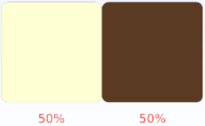


Carré

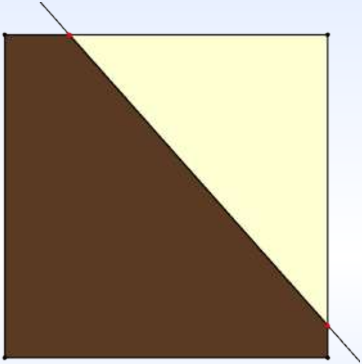


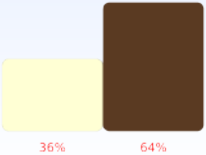
Carré



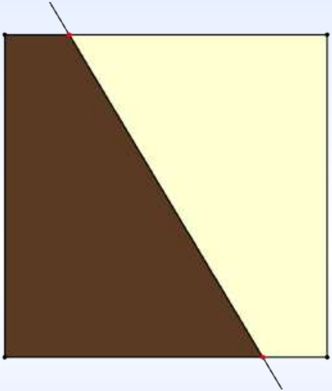


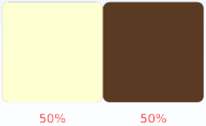
Carré



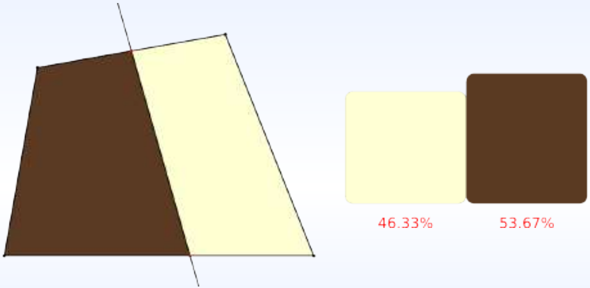


Carré

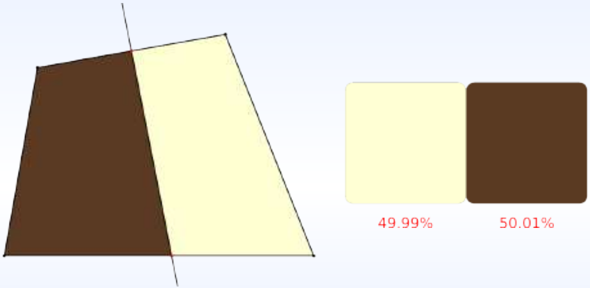




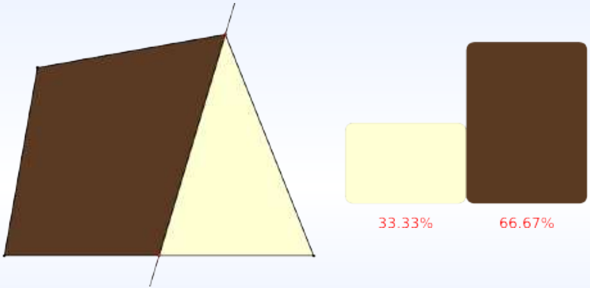
Quadrilatère quelconque



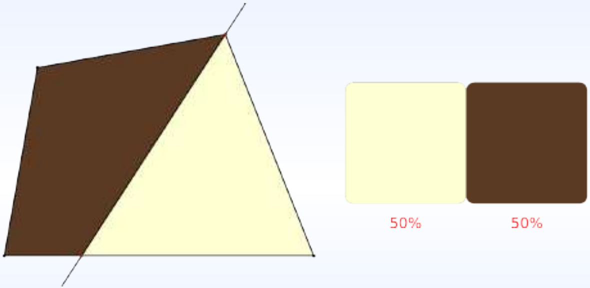
Quadrilatère quelconque



Quadrilatère quelconque



Quadrilatère quelconque



Des empilements. . .

... à l'optimisation

Optimisation

Question

- Quelles doivent être les mesures d'une boîte cylindrique de volume donné de telle sorte que sa surface externe soit minimale ?

Des maths un peu partout...

Courbes de diamètre constant

Des maths un peu partout...

Pavages et frises

Des maths un peu partout...

Histoire des mesures des grandeurs

Des maths un peu partout...

Bulles de savon et surfaces minimales

Des maths un peu partout...

Chutes

Des maths un peu partout...

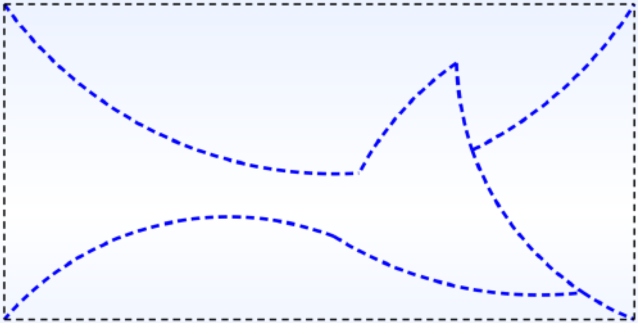
Profondeur idéale de la cave idéal pour un nectar : merci Joseph Fourier !

Des maths un peu partout...

La thermodynamique de la cafetière : merci M. Bialetti !

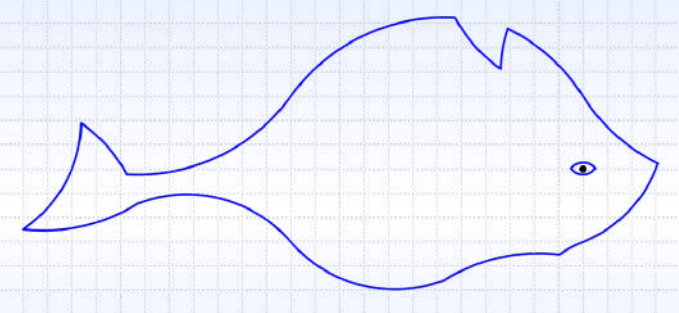
Des maths un peu partout...

Poisson pané et symétrie : mathématiques surgelées !



Des maths un peu partout...

Ooops, le poisson est encore vivant !



Quelques idées ...

Prêter mon regard de géomètre (de physicien... un peu ?)
Prendre le temps d'observer, dessiner, contempler ces objets de la vie quotidienne
Suggérer comment on pourrait bâtir un laboratoire dans les établissements à la Borel-Castelnuovo-Kahane
Emma Castelnuovo : "Pourquoi les élèves ne voient-ils pas ce que je vois ?"

Quelques questions sur un autre registre . . .

Que fait-on quand on regarde une peinture ?
À quoi pense-t-on ?
Comment dire, comment se dire à soi-même ce que l'on voit ou devine ?
Et si de temps en temps on pensait de cours de mathématiques et de cours d'arts plastiques liés ? ...

Des suggestions philosophiques . . .

- Pour une philosophie dès la classe de maternelle :
" Ce n'est qu'un début ", réalisé par Jean-Pierre Pozzi et Pierre Barougier. (extraits sur You tube)
- Pour une philosophie racontée avec passion : " La philo à bras le corps ", réalise par Yohan Laffort avec Alain Guyard.

Philosophie : une citation proposée par Aziz ...

Disait le philosophe Kierkegaard :
"Être un enseignant dans un sens véritable, c'est être un élève. L'enseignement commence lorsque vous, l'enseignant, apprenez de l'élève, vous mettant à sa place de sorte que vous puissiez comprendre ce qu'il comprend, et la façon dont il le comprend."