Coquillages & Poincaré

Introduction à la théorie des probabilités

NASSIRI Mohamed

Introduction à la théorie des probabilités

Mohamed NASSIRI

Objectifs :

• Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce supposée équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité) où les probabilités sont définies a priori.
• Définir un modèle de probabilité pour une expérience aléatoire.
• Calculer des probabilités dans des cas simples (expériences aléatoires à deux ou trois épreuves).
• Calculer la probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements.
• Calculer la probabilité d'un événement contraire.

Mots – clefs :

Probabilité - Expérience aléatoire - Réunion et intersection d'événements - Evénement contraire - Issue - Univers - Loi de probabilité - Equiprobabilité

Prérequis :

Proportions - Pourcentages - Notion d'aléatoire et de hasard

𝄞 *La musique du chapitre : Fakear - La lune rousse feat. Deva Premal. Album : Sauvage EP - Date de sortie : 2014.*

On a tous déjà entendu ces phrases « *J'ai plus de chance que toi d'avoir ceci* », « *Il y a une chance sur 100 de tomber deux fois de suite sur une blague Carambar* » (cette dernière information est vraie et je vous propose d'aller en découvrir plein ici). Cependant, il faut manier les probabilités avec précautions ! Comme pour les pourcentages, on ne peut pas faire n'importe quoi... Par exemple, on ne peut pas additionner des probabilités pour des événements successifs...

Dans ce chapitre, nous allons revenir sur la définition de *probabilité* mais également de notions importantes comme *expérience aléatoire*, *issue*, *événement*, etc. Nous définirons la très importante *loi de probabilité*
Puis, dans un deuxième temps, nous verrons qu'il est possible de réaliser des *opérations sur les événements* grâce à la notion d'*union* et d'*intersection*. Cela nous permettra également de revenir sur les *arbres de probabilité*.
Pour terminer, nous ferons une petite immersion avec le module `random()` de Python qui permet de générer de l'aléatoire.

> *« La logique offre une sérénité que les humains n'atteignent que rarement. Contrôle tes émotions si tu ne veux pas que ce soit elles qui te contrôlent. »*
>
> Sarek (à Spock), Star Trek XI, 2009.

Sources & liens :
◦ Manuel scolaire lelivresolaire.fr
◦ Manuel scolaire *Math'x* 2^{de} *Nouveau programme*, Editions didier, 2019.
◦ Chaîne Youtube Les Bons Profs
◦ Chaîne Youtube m@ths et tiques

---

1 Utilisation des statistiques descriptives bivariées

1.1 Définitions

Définition 1
• *Dans une* **série statistique à deux variables** *(ou* **série statistique bivariée***), les valeurs sont généralement représentées dans un tableau croisé d'effectifs.*
• *Les sommes des lignes et des colonnes d'un tableau à double entrée sont appelées les* **marges** *du tableau.*
• *La* **fréquence marginale** *d'une valeur est le quotient de l'effectif total de cette valeur par l'effectif total.*

Remarque
On parle de **fréquence marginale** car on utilise uniquement les nombres situés dans la marge du tableau.

Exemple
On considère le tableau suivant :

	A	$\overline{\mathbf{A}}$	Total
B	20	15	35
$\overline{\mathbf{B}}$	12	53	65
Total	32	68	100

Pour rappel, les sommes des lignes et des colonnes d'un tableau à double entrée sont appelées les marges du tableau. Elles apparaissent en jaune dans le tableau ci-dessous.
La fréquence marginale de **A** est donc

$$f(\mathbf{A}) = \frac{32}{100} = 0,32$$

Exemple
On considère une classe de première constituée de 32 élèves ayant choisi ou non la spécialité HGGSP. Sur l'ensemble des 32 élèves de la classe, 21 ont choisi la spécialité HGGSP. La fréquence marginale de la valeur «Spécialité HGGSP » est donc $\frac{21}{32}$. Sur l'ensemble des 32 élèves de la classe, 14 sont des filles. La fréquence marginale de la valeur «Filles » est donc égale à $\frac{14}{32}$, soit $43,75\%$

	Garçons	Filles	Total
Spécialité HGGSP	12	9	21
Pas Spécialité HGGSP	6	5	11
Total	18	14	32

Définition 2
Lorsque l'on cherche la fréquence d'apparition de la valeur A uniquement pour une sous-population non vide B de la série statistique, on dit que l'on calcule **la fréquence conditionnelle de la valeur** A **parmi** B.
Cette fréquence conditionnelle, notée $f_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$, est égale à

$$f_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \frac{\textit{effectif vérifiant à la fois } \mathrm{A} \textit{ et } \mathrm{B}}{\textit{effectif de } \mathrm{B}}.$$

Remarque
On parle de **fréquence conditionnelle** car on calcule la fréquence d'une valeur en imposant une condition.

Exemple
On (re)considère le tableau suivant :

	A	$\overline{\mathbf{A}}$	Total
B	20	15	35
$\overline{\mathbf{B}}$	12	53	65
Total	32	68	100

La fréquence conditionnelle de **A** parmi **B** est donc

$$f_{\mathbf{B}}(\mathbf{A}) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

Exemple
On (re)considère une classe de première de l'exemple précédent :

	Garçons	Filles	Total
Spécialité HGGSP	12	9	21
Pas Spécialité HGGSP	6	5	11
Total	18	14	32

On cherche à connaître la fréquence de filles (valeur A) parmi les élèves n'ayant pas choisi la spécialité HGGSP (sous-population B). Dans le tableau, on lit qu'il y a 5 filles qui n'ont pas choisi la spécialité HGGSP sur un total de 11 élèves qui ne suivent pas cette spécialité.
Ainsi, $f_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \dfrac{5}{11} \approx 0,455$. Parmi les élèves qui ne sont pas inscrits en HGGSP, il y a environ $45,5\%$ de filles.

2 Modélisation d'une expérience aléatoire

2.1 Définitions

Définition 3
• *Une* **expérience aléatoire** *est une expérience dont les résultats possibles sont connus sans que l'on puisse déterminer lequel sera réalisé.*
• *Une* **issue** *est un des résultats possibles d'une expérience aléatoire.*
• *L'***univers** *associé à une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes les issues possibles. On le note* Ω

A raconter au prochain repas de famille
• *Hasard* vient de l'arabe *az-zahr* qui signifie « jet de dé ».
• *Aléa* vient du latin *alea* qui signifie « coup de dé ».
• *Chance* vient du latin *cadere* qui signifie « choir, tomber ».

Exemple
On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on observe le nombre obtenu.
Cette expérience a 6 issues possibles et l'univers associé est

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Méthode
• Pour chaque expérience, on s'intéresse à ce qui est étudié (valeur, couleur, etc.).
• Pour chaque expérience, on liste les différentes issues possibles sans en oublier et sans les répéter !

Exercice - Chercher
Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10.
Parmi ces boules, 5 sont rouges, 3 sont bleues et 2 sont vertes.
Dans chaque cas, déterminer l'univers associé à l'expérience aléatoire décrite.
1. On tire une boule au hasard et on s'intéresse à sa valeur.
2. On tire une boule au hasard et on s'intéresse à sa couleur.

Visionner les notions
• Vocabulaire des probabilités - Maths seconde - Les Bons Profs

Pour s'entraîner
Exercices sur lelivrescolaire.fr :
Exercice n°7 page 305. *Chercher* ♣.
Exercice n°17 page 309. *Chercher*.
Exercice n°21 page 309. *Chercher*.
Exercice n°22 page 309. *Chercher*.
Exercice n°23 page 309. *Chercher* ♣.
Exercice n°24 page 309. *Chercher*.
Exercice n°37 page 310. *Communiquer*.
Exercice n°38 page 310. *Communiquer* ♣.
Exercice n°39 page 310. *Modéliser*.
Exercice n°40 page 311. *Communiquer*.
Exercice n°41 page 311. *Chercher*.

2.2 Loi de probabilité d'une expérience aléatoire

Définition 4 *Définir une* **loi de probabilité** *pour une expérience dont l'univers est* $\Omega = \{x_1; x_2; ...; x_n\}$ *consiste à attribuer à chacune des issues un nombre* p_i *positif ou nul, appelé* **probabilité**, *tel que* $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

Remarque
Lorsque chaque issue a la même probabilité de se produire qu'une autre, on est dans une **situation d'équiprobabilité**.

Exemple

On lance un dé tétraédrique dont les sommets sont numérotés de 1 à 4.
Si le dé n'est pas truqué, on est dans une situation d'équiprobabilité. On obtient donc la loi de probabilité suivante

$$p(\{1\}) = p(\{2\}) = p(\{3\}) = p(\{4\}) = \frac{1}{4}$$

On peut également regrouper les résultats sous forme d'un tableau

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\hline
x_i & \{1\} & \{2\} & \{3\} & \{4\} \\
\hline
p_i & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\
\hline
 & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 & p_1 & p_2 & p_3 & p_4
\end{array}$$

Méthode

- Pour chaque expérience, on s'intéresse à ce qui est étudié (valeur, couleur, etc.).
- Pour chaque expérience, on liste les différentes issues possibles sans en oublier et sans les répéter !
- On attribue une probabilité à chaque issue.
- Il est préférable de synthétiser le tout dans un tableau.

Exercice - Représenter

Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10.
Parmi ces boules, 5 sont rouges, 3 sont bleues et 2 sont vertes.
Dans chaque cas, déterminer la loi de probabilité associée à l'expérience aléatoire décrite.
1. On tire une boule au hasard et on s'intéresse à sa valeur.
2. On tire une boule au hasard et on s'intéresse à sa couleur.

Proposition 5 (admise) *En répétant un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de chaque issue se stabilise autour d'une valeur. Il est donc raisonnable de prendre cette valeur comme probabilité de l'issue.*

Remarque
Cette propriété est une conséquence de la loi des grands nombres.

Un peu d'histoire

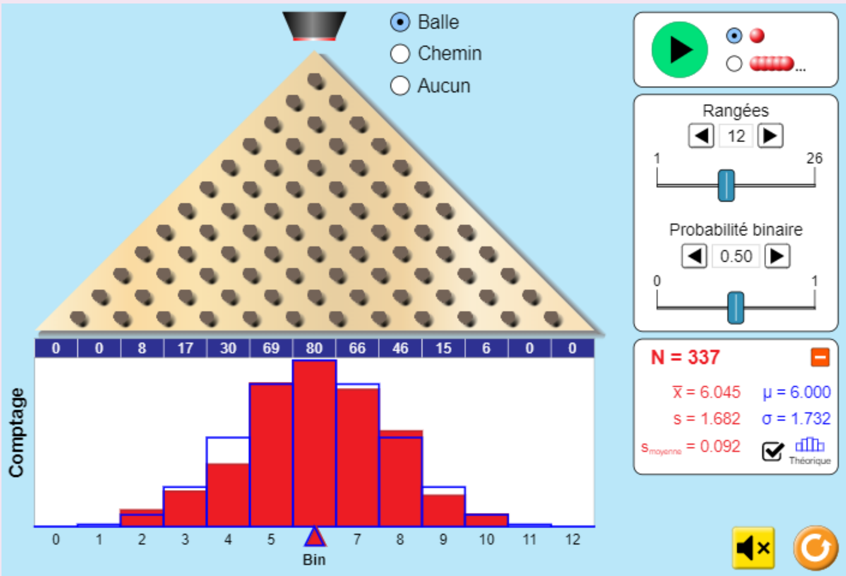
Jacques ou Jakob Bernoulli (1654, Bâle -1705, Bâle) est un mathématicien et physicien suisse. La famille Bernoulli s'est illustrée dans les mathématiques et la physique.

Bernoulli est à l'origine de la loi des grands nombres qu'il publie dans *Positiones arithmeticae de seriebus infinitis* en 1689.

Remarque 1 : Il s'agit d'une peinture de Jacques Bernoulli faite par son frère Nicolas.
Remarque 2 : Le nom de famille est parfois mal orthographié sous la forme *Bernouilli*.

Exemple

Sur le site internet *www.coquillagesetpoincare.fr* (Onglet *Seconde*, puis *Chapitre XII. - Probabilités 1 : Modéliser le hasard, calculer des probabilités*, on peut trouver une simulation du jeu du Plinko qui permet d'illustrer cette proposition.



Visionner les notions

• Loi de probabilité - Maths seconde - Les Bons Profs

Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :

Exercice n°12 page 305. *Raisonner* ♣.

Exercice n°13 page 305. *Raisonner.*

Exercice n°18 page 309. *Calculer.*

Exercice n°26 page 309. *Calculer* ♣.

Exercice n°47 page 311. *Communiquer.*

Exercice n°54 page 312. *Communiquer.*

3 Probabilité d'un événement

Définition 6
- *Un* **événement** *A est un sous-ensemble de Ω (ensemble des issues).*
- *Sa* **probabilité** *$p(A)$ est la somme des probabilités des issues favorables à A.*
- *Si $p(A) = 0$, l'événement A est dit* **impossible**.
- *Si $p(A) = 1$, l'événement A est dit* **certain**.

Remarque

Si A est un sous-ensemble de Ω, on le note $A \subset \Omega$.

Proposition 7 *$p(\varnothing) = 0$, $p(\Omega) = 1$ et, pour tout événement A, on a $0 \leq p(A) \leq 1$.*

Démonstration

- $\varnothing$ est un événement impossible : il ne contient aucune issue, donc $p(\varnothing) = 0$.
- Au contraire, Ω est un événement certain : il contient toutes les issues, donc $p(\Omega) = 1$.
- Par définition, $p(A) \geq 0$. De plus, A ne contient qu'une partie des issues de Ω donc

$$p(A) \leq p(\Omega) = 1$$

$\square$

Proposition 8 (admise) *Dans une* **situation d'équiprobabilité**, *la probabilité d'un événement A est*

$$p(A) = \frac{\textit{nombre d'issues favorables à } A}{\textit{nombre d'issues possibles}}$$

Exemple

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes et on note la carte obtenue.
Calculer les probabilités des événements :
1. A : « La carte est un valet. »
2. B : « La carte est un pique. »

Solutions :
Les 32 issues étant équiprobables (tirage au hasard), on a :
1. $p(A) = \dfrac{\text{nombre de valets}}{32} = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$
2. $p(B) = \dfrac{\text{nombre de piques}}{32} = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$

Méthode

- Repérer si l'on est bien dans une situation d'équiprobabilité !
- Chercher les issues qui réalisent chacun des événements.
- Compter le nombres d'issues qui réalisent chacun des événements.
- Calculer la ou les probabilités grâce à la formule.

Exercice - Raisonner

TOM écrit au hasard dans un certain ordre les trois lettres de son prénom.
Quel est la probabilité qu'il ait écrit :
a. « TOM » ?
b. « MOT » ?
c. un mot commençant par T ?

Visionner les notions

- Dénombrer pour calculer une probabilité - Seconde - m@ths et tiques
- Calculer une probabilité - Troisième - m@ths et tiques

Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :

Exercice n°48 page 311. *Raisonner* ♣.
Exercice n°51 page 312. *Chercher.*
Exercice n°52 page 312. *Chercher.*
Exercice n°53 page 312. *Chercher* ♣.
Exercice n°57 page 313. *Modéliser.*
Exercice n°61 page 314. *Calculer.*
Exercice n°63 page 314. *Chercher* ♣.
Exercice n°66 page 314. *Modéliser.*

4 Opérations sur les événements

4.1 Intersection et réunion d'événements

Définition 9 *Si A et B sont deux événements d'un univers Ω,*
- *$A \cap B$, **intersection** de A et B, est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A **et** B.*
- *$A \cup B$, **réunion** de A et B, est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A **ou** B (au moins l'un des deux).*
- *Les événements A et B sont dits **incompatibles** lorsque $A \cap B = \varnothing$.*

Remarque

Si A et B sont incompatibles, alors $p(A \cap B) = 0$.

Exemple

On lance un dé cubique :

A « Obtenir un résultat strictement supérieur à 4 »	$A = \{5; 6\}$
B « Obtenir un résultat pair »	$B = \{2; 4; 6\}$
A ET B « Obtenir un résultat pair ET strictement supérieur à 4 »	$A \cap B = \{6\}$
A OU B « Obtenir un résultat pair OU strictement supérieur à 4 »	$A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}$

Méthode
• Bien identifier les différents événements.
• Bien repérer si l'on a une intersection ou une réunion.

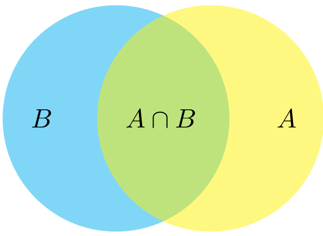
Exercice - Calculer

On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes et on note la carte obtenue. On s'intéresse aux événements suivants :
A : « La carte est un valet. »
B : « La carte est un pique. »
1. Décrire en français les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ et déterminer leurs probabilités.
2. Déterminer $p(A \cap B)$.

Visionner la notion
• Intersection et réunion - Probabilités - Maths seconde - Les Bons Profs

Proposition 10 (admise) *Soit A et B deux événements. On a*

$$p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$$



Remarque
Cette formule est surtout utilisée pour calculer la réunion de deux événements.

Un peu d'histoire

La figure ci-dessus porte le nom de « *diagramme de Venn* ». Les diagrammes de Venn utilisent des cercles ou d'autres formes entrecroisées pour illustrer les relations logiques entre deux ensembles d'éléments ou plus. Souvent, ils jouent le rôle d'outil d'organisation visuelle en montrant les similitudes et différences de divers éléments. Les diagrammes de Venn, appelés aussi diagrammes d'ensembles ou diagrammes logiques, sont couramment utilisés dans les domaines des mathématiques, des statistiques, de la logique, de l'enseignement, de la linguistique, de l'informatique et des affaires.

John Venn (1834, Kingston-upon-Hull - 1923, Cambridge) est un mathématicien et logicien britannique, renommé pour avoir conçu les diagrammes de qui portent son nom.

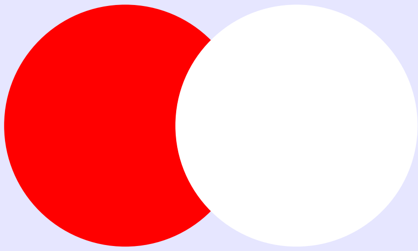
Pour devenir un crack

Il existe encore deux notations utiles en probabilité :

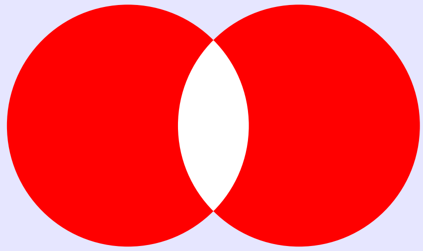
• $A\backslash B$ qui signifie « A privé de B » ou « le complémentaire de B dans A » et ;

• $A\Delta B = (A\cup B)\backslash(A\cap B)$

On comprend un peu mieux avec une illustration (l'ensemble illustré est en rouge !) :



$A\backslash B$



$A\Delta B$

Exemple

On a demandé à 180 adolescents quel était leur genre de film préféré et on a consigné les résultats dans le tableau ci-dessous :

	Filles	**Garçons**	**Total**
Comédie	75	25	100
Action	45	35	80
Total	120	60	180

On choisit au hasard un adolescent qui a participé à cette étude. On considère les événements :

- A « L'adolescent choisi préfère les films d'action », et

- F « L'adolescent choisi est une fille ».

Calculer $p(A\cup F)$.

Solution :

On souhaite donc utiliser la formule

$$p(A\cup F)+p(A\cap F)=p(A)+p(F)$$

Pour cela, il faut donc déterminer $p(A)$, $p(F)$ et $p(A\cap F)$. Allons-y !

• Détermination de $p(A)$:

$$p(A)=\frac{\text{nombre d'adolescents préférant les films d'action}}{180}=\frac{80}{180}=\frac{4}{9}$$

• Détermination de $p(F)$:

$$p(F)=\frac{\text{nombre de filles}}{180}=\frac{120}{180}=\frac{2}{3}$$

• Détermination de $p(A\cap F)$:

$$p(A\cap F)=\frac{\text{nombre de filles préférant les films d'action}}{180}=\frac{45}{180}=\frac{1}{4}$$

• Calcul de $p(A\cup F)$:

$$p(A\cup F)=p(A)+p(F)-p(A\cap F)=\frac{80}{180}+\frac{120}{180}-\frac{45}{180}=\frac{155}{180}=\frac{31}{36}$$

Méthode
- Bien identifier les différents événements.
- Déterminer les probabilités grâce aux formules.

Exercice - Calculer

On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes et on note la carte obtenue. On s'intéresse aux événements suivants :
A : « La carte est un valet. »
B : « La carte est un pique. »
Calculer $p(A \cup B)$.

Visionner la notion
- Calculer la probabilité d'une réunion - Seconde - m@ths et tiques

Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :

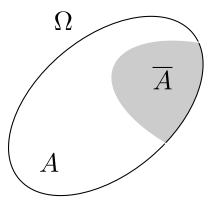
Exercice n°9 page 305. *Calculer* ♣.
Exercice n°14 page 305. *Calculer* ♣.
Exercice n°19 page 309. *Calculer*.
Exercice n°29 page 309. *Calculer*.
Exercice n°30 page 309. *Calculer* ♣.
Exercice n°31 page 309. *Calculer*.
Exercice n°68 page 315. *Chercher*.
Exercice n°71 page 315. *Modéliser* ♣.
Exercice n°75 page 316. *Communiquer*.
Exercice n°80 page 316. *Chercher*.

4.2 Evénement contraire

Définition 11

*L'**<u>événement contraire</u>** (ou **<u>événement complémentaire</u>**) de A, noté $\overline{A}$, est l'ensemble des issues qui ne réalisent pas A.
Autrement dit, on a*

$$A \cap \overline{A} = \varnothing \quad \text{et} \quad A \cup \overline{A} = \Omega$$



Remarque

A et $\overline{A}$ sont incompatibles.

Exemple

On lance un dé cubique :

A « Obtenir un résultat strictement supérieur à 4 »	$A = \{5; 6\}$
$\overline{A}$ « Ne pas obtenir résultat strictement supérieur à 4 »	$\overline{A} = \{1; 2; 3; 4\}$

Proposition 12 *Pour tout événement A, on a*

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

Démonstration

Par définition, on a

$$A \cap \overline{A} = \varnothing \quad \text{et} \quad A \cup \overline{A} = \Omega$$

Donc, d'après la formule $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$, en remplaçant B par $\overline{A}$, on a

$$\begin{aligned} & p(\underbrace{A \cup \overline{A}}_{\Omega}) + p(\underbrace{A \cap \overline{A}}_{\varnothing}) = p(A) + p(\overline{A}) \\ \Leftrightarrow \quad & \underbrace{p(\Omega)}_{=1} + \underbrace{p(\varnothing)}_{=0} = p(A) + p(\overline{A}) \\ \Leftrightarrow \quad & p(A) + p(\overline{A}) = 1 \end{aligned}$$

□

Exemple

On lance un dé cubique :

A « Obtenir un résultat strictement supérieur à 4 » $\quad A = \{5; 6\}$

$\overline{A}$ « Ne pas obtenir résultat strictement supérieur à 4 » $\quad \overline{A} = \{1; 2; 3; 4\}$

On a donc $p(A) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. D'après la formule, on a donc

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Méthode

- Bien repérer l'événement à étudier.
- Déterminer son événement contraire.
- Calculer sa probabilité grâce à la formule.

Exercice - Calculer

On considère deux évenements A et B tels que :

$$p(A) = 0,3 \quad ; \quad p(\overline{B}) = 0,5 \quad \text{et} \quad p(A \cap B) = 0,2$$

Calculer $p(\overline{A})$, $p(B)$ et $p(A \cup B)$.

Visionner la notion

- Formules des probabilités - Maths seconde - Les Bons Profs

Pour s'entraîner

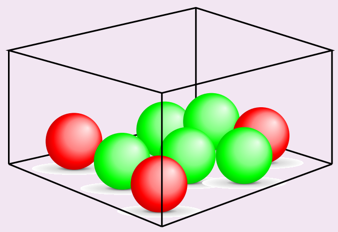
Exercices sur lelivrescolaire.fr :

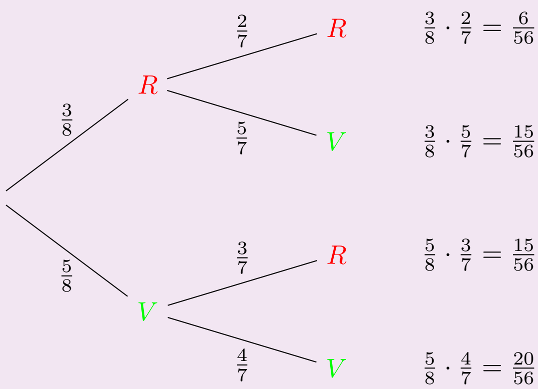
- Exercice n°10 page 305. *Calculer* ♣.
- Exercice n°20 page 309. *Calculer.*
- Exercice n°27 page 309. *Calculer.*
- Exercice n°28 page 309. *Calculer.*
- Exercice n°72 page 315. *Modéliser.*
- Exercice n°73 page 315. *Chercher.*
- Exercice n°74 page 316. *Communiquer.*
- Exercice n°78 page 316. *Modéliser.*
- Exercice n°79 page 316. *Modéliser* ♣.

4.3 Expérience à 2 ou 3 événements successifs

Exemple

Dans une urne, il y a 8 boules dont 3 sont rouges et 5 sont vertes. On tire successivement sans remise deux boules et on note leur couleur.
L'expérience peut se schématiser par l'arbre suivant :





On aurait pu schématiser l'expérience par le tableau suivant (mais cela est moins intuitif...) :

2$^{\text{e}}$ tirage / 1$^{\text{er}}$ tirage	R	V
R	$p(\{(R;R)\}) = \frac{6}{56}$	$p(\{(R;V)\}) = \frac{15}{56}$
V	$p(\{(V;R)\}) = \frac{15}{56}$	$p(\{(V;V)\}) = \frac{20}{56}$

Méthode

- Bien repérer les événements successifs.
- Bien repérer si l'on est dans une situation de "remise" ou "sans remise".
- Déterminer toutes les probabilités et les reporter sur l'arbre ou le tableau.
- Calculer les probabilités au "bout" de l'arbre.

Exercice - Modéliser

Le code d'un antivol de vélo est un nombre de trois chiffres, où chaque chiffre peut être 0, 1, 2 ou 3.
Mads-Thierry choisit un code au hasard.
1. Illustrer la situation par un arvre et en déduire le nombre de codes possibles.
2. Quelle est la probabilité que le code de Mads-Thierry comporte 3 chiffres distincts.

Visionner la notion

- Arbres et tableaux - Probabilités - Maths seconde - Les Bons Profs
- Arbres et tableaux - Exercice - Probabilités - Maths seconde - Les Bons Profs
- Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre - Troisième - m@ths et tiques
- Calculer une probabilité à deux épreuves (arbre) - Seconde - m@ths et tiques

Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :

Exercice n°8 page 305. *Calculer* ♣.
Exercice n°15 page 305. *Calculer* ♣.
Exercice n°20 page 309. *Modéliser.*
Exercice n°25 page 309. *Modéliser.*
Exercice n°46 page 311. *Chercher.*
Exercice n°55 page 313. *Représenter.*
Exercice n°57 page 313. *Modéliser.*
Exercice n°64 page 314. *Modéliser* ♣.
Exercice n°65 page 314. *Modéliser.*
Exercice n°66 page 314. *Modéliser.*
Exercice n°68 page 315. *Chercher.*

5 Ouverture

Question ouverte : Pour deux événements A et B, on a vu la formule

$$p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$$

Saurez-vous trouver une formule pour 3 événements ?

Culture scientifique : Le paradoxe de Monty Hall

Le problème de Monty Hall est un casse-tête probabiliste librement inspiré du jeu télévisé américain *Let's Make a Deal*. Il est simple dans son énoncé, mais non intuitif dans sa résolution et c'est pourquoi on parle parfois à son sujet de paradoxe de Monty Hall. Il porte le nom de celui qui a présenté ce jeu aux États-Unis pendant treize ans, Monty Hall.

Le jeu oppose un présentateur à un candidat (le joueur). Ce joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Il doit tout d'abord désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture (le présentateur sait quelle est la bonne porte dès le début). Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.