

Colorier à la manière de Mondrian

« Où se cachent les Mathématiques ? »
Journées Nationales de l'APMEP - 2022



Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

L'IREM de Lille est un institut :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

L'IREM de Lille est un institut :

- de recherche sur l'enseignement des mathématiques et sur ses perspectives ;

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

L'IREM de Lille est un institut :

- de recherche sur l'enseignement des mathématiques et sur ses perspectives ;
- de formation des enseignants par des actions s'appuyant sur les recherches fondamentales et appliquées en didactique des mathématiques, en histoire et épistémologie des mathématiques, en sciences de l'éducation ;

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

L'IREM de Lille est un institut :

- de recherche sur l'enseignement des mathématiques et sur ses perspectives ;
- de formation des enseignants par des actions s'appuyant sur les recherches fondamentales et appliquées en didactique des mathématiques, en histoire et épistémologie des mathématiques, en sciences de l'éducation ;
- de production et de diffusion de supports éducatifs (articles, brochures, revues, documents pour les enseignants,...).

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

Il y a plusieurs groupes de recherches :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

Il y a plusieurs groupes de recherches :

- Groupe ArSIN (Activités Réalisées Collaborativement avec des Supports Informatiques)
- Groupe Astronomie
- Groupe EMTA (Enseignement des Mathématiques et Textes Anciens)
- Groupe GHLAM (Géographie – Histoire – Lettres Anciennes – Mathématiques)
- Groupe Jeux
- Groupe Labo'
- Groupe Regard
- Groupe Primaire
- Groupe Rallye
- **Groupe Informatique**

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves


Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

- Objectifs du Groupe Informatique de l'IREM de Lille :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves


Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

- **Objectifs du Groupe Informatique de l'IREM de Lille :**
 - Informatique sans ordinateur

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

- **Objectifs du Groupe Informatique de l'IREM de Lille :**

- Informatique sans ordinateur
- Former des enseignants à l'informatique

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

• Objectifs du Groupe Informatique de l'IREM de Lille :

- Informatique sans ordinateur
- Former des enseignants à l'informatique
- Informatique au féminin

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves


Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Présentation

Présentation de l'IREM de Lille et du Groupe Informatique

 Le site de l'IREM de Lille fait peau neuve en 2022 :
https://irem.univ-lille.fr/site_wp/

• Objectifs du Groupe Informatique de l'IREM de Lille :

- Informatique sans ordinateur
- Former des enseignants à l'informatique
- Informatique au féminin
- Didactique de l'informatique

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

Avant d'aller plus loin, il est important de rappeler que le statut de l'informatique en tant que discipline est ambigu et mal compris : est-il à chercher du côté de la science ou du côté de la technique ? Quel est l'objet d'étude propre aux informaticiens ? Quelles sont leurs vraies compétences ?

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

Avant de nous engager sur ces points, commençons par éliminer les mauvaises réponses :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

Avant de nous engager sur ces points, commençons par éliminer les mauvaises réponses :

-l'informatique n'est pas la "science des ordinateurs" (ce que, pourtant, laisse croire sa traduction anglaise, "computer science"). Oui l'informatique peut s'étudier avec un papier et un crayon, même en absence d'ordinateur...

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

Avant de nous engager sur ces points, commençons par éliminer les mauvaises réponses :

-l'informatique n'est pas la "science des ordinateurs" (ce que, pourtant, laisse croire sa traduction anglaise, "computer science"). Oui l'informatique peut s'étudier avec un papier et un crayon, même en absence d'ordinateur...

- l'informatique n'est pas la "science des logiciels"

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

- « Informatique » = contraction de « information » et « automatique » (1962, Philippe Dreyfus - Académie Française).

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

- « Informatique » = contraction de « information » et « automatique » (1962, Philippe Dreyfus - Académie Française).

Définition officielle = science du traitement de l'information considérée comme le support formel des connaissances.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Qu'est-ce que l'informatique ?

- « Informatique » = contraction de « information » et « automatique » (1962, Philippe Dreyfus - Académie Française).

Définition officielle = science du traitement de l'information considérée comme le support formel des connaissances.

Pour être encore plus précis : **science de tous les traitements effectifs applicables à des données discrètes.**

Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Pieter Cornelis Mondriaan, appelé Piet Mondrian à partir de 1912, né le 7 mars 1872 à Amersfoort aux Pays-Bas, et mort le 1er février 1944 à New York, est un peintre néerlandais reconnu comme l'un des pionniers de l'abstraction.

Mouvement : Art abstrait, néoplasticisme.

Influencé par : Cubisme, Société théosophique, anthroposophie, Bart van der Leek, Pablo Picasso.



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

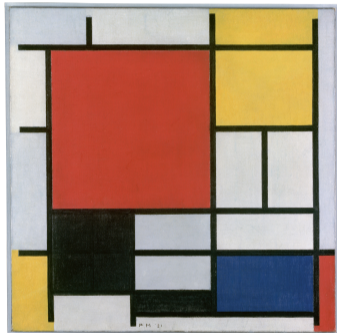
Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian



*Composition en rouge, jaune, bleu et noir, 1921,
huile sur toile, 59,5 × 59,5 cm, Gemeentemuseum.*

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

À la manière de Mondrian

Activité pratique : Colorier à la manière de Mondrian

Colorier à la manière de Mondrian avec le minimum de couleurs possibles dans l'objectif d'avoir chaque case d'une couleur différente de sa voisine.

Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

« De combien de couleurs a-t-on besoin au minimum pour colorier n'importe quelle carte géographique, avec la contrainte que deux pays partageant une frontière commune doivent être coloriés de couleur différente ? Le théorème des quatre couleurs affirme que quatre couleurs suffisent. Ce théorème a été prouvé en 1976 par Kenneth Appel et Wolfgang Haken : à l'époque c'était le premier théorème prouvé à l'ordinateur. Et maintenant, au 21e siècle, il continue à fasciner les mathématiciens. »

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

Remarque : Existe-t-il une preuve qui ne nécessite pas le recours à l'ordinateur ?

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

Remarque : Existe-t-il une preuve qui ne nécessite pas le recours à l'ordinateur ?

Un tel débat est lancé dans la communauté mathématique chaque fois qu'elle est confrontée à une preuve par l'ordinateur. Dans le cas du théorème des quatre couleurs, il existe d'autres preuves assistées par ordinateur et la communauté ne doute pas que le théorème est vraiment prouvé. Mais, beaucoup de mathématiciens continuent à croire qu'il doit être possible de donner une preuve « classique » du théorème des quatre couleurs, sans recours à l'ordinateur.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !
- ▶ Petersen trouve une faute dans la preuve de Tait en 1891 !

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !
- ▶ Petersen trouve une faute dans la preuve de Tait en 1891 !
- ▶ Heesch en 1955 : première idée d'informatisation

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !
- ▶ Petersen trouve une faute dans la preuve de Tait en 1891 !
- ▶ Heesch en 1955 : première idée d'informatisation
- ▶ Démonstration par Appel & Haken en 1977 (avec l'aide de l'ordinateur pour une partie)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept

ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !
- ▶ Petersen trouve une faute dans la preuve de Tait en 1891 !
- ▶ Heesch en 1955 : première idée d'informatisation
- ▶ Démonstration par Appel & Haken en 1977 (avec l'aide de l'ordinateur pour une partie)
- ▶ Démonstration par Robertson, Sanders, Seymour & Thomas en 1997 (avec l'aide de l'ordinateur pour toutes les parties)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept

ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Historique

- ▶ Conjecture énoncée par Guthrie en 1852
- ▶ Démonstration par Kempe en 1879
- ▶ Démonstration alternative par Tait en 1880
- ▶ Heawood trouve une faute dans la preuve de Kempe en 1890 !
- ▶ Petersen trouve une faute dans la preuve de Tait en 1891 !
- ▶ Heesch en 1955 : première idée d'informatisation
- ▶ Démonstration par Appel & Haken en 1977 (avec l'aide de l'ordinateur pour une partie)
- ▶ Démonstration par Robertson, Sanders, Seymour & Thomas en 1997 (avec l'aide de l'ordinateur pour toutes les parties)
- ▶ Vérification de la démonstration par Gonthier en 2005 (avec l'aide d'un ordinateur, via un assistant de preuves)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

→ Assistant de preuves

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

→ Assistant de preuves

Un théorème est une proposition qui est obtenue en combinant des axiomes, via des règles d'inférence

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

→ Assistant de preuves

Un théorème est une proposition qui est obtenue en combinant des axiomes, via des règles d'inférence Sa preuve est l'arbre des combinaisons pour obtenir la proposition

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

→ Assistant de preuves

Un théorème est une proposition qui est obtenue en combinant des axiomes, via des règles d'inférence Sa preuve est l'arbre des combinaisons pour obtenir la proposition

L'ordinateur peut vérifier si une preuve est correcte

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

Comment être sûr qu'une preuve (informatique ou non) ne contient pas d'erreur ?

→ Assistant de preuves

Un théorème est une proposition qui est obtenue en combinant des axiomes, via des règles d'inférence Sa preuve est l'arbre des combinaisons pour obtenir la proposition

L'ordinateur peut vérifier si une preuve est correcte

C'est ce que font les « assistants de preuves », comme Coq (Ils permettent aussi de manipuler les preuves, et de prouver automatiquement certaines étapes)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

(Traduction de la preuve de 1997 dans la théorie utilisée par Coq)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

(Traduction de la preuve de 1997 dans la théorie utilisée par Coq)

Travail difficile... : il faut formaliser tous les aspects dans la théorie

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

(Traduction de la preuve de 1997 dans la théorie utilisée par Coq)

Travail difficile... : il faut formaliser tous les aspects dans la théorie

La preuve de la conjecture de Kepler a également été démontrée formellement (Hales & al., 2014)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

(Traduction de la preuve de 1997 dans la théorie utilisée par Coq)

Travail difficile... : il faut formaliser tous les aspects dans la théorie

La preuve de la conjecture de Kepler a également été démontrée formellement (Hales & al., 2014)

Ce n'est pas réservé qu'aux preuves par ordinateur :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Les assistants de preuves

La preuve du théorème des 4 couleurs vérifiée formellement par Gonthier (2005), en Coq

(Traduction de la preuve de 1997 dans la théorie utilisée par Coq)

Travail difficile... : il faut formaliser tous les aspects dans la théorie

La preuve de la conjecture de Kepler a également été démontrée formellement (Hales & al., 2014)

Ce n'est pas réservé qu'aux preuves par ordinateur :

Le théorème de Feit-Thompson (groupes d'ordre impair) a été vérifié formellement par Gonthier et al. (2012)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

**Le théorème des
quatre couleurs**

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

La théorie des graphes

La théorie des graphes est un formidable pont entre les « Mathématiques pures », l'Informatique et les problèmes concrets de la vie courante.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

La théorie des graphes

La théorie des graphes est un formidable pont entre les « Mathématiques pures », l'Informatique et les problèmes concrets de la vie courante.

Même si l'on se doute que certains domaines, comme les réseaux sociaux, les réseaux de transports, etc. sont facilement transcriposables en graphe, pour certains, c'est plutôt inattendu, voir troublant.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

La théorie des graphes

La théorie des graphes est un formidable pont entre les « Mathématiques pures », l'Informatique et les problèmes concrets de la vie courante.

Même si l'on se doute que certains domaines, comme les réseaux sociaux, les réseaux de transports, etc. sont facilement transcriposables en graphe, pour certains, c'est plutôt inattendu, voir troublant.

L'optimisation de la réalisation d'un emploi du temps, le coloriage d'une carte avec conditions, etc. **Pour résoudre certains problèmes (très concrets parfois), il faut changer notre regard sur celui-ci.**

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le problème des sept ponts de Königsberg

Le problème des sept ponts de Königsberg est connu pour être à l'origine de la topologie et de la théorie des graphes. Résolu par Leonhard Euler en 1735, ce problème mathématique se présente de la façon suivante :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

**Le problème des sept
ponts de Königsberg**

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le problème des sept ponts de Königsberg

Le problème des sept ponts de Königsberg est connu pour être à l'origine de la topologie et de la théorie des graphes. Résolu par Leonhard Euler en 1735, ce problème mathématique se présente de la façon suivante :

« La ville de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad) est construite autour de deux îles situées sur le Pregel et reliées entre elles par un pont. Six autres ponts relient les rives de la rivière à l'une ou l'autre des deux îles, comme représentés sur le plan ci-dessus. Le problème consiste à déterminer s'il existe ou non une promenade dans les rues de Königsberg permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ, étant entendu qu'on ne peut traverser le Pregel qu'en passant sur les ponts. »

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

**Le problème des sept
ponts de Königsberg**

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

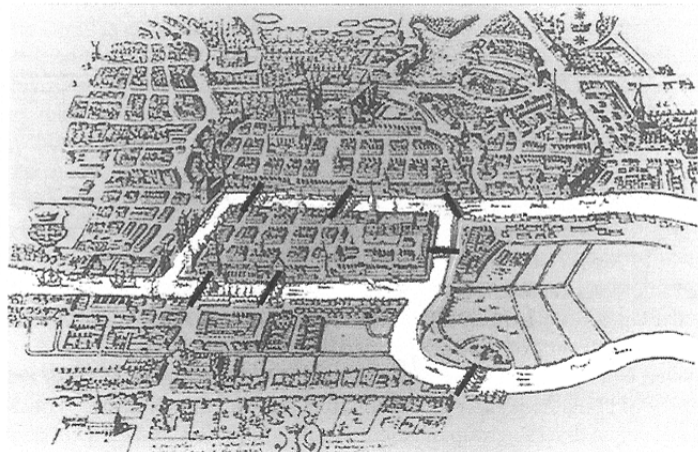
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le problème des sept ponts de Königsberg



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

**Le problème des sept
ponts de Königsberg**

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

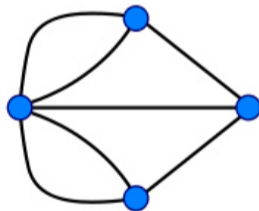
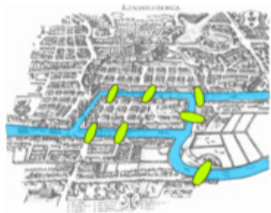
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le problème des sept ponts de Königsberg



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Solution du problème

Une telle promenade n'existe pas, et c'est Euler qui donna la solution de ce problème en caractérisant les graphes que l'on appelle aujourd'hui « eulériens » en référence à l'illustre mathématicien, à l'aide d'un théorème dont la démonstration rigoureuse ne fut en fait publiée qu'en 1873, par Carl Hierholzer.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

**Le problème des sept
ponts de Königsberg**

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

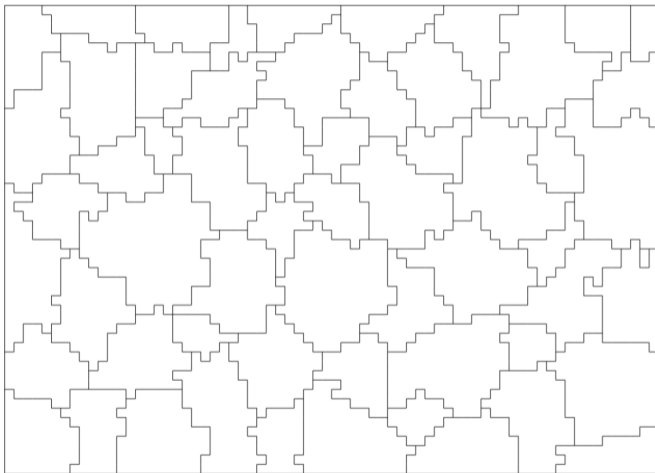
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

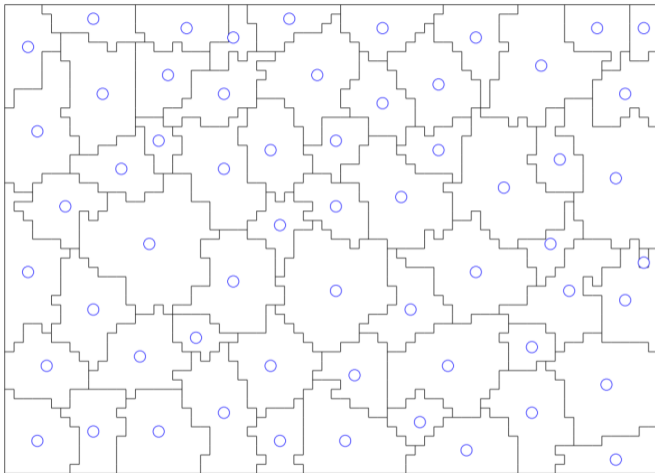
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

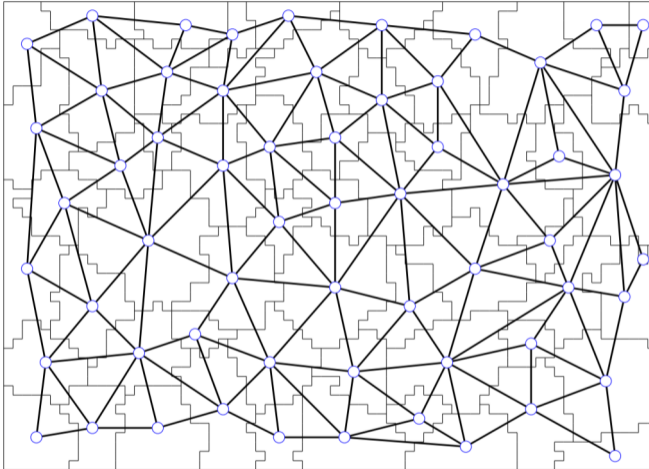
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

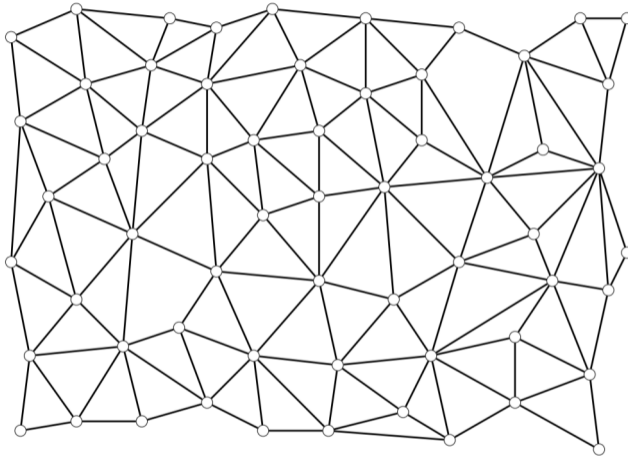
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

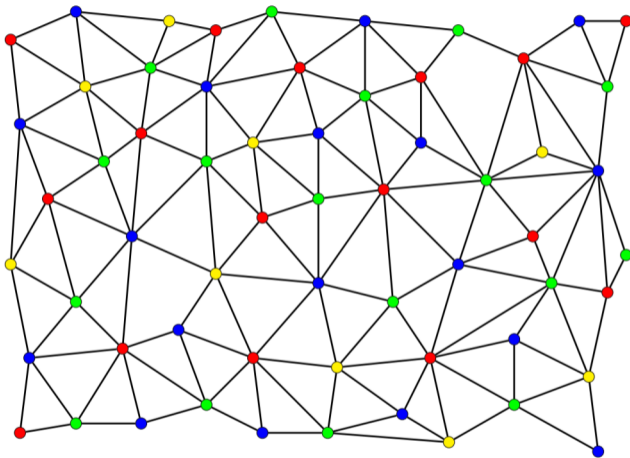
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

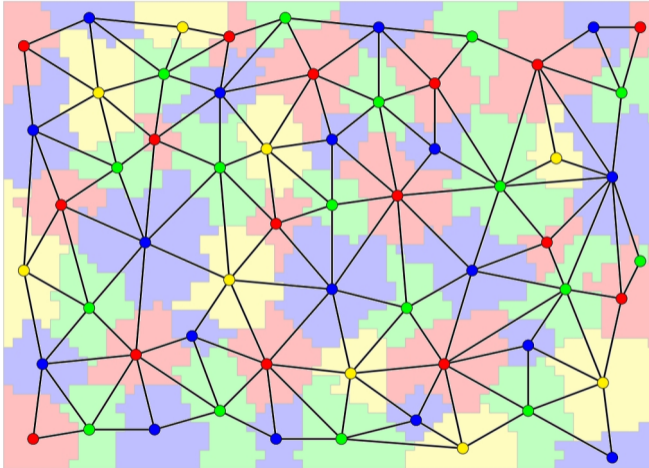
Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

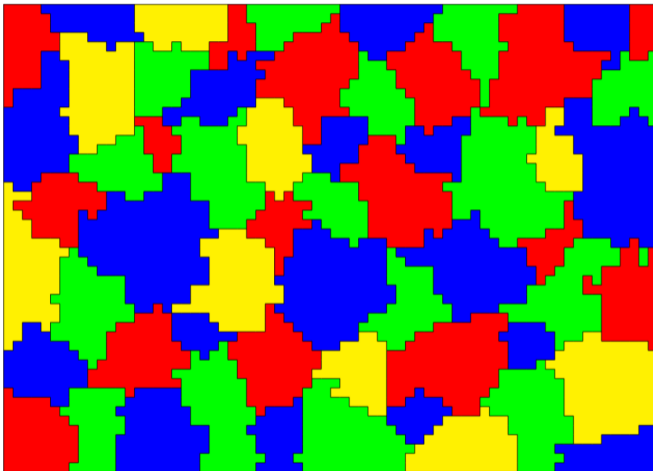
Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

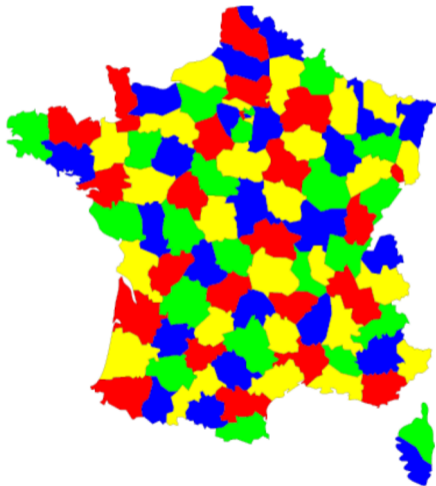
Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Coloriage de graphe



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Pour toutes les cartes, il y a un fait important :

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Pour toutes les cartes, il y a un fait important :

Il y existe toujours quelque part une région qui possède 5 frontières ou moins.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

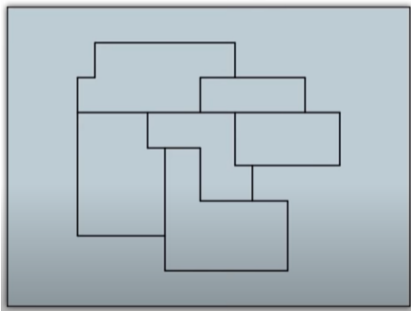
Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Prenons une carte composée de 7 régions.



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

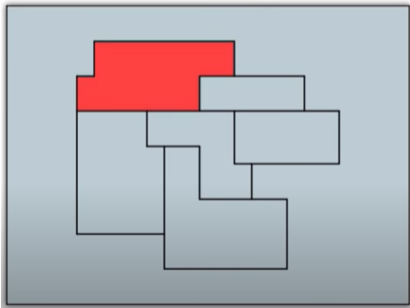
Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

D'après ce que l'on vient de voir, il y existe au moins une région qui possède moins de 5 frontières. On en choisit une, et on la supprime.



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

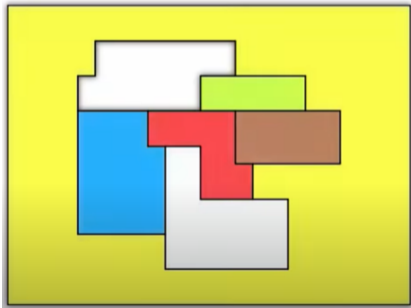
Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Notre carte possède donc maintenant 6 régions, et je peux naturellement la colorier avec 6 couleurs.



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

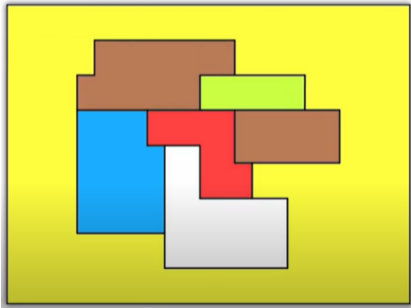
Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Replaçons alors la région retirée. Puisque celle-ci n'avait pas plus de 5 frontière, il reste donc au moins une couleur de disponible.



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Ceci prouve donc que toute carte à 7 régions est 6-coloriable. L'argument fonctionne aussi pour les cartes à 8 régions. Il y existe un région à 5 frontière que l'on retire. On a alors une carte à 7 régions, que l'on vient de prouver comme étant 6-coloriable. On replace la région retirée, et le tour est joué. De proche en proche, on peut donc prouver qu'une carte à 9 régions, à 10 régions, et, finalement, à n'importe quelle nombre de régions, est 6-coloriable. On aura reconnu le principe d'une **démonstration par récurrence**.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

**Théorème des 6
couleurs**

Théorème des 5
couleurs

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Pour cela, il n'y a pas vraiment le choix non plus, il faut à nouveau procéder par récurrence. Déjà, il est assez clair que toute carte possédant 5 régions ou moins peut être colorée avec 5 couleurs. Ça, c'est la première étape de la récurrence, l'initialisation.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Pour cela, il n'y a pas vraiment le choix non plus, il faut à nouveau procéder par récurrence. Déjà, il est assez clair que toute carte possédant 5 régions ou moins peut être colorée avec 5 couleurs. Ça, c'est la première étape de la récurrence, l'initialisation.

Pour la suite, le principe est le même qu'au dessus à l'exception d'un cas un peu pénible... : si les 5 régions frontalières à la région que l'on retire temporairement (notée X ici) sont toutes de couleur différente ? Eh bien, il va falloir toucher à la coloration du reste de la carte.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

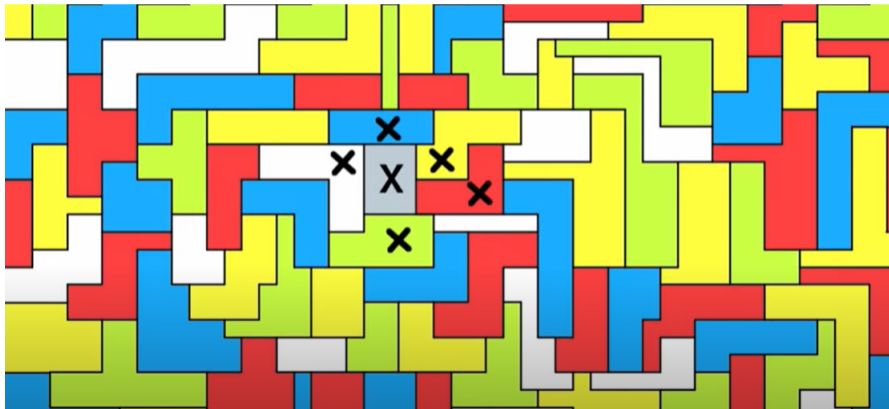
Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs



Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

On va devoir définir la notion de **composante de Kempe** (ou **chaîne de Kempe**)...

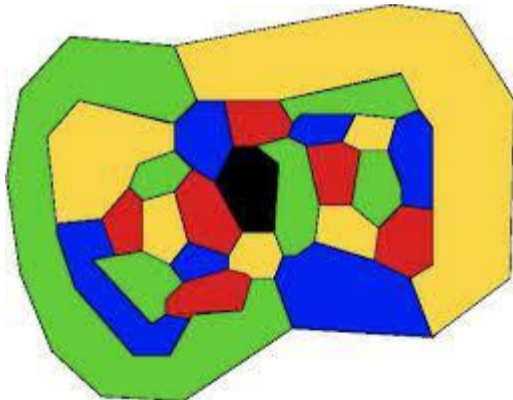
Definition

Une composante de Kempe (ou bi-colore connexe) est un sous graphe connexe tel que :

1. ses sommets sont tous coloriés de deux couleurs, qu'on appellera A et B,
2. les sommets du graphes qui sont voisins d'un sommet de la composante, mais ne font pas partie de la composante ne sont pas coloriés par A ou B.

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs



Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Illustration du procédé de Kempe (dans le cas du théorème des 4 couleurs !)

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

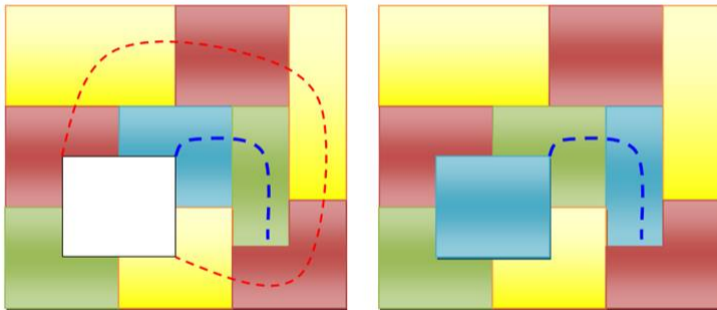
**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Illustration du procédé de Kempe (dans le cas du théorème des 4 couleurs !)



La carte est déjà colorée avec quatre couleurs. Reste une région à colorer qui, a priori, nécessite une cinquième couleur car déjà entourée des quatre couleurs.

Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Nous cherchons un chaîne de Kempe rouge/jaune qui réalise un circuit partant de la zone blanche et revenant vers la zone blanche.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Nous cherchons un chaîne de Kempe rouge/jaune qui réalise un circuit partant de la zone blanche et revenant vers la zone blanche.

La chaîne bleu/vert qui part de la zone blanche ne peut pas revenir vers la case blanche, car le circuit croiserait le précédent.

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian
Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Par contre, rien ne nous interdit d'y inverser les couleurs. Cela ne change pas les compatibilités avec les autres régions rouges/jaunes. Cette inversion est bénéfique car désormais la case blanche n'est entourée que de trois couleurs et elle peut prendre la quatrième, ici le bleu.

Colorier à la manière de Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que l'informatique ?

À la manière de Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les mathématiques (et l'informatique) ?

Le théorème des quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de preuves

Théorème des 6 couleurs

Théorème des 5 couleurs

Théorème des 4 couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 5 couleurs

Par contre, rien ne nous interdit d'y inverser les couleurs. Cela ne change pas les compatibilités avec les autres régions rouges/jaunes.

Cette inversion est bénéfique car désormais la case blanche n'est entourée que de trois couleurs et elle peut prendre la quatrième, ici le bleu.

Grâce à ce procédé, on peut donc démontrer par récurrence que toute carte est 5-colorable !

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

**Théorème des 5
couleurs**

Théorème des 4
couleurs

Éléments de preuves

Théorème des 4 couleurs

Les nombreux travaux effectués au cours du XXe siècle ont révélé que pour parvenir à une preuve irréfutable il fallait étudier des milliers de configurations. Il faudra donc attendre un siècle pour que Kenneth Appel et Wolfgang Haken, en 1976, établissent la première preuve du Théorème des quatre couleurs. Il aura fallu 1200 heures de calculs pour effectuer la première démonstration mathématique nécessitant l'usage d'un ordinateur. La question reste ouverte quant à l'existence d'une preuve sans machine...

Colorier à la
manière de
Mondrian

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

**Théorème des 4
couleurs**

Présentation

Qu'est-ce que
l'informatique ?

À la manière de
Mondrian

Piet Mondrian

Activité pratique

Où se cachent les
mathématiques
(et
l'informatique) ?

Le théorème des
quatre couleurs

La théorie des graphes

Le problème des sept
ponts de Königsberg

Coloriage de graphe

Éléments de
preuves

Théorème des 6
couleurs

Théorème des 5
couleurs

**Théorème des 4
couleurs**



```
from maths import *  
print("Des questions ?")  
input()
```

