BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2022

MATHÉMATIQUES

Epréuve de Spécialité - Sujet 2

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **4 heures** – COEFFICIENT : **16**

Ce corrigé comporte sept pages numérotées de 1/11 à 11/11

Le candidat devait traiter **3 exercices parmi les 4** communs à tous les candidats.

Lusage de la calculatrice avec mode examen actif était autorisé.
Lusage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », était autorisé.

Le candidat était invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, quil aura développée.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements étaient prises en compte dans lappréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, étaient valorisées.

Aménagements 2022 :
• Chaque exercice était noté sur 7 points;
• La note finale est ramenée sur 20;
• Afin déclairer le candidat, le sujet indique au début de chaque exercice les principaux domaines abordés..

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 1 - 7 POINTS **THÈMES : PROBABILITÉS**

Le coyote est un animal sauvage proche du loup, qui vit en Amérique du Nord.
Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, 70 % des coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose.

Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, son résultat est soit positif, soit négatif, et on sait que :

- Si le coyote est malade, le test est positif dans 97% des cas.
- Si le coyote n'est pas malade, le test est négatif dans 95% des cas.

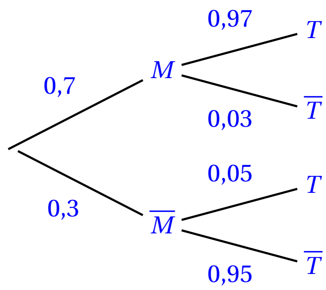
Partie A

Des vétérinaires capturent un coyote d'Oklahoma au hasard et lui font subir un test pour l'ehrlichiose. On considère les événements suivants :

- M : « le coyote est malade" ;
- T : : le test du coyote est positif ".

On note $\bar{M}$ et $\bar{T}$ respectivement les événements contraires de M et T.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation.



2. Déterminer la probabilité que le coyote soit malade et que son test soit positif.
L'événement « le coyote soit malade et son test est positif » est $M \cap T$. De plus,

$$p(M \cap T) = p(M) \times p_M(T) = 0,7 \times 0,97 = 0,679$$

3. Démontrer que la probabilité de T est égale à 0,694.
D'après la formule des probabilités totales, on a

$$\begin{aligned} p(T) = p(M \cap T) + p(\overline{M} \cap T) &= p(M) \times p_M(T) + p(\overline{M}) \times p_{\overline{M}}(T) \\ &= 0,7 \times 0,97 + 0,3 \times 0,05 \\ &= 0,679 + 0,015 = 0,694 \end{aligned}$$

4. On appelle « valeur prédictive positive du test " la probabilité que le coyote soit effectivement malade sachant que son test est positif.
Calculer la valeur prédictive positive du test. On arrondira le résultat au millième. On cherche à calculer la valeur de $p_T(M)$. On a

$$p_T(M) = \frac{p(M \cap T)}{p(T)} = \frac{0,679}{0,694} = 0,978$$

5. a. Par analogie avec la question précédente, proposer une définition de la « valeur prédictive négative du test ", et calculer cette valeur en arrondissant au millième.
On cherche à calculer la valeur de $p_{\overline{T}}(\overline{M})$. On a

$$p_{\overline{T}}(\overline{M}) = \frac{p(\overline{M} \cap \overline{T})}{p(\overline{T})} = \frac{0,285}{1 - 0,694} = 0,931$$

b. Comparer les valeurs prédictives positive et négative du test, et interpréter.
On remarque que $p_{\overline{T}}(\overline{M}) < p_T(M)$.
Le test semble plus efficace pour détecter que le coyote soit effectivement malade alors que le test soit positif plutôt que de détecter que le coyote ne soit pas malade alors que le test est négatif.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un coyote capturé au hasard présente un test positif est de 0,694.

1. Lorsqu'on capture au hasard cinq coyotes, on assimile ce choix à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard associe le nombre de coyotes dans cet échantillon ayant un test positif.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifier et préciser ses paramètres.
On répète $n = 5$ fois de manière indépendante une expérience n'ayant que deux issues dont la probabilité de succès est $p = p(T) = 0,694$
Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de succès parmi ces 5 expériences alors X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,694$

b. Calculer la probabilité que dans un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, un seul ait un test positif. On arrondira le résultat au centième.
On cherche donc

$$p(X=1) = \binom{5}{1} 0,694^1 (1-0,694)^{5-1} \approx 0,03$$

c. Un vétérinaire affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins quatre coyotes sur cinq aient un test positif : cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.
On cherche donc la valeur de $p(X \geqslant 4)$. On a

$$\begin{aligned} p(X \geqslant 4) &= p(X=4) + p(X=5) \\ &= \binom{5}{4} 0,694^4 (1-0,694)^{5-4} + \binom{5}{5} 0,694^5 (1-0,694)^{5-5} \approx 0,516 \end{aligned}$$

L'affirmation du vétérinaire est donc vraie.

2. Pour tester des médicaments, les vétérinaires ont besoin de disposer d'un coyote présentant un test positif. Combien doivent-ils capturer de coyotes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux présente un test positif soit supérieure à 0,99 ?
On cherche n tel que $p(X \geqslant 1) \geqslant 0,99$. D'où

$$\begin{aligned} p(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 \iff 1 - p(X=0) \geqslant 0,99 &\iff 1 - (1-0,694)^n \leqslant 0,99 \\ &\iff 0,306^n \geqslant 0,01 \\ &\iff n \ln(0,306) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,306)} \simeq 3,89 \end{aligned}$$

On en déduit donc que $n = 4$.

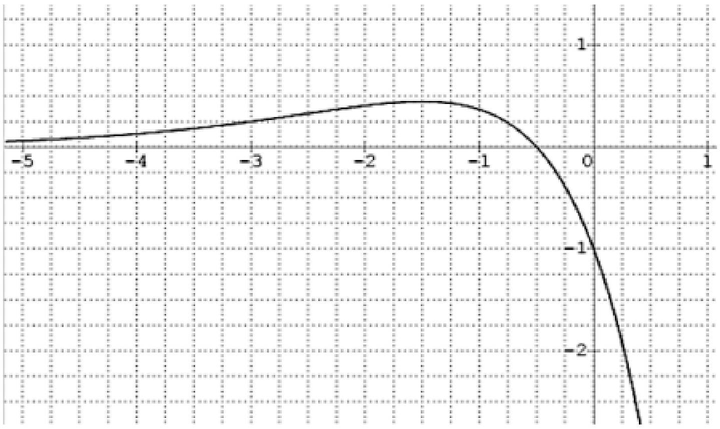
EXERCICE 2 - 7 POINTS **THÈMES : FONCTIONS NUMÉRIQUES ET SUITES**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou labsence de réponse à une question ne rapporte ni nenlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification nest demandée.

Pour les questions **1** à **3** ci-dessous, on considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. **La courbe de sa fonction dérivée** f' est donnée ci-dessous.

On admet que f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

On rappelle que **la courbe ci-dessous représente la fonction dérivée** f' **de** f.



1. **Réponse b.**
La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{1}{2}$ car, d'après l'énoncé la courbe de la fonction dérivée f' de f coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$, on en déduit donc que $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$.
De plus, la fonction f' est positive sur $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$ et est négative sur $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.
D'où le résultat.
2. **Réponse a.**
La fonction f est convexe sur $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$ car d'après l'énoncé f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$, et elle est croissante sur $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$ et décroissante sur $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.
Par conséquent,, la fonction f est convexe sur $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$ et concave sur $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.
D'où le résultat.
3. La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :
Réponse c.
$f''\left(\dfrac{-3}{2}\right)=0$ car d'après l'énoncé f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$.
D'où le résultat.
4. On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n).
On sait que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et de plus : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 3$.
On peut alors affirmer que :
Réponse b.
Si la suite (u_n) est croissante alors la suite (v_n) est minoree par u_0 car, pour tout entier naturel n, on a
$$u_0 \leqslant u_1 \leqslant u_2 \leqslant \cdots u_n \leqslant v_n$$
D'où le résultat.

5. On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n non nul : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n}$. On peut alors affirmer que :
   Réponse b.
   La suite (u_n) converge puisque la suite (u_n) est croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$) et majorée (car pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant u_{n+1} \leq \dfrac{1}{n}$, en particulier $u_n \leqslant 1$).
   D'où le résultat.
6. On considère (u_n) une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.
   On peut affirmer que :
   Réponse b.
   La suite (u_n) est croissante car
   $$u_n > n \quad \Longleftrightarrow u_{n+1} > n+1$$
   et
   $$u_n < n+1 \quad \Longleftrightarrow -u_n > -n-1$$
   Par suite,
   $$u_{n+1} - u_n > n+1+(-n-1) = 0$$
   D'où le résultat.

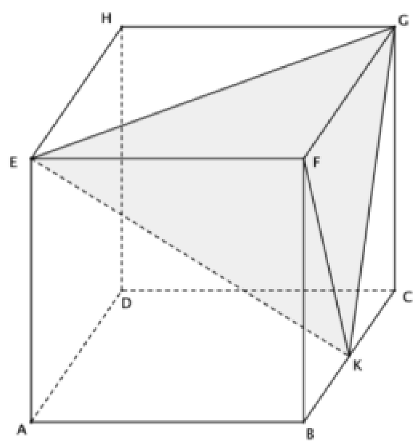
Exercice 3 - 7 points **Thèmes : géométrie dans l'espace**

On considère un cube $ABCDEFGH$ et on appelle K le milieu du segment $[BC]$.
On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ et on considère le tétraèdre $EFGK$.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.



1. Préciser les coordonnées des points E, F, G et K.
   Remarque : Pour tout l'exercice, on peut considérer que les arêtes du cube valent 1. Cela ne change pas fondamentalement les calculs.
   On a $E = (0;0;1)$, $F = (1;0;1)$, $G = (1;1;1)$, $K = \left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$
2. Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (EGK).
   Il suffit de montrer que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (EGK) ; par exemple $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EK}$.
   $$\overrightarrow{EG} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \times 2 + 1 \times (-2) + 0 \times 1 = 0$$
   $$\overrightarrow{EK} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \times 2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2) + (-1) \times 1 = 0$$
   Donc le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au plan (EGK).

3. Démontrer que le plan (EGK) admet pour équation cartésienne : $2x-2y+z-1=0$.
Comme le vecteur $\vec{u}$ est normal au plan (EGK). On a donc

$$2x-2y+z+d=0$$

avec d à déterminer.
Or, $E \in (EGK)$, d'où

$$2x_E-2y_E+z_E+d=0 \iff 2\times 0+2\times 0+1+d=0 \iff d=-1$$

Le plan (EGK) admet donc pour équation cartésienne $2x-2y+z-1=0$.

4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (EGK) passant par F.
Comme la droite (d) est orthogonal au plan (EGK), le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d). De plus, $F \in (d)$.
On a donc

$$\begin{cases} x &= 2t+1 \\ y &= -2t \\ z &= t+1 \end{cases}$$

5. Montrer que le projeté orthogonal L de F sur le plan (EGK) a pour coordonnées $\left(\frac{5}{9};\frac{4}{9};\frac{7}{9}\right)$.
Le projeté orthogonal L de F sur le plan (EGK) est l'intersection de la droite (d) avec le plan (EGK), cela revient donc à résoudre le système

$$\begin{cases} x=2t+1 \\ y=-2t \\ z=t+1 \\ 2x-2y+z-1=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=2t+1 \\ y=-2t \\ z=-t+1 \\ 2(2t+1)-2(-2t)+(t+1)-1=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=\dfrac{5}{9} \\ y=\dfrac{4}{9} \\ z=\dfrac{7}{9} \\ t=-\dfrac{2}{9} \end{cases}$$

Ainsi, $L\left(\dfrac{5}{9};\dfrac{4}{9};\dfrac{9}{9}\right)$ (projeté orthogonal de F sur le plan (EGK).

6. Justifier que la longueur LF est égale à $\dfrac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} LF &= \sqrt{(x_F-x_L)^2+(y_F-y_L)^2+(z_F-z_L)^2} \\ &= \sqrt{\left(1-\frac{5}{9}\right)^2+\left(0-\frac{4}{9}\right)^2+\left(1-\frac{7}{9}\right)^2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Remarque : Pour calculer la longueur LF, on pouvait utiliser la propriété suivante :

Soient $\mathscr{P}$ le plan déquation cartésienne $ax+by+cz+d=0$ et $A(x_A;y_A;z_A)$ un point. Si on note $\vec{n}$ un vecteur normal de $\mathscr{P}$ et $M(x;y;z)$ un point de $\mathscr{P}$, alors :

$$\mathrm{d}(A,\mathscr{P}) = \frac{|\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

7. Calculer l'aire du triangle EFG. En déduire que le volume du tétraèdre $EFGK$ est égal à $\dfrac{1}{6}$.
Le triangle EFG est rectangle en F, donc

$$\mathscr{A}_{EFG} = \frac{EF\times GF}{2} = \frac{1\times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

car

$$EF = \sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2+(z_F-z_E)^2} = \sqrt{(1-0)^2+(0-0)^2+(1-1)^2} = 1$$
$$GF = \sqrt{(x_F-x_G)^2+(y_F-y_G)^2+(z_F-z_G)^2} = \sqrt{(1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2} = 1$$

Remarque : EF et GF sont des arêtes du cube, on pouvait donc dire directement que $EF=GF=1$.
Par conséquent,

$$\mathscr{V}_{EFGK} = \frac{1}{3}\times\mathscr{A}_{EFG}\times BF = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1 = \frac{1}{6}$$

8. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle EGK.
En utilisant la formule du volume du tétraèdre, et en remarquant que LF est la hauteur relative à la base EGK, on a

$$\mathcal{V}_{EFGK} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{EGK} \times LF \quad \Longleftrightarrow \quad \mathcal{A}_{EGK} = \frac{3\mathcal{V}_{EFGK}}{LF} = \frac{3 \times \frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

9. On considère les points L milieu du segment $[EG]$, M milieu du segment $[EK]$ et N milieu du segment $[GK]$. Déterminer le volume du tétraèdre $FLMN$.
Par le théorème de la droite des milieux, on en déduit que $PN = \frac{EK}{2}$, $PM = \frac{GK}{2}$, et que $MN = \frac{EG}{2}$. Le triangle PMN est donc une réduction de coefficient $\frac{1}{2}$) de EGK. Donc

$$\mathcal{A}_{PMN} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \mathcal{V}_{EGK} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

Par conséquent,

$$\mathcal{V}_{FPMN} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{PMN} \times LF = \frac{1}{3} \times \frac{3}{16} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{24}$$

EXERCICE 4 - 7 POINTS **THÈMES : FONCTIONS NUMÉRIQUES, FONCTIONS EXPONENTIELLE**

Partie A : études de deux fonctions

On considère les deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=0,06\left(-x^2+13,7x\right) \text{ et } g(x)=(-0,15x+2,2)e^{0,2x}-2,2.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables et on note f' et g' leurs fonctions dérivées respectives.

1. On donne le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

x	0		$6,85$		$+\infty$
$f(x)$			$f(6,85)$		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

a. Justifier la limite de f en $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} 0,06(-x^2+13,7x)=\lim_{x\to+\infty}(-0,06x^2)=-\infty$$

b. Justifier les variations de la fonction f.
La fonction f est une fonction polynomiale de degré 2 donc le coefficient dominant est $-0,06$, dont les branches de la parabole sont tournées vers le bas. D'où les variations de la fonction f.

c. Résoudre l'équation $f(x)=0$.

$$f(x)=0 \iff 0,06(-x^2+13,7x)=0 \iff x(-x+13,7)=0$$

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=0$ est $\mathscr{S}=\{0;13,7\}$.

2. a. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
La limite en $+\infty$ de la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=(-0,15x+2,2)e^{0,2x}-2,2$ est égale à $-\infty$ car :

- $\lim\limits_{x\to+\infty}(-0,15x+2,2)=-\infty$, et
- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{0,2x}=+\infty$,

d'où le résultat, par produit de limites.

b. Démontrer que, pour tout réel x appartenant à $[0;+\infty[$ on a : $g'(x)=(-0,03x+0,29)e^{0,2x}$.
La fonction g est dérivable (comme produit de fonctions dérivables) sur l'intervalle $[0;+\infty[$. Ainsi, pour tout nombre réel x de $[0;+\infty[$, on a :

$$g'(x)=-0,15\times e^{0,2x}+(-0,15x+2,2)\times 0,2e^{0,2x}=(-0,15+(-0,15x+2,2)\times 0,2)e^{0,2x}=(-0,03x+0,29)e^{0,2x}$$

c. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variations sur $[0;+\infty[$. Préciser une valeur approchée à 10^{-2} près du maximum de g.
En remarquant que le signe de $g'(x)$ ne dépend que du signe de $-0,03x+0,29$, on dresse le tableau de variations de g :

x	0		$\frac{29}{3}$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de g'			$g\left(\frac{29}{3}\right)$		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

D'après la calculatrice graphique, on trouve $g\left(\dfrac{29}{3}\right)\simeq 2,98$.

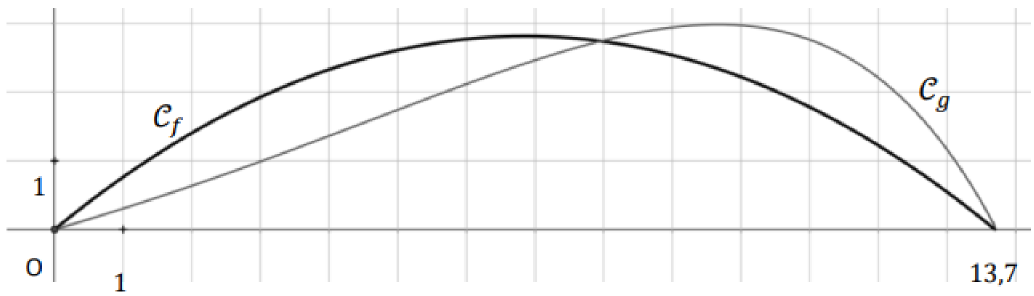
d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution non nulle et déterminer, à 10^{-2} près, une valeur approchée de cette solution.

D'après le tableau de variation, sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{29}{3}\right]$, l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution, mais elle est nulle.
Sur l'intervalle $\left[\frac{29}{3}\,;\,=\infty\right]$, la fonction g est continue, strictement décroissante sur l'intervalle et $0 \in \left[g\left(-\infty\,;\,\frac{29}{3}\right)\right]$, donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, on peut dire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution non nulle α sur $[0\,;+\infty[$.
À l'aide de la calculatrice graphique (ou d'un algorithme de balayage), on trouve $\alpha \simeq 13,72$.

Partie B : trajectoires d'une balle de golf

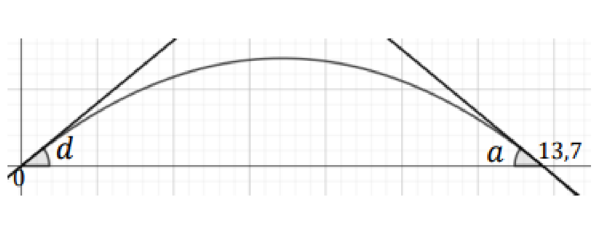
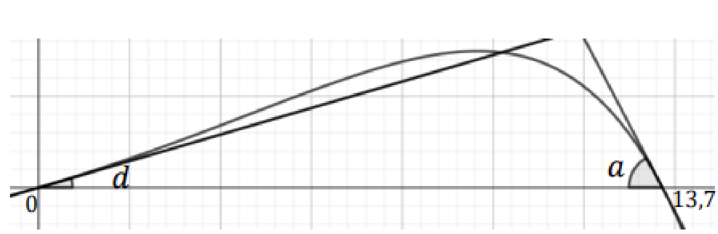
Pour frapper la balle, un joueur de golf utilise un instrument appelé « club » de golf. On souhaite exploiter les fonctions f et g étudiées en Partie A pour modéliser de deux façons différentes la trajectoire d'une balle de golf. On suppose que le terrain est parfaitement plat.

On admettra ici que 13,7 est la valeur qui annule la fonction f et une approximation de la valeur qui annule la fonction g.
On donne ci-dessous les représentations graphiques de f et g sur l'intervalle $[0; 13,7]$.



Pour x représentant la distance horizontale parcourue par la balle en dizaine de yards après la frappe, (avec $0 \leq x \leq 13,7$), $f(x)$ (ou $g(x)$ selon le modèle) représente la hauteur correspondante de la balle par rapport au sol, en dizaine de yards (1 yard correspond à environ 0,914 mètre).

On appelle « angle de décollage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathcal{C}_f$ ou $\mathcal{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 0 . Une mesure de l'angle de décollage de la balle est un nombre réel d tel que $\tan(d)$ est égal au coefficient directeur de cette tangente.
De même, on appelle « angle d'atterrissage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathcal{C}_f$ ou $\mathcal{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 13,7. Une mesure de l'angle d'atterrissage de la balle est un nombre réel a tel que $\tan(a)$ est égal à l'opposé du coefficient directeur de cette tangente.
Tous les angles sont mesurés en degré.

Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathcal{C}_f$.	Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathcal{C}_g$.
	

1. *Première modélisation :* on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $f(x)$ la hauteur correspondante de la balle.
Selon ce modèle :

a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?
En posant $S(\alpha;\beta)$, le sommet de la parabole $\mathscr{C}_f$ définie par la fonction $f(x) = 0,06(-x^2 + 13,7x)$. On a

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{-0,06 \times 13,7}{2 \times 0,06 \times (-1)}\right) = f(6,85) = 2,81535$$

La hauteur recherchée est donc 28,1535 yards.

b. Vérifier que $f'(0) = 0,822$.
La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0;13,7]$. Ainsi, pour tout nombre réel x de $[0;13,7]$, on a :

$$f'(x) = -0,12x + 0,822$$

Par conséquent, $f'(0) = 0,822$

c. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).
Soit θ cet angle. Puisque $f'(0) = 0,822$, on a donc, d'après l'énoncé, $\theta = \arctan(0,822) = 39,42$ (on peut retrouver cette valeur dans le tableau).

d. Quelle propriété graphique de la courbe C_f permet de justifier que les angles de décollage et d'atterrissage de la balle sont égaux ?
La propriété graphique de la courbe C_f permettant de justifier que les angles de décollage et d'atterrissage de la balle sont égaux est la symétrie axiale dont l'axe à pour équation $x = 6,85$.

1. *Seconde modélisation :* on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $g(x)$ la hauteur correspondante de la balle.
Selon ce modèle :

a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?
D'après la question **2.c.** de la **Partie A**, la hauteur maximale $g\left(\frac{29}{3}\right) \times 10 \simeq 2,98 \times 10 = 29,8$.

On précise que $g'(0) = 0,29$ et $g'(13,7) \approx -1,87$.

b. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).
Soit θ' cet angle. Puisque $g'(0) = 0,29$, on a donc, d'après l'énoncé, $\theta' = \arctan(0,29) = 16,17$ (on peut retrouver cette valeur dans le tableau).

c. Justifier que 62 est une valeur approchée, arrondie à l'unité près, d'une mesure en degré de l'angle d'atterrissage de la balle.
D'après la calculatrice graphique, on a $\tan(62) \simeq 1,88$. Or, comme il s'agit d'un angle d'atterrissage, $g'(13,7)$ doit correspondre à l'opposé de $\tan(62)$.
Donc, on en déduit que 62 est une valeur approchée, arrondie à l'unité près, d'une mesure en degré de l'angle d'atterrissage de la balle.

Autre méthode : Soit θ'' cet angle. Puisque $g'(13,7) = -1,87$, on a donc, d'après la calculatrice graphique, $\theta'' = \arctan(1,87) \simeq 61,86$.

Tableau : extrait dune feuille de calcul donnant une mesure en degré dun angle quand on connait sa tangente :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	tan(θ)	0,815	0,816	0,817	0,818	0,819	0,82	0,821	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826
2	θ en degrés	39,18	39,21	39,25	39,28	39,32	39,35	39,39	39,42	39,45	39,49	39,52	39,56
3													
4	tan(θ)	0,285	0,286	0,287	0,288	0,289	0,29	0,291	0,292	0,293	0,294	0,295	0,296
5	θ en degrés	15,91	15,96	16,01	16,07	16,12	16,17	16,23	16,28	16,33	16,38	16,44	16,49
6													

Partie C : interrogation des modèles

À partir d'un grand nombre d'observations des performances de joueurs professionnels, on a obtenu les résultats moyens suivants :

Angle de décollage en degré	Hauteur maximale en yard	Angle d'atterrissage en degré	Distance horizontale en yard au point de chute
24	**32**	**52**	**137**

Quel modèle, parmi les deux étudiés précédemment, semble le plus adapté pour décrire la frappe de la balle par un joueur professionnel ? La réponse sera justifiée.

Grâce aux questions précédentes, on peut remplir le tableau suivant :

	Angle de décollage	Hauteur maximale	Angle d'atterrissage	Distance au point de chute
Résultats moyens des joueurs	24	32	52	137
Modèle 1. Fonction f	$39,42$	$28,15$	$39,42$	137
Modèle 2. Fonction g	$16,17$	$29,8$	62	137

Ce tableau nous permet donc d'en effectuer un autre dans lequel on peut indiquer les écarts relatifs avec les résultats moyens des joueurs professionnels :

	Angle de décollage	Hauteur maximale	Angle d'atterrissage	Distance au point de chute
Écart avec le modèle 1.	$0,39$	$-0,14$	$-0,32$	0
Écart avec le modèle 2.	$-0,48$	$-0,07$	$0,16$	0

On peut donc calculer l'erreur moyenne absolue, que l'on notera EM (qui est une mesure d'erreur relative qui utilise des valeurs absolues pour empêcher les erreurs positives et négatives de s'annuler les unes les autres et emploie les erreurs relatives pour vous permettre de comparer la précision de prévision des différents modèles).

On a donc :

$$EM_1 = \frac{0,39+0,14+0,32+0}{4} = \frac{0,85}{4} \simeq 0,2125$$
$$EM_2 = \frac{0,48+0,07+0,16+0}{4} = \frac{0,71}{4} \simeq 0,1775$$

On en déduit donc que le plus adapté pour décrire la frappe de la balle par un joueur professionnel est le modèle 2.