Coquillages & Poincaré

Conseils de lectures et de travaux pour préparer la rentrée

Terminale Spécialité Mathématiques

NASSIRI Mohamed

Conseils de lectures et de travaux pour préparer la rentrée

Mohamed NASSIRI

Tout d'abord, bienvenue dans la Terminale Spécialité Mathématiques (α) du lycée d'Excellence Edgar Morin !

Il est inutile d'essayer de prendre de l'avance sur le programme.

Pour une préparation efficace, je vous conseille de :
• relire attentivement votre cours de Première Spécialité Mathématiques (μ), et d'apprendre par coeur les formules de trigonométrie et les énoncés des théorèmes.
• refaire seul·e les démonstrations de théorèmes vues en cours.
• vous entraîner au calcul : vous aurez l'année prochaine de nombreux nouveaux concepts à apprendre, et il est dommage d'être bloqué·e lorsqu'il s'agit de calculer la somme de deux fractions !

Vous pouvez notamment :
• réviser les notions de suite, de fonction numérique,
• reprendre quelques calculs de dérivées des fonctions,
• revoir les propriétés des fonctions usuelles (domaines de définition, continuité / dérivabilité, tableau de variation, représentation graphique) : exp, fonctions trigonométriques (cos, sin), fonctions puissances.

Ne paniquez surtout pas si vous ne réussissez pas à faire les exercices. Sécher devant certains exercices ne préjuge en rien de votre future réussite en Terminale Spécialité Mathématiques.

Tout en vous souhaitant d'agréables vacances,
Pour toutes questions : coucou@coquillagesetpoincare.fr

Table des matières

Ad astra per aspera

1 Paroles d'alumni ($\aleph_0$)

Ancien·ne·s élèves de Terminale Spécialité Mathématiques ($\aleph_0$), ils·elles sont venu·e·s étudier au lycée d'Excellence Edgar Morin et témoignent aujourd'hui, par leur parcours, de l'excellence et de la diversité de l'enseignement de l'établissement. Enthousiastes et disponibles pour partager leur expérience, ces alumni ont accepté de vous donner quelques conseils.

Gustave G. - Promotion 2020 - Actuellement en MP2I (CPGE - Lycée Faidherbe - Lille)
Restez soudés, encouragez le travail d'équipe et cultivez la cohésion.
Si vous voulez pleurer, allez-y, mais n'abandonnez sous aucun prétexte.
Le travail personnel doit devenir un automatisme.
Rattrapez les crayons qui vous volent dessus.
Prenez du plaisir à aller en cours de Mathématiques, soyez actif et participez à ce cours ! Persévérez !

Laure D. - Promotion 2020 - Actuellement en PCSI (CPGE - Lycée Robespierre - Arras)
Travailler vos exercices en groupe.
Maitriser les règles mathématiques de base.
Au début de la Terminale Spécialité Mathématiques, tout vous semblera difficile, puis vous recevrez des feutres dans la tête. Astuce : investissez dans un casque.
Si vous « fichez » vos cours, ne mettez que les propositions.

Ilian O. - Promotion 2020 - Actuellement en Licence SESI (Université de Lille)
Ne pas se pisser dessus (même si le professeur balance un feutre).
Explorer toutes les pistes possibles, au-delà même du cours pour le maîtriser au mieux.
Un excès de pression est inutile, une note ne représente pas une compétence.
Tout diplôme s'acquiert suite à un travail assidu et régulier.

Simon L. - Promotion 2020 - Actuellement en PCSI (CPGE - Lycée Baimbridge - Guadeloupe)
Faire des exercices aide mieux à comprendre le cours. Les vidéos aident beaucoup.

Tony M. - Promotion 2020 - Actuellement en Licence Arts du Spectacle (Université d'Artois)
Il faut s'accrocher du début à la fin.
Il faut retravailler les cours après le cours ou au soir pour être sûr de réussir. Les vidéos proposées aident beaucoup.
N'hésitez pas à demander de l'aide, le professeur ne mord pas, il est juste un *chouilla* moqueur.
Joyeux Hunger Games et puisse le sort vous être favorable !

Yanis B. - Promotion 2020 - Actuellement en Licence Génie Civil (Université de Valenciennes)
La meilleure façon de comprendre un exercice est de passer au tableau, même si on ne sait pas le faire.
Ne jamais hésiter à poser des questions quand on ne comprend pas.
Essayer de renforcer vos connaissances des programmes de mathématiques de vos années précédentes.
Réussir tu pourras, mais apprendre tu devras.

Attention !
Les (conseils et) exercices qui suivent vous paraîtront probablement élémentaires (ou pas), mais l'expérience prouvent que certain·e·s d'entre vous ne sont pas très à l'aise en calcul, et avant de pouvoir aborder de nouveaux concepts, il est impératif de maîtriser le calcul.

2 Quelques conseils de préparation

Les polycopiés, les TD, le DM et la feuille de calculs contenus dans ce document et sur le site internet (www.coquillagesetpoincare.fr) sont conçus pour faciliter la transition entre la Première Spécialité Mathématiques et le début de la Terminale Spécialité Mathématiques. Ils correspondent à des outils et méthodes mathématiques qui seront utilisés en cours **dès la semaine de la rentrée.**
Nous ne pourrons pas traiter en classe tous les exercices correspondants ; il est donc **impératif** d'avoir travaillé les polycopiés et d'en avoir fait des fiches de résumé **avant la rentrée**. Pour garder les notions fraiches, il semble cohérent de faire une première lecture des polycopiés en début d'été pour se faire une idée globale, puis de reprendre les choses plus en profondeur pendant **les deux semaines qui précèdent la rentrée**, et à ce moment-là, de faire les fiches et les exercices.

Pour ce qui est du cours, une connaissance superficielle n'est pas suffisante. Pendant les premiers mois, le cours développe des bases de raisonnement, de calcul et des approches qui seront utilisés et/ou sophistiqués tout au long de l'année. Il ne s'agit pas d'apprendre vaguement une formule que l'on aura oubliée deux semaines après. A court terme, l'idéal est de connaître le cours et les méthodes suffisamment précisément pour pouvoir faire toutes les deux-trois semaines le DM correspondant sans aide extérieure, en un temps de l'ordre de quelques heures. Les polycopiés de cet ensemble couvrent des outils que nous utiliserons tout au long de l'année, et, pour certains d'entre eux, dès la semaine de la rentrée. Nous reprendrons ensemble ces outils, mais il est nécessaire que vous les ayez lus et compris avant la rentrée - le "multicouches" est important. Il est possible que certains points ne soient pas clairs et/ou que vous ne les ayez pas compris - il est parfois difficile d'identifier et de prévenir les blocages des élèves. Ce n'est pas grave : cela sera l'occasion de poser des questions en cours, lorsque nous les reverrons ensemble.

Statistiquement, ce qui pose le plus de problème aux élèves n'est pas de comprendre le cours ou les méthodes du cours ; c'est de parvenir à mettre en pratique ces méthodes dans des exercices beaucoup moins guidés et beaucoup plus techniques que dans les années précédentes. Ainsi, aucun cours ne pourra jamais remplacer le travail personnel que vous devrez fournir. Pour parler en termes mathématiques, **comprendre est nécessaire, mais pas suffisant**. Dans cette optique, il s'agit de devenir rapidement des élèves **actifs**. Cela se traduit par un travail personnel, critique et régulier des cours, des TD et des DM. Et cela commence cette fiche... Comprendre ces polycopiés est nécessaire, mais il faut faire les exercices des TD soi-même et pas simplement comprendre la correction. Seule une démarche active vous permettra de progresser tout au long de votre Terminale (Spécialité Mathématiques) et autant adopter cette attitude dès le début.

Après avoir lu les conseils de ce polycopié, vous pouvez vous lancer dans la résolution des exercices (sous forme d'un DM). Il est **à rendre le jour de la rentrée**. Il n'est pas noté, mais il est conseillé de le faire proprement et de chercher à répondre à toutes les questions - qui couvrent l'ensemble des outils mathématiques à maîtriser pour la première semaine. **Consigne de présentation : tous les résultats doivent être encadrés ou soulignés. Conseil : soyez précis, mais concis.**

Les exercices du polycopié sont calculatoires et couvrent une partie du programme de Première Spécialité Mathématiques. Ils permettent ainsi de se confronter à une nouvelle difficulté : le choix non guidé des outils mathématiques à utiliser. Le niveau de difficulté est hétérogène et inconnu a priori comme c'est le cas en DS. Il est crucial de se battre sur ces exercices - certains peuvent prendre environ une heure - mais aussi de ne pas se laisser abattre si l'on ne parvient pas à les résoudre : si tout était facile dès le début, l'année de Première (Spécialité Mathématiques) ne servirait à rien.

Enfin, la perfection n'est pas de ce monde. Les énoncés des évaluations et examens que vous passerez **peuvent contenir des erreurs**. Il peut s'agir de fautes de frappe, de fautes de français, d'erreurs de report de termes, d'erreurs de raisonnement, etc...
Cela arrive tous les ans, à pratiquement tous les examens. Les cours, les TD, les DM et les corrigés n'échappent pas à ce danger, malgré toute l'attention que je leur porte. Il faut donc :
— lire les énoncés et les corrigés avec un regard critique, sachant qu'ils sont a priori faillibles.
— ne pas rester bloqué·e trop longtemps sur quelque chose que l'on ne comprend pas. Si ce qui est écrit ne semble pas logique, c'est peut-être parce que c'est faux. Ainsi, il est crucial de travailler en groupe, pour échanger ses impressions sur des points de correction et d'éventuelles erreurs. A ce titre, les groupes sur Internet et autres sont autant d'outils à utiliser pour vous poser des questions les un·e·s aux autres...

3 Savoir mener un calcul

3.1 Règles de priorité entre les opérations

Les opérations sont listées ci-dessous dans l'ordre décroissant de priorité (de la plus prioritaire à la moins prioritaire) :

1. fonction usuelle pour laquelle on omet les parenthèses ;
2. exposant ;
3. multiplication et division ;
4. addition et soustraction.

Dès qu'on veut un autre résultat que celui donné par les règles de priorité, les parenthèses sont obligatoires. Les parenthèses inutiles doivent être évitées (sauf si on tient à attirer l'attention sur un groupe pour le mettre en évidence). Tout parenthésage incorrect est une erreur de calcul.

Exemples 1.

1. L'écriture $\cos x + 1$ se comprend comme $1 + \cos x$; si on veut prendre le logarithme de $x + 1$, il faut écrire $\ln(x + 1)$.

2. Si on écrit $2n!$, il s'agit de $2(n!)$; pour prendre la factorielle de $2n$, il faut écrire $(2n)!$.

3. $2x^2$ signifie $2(x^2)$; si on veut le carré de $2x$, il faut écrire $(2x)^2$.

4. L'écriture $2x + 5(3x + 4)$ signifie $2x + 15x + 20$; pour faire le produit de $2x + 5$ par $3x + 4$, il faut écrire $(2x + 5)(3x + 4)$.

5. L'écriture $1/x + 3$ signifie $\dfrac{1}{x} + 3$ et non pas $\dfrac{1}{x+3}$ ·

Méthode : Finissons par un règle de priorité souvent méconnue : a^{b^c} signifie $a^{(b^c)}$ et non $(a^b)^c = a^{bc}$. Par exemple, pour tout x réel, x^{2^3} signifie x^8 et non pas $(x^2)^3$, qui vaut x^6.

Pour les opérations du même niveau de priorité, on effectue les opérations de la gauche vers la droite.

Exemples 2.

1. L'écriture $1/2x$ signifie $x/2$ et non pas $\dfrac{1}{2x}$. En règle générale, en maths, on évite d'écrire la division avec / car c'est moins facile à lire. On préfère l'écrire avec une fraction. La division avec / s'utilise parfois dans les exposants lorsqu'elle rend la lecture plus facile : on peut préférer écrire $x^{1/3}$ plutôt que $x^{\frac{1}{3}}$ (mais ça n'a rien d'obligatoire).

2. L'écriture $x{-}y + z$ signifie $(x{-}y) + z$ et non pas $x{-}(y + z)$.

3.2 Les fractions

• La barre de fraction est un délimiteur qui marque une priorité. Par exemple, dans $\dfrac{x^2}{2}$, seul le x est mis au carré.

• La barre de fraction doit être alignée sur la ligne de calcul (avec le signe =, les signes d'opération, etc). La position de la barre sert elle aussi à marquer une priorité. Par exemple, l'écriture $x = \dfrac{\frac{a}{b}}{c}$ signifie $x = \dfrac{a}{bc}$ tandis que $x = \dfrac{a}{\frac{b}{c}}$ signifie $x = \dfrac{ac}{b}$.

• Dans un résultat final, il FAUT **simplifier** les fractions au maximum. Lorsque la fraction est numérique, on utilise la décomposition en facteurs premiers du numérateur et du dénominateur afin de détecter les facteurs communs qu'il convient d'éliminer. Par exemple :

$$\frac{52}{39} = \frac{4 \times 13}{3 \times 13} = \frac{4}{3}\ .$$

Laisser une fraction non simplifiée est une **erreur** (sauf cas très particulier ; par exemple quand on veut comparer des fractions, il est préférable de les avoir toutes écrites avec le même dénominateur).

• Lorsque la fraction n'est pas numérique (présence d'une inconnue x par exemple), il faut simplifier au maximum en faisant bien attention de ne pas introduire d'hypothèse supplémentaire. Par exemple,

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$$

Attention toutefois que l'expression de gauche n'est pas définie en $x = 1$ tandis que celle de droite l'est.

3.3 Les racines carrées

La notation $\sqrt{x}$ n'est définie que lorsque x est un réel positif. Lorsque $x > 0$, le nombre x possède deux racines carrées, c'est-à-dire deux nombres dont le carré vaut x. Il est très important de bien comprendre et retenir la définition ci-dessous :

Définition 1. Le nombre $\sqrt{x}$ n'est défini que si $x \geqslant 0$. Dans ce cas, $\sqrt{x}$ est le réel t défini par :

$$t = \sqrt{x} \iff \left[t^2 = x \text{ et } t \geqslant 0\right]$$

Remarques 1.

• L'affirmation suivante est fausse :

$$t = \sqrt{x} \iff t^2 = x$$

En effet, en prenant $x = 9$ et $t = -3$, on voit que $t^2 = x$ bien que t ne soit pas égal à $\sqrt{x}$.

• Pour tout réel x, il vient $x^2 \geqslant 0$ donc l'écriture $\sqrt{x^2}$ est correctement définie. De plus, on retiendra la formule suivante :

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

• Par contre, on a $(\sqrt{x})^2 = x$ mais l'écriture $(\sqrt{x})^2$ n'a de sens que si x est positif.

Lorsque des racines sont présentes au dénominateur, la convention veut qu'on les ramène au numérateur. Par exemple, on écrira $\frac{\sqrt{2}}{2}$ plutôt que $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Cependant cette convention n'est pas stricte et, dans certains cas, on peut considérer que $\frac{1}{\sqrt{2}}$ est plus simple que $\frac{\sqrt{2}}{2}$, en particulier lorsqu'une inconnue se trouve dans la racine (dans ce cas, on préfère l'écriture qui fait apparaître la lettre le moins de fois possible). Par exemple, on écrira $\frac{1}{\sqrt{x}}$ et non pas $\frac{\sqrt{x}}{x}$.

Il peut être un peu plus délicat de ramener les racines au numérateur lorsqu'il y en a plusieurs. Par exemple, que faire de $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$? La technique adaptée consiste à multiplier haut et bas par la forme irrationnelle conjuguée $\sqrt{5} - \sqrt{7}$. Cela donne :

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{5-7} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$$

3.4 Quelques règles de présentation

Certains étudiants pensent que les questions de présentation sont des questions secondaires et sans grande importance. C'est une erreur de débutant consistant à perdre de vue qu'une copie est un outil de communication. Il faut donc systématiquement se poser les questions suivantes :

• Ce que j'écris est-il clair ?
• Y a-t-il une seule façon de comprendre ce qui est écrit ?
• Est-ce facile à lire ? agréable à lire ?

Bien présenter sa copie nécessite d'avoir clairement compris ce qu'on souhaite exposer, d'avoir fait la part des choses entre ce qui est important et ce qui est secondaire puis d'être capable d'expliquer la réponse à un lecteur en mettant en valeur l'essentiel. Ce n'est pas une activité si simple que cela et il est donc légitime qu'elle soit, elle aussi, prise en compte dans la note.

Quelques règles à suivre :
• Les copies seront propres. On évitera les ratures trop nombreuses et on barrera proprement plutôt que d'utiliser une trop grande quantité d'effaceur. Les lettres seront correctement formées (on ne doit pas confondre les lettres entre elles). Les exposants et les indices sont écrits suffisamment gros pour être lisibles. Rendre la lecture de sa copie désagréable revient à se tirer une balle dans le pied car la notation est humaine et a fortiori un peu subjective.
• On met en évidence le résultat des calculs / les arguments importants (autre couleur, encadrement, centrage, etc).
• On peut écrire des successions d'égalités en alignant les signes = les uns en dessous des autres sans répéter le terme de gauche de l'égalité. En cas de changement de page au milieu d'un calcul, il faut réécrire les deux côtés de l'égalité. Par exemple,
Pour simplifier $P(x) = x(x-3)-(x-2)(x-1)$ pour un certain x réel fixé, on écrit :

$$\begin{aligned} P(x) &= x(x-3)-(x-2)(x-1) \\ &= (x^2-3x)-(x^2-3x+2) \\ &= -2 \end{aligned}$$

et donc :

$$\boxed{P(x) = -2}$$

Le résultat dans le cadre doit pouvoir être lu de façon directe. On n'écrit pas un seul des deux côtés d'une égalité dans le cadre. Par exemple, on évitera :

$$\begin{aligned} P(x) &= \dots \\ &= \boxed{-2} \end{aligned}$$

• Il faut annoncer (à l'aide d'une phrase en français) ce qu'on fait avant de se lancer dans un calcul. De même, les calculs trop longs doivent être entrecoupés de passages en français (toutes les 3 ou 4 lignes). Par exemple :
Pour tout réel x, factorisons l'expression suivante :

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 6$$

En développant successivement les deux produits, il vient :

$$\begin{aligned} P(x) &= [x^2-3x+2](x-3) + 6 \\ &= x^3-3x^2+2x-3x^2+9x-6+6 \\ &= x^3-6x^2+11x \end{aligned}$$

Finalement, en factorisant, on trouve :

$$\boxed{P(x) = x(x^2-6x+11)}$$

Le discriminant du trinôme $x^2-6x+11$ vaut $\Delta = 36-44 = -8$. Puisqu'il est strictement négatif, ce trinôme ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

• Dans la plupart des cas, le symbole de multiplication $\times$ est sous-entendu. En particulier, on le sous-entend entre deux lettres ou entre un chiffre et une lettre (dans ce cas, on met en général le chiffre avant la lettre) [on écrit xy et $2x$ à la place de $x \times y$ et $2\times$]. Cela est particulièrement vrai lorsque l'une des lettres est un x, facilement confondu avec $\times$. On sous-entend également le symbole de multiplication avant ou après une parenthèse [on écrit $2(a+b)$ et non pas $2 \times (a+b)$]. On peut utiliser le point centré à la place de la croix pour désigner la multiplication. Par exemple, on peut écrire $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

4 Exercices d'entraînement

4.1 Simplification de fractions

Dans les calculs ci-dessous, effectuer les opérations avec les fractions les plus simples possibles et exprimer les résultats sous forme de fraction avec un dénominateur entier lorsque cela est possible.

Par exemple, $\frac{1}{48} - \frac{1}{80}$ ne se fera pas avec la calculatrice ni sous la forme $\frac{80-48}{48 \times 80}$. Puisque 48 et 80 ont un multiple commun bien plus petit que leur produit :

$$\frac{1}{2^4 \times 3} - \frac{1}{2^4 \times 5} = \frac{5-3}{2^4 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 3 \times 5} = \frac{1}{120}$$

Exercice 1 *Simplifier* $A = \frac{1}{120} + \frac{1}{45} + \frac{3}{20} + \frac{1}{36}$.

Exercice 2 *Lors des calculs de probabilités conditionnelles, on peut être amené à calculer une expression de la forme*

$$P_B(A_1) = \frac{P_{A_1}(B)\,P(A_1)}{P_{A_1}(B)\,P(A_1) + \cdots + P_{A_n}(B)\,P(A_n)}$$

1. *Simplifier :* $p = \dfrac{\frac{4}{10} \times \frac{1}{50}}{\frac{4}{10} \times \frac{1}{50} + \frac{2}{3} \times \frac{15}{50} + \frac{1}{3} \times \frac{34}{50}}$

2. *Simplifier :* $q = \dfrac{\frac{2}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{100}}{\frac{2}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{10}}$

Exercice 3 *Simplifier les expressions ci-dessous sachant que a, x, y, z désignent des réels et que a est strictement positif.*

1. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^5 \left(\frac{6}{5}\right)^{4+y}}{\left(\frac{9}{10}\right)^7 \left(\frac{2}{15}\right)^{2y-3}}$

2. $\dfrac{6^{x-2}3^{2x+2}}{12^{2x-1}}$

3. $\dfrac{30^{3-x}}{6^{2-x}5^{x+1}}$

4. $(-3)^{-2} \cdot 2^4$

5. $(-xy^2) \cdot (-yz^2) \cdot (-zx^2)$

6. $\left(-\frac{x}{y}\right)^2 \cdot (-y)^3$

Exercice 4 *Simplifier les fractions suivantes, sachant que a, b, c, d désignent des réels non nuls :*

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} \; ; \; \frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)} \; ; \; \frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{c}$$

Exercice 5 *(Racines et expressions conjuguées).*
Écrire avec un dénominateur entier les expressions suivantes. Par exemple,

$$\frac{1}{1-\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{1+\sqrt{5}}{1-5} = -\frac{1+\sqrt{5}}{4}$$

en utilisant l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ pour tout couple (a, b) de réels.

1. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$

2. $\dfrac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2}$

3. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

4. $\dfrac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} + \dfrac{3\sqrt{5}+1}{2-\sqrt{5}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$

4.2 Polynômes

Exercice 6 *Résoudre les inéquations :*

1. $x^2 - 2x + 1 > 0$

2. $-2x^2 + 5x \leqslant 2$

3. $-3x^2 + 5x - 2 \leqslant 0$

4. $3x^2 \geqslant 2x - 1$

5. $x^2 - 4x - 4 \geqslant 0$

6. $x(2x - 5) \geqslant x - 6$

Exercice 7 *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :*

1. $x(2x - 5) = x + 6$

2. $\dfrac{x-5}{5} = \dfrac{2}{x-2}$

3. $(2x - 3)(2x + 3) - (2x - 1)(x + 2) = 0$

4. $\dfrac{2x-1}{x+1} = \dfrac{3x-1}{x+3}$

5. $\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x}{x-9} = 1$

4.3 Exponentielle

Exercice 8 *Simplifier chacune des expressions suivantes :*

1. $A = \dfrac{e^3 \times e^{-1}}{e^7}$ **2.** $B = \dfrac{(e^{-2})^3 \times e^{-5}}{(e^2)^2}$ **3.** $C = \dfrac{1}{e^{0,3}} \times \dfrac{1}{e}$

Exercice 9 *Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :*

1. $e^{3x+1} = e^x$ **2.** $e^{x(x+1)} = 1$ **3.** $e^x = \dfrac{1}{e^{x+1}}$

4.4 Suites numériques

Exercice 10 *Etudier le sens de variation des suites définies par les expressions :*

1. $u_n = n^2 - n + 2$

2. $u_n = \dfrac{2^n}{3^n}$

3. $u_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$

4. $u_n = -\dfrac{1}{3}n + 3$

e) (u_n) *définie par* $u_0 = 2$ *et pour* $n \geq 1$, $u_{n+1} = u_n - n$

5. $u_n = (n - 5)^2$

6. $u_n = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

7. $u_n = \dfrac{2^{n+2}}{3^n}$

8. $u_n = \dfrac{n^2+1}{2n}$

Exercice 11 *Calculer les sommes :*

1. $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 1024$ **2.** $P = 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 121$ **3.** $Q = 2 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{32}$

4.5 Dérivées

Exercice 12 *Pour chacune des fonctions numériques réelles suivantes, donner son domaine de définition, préciser en quels points elle est dérivable et calculer sa dérivée :*

1. $x \mapsto x^3 - x^2$

2. $x \mapsto \dfrac{x^2-3}{x+1}$

3. $x \mapsto xe^{-x}$

4. $x \mapsto \sqrt{x^2 + 2x - 1}$

5. $x \mapsto \dfrac{(2x+1)^3}{x+1}$

6. $x \mapsto e^x\sqrt{1-x}$

7. $x \mapsto \dfrac{e^x+1}{e^x-1}$

8. $x \mapsto e^{x^2-x} + \dfrac{3}{4}x^4$

9. $x \mapsto e^{\omega x} - x$, *où* ω *est un réel fixé.*

4.6 Trigonométrie

Exercice 13 *Expliquer les formules ci-dessous à l'aide du cercle trigonométrique :*

1. $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin x$

2. $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cos x$

3. $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cos x$

4. $\cos(x + \pi) = -\cos x$

5. $\tan(x + \pi) = \tan x$

6. $\tan(-x) = -\tan x$

7. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

8. $\cos(-x) = \cos x$

Exercice 14 *Soient a et b deux réels. On pose $u = \dfrac{a+b}{2}$ et $v = \dfrac{a-b}{2}$.*
1. *Calculer $u+v$ et $u-v$. En déduire les formules suivantes :*

$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad ; \quad \cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad ; \quad \sin a - \sin b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

2. *Montrer les formules suivantes :*

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$
$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$
$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$$

5 Livres, films et documentaires

Voici une liste de quelques films et documentaires à regarder ainsi que des livres à lire pour votre culture mathématique et personnelle.

• **Livres**
- *Manuel du guerrier de la lumière*, Paulo Coelho, 1997.
- *Lettres de mon moulin*, Alphonse Daudet, 1869.
- *Le Petit Prince*, Antoine de Saint-Exupéry, 1943.
- *17 équations qui ont changé le monde*, Ian Stewart, 2012.
- *1984*, George Orwell, 1949.
- *Le théorème du parapluie*, Mickaël Launay, 2019.

• **Films & Séries**
- *Matrix*, Lana et Lilly Wachowski, 1999.
- *Interstellar*, Christopher Nolan, 2014.
- *Inception*, Christopher Nolan, 2010.
- *V pour Vendetta*, James McTeigue, 2006.
- *Will Hunting*, Gus Van Sant, 1998.
- *Mary*, Marc Webb, 2017.
- *Las Vegas 21*, Robert Luketic, 2008.
- *Imitation Game*, Morten Tyldum, 2014.

• **Documentaires**
- Le grand mystère des Mathématiques - ARTE
- Une espèce à part - ARTE
- Ton argent n'existe pas (sérieusement) - Simon Puech
- Laurent Alexandre : Intelligence artificielle - Thinkerview

6 Le reliquaire des α

`reliquaire`. *nom masculin*. Coffret précieux renfermant des reliques.

• Acheter et avoir toujours sur soi : le *Manuel du guerrier de la lumière*, Paulo Coelho, 1997.
• Acheter et avoir toujours sur soi : la calculatrice NumWorks :
Lien de la cagnotte NumWorks du lycée d'Excellence Edgar Morin : https ://promo.numworks.fr/7236
• Avoir toujours sur soi : l'écusson *Ad astra per aspera* (se rapprocher de l'atelier « Couture » pour le faire broder)