

Devoir Surveillé

Fonction logarithme népérien

Exercice 1 :

Exprimer en fonction de $\ln(2)$ les réels suivants.

$$A = \ln 8$$

$$B = \ln\left(\frac{1}{16}\right)$$

$$C = \left(\frac{1}{4}\right) \ln 64$$

$$D = \left(\frac{1}{2}\right) \ln \sqrt{2}$$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes

$$A = \log(2 - \sqrt{2}) + \log(2 + \sqrt{2})$$

$$B = 2\log 3 + \log 2 - 3\log 5$$

$$C = \log 10^3 - \log \frac{10}{3}$$

Exercice 3 : <https://www.numworks.com/fr/simulateur/>

On considère la fonction g définie sur $]0 ; 10]$ par $g(x) = x - 3 - 2 \ln(x)$.

1. Déterminer la limite en 0 de g . Que peut-on en déduire pour la courbe C_g ?
2. Calculer la dérivée g' de g .
3. Déterminer le signe de g' sur $]0 ; 10]$.
4. En déduire le tableau de variation de g .
5. Donner à 10^{-2} près, à l'aide de la calculatrice, les abscisses des points d'intersection de

la courbe avec l'axe des abscisses

CORRECTION DU DEVOIR MAISON

Exercice 1 :

$$A = \ln 8 \quad A = \ln 2^3 \quad A = 3 \ln 2$$

$$B = \ln\left(\frac{1}{16}\right) \quad B = -\ln 16 \quad (16 = 2^4) \quad B = -\ln 2^4 \quad B = -4 \ln 2$$

$$C = (64 = 2^6) \quad C = \left(\frac{1}{4}\right) \ln 2^6 \quad C = \frac{6}{4} \ln 2 \quad C = \frac{3}{2} \ln 2$$

$$D = \ln \sqrt{2} = \frac{1}{2} \ln 2 \quad D = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \ln 2 \quad D = \left(\frac{1}{4}\right) \ln 2$$

Exercice 3:

On considère la fonction g définie sur $]0; 10]$ par $g(x) = x - 3 - 2 \ln(x)$.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} (x - 3) = -3 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} (-2 \ln x) = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty.$$

La courbe C_g admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$

$$2) g \text{ est dérivable sur }]0; 10] \text{ et } g'(x) = 1 - \frac{2}{x}.$$

$$3) g'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x - 2}{x} \text{ donc } g'(x) \text{ est du signe de } x - 2 \text{ sur }]0; 10].$$

x	0	2	10
$g'(x)$		-	0 +

4) tableau de variation de g .

x	0	2	10
$g(x)$	$+\infty$	$-3 - 2 \ln(2)$	$7 - 2 \ln(10)$

$-3 - 2 \ln(2) \sim -2.39$ et $7 - 2 \ln(10) \sim 2.39$

5) on obtient $x \sim 0.25$ et $x \sim 6.85$ pour les abscisses des points d'intersection avec l'axe des abscisses

