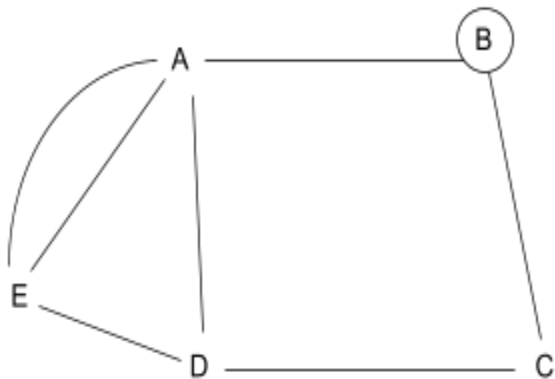


Corvée - Théorie des Graphes

Exercice 1:



1. **Donner la description complète du graphe G ci-dessus.** (Ordre ? Degrés ? Est-il simple ? Pourquoi ?)

2. **Compléter le tableau suivant :**

Sommet	
Degré	

3. **Déterminer un sous-graphe connexe d'ordre 4 en reprenant les questions 1. et 2.**

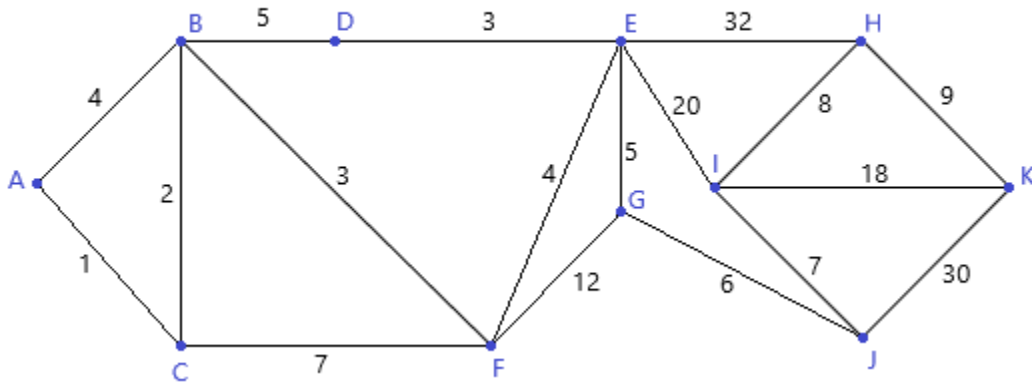
4. **Déterminer un graphe eulérien d'ordre 3.**

5. a) **En reprenant votre sous-graphe H d'ordre 4 de la question 3., donner sa matrice d'adjacence.**

b) **Calculer la matrice M^3 d'adjacence au sous-graphe H. Décrire ces résultats.**

Exercice 2 :

1. **Ahmed veut rendre visite à ses cousins, et ayant déterminé un budget limité, il cherche à faire des économies. A commencer par le nombre de Km qu'il a à parcourir.**



Chercher le chemin le plus court (plus petite somme) de A à K dans le graphe ci-dessus. On détaillera les calculs.

2. **Ahmed dispose d'un budget de 800\$ pour son séjour. En sachant que le prix de l'essence est de 0.68\$ au Km et qu'il passe par un péage lui coûtant $\frac{1}{3}$ du prix total de l'essence, quelle est la somme qu'Ahmed devra déboursier pour un aller-retour ? Quel en est le pourcentage de son budget ?**

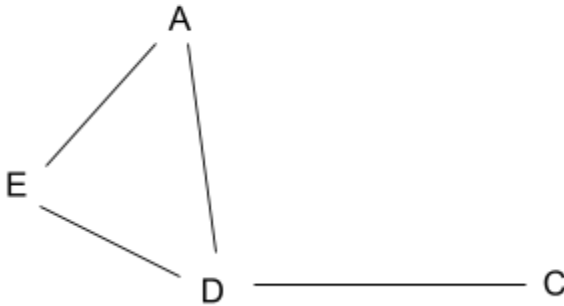
Correction de : Corvée Théorie des Graphes

Exercice 1 :

1. Ce graphe (G) est d'ordre 5. Il n'est ni complet, ni simple car tous ces sommets ne sont pas reliés entre eux et il comporte une boucle ainsi que 2 arêtes distinctes qui relient 2 sommets. Par effectif cumulé croissant, on observe qu'il totalise 16 degrés.

2.

Sommets	A	B	C	D	E
Degrés	4	4	2	3	3



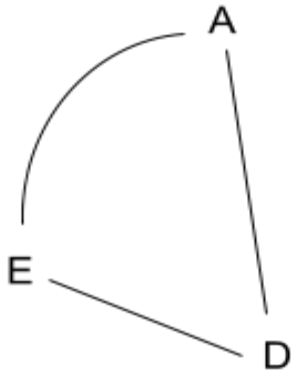
3.

- a) Ce sous-graphe (H) issu de (G) est d'ordre 4. Il n'est pas complet, car tous ces sommets ne sont pas reliés entre eux, cependant il est simple car ses sommets adjacents ne le sont que grâce à des arêtes non-orientées. Par effectif cumulé croissant, on observe qu'il totalise 8 degrés.

(D'autres sous-graphes existent bien sûr, celui-ci à été choisi au hasard)

b)

Sommets	A	C	D	E
Degrés	2	1	3	2



4. Le sous-graphe AED est eulérien et est noté (E) .
5. a) La matrice d'adjacence d'un graphe est déduite par le nombre de liaisons entre ses différents sommets. De cette manière on a

$$M_4: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = M(H)^2$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} = M(H)^3$$

Les résultats de la matrice $M(H)_4^3$ correspond au nombre de chemin possible entre 2 sommets (ligne-colonne) en passant par 3 arêtes (valeur de l'exposant) (resp. 2).

Exercice 2 :

1.

Corrigé ▼

On applique l'algorithme de Dijkstra, et on obtient le tableau suivant :

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
	4	1(A)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
	3(C)		9	∞	8	∞	∞	∞	∞	∞
			8	12	6(B)	20	∞	∞	∞	∞
			8(B)	10		17	44	32	27	∞
				10(F)		15	40	30	23	53
						15(E)	38	30	21	53
							38	28	21(G)	47
							36	28(J)		47
							36(I)			45
										45(H)

La longueur de *A* à *K* est donc égale à 45, et le plus court chemin est *ACBFEGJIHK*.

2. Le prix au Km de l'essence est de 0.68\$ et Ahmed parcourt 45 Km pour un trajet. Or, son parcours total est de 2 fois ce trajet.

On a d'une part :

$$2 \times 45 = 90 \text{ Km}$$

D'autre part :

$$90 \times 0.68 = 61.2$$

En comptabilisant le coût du péage :

$$61.2 + ((61.2 \times \frac{1}{3}) \times 2) = 102$$

Le coût total du trajet d'Ahmed est de 102\$.

7

Ce qui, en pourcentage, représente :

$$800 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right) = 102$$

$$\Leftrightarrow 800 - 8t = 102$$

$$\Leftrightarrow -8t = 102 - 800$$

$$\Leftrightarrow 8t = 698$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{698}{8} = 87.25$$

Pour $t = 87.25$, le pourcentage (p) du budget d'Ahmed est d'environ 13% :

$$\Leftrightarrow p = \left(1 - \frac{87.25}{100}\right) \times 100 = 12.75$$