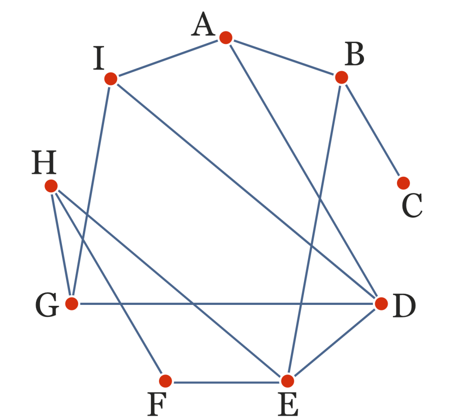
Corrigé du devoir sur table

Exercice 1 :

Les différentes salles d'un château ont été nommées A, B, C, D, E, F, G, H et I afin de permettre aux visiteurs de se repérer sur le plan.



1. Le graphe ci-dessus donne les parcours possibles d'un visiteur dans ce château.
Déterminer la matrice d'adjacence M de ce graphe (les sommets seront classés dans l'ordre alphabétique).

On trouve : $M^{1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. On donne $\begin{pmatrix} 20 & 3 & 6 & 11 & 20 & 5 & 18 & 5 & 12 \\ 3 & 16 & 0 & 19 & 3 & 8 & 4 & 12 & 11 \\ 6 & 0 & 3 & 1 & 7 & 1 & 4 & 1 & 2 \\ 11 & 19 & 1 & 31 & 9 & 11 & 12 & 19 & 20 \\ 20 & 3 & 7 & 9 & 28 & 9 & 20 & 9 & 12 \\ 5 & 8 & 1 & 11 & 9 & 9 & 8 & 9 & 6 \\ 18 & 4 & 4 & 12 & 20 & 8 & 20 & 6 & 12 \\ 5 & 12 & 1 & 19 & 9 & 9 & 6 & 17 & 12 \\ 12 & 11 & 2 & 20 & 12 & 6 & 12 & 12 & 18 \end{pmatrix}$ $M^{4} =$

a. Combien y-a-t-il de chaînes qui, en quatre étapes, partent de E et reviennent à E ?

Il y a 28chaînes en quatres étapes qui partent de E et reviennent à E.

b. Combien y-a-t-il de chaînes qui, en quatre étapes, partent de C et arrivent à I ? Les citer.

Il y a 2chaînes en quatres étapes qui partent de C et arrivent à I :

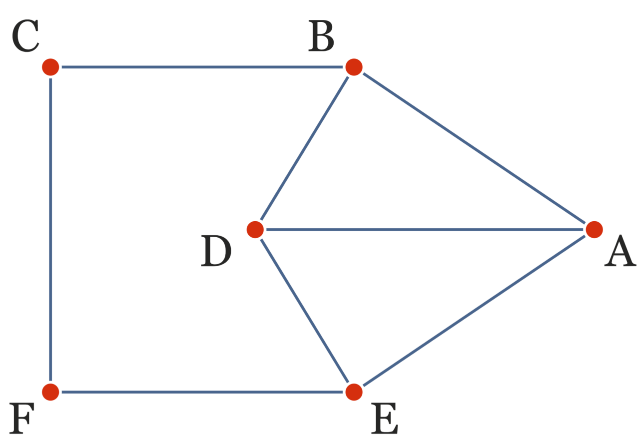
- C - B - A - D - I
- C - B - E - D - I

c. Est-il toujours possible de joindre en quatre étapes deux salles quelconques ? Justifier.

Il n'est pas toujours possible de joindre deux salles quelconques en quatres étapes, en effet, on trouve dans M^4deux 0 signifiant qu'il est impossible de lier B à C ou C à B en quatres étapes

Exercice 2 :

On considère le graphe ci-dessous.
Déterminer le nombre de chaînes de longueur 4 reliant A à D.



On détermine la matrice d'adjacence M^1du graphe :

On trouve : $M^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Ensuite, à l'aide d’un calculateur, on trouve :

$$M^{4} = \begin{pmatrix} 17 & 11 & 8 & 16 & 11 & 8 \\ 11 & 16 & 4 & 11 & 14 & 7 \\ 8 & 4 & 7 & 8 & 7 & 2 \\ 16 & 11 & 8 & 17 & 11 & 8 \\ 11 & 14 & 7 & 11 & 16 & 4 \\ 8 & 7 & 2 & 18 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Enfin, on lit le caractere $M_{1,4} = 16$