Probabilités discrètes

Terminale Spécialité Mathématiques - Terminale Option Mathématiques complémentaires

Mohamed NASSIRI

Rappel sur les probabilités et variables aléatoires

$P(\varnothing)=0$; $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$; $P(\Omega)=1$; $P(\overline{A})=1-P(A)$; $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

Espérance : $E(X)=\sum\limits_{i=1}^{n} x_i P(X=x_i)$; Variance : $V(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2 P(X=x_i)$; Écart-type : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

Loi de Bernoulli

Expérience qui n'a que deux issues possibles : « succès » de probabilité p et « échec » de probabilité $1-p$

Notation : $\mathcal{B}(p)$

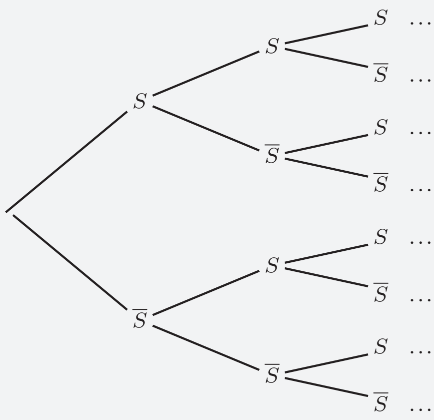
$P(X=1)=p$ et $P(X=0)=1-p$

$E(X)=p$

$V(X)=p(1-p)$

$\sigma(X)=\sqrt{p(1-p)}$

Arbre pondéré de la loi binomiale



Loi binomiale

Répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. X est égale au nombre de succès.

Notation : $\mathcal{B}(n;p)$; $q=1-p$

$P(X=k)=\binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$

$E(X)=np$

$V(X)=npq$

$\sigma(X)=\sqrt{npq}$

Probabilités conditionnelles

Probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé : $P_A(B)=\dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ avec $P(A) \neq 0$

Cas d'équiprobabilité sur Ω : $P_A(B)=\dfrac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$

Probabilités composées : $P(A \cap B)=P(A) \times P_A(B)=P(B) \times P_B(A)$

Probabilités totales avec $\{A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_n\}$ formant une partition de Ω :

$P(B)=P(A_1 \cap B)+P(A_2 \cap B)+\cdots+P(A_n \cap B)$

$P(B)=P(A_1)P_{A_1}(B)+P(A_2)P_{A_2}(B)+\cdots+P(A_n)P_{A_n}(B)$

Indépendance de deux événements

A et B indépendants

$\Longleftrightarrow$ $P(A \cap B)=P(A) \times P(B)$

$\Longleftrightarrow$ $P_A(B)=P(B)$

$\Longleftrightarrow$ $P_B(A)=P(A)$

A et B indépendants

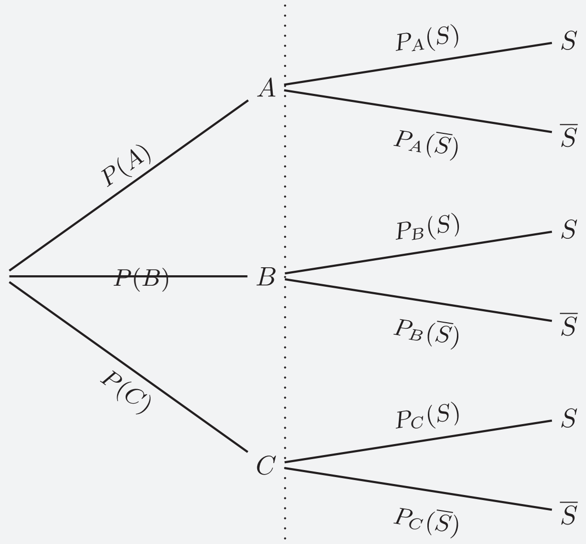
$\Longleftrightarrow$ $\overline{A}$ et B indépendants

$\Longleftrightarrow$ A et $\overline{B}$ indépendants

$\Longleftrightarrow$ $\overline{A}$ et $\overline{B}$ indépendants

Arbre de probabilité

probabilités simples | *probabilités conditionnelles* | *probabilités composées* | *probabilités totales*



$P(A \cap S)=P(A) \times P_A(S)$

$P(A \cap \overline{S})=P(A) \times P_A(\overline{S})$

$P(B \cap S)=P(B) \times P_B(S)$

$P(B \cap \overline{S})=P(B) \times P_B(\overline{S})$

$P(C \cap S)=P(C) \times P_C(S)$

$P(C \cap \overline{S})=P(C) \times P_C(\overline{S})$

$P(S)=$
$P(A \cap S)+P(B \cap S)+P(C \cap S)$

$P(\overline{S})=$
$P(A \cap \overline{S})+P(B \cap \overline{S})+P(C \cap \overline{S})$