

Devoir Maison

Épreuves de Bernoulli et applications

PRÉSENTATION

Un QCM est composé de 5 questions, pour chacune d'elles seule une réponse sur 4 proposée est juste.

Un candidat répond à ce QCM, en cochant au hasard et de façon indépendante, chacune des 5 questions.

Soit X la variable aléatoire associant aux réponse du candidat la note obtenu (sur/5):

Question

- 1) Quelle loi suit la variable aléatoire X , préciser les paramètres? /4
- 2) Quelle est la probabilité qu'un candidat obtienne la note maximale? /4
- 3) Quelle est la probabilité qu'il est obtenu au moins $\frac{1}{5}$? /4
- 4) Si l'élève remplit un très grand nombre de QCM au hasard, quelle note peut t'il espérer? /4
- 5) Quelle est la variante de cette variable aléatoire? /4

CORRECTION DU DEVOIR MAISON :

Correction du DM de maths n°2

- ① La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $X \sim B(5; \frac{1}{4})$
 $5 =$ nombre de répétition (n)
 $\frac{1}{4} =$ probabilité d'avoir succès (p)

② Rappel: $B(n; p)$
 $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (0 \leq k \leq n)$

La note maximale $X = 5$
 $P(X = 5) = \binom{5}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^0$
 $= \frac{1}{1024}$

La probabilité qu'il est la note max est $\frac{1}{1024}$

③ $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$
 $= 1 - P(X = 0)$
 $= 1 - \binom{5}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^5$
 $= 1 - \frac{243}{1024}$
 $= \frac{781}{1024} \approx 0,8$

La probabilité qu'il est obtenu au moins 1 sur 5 est 0,8

- ④ Rappel: utilise le schéma de Bernoulli
Expérience: $X \sim B(n; p) = X \sim B(5; \frac{1}{4})$
Rappel $E[X] = n \times p = \frac{5}{4} = 1,25$
Il peut espérer avoir

⑤ Rappel Variance = $\text{Var}(X) = n \times p \times (1-p)$
 $= \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$
La variance de cette variable aléatoire est $\frac{15}{16}$