

Exercice III.

1. Programmer en Python un algorithme qui prend en ~~compte~~ argument deux entiers naturels et qui calcule leur PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide.

2. Tester cet algorithme pour les couples suivants :

- (49; 9)
- (9; 49)
- (60; 12)

Donne-t-il le même résultat quand le couple $(a; b)$ donné vérifie $a < b$ ou $a > b$?

Exercice IV.

Un son complexe est composé d'une harmonique A de fréquence 440 Hz, d'une harmonique B de fréquence 520 Hz et d'une harmonique C de fréquence 780 Hz. On admet que la fréquence de ce son est égale au PGCD des fréquences harmoniques. Quelle est la fréquence de ce son?

Devoir surveillé de Mathématiques Expertes

PGCD et applications

Exercice I.

On considère l'équation diophantienne
 $4x - 27y = 1$.

1. Justifier que cette équation admet des couples d'entiers solutions et en déterminer un.

2. Soit (x_0, y_0) une solution particulière. On définit les suites arithmétiques (x_n) de premier terme x_0 et de raison 27 et (y_n) de premier terme y_0 et de raison 4.

Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, le couple (x_n, y_n) est solution.

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer, en utilisant la question 2, dix couples solutions d'équation.

Exercice II.

Soit un entier n tel que le reste de la division euclidienne de n par 18 et de n par 50 soit égal à 2.

1. Montrer que les quotients respectifs h et m de ces divisions euclidiennes vérifient $18h = 50m$.

2. Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 15.