

DS No 1

Exercice 1:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{pour } x \leq 3 \\ x-4 & \text{pour } 3 < x < 5 \\ -2x+13 & \text{pour } x \geq 5 \end{cases}$$

f est-elle continue sur $\mathbb{R}$

Les fonctions polynômes $x \mapsto x+2$, $x \mapsto x-4$ et $x \mapsto -2x+13$ sont continues sur $\mathbb{R}$ car la fonction f est donc continue sur $\mathbb{R} \setminus]3, 5[$, sur $]3, 5[$ et sur $]5, +\infty[$.
La fonction f est continue en $x=3$ mais pas en $x=5$.
 $\rightarrow f$ est ainsi continue sur $]-\infty, 3]$ et sur $]5, +\infty[$.

Exercice 2

Q: Pour tout réel $x \neq -1$, déterminons $f'(x)$
1°) f est une fonction rationnelle donc f est dérivable sur son domaine de définition $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$u(x) = x^2 + 1$$

$$v(x) = x^3 + 1$$

$$u'(x) = 2x$$

$$v'(x) = 3x^2$$

$$f' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \text{ donc } f'(x) = \frac{2x(x^3+1) - (x^2+1) \cdot 3x^2}{(x^3+1)^2}$$

$$= \frac{2x^4 + 2x - 3x^4 - 3x^2}{(x^3+1)^2} = \frac{-x^4 - 3x^2 + 2x}{(x^3+1)^2}$$

$$= \frac{x(-x^3 - 3x + 2)}{(x^3+1)^2}$$

on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
par $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+1}$