



---

## ~~Sept~~ Six façons de gagner un million de dollars

---

M. Mohamed NASSIRI

### Résumé

Michel Audiard disait « *Quand on parle pognon, à partir d'un certain chiffre, tout le monde écoute.* ». Le Clay Mathematics Institute de Cambridge (CMI), dans le Massachusetts, rend hommage à cette réplique en un sens. Afin de célébrer les mathématiques dans le nouveau millénaire, le CMI a créé sept « *problèmes du millénaire* ». Ces problèmes sont parmi les plus difficiles auxquels les mathématiciens font face depuis plusieurs décennies...

# 1 Existence et écart de masse de Yang-Mills

« Des simulations expérimentales et informatiques suggèrent l'existence d'un «écart de masse» dans la solution des versions quantiques des équations de Yang-Mills. Mais aucune preuve de cette propriété n'est connue. »

 [Description officielle du problème](#)

Voici les équations de Yang-Mills<sup>1</sup> :

$$d_A \star F_A = 0$$

 Visionner l'explication de [Kinertia - Yang-Mills and Mass Gap](#).

# 2 Hypothèse de Riemann

« Le théorème des nombres premiers détermine la distribution moyenne des nombres premiers. L'hypothèse de Riemann nous renseigne sur l'écart par rapport à la moyenne. Formulé dans l'article de Riemann de 1859, il affirme que tous les zéros «non évidents» de la fonction zêta sont des nombres complexes avec une partie réelle  $\frac{1}{2}$ . »

 [Description officielle du problème](#)

Voici l'expression de la fonction  $\zeta$  de Riemann

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

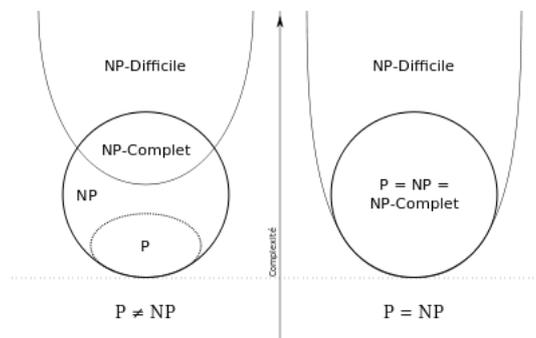
 Visionner l'explication de [David Louapre - L'Hypothèse de Riemann](#).

# 3 Problème P vs NP

« S'il est facile de vérifier qu'une solution à un problème est correcte, est-il également facile de résoudre le problème ? C'est l'essence de la question P vs NP. Le problème du chemin hamiltonien est typique des problèmes du NP : étant donné N villes à visiter, comment peut-on faire cela sans visiter une ville deux fois ? Si vous me donnez une solution, je peux facilement vérifier qu'elle est correcte. Mais je ne peux pas trouver une solution aussi facilement. »

 [Description officielle du problème](#)

Voici une illustration du problème  $P = NP$ ...



 Visionner l'explication de [David Louapre - Nos algorithmes pourraient-ils être BEAUCOUP plus rapides ? \(P=NP ?\)](#).

1. Voir cet [article](#) pour plus de détails

## 4 Équation de Navier – Stokes

« C'est l'équation qui régit l'écoulement des fluides tels que l'eau et l'air. Cependant, il n'y a aucune preuve des questions les plus élémentaires que l'on puisse se poser : des solutions existent-elles et sont-elles uniques ? Pourquoi demander une preuve ? Parce qu'une preuve donne non seulement une certitude, mais aussi une compréhension. »



[Description officielle du problème](#)

Voici l'équation générale de Navier-Stokes, dans sa forme condensée :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{f}$$

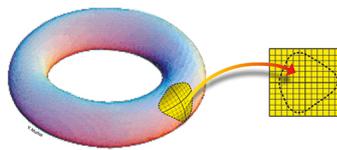
## 5 Conjecture de Hodge

« La réponse à cette conjecture détermine dans quelle mesure la topologie de l'ensemble de solutions d'un système d'équations algébriques peut être définie en termes d'équations algébriques supplémentaires. La conjecture de Hodge est connue dans certains cas particuliers, par exemple, lorsque l'ensemble de solutions a une dimension inférieure à quatre. Mais dans la dimension quatre, il est inconnu. »



[Description officielle du problème](#)

Voici une illustration (simpliste) de ce problème.



(Gauche) Deux espaces qui peuvent être obtenus l'un de l'autre avec une déformation réversible et sans points de rupture séparés sont considérés comme égaux. Sur la photo, on observe la déformation d'un beignet en tasse à thé. Topologiquement, ce sont le même espace. / Núria Server (à droite) Chaque région d'une surface peut être dessinée sur une carte bidimensionnelle avec une grille. Dans l'image, une surface et sa carte. / V. Muñoz



Visionner l'explication d'[Aleph 0 - The Hodge Conjecture](#).

## 6 Conjecture de Poincaré

« En 1904, le mathématicien français Henri Poincaré a demandé si la sphère tridimensionnelle est caractérisée comme l'unique variété trois simplement connectée. Cette question, la conjecture de Poincaré, était un cas particulier de la conjecture de géométrisation de Thurston. La preuve de Perelman nous dit que chaque trois manifold est construit à partir d'un ensemble de pièces standard, chacune avec l'une des huit géométries bien comprises. »

C'est le seul problème résolu à ce jour ! Il a été résolu par le mathématicien russe Grigori Iakovlevitch Perelman. Ce génie vit en ermite, a décliné l'offre des un million de dollars ainsi que la Médaille Fields (l'équivalent du Prix Nobel en mathématiques). Ouais, il est comme ça Perelman !



[Description officielle du problème](#)



[La solution de Perelman](#)



Visionner l'explication de [Lê Nguyễn Hoàng - La conjecture de Poincaré](#).

## 7 Conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer

« Soutenue par de nombreuses preuves expérimentales, cette conjecture relie le nombre de points sur une courbe elliptique mod  $p$  au rang du groupe de points rationnels. Les courbes elliptiques, définies par des équations cubiques à deux variables, sont des objets mathématiques fondamentaux qui surviennent dans de nombreux domaines : la preuve de Wiles de la conjecture de Fermat, la factorisation des nombres en nombres premiers et la cryptographie, pour n'en nommer que trois. »



[Description officielle du problème](#)



Visionner l'explication de [Tobias Schmidt - Le plus ancien problème mathématique non résolu](#) dans le cadre de « *Les 5 min Lebesgue* ».

## 8 Conclusion

Vous l'aurez en définitive compris : il s'agit de la façon la plus difficile de gagner un million de dollars ! Mais sait-on jamais...

---

### Références

[CMI20] : Site du Clay Mathematics Institute <http://www.claymath.org/>