CORVÉE N°1

RAPPEL : Toute trace ~~d'essaie~~ de recherche même non ~~fluctuante~~ fructueuse ou incomplète sera prise en compte dans l'appréciation finale.

Exercice 1 :

~~Question 1 :~~

On pose les équations ~~z x zbarre = 2z - 1~~

~~et zbarre - 1 = z x zbarre - i~~

$$\bar{z}z = 2z - 1 \quad \text{et} \quad \bar{z} - 1 = zz - i$$

⚠**Remarque :** *Je ne sais pas si je dois résoudre ces équations… Ce n'est pas écrit...*

On pose $(3 + i)^5$ et $(2 - i)^3$

1. ~~Calculer ses binômes de Newton~~ Développer ces deux expressions et les écrire sous leur forme algébrique.

Réponse : *On développe en utilisant la formule du binôme de Newton du cours.*

$$(3+i)^5 = \sum_{k=0}^{5} \binom{5}{k} 3^{5-k} i^k$$

$$= \binom{5}{0} 3^5 i^0 + \binom{5}{1} 3^4 i^1 + \binom{5}{2} 3^3 i^2 + \binom{5}{3} 3^2 i^3 + \binom{5}{4} 3^1 i^4 + \binom{5}{5} 3^0 i^5$$

$$= 1 \times 243 + 5 \times 81 i - 10 \times 27 - 10 \times 9 i + 5 \times 3 + i$$

$$= -12 + 316 i$$

$$(2-i)^3 = (2+(-i))^3 = \sum_{k=0}^{3} \binom{3}{k} 2^{3-k} (-i)^k$$

$$= \binom{3}{0} 2^3 (-i)^0 + \binom{3}{1} 2^2 (-i)^1 + \binom{3}{2} 2^1 (-i)^2 + \binom{3}{3} 2^0 (-i)^3$$

$$= 1 \times 8 - 3 \times 4 i - 3 \times 2 + i$$

$$= 2 - 11 i$$

2. Donner une forme générale à cette équation.

⚠**Remarque :** *De quelle équation parlez-vous exactement ?*

3. On notera u et v les nombres complexes avec ~~n ∈ N~~ $n \in \mathbb{N}$.

⚠**Remarque :** *Il n'y a pas de question ici, je ne comprends pas ce que je dois faire...*

Exercice 2 :

~~Question 2 :~~

Frédéric achète et vend des patates mensuellement. Au cours du dernier mois, Frédéric étant un faux mathématicien, a eu un éclair de génie et est parvenu à exprimer une fonction décrivant exactement le nombre de patates $N(x)$ achetées ~~le même~~ pour chaque mois x. Il dit en avoir acheté pour ~~$7x^3 + 2x^2 - 4x + 1$~~.

$$N(x) = 7x^3 + 2x^2 - 4x + 1$$

Frédéric, ce n'est pas une lumière, et il ne parvient pas à résoudre cette équation. Étant de bon cœur, vous proposez votre aide à Frédéric l'agriculteur.

Cherchez à épater Frédo en lui montrant ~~après achats et ventes de ses patates, et au cours du mois~~ (et sans qu'il ne s'en rende compte) combien de fois son stock de patates fut vide et à quel(s) moment(s).

Réponse : Il s'agit d'un polynôme de degré 3 et dans le cours il y a une technique de résolution seulement pour les polynômes de degré 2.
Je cherche donc une solution évidente pour ensuite factoriser et faire apparaître un polynôme de degré 2.

x_0=-1 est une solution évidente. Donc, d'après une proposition du cours, il existe trois réels a, b et c tels que

$$N(x) = (x - 1)(\ ax^2 + bx + c)$$

En développant puis en réduisant la précédente expression, on a

$$N(x) = ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x + c$$

En identifiant les coefficients, on obtient $a = 1$, $b = 3$ et $c =- 1$ et donc on a

$$N(x) = (x - 1)(\ x^2 + 3x - 1)$$

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.1.(- 1) = 9 + 4 = 13 > 0$. Il y a donc deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{(-b-\sqrt{\Delta})}{2a} = \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \simeq - 3,30$$
$$x_2 = \frac{(-b+\sqrt{\Delta})}{2a} = \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \simeq 0,30$$

Dans le contexte de l'exercice, le stock de patates a été vide deux fois (car une des solutions est négative) à 0,3 mois et 1 mois.