

Corvée n°5

Limites de fonctions - Terminale Spécialité Mathématiques

A rendre le : 14/12/2020

Encouragements

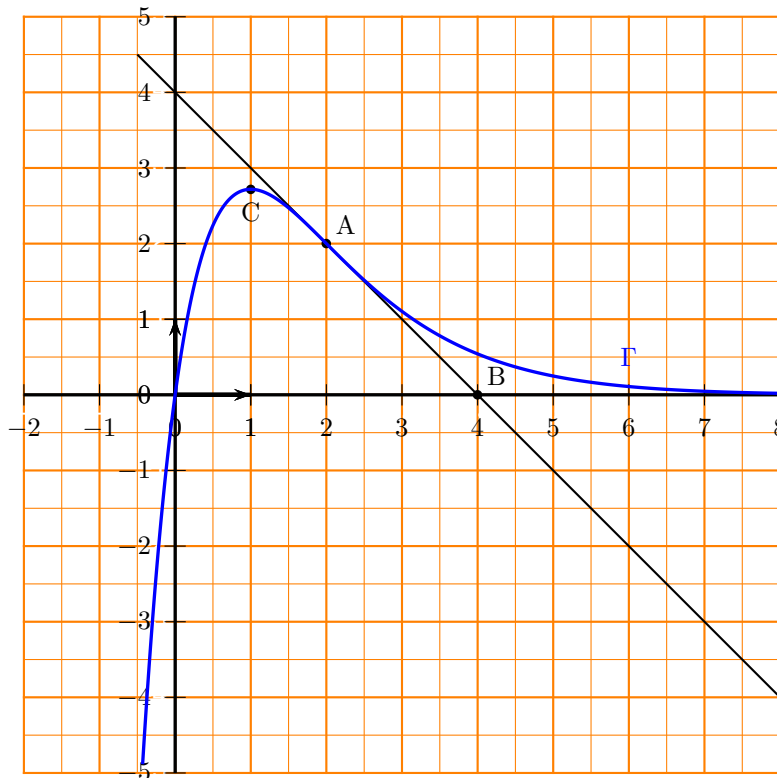
Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« Gardez vos amis près de vous, mais gardez vos ennemis encore plus près. »

Michael Corleone, *Le Parrain*, 2ème partie, 1974. .

Exercice 1

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur \mathbb{R} . La courbe Γ passe par les points $O(0 ; 0)$ et $A(2 ; 2)$. La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ . La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.
2. On suppose que la fonction g est de la forme : $g(x) = (x+a)e^{bx+c}$ où a , b et c sont des nombres réels.
 - a. Démontrer que $a = 0$ et que $c = -2b$.
 - b. Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x .
 - c. Calculer alors les valeurs de b et de c .
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe Γ au point A .
4. Calculer les limites de la fonction g en $-\infty$ et en $+\infty$.

Exercice 2

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération.

Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1^{er} janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine.

Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.

On admet que la situation peut être modélisée par une suite (u_n) dont le terme général u_n donne, pour tout entier naturel n , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année 2019 + n . On a ainsi $u_0 = 300$.

Partie A.

1.a. Déterminer u_1 .

b. Justifier, pour tout entier naturel n , que $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme v_0 .

b. Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n .

c. En déduire, pour tout entier naturel n , que $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.

3. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.



Partie B.

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

1. Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.

2.a. Dans l'algorithme ci-dessous N est un nombre entier et U un nombre réel.

Recopier et compléter l'algorithme afin que la variable N contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

```
N=2019
U=300
while U >= 255:
    N=N+1
    U=0,95*U+12
print(N)
```

b. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

