

Corvée n°1

Divisibilité - Terminale Mathématiques expertes

A rendre le : 14/10/2020

Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« *Quiconque sauve une vie, sauve le monde entier.* »

Itzak Stern, *La liste de Schindler* (1993).

Exercice 1

Démontrer la proposition suivante :

Un entier est divisible par 9, si et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exercice 2

Le chiffrement de Vigenère introduit le principe de clé se présentant généralement sous la forme d'un mot (ou d'une phrase) que l'on répète. Plus la clé est longue et variée, mieux le texte sera chiffré.

On considère la méthode de chiffrement suivante.

A chaque lettre de l'alphabet, on fait correspondre sa position dans l'alphabet, c'est-à-dire un entier entre 0 et 25 (*A* correspond à 0, *B* à 1, etc.).

A chaque lettre à coder, on associe l'entier x correspondant. A chaque lettre de la clé, on associe l'entier y correspondant.

On détermine l'entier z , où z est le reste de la division euclidienne de $x + y$ par 26.

La lettre chiffrée sera obtenue avec le nombre z .

Exemple : Codage du mot VIGENERE en utilisant la clé DEUX. On obtient le mot YMABQILB.

Mot à coder	V	I	G	E	N	E	R	E
x	21	8	6	4	13	4	17	4
Clé	D	E	U	X	D	E	U	X
y	3	4	20	23	3	4	20	23
z	24	12	0	1	16	8	11	1
Mot codé	Y	M	A	B	Q	I	L	B

1. On considère le chiffrement de Vigenère utilisant la clé MATH. Vérifier que le mot *DIVISIBILITE* est codé par PIOPEIUPXIML.

2. On veut déchiffrer le mot ECBLZTBMUQNL, la clé étant toujours MATH.

a. Montrer que déchiffrer la lettre *E* revient à résoudre l'équation $x \equiv 18 \pmod{26}$. En déduire la lettre déchiffrée.

b. Déchiffrer le reste du mot.

Exercice 3

Soit n et p deux entiers naturels distincts tels que $n \geq 2$ et $p \geq 2$.

On appelle diviseur strict de n tout diviseur positif de n différent de n .

On dit que les nombres n et p sont *amicaux* lorsque chacun des deux nombres est égal à la somme des diviseurs positifs stricts de l'autre.

Compléter la fonction en Python ci-dessous qui retourne la somme des diviseurs stricts d'un nombre entier $n \geq 2$.

```
def somme_diviseurs_strict(n):  
    S=■  
    for i in range(1, ■):  
        if int(n/i)==■:  
            S=S+■  
    return S
```

