

Polynômes de second degré - Première

Mohamed NASSIRI

1 Equations du second degré

Définition 1

- On appelle **trinôme du second degré** toute expression de la forme

$$ax^2 + bx + c$$

où a , b et c sont trois nombres réels quelconques, et $a \neq 0$.

- On appelle **discriminant** du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$, noté Δ , le nombre :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Exemple

Trinômes	$a =$	$b =$	$c =$	$\Delta =$
$P(x) = 3x^2 + 2x - 5$	$a = 3$	$b = 2$	$c = -5$	$\Delta = 64$
$Q(x) = x^2 + 2x + 1$	$a = 1$	$b = 2$	$c = 1$	$\Delta = 0$
$R(x) = x^2 - \sqrt{2}x - 5$	$a = 1$	$b = \sqrt{2}$	$c = -5$	$\Delta = 22$

Proposition 2

- Si $\Delta > 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$) admet deux solutions distinctes, aussi appelées **racines** :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$) admet une unique solution, ou racine, double :

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution réelle.

Méthode

- Bien identifier les coefficients a , b et c , puis calculer Δ
- Déterminer le nombre et les valeurs des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ en fonction du signe de Δ

Exercice. Calculer

Déterminer les solutions des équations :

a) $x^2 - 2x + 1 = 0$

b) $x^2 - 1 = 0$

c) $x^2 + 1 = 0$

d) $4x^2 + 8x - 5 = 0$

e) $3x^2 + x + 6 = 0$

f) $\frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = 0$


g) $2x^2 - x - 4 = x^2 + 8$

h) $x(x - 1) = -2(3x + 7)$

i) $2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

 Visionner la notion

- Discriminant, solution - Second degré - Maths 1ère - Les Bons Profs
- Résoudre une équation du second degré (1) - Première - m@ths et tiques
- Résoudre une équation du second degré (2) - Première - m@ths et tiques
- Résoudre une équation du second degré (3) - Première - m@ths et tiques

 Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :



Exercice n°22→28 page 87. Calculer.



Exercice n°53 page 90. Calculer.



Exercice n°40→43 page 88. Calculer.



Exercice n°55 page 90. Chercher.



Exercice n°44→46 page 88-89. Calculer.



Exercice n°57 page 90. Calculer.



Exercice n°47 page 89. Calculer.



Exercice n°58 page 90. Calculer ♣.

2 Fonction du second degré

Définition 3 Une fonction du second degré est une fonction dont l'expression peut s'écrire sous la forme d'un trinôme du second degré :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

 Remarque


On rappelle que la courbe représentative d'une fonction du second degré est une parabole dont le sommet est situé en $x = -\frac{b}{2a}$

$$a > 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-\frac{b}{2a})$	$+\infty$

$$a < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-\frac{b}{2a})$	$-\infty$

 Exercice - Calculer

Tracer l'allure des courbes des fonctions f , g et h et donner leur tableau de signes :

$$f(x) = x^2 + x - 2, \quad g(x) = 2x^2 - 4x + 2 \quad \text{et} \quad h(x) = x^2 + 1.$$

 Attention !

Dans ce cours, les formes canoniques et factorisées des fonctions polynômes ne sont pas présentes, mais il est primordial de les connaître. Les liens proposés ci-dessous vous permettront de vous remettre à jour sur ces notions.



Visionner la notion

- [Second degré : Forme canonique, développée ou factorisée - Première - m@ths et tiques](#)
- [Fonctions du second degré - Mathématiques Seconde - Les Bons Profs](#)

3 Signe d'un trinôme du second degré

Proposition 4 Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$). Alors :

- Si $\Delta > 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 et

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	signe de a		0	signe de $-a$	

- Si $\Delta = 0$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 et

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	signe de a		0

- Si $\Delta < 0$, le trinôme $f(x)$ n'a pas de racine et

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	signe de a	



Exemple

Résoudre l'inéquation $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

- On résout l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 + 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4$$

Puisque $\Delta > 0$, il y a deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

- Tableau de variations :

On rappelle que $a = 1$ et donc que $a > 0$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x^2 - 4x + 3$	+		0	-	

Conclusion : L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ est $\mathcal{S} = [1; 3]$.

 *Méthode*

- Bien identifier les coefficients a , b et c , puis calculer Δ
- Déterminer le nombre et les valeurs des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ en fonction du signe de Δ
- Déterminer le signe de $f(x) = ax^2 + bx + c$ en fonction du signe de a



Exercices d'application. Calculer

1. Etudier le signe de :

a) $P(x) = x^2 - 2x + 1$

b) $Q(x) = x^2 - 1$

c) $R(x) = x^2 + 1$

d) $S(x) = 3x^2 - 5x + 2$

e) $T(x) = 2x^2 + x + 3$

f) $U(x) = \frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$

2. Résoudre les inéquations :

a) $x^2 - 2x + 1 > 0$

b) $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

c) $x^2 - 4x - 4 \geq 0$

d) $-2x^2 + 5x \leq 2$

e) $3x^2 \geq 2x - 1$

f) $x(2x - 5) \geq x - 6$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

a) $x(2x - 5) = x + 6$

b) $(2x - 3)(2x + 3) - (2x - 1)(x + 2) = 0$

c) $\frac{x - 5}{5} = \frac{2}{x - 2}$

d) $\frac{2x - 1}{x + 1} = \frac{3x - 1}{x + 3}$

e) $\frac{x}{x + 1} + \frac{x}{x - 9} = 1$



Visionner la notion

- [Signe du trinôme - Second degré - Maths 1ère - Les Bons Profs](#)
- [Etudier le signe d'un trinôme \(1\) - Première - m@ths et tiques](#)
- [Etudier le signe d'un trinôme \(2\) - Première - m@ths et tiques](#)
- [Etudier le signe d'une fonction du second degré - Première Techno - m@ths et tiques](#)



Pour s'entraîner

Exercices sur lelivrescolaire.fr :



Exercice n°66→70 page 91. *Calculer.*



Exercice n°74 page 92. *Modéliser. ♣ SVT.*



Exercice n°71 page 91. *Calculer.*



Exercice n°75 page 92. *Chercher.*



Exercice n°72 page 92. *Calculer.*



Exercice n°76 page 92. *Chercher.*



Exercice n°73 page 92. *Calculer.*



Exercice n°77 page 92. *Modéliser. Physique.*