

Corvée n°2

Combinatoire et dénombrement - Terminale Spécialité Mathématiques

A rendre le : 06/10/2020

Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« Il n'y a pas de petits gestes quand nous sommes 7 milliards à les faire. »

Slogan écologique

Exercice 1

L'espèce humaine possède 23 paires de chromosomes. Chaque cellule reproductrice (aussi appelée gamète) contient un chromosome de chaque paire choisi de façon aléatoire.

Lors de la reproduction, l'ovule de la mère et le spermatozoïde du père fusionnent pour former une cellule appelé zygote qui, par divisions successives, engendrera un embryon. Le zygote contient ainsi 23 paires de chromosomes et chaque paire est constituée d'un chromosome provenant de la mère et d'un chromosome provenant du père.

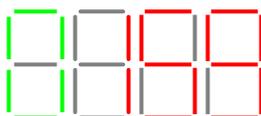


Caryotype d'un être humain de sexe féminin (XX).

1. Combien un être humain peut-il produire de gamètes différents ?
2. Combien de zygotes différents un couple peut-il engendrer ?

Exercice 2

Pour entrer dans son immeuble, Paul-Gustavo doit saisir un code formé d'une lettre suivie de trois chiffres.



Un mot de passe possible

1. Combien y a-t-il de codes possibles ?
2. Paul-Gustavo a oublié son code mais il se rappelle qu'il commence par la lettre *O*. Combien y a-t-il de codes commençant par la lettre *O* ?
3. Il se rappelle aussi que les chiffres sont 1, 5 et 9, mais ne se souvient plus dans quel ordre... Combien d'essais au maximum lui faudra-t-il pour rentrer chez lui ?

Exercice 3

Chaque véhicule circulant en France est identifié par une plaque d'immatriculation.

Depuis 2009, elle est constituée de trois parties : deux lettres, trois chiffres et deux lettres, séparées par des tirets.



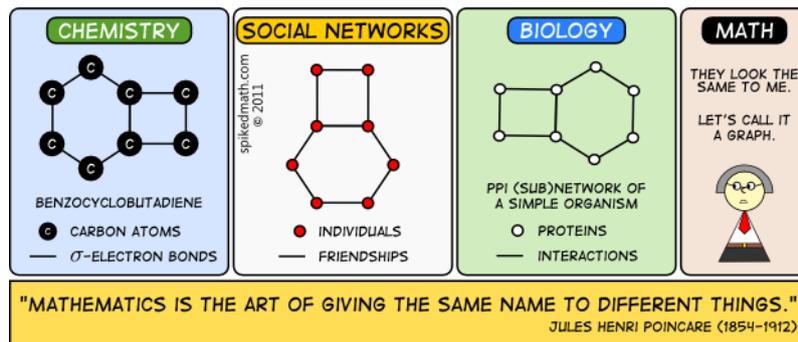
Les lettres I , O et U sont exclues à cause de leur ressemblance avec le 1, le 0 et le V .
 Les couples de lettres SS et WW sont interdits à gauche et le couple de lettre SS est interdit à droite.

1. Calculer le nombre total de plaques d'immatriculations différentes que l'on peut attribuer.
2. Combien d'immatriculations contiennent chacune des lettres M , A , T et H exactement une fois ?
3. Un palindrome est un texte qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche.¹ Par exemple, la plaque AB-212-BA est un palindrome.
 Combien d'immatriculations sont des palindromes ?

Exercice 4

On rappelle que le package `itertools` permet de faire du dénombrement et de la combinatoire.
 Un white hat tente de pirater le mot de passe d'un black hat. La seule information qu'il possède est que le mot de passe, avec 4 champs, contient les lettres J , K , L et M .

1. A l'aide des commandes du package `itertools`, écrire un algorithme qui liste les possibilités pour le mot de passe.
 Combien existe-t-il de possibilités ?
2. Il apprend que les lettres n'apparaissent finalement qu'une seule fois dans le mot de passe.
 Ecrire un algorithme qui liste les possibilités pour le mot de passe.
 Combien existe-t-il de possibilités ?
3. Le white hat a trouvé deux caractères du mot de passe sur les quatre.
 Combien de possibilités lui reste-t-il pour trouver le mot de passe ?



1. Un autre palindrome assez connu, dû à Alain Damasio, est « *Engage le jeu que je le gagne* ».