

Corvée n°1

Suites numériques et récurrence - Terminale Spécialité Mathématiques

A rendre le : 21/09/2020

Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« Tu vois, le monde se divise en deux catégories, ceux qui ont un pistolet chargé et ceux qui creusent. Toi tu creuses. »

Le bon, la brute et le truand, Blondin à Tuco, 1966.

Exercice 1

En 2020, une ville compte 5000 habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que, chaque année :

- 20% des habitants de la ville meurent ou quittent la ville ;
- 1200 personnes naissent ou emménagent dans la ville.

On note u_n le nombre d'habitants (exprimé en milliers) l'année 2020 + n .

1. Expliquer pourquoi $u_0 = 5$.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 1,2$.
3. En utilisant la calculatrice, conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) et démontrer la conjecture par récurrence.
- 4.a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n \leq 6$.
b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2

Un roi distribue des pièces d'or à ses ministres :

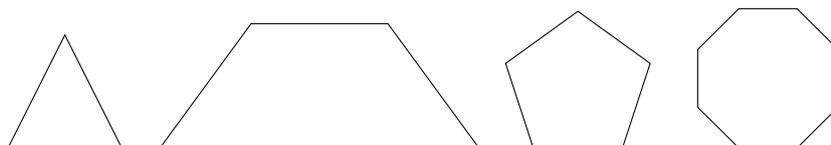
- au premier ministre, il donne cinq pièces ;
- au second ministre, il donne le double du premier moins deux pièces ;
- au troisième ministre, il donne le double du second moins trois pièces ;
- et ainsi de suite ...

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on note a_n le nombre de pièces d'or distribuées au n -ième ministre.

1. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $a_n = 2^n + n + 2$.
3. Combien de pièces d'or recevra le 10^e ministre ?

Exercice 3

Pour tout entier naturel $n \geq 3$, d_n est le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets.



1.a. Pour chaque polygone convexe ci-dessus, déterminer son nombre de diagonales, puis compléter ce tableau :

n	3	5	5	6
d_n	0			

b. Dans un repère, quelle est l'allure du nuage de points représentant la suite (d_n) ?

c. On admet alors qu'il existe deux réels a et b tels que $d_n = an^2 + bn$.

Déterminer a et b .

2.a. Combien de nouvelles diagonales sont créées lors de l'ajout d'un sommet au polygone convexe?

b. En déduite, pour tout entier naturel $n \geq 3$, l'expression de d_{n+1} en fonction de d_n .

c. Retrouver alors le résultat obtenu à la question 1.c. par récurrence.

Exercice 4

On donne la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

On veut afficher la liste des 100 premiers termes à l'aide de Python à l'aide de la commande `append`.

1. On considère l'algorithme suivant

```
>>> poop = ['JUL', 'SCH', 'Gims']
>>> poop.append('PNL')
>>> print(poop)
```

Que renvoie-t-il?

2. Ecrire une fonction Python qui renvoie le terme de rang N de la suite (u_n) .

3.a Recopier et compléter le script suivant

```
def liste_termes(N):
    L=[0]
    for i in range(1,N):
        L.append( )
    return L
```

b. Quelle instruction écrire dans la console pour obtenir la liste des 100 premiers termes de la suite (u_n) ?

