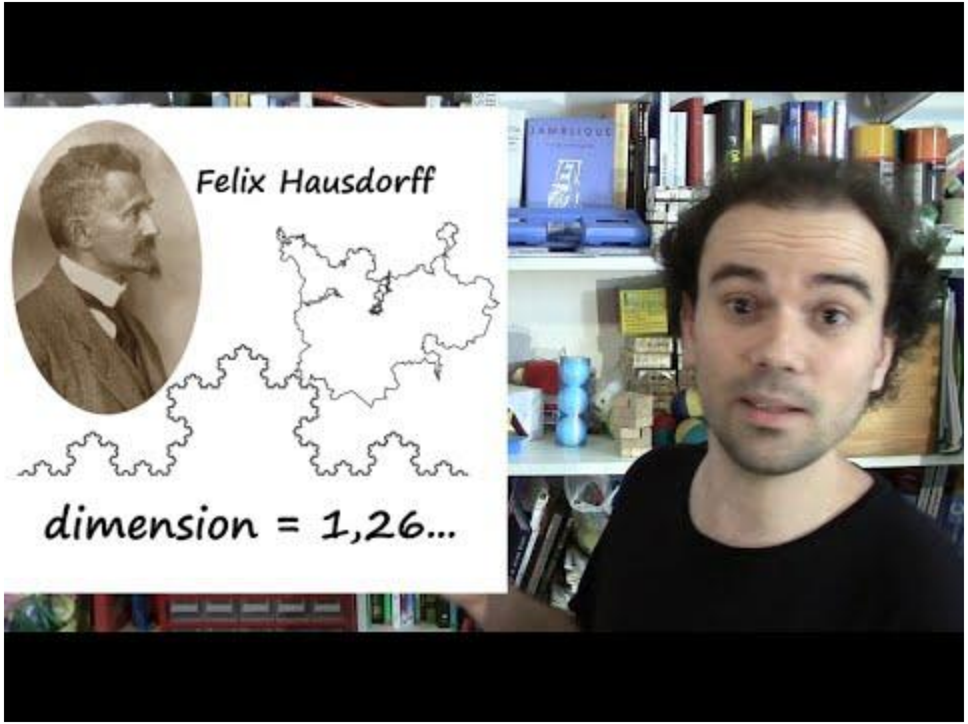
Fractales en biologie

Intervention seconde

Une figure fractale est un objet mathématique, telle une courbe ou une surface, dont la structure est invariante par changement d'échelle.

Une figure fra[illegible] est un objet mathématique, t[illegible]e ou une surface, dont la structur[illegible] [illegible]nvariante par changement d'échelle



https://www.youtube.com/watch?v=iFA3g_4myFw

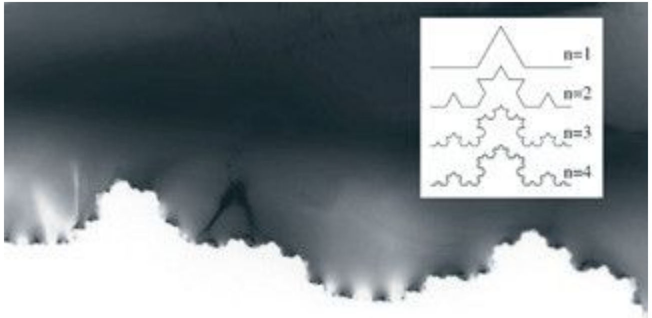
Cas particulier de fractale : les figures **autosimilaires**

Quand on zoome sur la figure, on observe toujours le même motif (théoriquement à l’infini).

En biologie on ne va pas à l’infini mais on retrouve quand même ce genre de motifs.

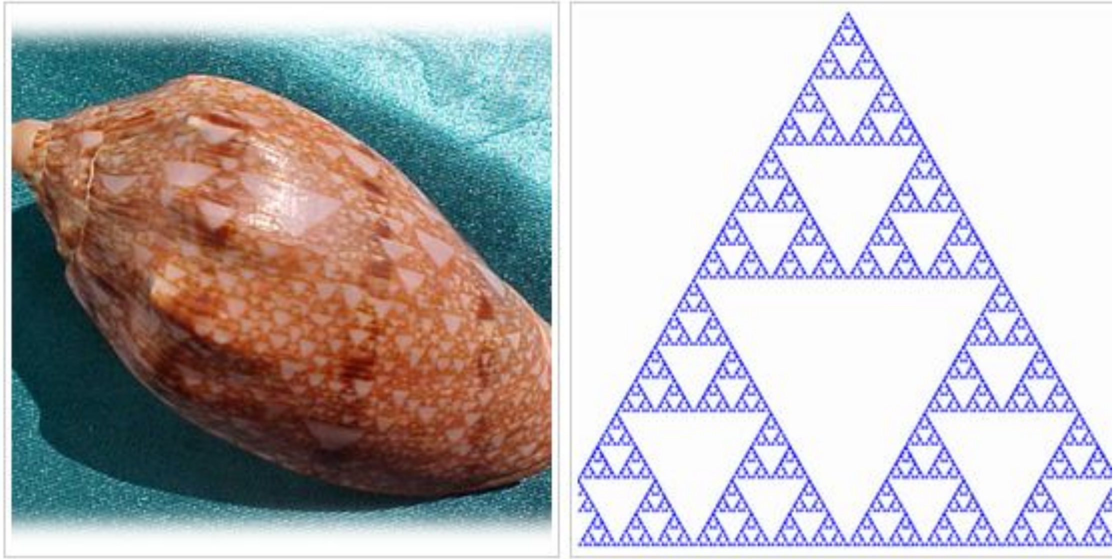
Quelques exemples dans le monde vivant

http://www.regardsurlemonde.fr/blog/dragonnier-de-socotra-arbre-extraordinaire

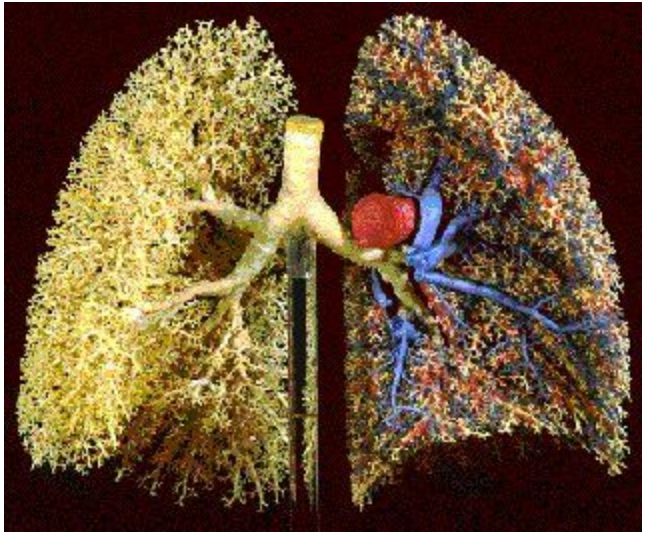


https://leblob.fr/fondamental/camera-dechirure-du-plastique

Coquillage Cymbiola Innexa et triangles de Sierpinski



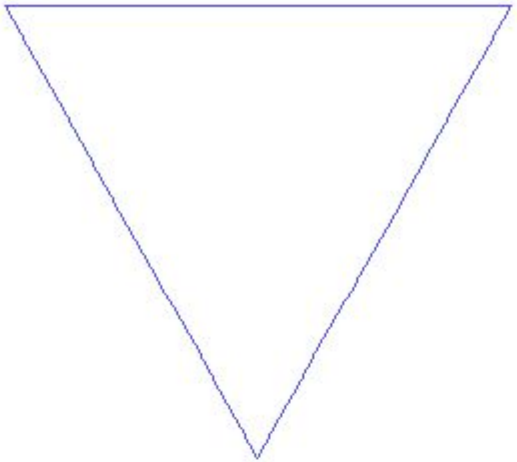
https://complexe.jimdofree.com/les-fractales/où-les-retrouve-t-on/la-nature-fractale-de-l-univers/



Conduit d'air	*Effectif*	*Diamètre*
La Trachée	**1**	**18 mm**
Bronches et Bronchioles	**35 536**	**1 à 3 mm**
Acini	**65 536**	**0,5 mm**

https://geoffreyhistoire.pagesperso-orange.fr/fractales/biologie.html

Comment construire une fractale ?



Construction animée : courbe de von Koch.

À quoi servent ces structures fractales dans le vivant ?

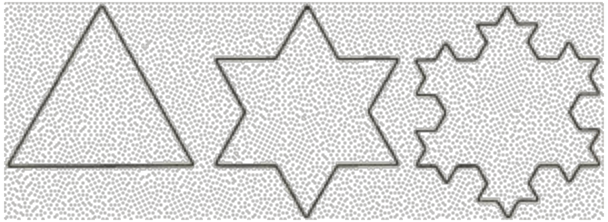
1- Le camouflage

Les individus portant un motif fractal se confondaient mieux avec le décor et donc avaient moins de risque de se faire prédater.

Ils se sont davantage reproduits et ont transmis le gène de ce caractère dans leur espèce.

2- Une meilleure surface d’échange

Démonstration : calcul de l’aire de la courbe de Von Koch



n=1 **n=2** **n=3**

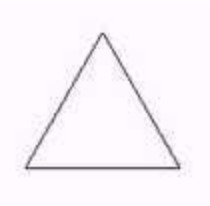
Pour $n=1$, nous avons un simple triangle équilatéral ABC de côté $C=18$ cm.

L'aire d'un triangle est donné par la relation $A = C \times h / 2$

h est la hauteur du triangle comme elle coupe un côté en son milieu en un angle droit la relation donne H est $C^2=H^2+(C/2)^2$

donc $H^2=C^2 3/4$

et donc $H=C\sqrt{(3/4)}$



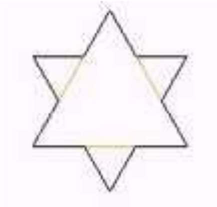
du coup $A=C \times C\sqrt{(3/4)}/2$

$A=(C^2 \times \sqrt{(3/4)})/2$

AN pour $n=1$ $A=18^2*\sqrt{(0.75)}/2=140,3$ cm²

Pour n=2 , la différence entre l’aire de n=1 et n=2 c’est l’ajout de petits triangles équilatéraux dont les côtés seront 3 fois inférieurs à ceux du triangle équilatérale ABC, sur chacun des 3 côtés du triangle ABC.

Comme il y a trois côtés dans le triangle ABC il y aura 3 triangles de plus donc l’aire de ces trois triangles est



$A'=3(C/3)^2*\sqrt{(3/4)}/2$

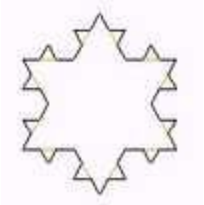
$A'=3(36)*\sqrt{(3/4)}/2$

$A'=46{,}8cm^2$

Donc l’aire totale de la figure délimité par le flocon de Von koch à n=2 est la somme de A et de A’ : ce qui fait $140{,}3+46{,}8=187{,}2cm^2$

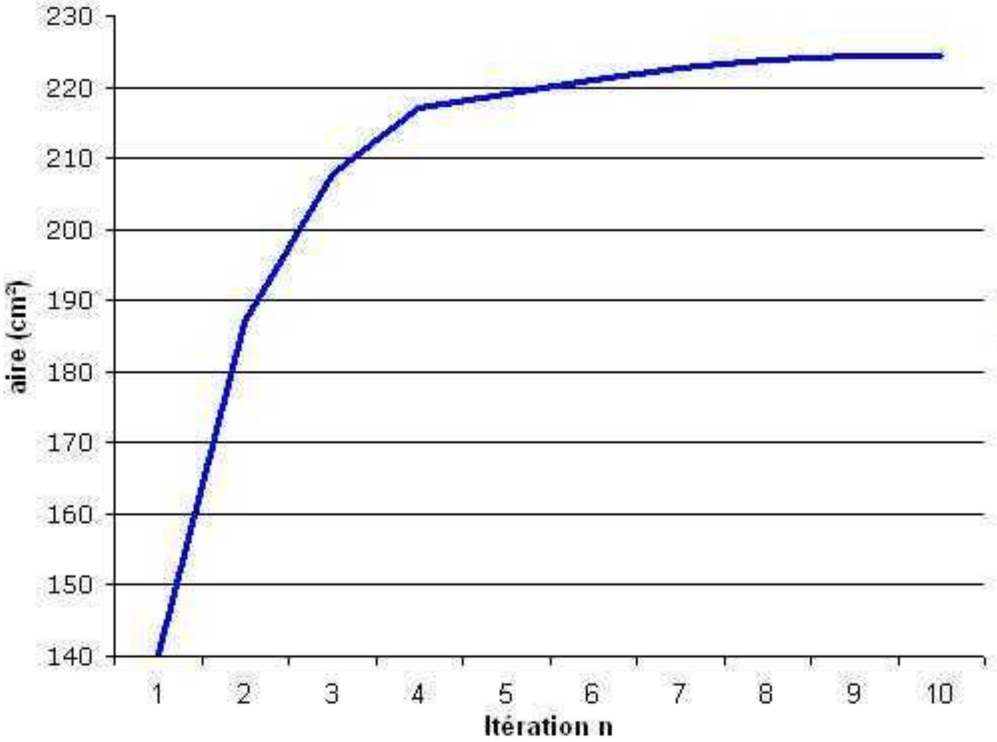
Pour n=3 une fois encore l’aire est égale à la somme de l’air précédente plus l’air des nouveaux triangles qui sont trois fois petit que les triangles précédents, leur dimension sera donc de 2 cm mais qui sont 4 fois plus nombreux. En effet, si on prend un tiers du triangle, on retrouve une courbe AB de Von Koch.

Il y a 4 figures qui forment AB. Comme il y a un triangle sur chaque segment, il y a 4 triangles sur la partie AB et donc 4 x 3 (3 parce que il y a trois courbes dans le flocon) =12 triangles sur le flocon de Von Koch pour n=3.



Donc l’aire des petits triangles est

$A=12 (2^2 \times \sqrt{(0,75)}/2)=20.8$ donc l’aire totale vaut $187,2+20,8=208,0$ cm²



Les poumons ont une structure fractale comprenant pas moins de 16 itérations.