

Schibboleth I

20/12/2019

Calculatrice autorisée • Durée : 2h

Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que **TOUTE** trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. **Pensez-y pour l'algorithmique notamment...**

« Joyeux Hunger Games, et puisse le sort vous être favorable ! »

Effie Trinket, Hunger Games, 2012.

I - Ensemble des nombres, intervalles, manipuler les nombres réels

Exercice 1

 \simeq 10 minutes

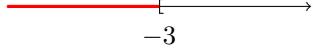
Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier naturel non nul le plus petit possible :

a. $\sqrt{63}$; b. $\sqrt{425}$; c. $\sqrt{75} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108}$.

Exercice 2

 \simeq 15 minutes

1. Compléter le tableau suivant

| Inégalité | Représentation graphique | Intervalle |
|-------------------|---|-------------------------|
| $-10 < x \leq 21$ |  | $x \in] - 10; 21]$ |
| |  | |
| $2 < x < 8$ | | |
| | | $x \in] - 4; +\infty[$ |
| |  | |

2. Déterminer la réunion **OU** l'intersection **demandée**.

Conseil : représenter les intervalles de deux couleurs différentes sur une droite graduée.

a. $[-3; 0[\cap[-1; 4]$, b. $] - \infty; 1] \cup] - 3; 3[$, c. $]1; 4[\cap[4; 9]$, d. $] - 4; -1[\cup]1; 5]$

II - Repérage, coordonnées d'un point, milieu, distance

Exercice 3

 \simeq 15 minutes

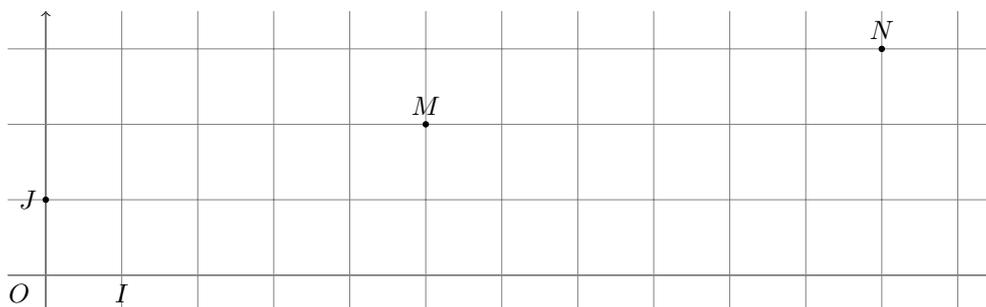
Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points $A(-\frac{1}{2}; -1)$, $B(\frac{1}{2}; 2)$, $C(\frac{3}{2}; -1)$ et $D(\frac{1}{2}; -4)$.

1. Conjecturer la nature du quadrilatère $ABCD$
2. Démontrer cette conjecture.

Exercice 4

 \simeq 15 minutes

Les points suivants J , M et N sont-ils alignés? **JUSTIFIER!**



III - Multiples, diviseurs, nombres premiers

Exercice 5

 \simeq 10 minutes

Démontrer que 113 est un nombre premier.



Test de primalité

Soit n un entier supérieur ou égal à 2.

Si n n'admet pour diviseur aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à \sqrt{n} , alors n est un nombre premier.

Exercice 6 (*Exercice inspiré de Thomas Castanet, ChingAtome*)

 \simeq 10 minutes

On souhaite montrer que $n^2 + n + 2$ est un nombre pair pour tout entier n ($n \in \mathbb{N}$). Pour cela, on décompose le raisonnement en deux étapes :

- a. Montrer que $n^2 + n + 2$ est un nombre pair lorsque n est pair.
- b. Montrer que $n^2 + n + 2$ est un nombre pair lorsque n est impair.

IV - Représentations graphiques, résolution d'équations du type $f(x) = k$ et $f(x) = g(x)$

Exercice 7

 \simeq 10 minutes

Les fonctions suivantes sont-elles paires, impaires ou ni paires, ni impaires. **JUSTIFIER!**

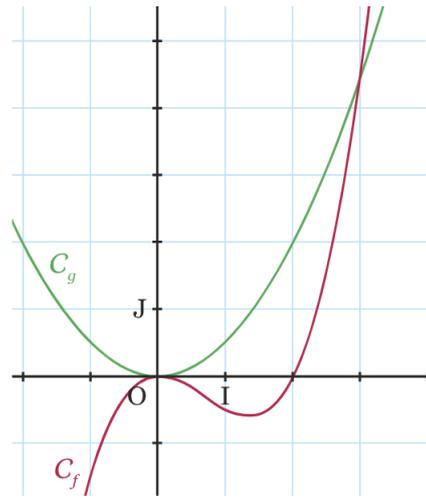
- a. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.
- b. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
- c. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x$.

Exercice 8

 $\simeq 10$ minutes

1. Résoudre graphiquement les équations sur l'intervalle $[-2; 4]$:

- a. $f(x) = 0$
- b. $g(x) = 2$
- c. $g(x) = -1$
- d. $f(x) = g(x)$



2. Dans chacun des cas suivants, conjecturer, à l'aide de la calculatrice, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$, **PUIS** résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$.

- a. $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = \frac{1}{3}x - 7$;
- b. $f(x) = 9x^2 - 1$ et $g(x) = 6x - 1$

Algorithmique en Python

Exercice 9

 $\simeq 15$ minutes

Pour calculer la distance d'arrêt A d'une voiture (en m), on applique la formule :

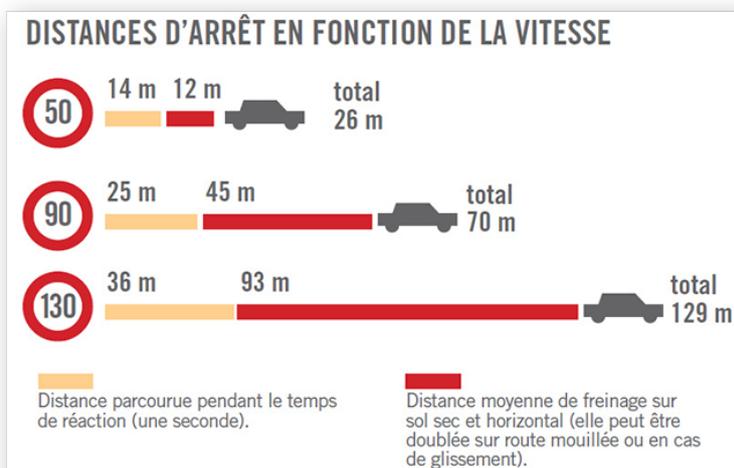
$$A = R + F$$

où

- R est la distance parcourue (en m) pendant le temps de réaction du conducteur,
- F est la distance parcourue (en m) pendant le temps de freinage.

Si V est la vitesse initiale du véhicule (en km/h), on admet que :

$$R = \frac{V}{3} \quad \text{et} \quad F = \frac{V^2}{200}$$



Visuel extrait de la brochure « Comment réduire les risques au volant ? » Associations Prévention Routière & Attitude Prévention – Réalisation L'Agence Verte.

```
ÉDITEUR : VITESSE
LIGNE DU SCRIPT 0005
v=eval(input("Entrer la vitesse
:"))
R=
F=
A=
print("La distance d'arrêt est :
",A)_
Fns... a A # Outils Exéc Script
```

Questions :

1. Expliquer brièvement l'intérêt de la commande `eval`
2. Compléter l'algorithme ci-contre qui permet calculer la distance de freinage d'un véhicule.
3. Tester cet algorithme avec les vitesses 50km/h, 90km/h et 130km/h, et retrouver les valeurs des distances de freinage de la brochure.

Exercice 10

 \simeq 10 minutes

Un bureau de change applique une commission en fonction du montant que l'on souhaite échanger :
- si le montant à échanger est inférieur à 50€, le bureau de change applique une commission de 12€,
- sinon, elle applique une commission de 8€.

Exemple : *Monsieur Eiffel souhaite se rendre à New York et veut échanger 200€. Voici comment se déroule le change :*

$$200\text{€} - 8\text{€} = 192\text{€}$$

Puis, comme $1\text{€} = 1,11\text{\$}$ (dollar américain), alors

$$192\text{€} \times 1,11 = 213,12\text{\$}$$

Donc Monsieur Eiffel repart avec 213,12\$.

Question : Ecrire un programme en Python qui demande à un utilisateur de rentrer le montant à échanger et qui le convertit en dollar américain selon les modalités du bureau de change.

Aide : Vous aurez notamment besoin de la commande `input`.