Calvaire n°4 - Correction

13/12/2019

« *Savez-vous pourquoi on a peur quand on est seul ? Moi je sais pourquoi, je sais.* »

Vincent, Sixième sens, 2000.

Partie 1 - Multiple et diviseurs

Exercice 1 ⭐

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 + x$.
a. Calculer $f(2)$ et $f(-3)$.
Pour calculer $f(2)$, il faut tout simplement remplacer x par 2. On a donc $f(2) = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$.
Idem pour -3. $f(-3) = (-3)^2 + (-3) = 9 - 3 = 6$.

b. Calculer l'image de 4.
Calculer l'image de 4 revient à calculer $f(4)$. Ainsi, on a $f(4) = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$.

2. Soit la fonction g définie par $g(x) = 3x - 7$.
a. Calculer $g(-1)$ et $g(3)$.
$g(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$.
$g(3) = 3 \times 3 - 7 = 9 - 7 = 2$.

b. Calculer l'image de 2.
$g(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$.

c. Calculer le ou les antécédent(s) de 5.
Calculer le ou les antécédent(s) de 5 revient à résoudre l'équation $g(x) = 5$. On a donc :

$$g(x) = 5 \Leftrightarrow 3x - 7 = 5 \Leftrightarrow 3x = 5 + 7 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4$$

Exercice 2 ⭐⭐

On donne le tableau de valeurs suivant :

x	-3	0	2	5	7
$g(x)$	4	-1	0	4	6

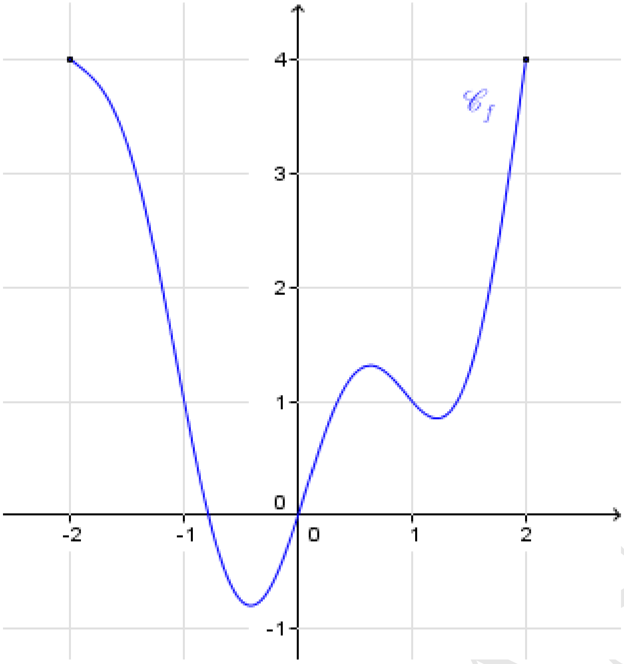
1. Donner $f(-3)$ et $f(2)$.
$f(-3) = 4$ et $f(2) = 0$

2. Donner l'image de 0.
$f(0) = -1$.

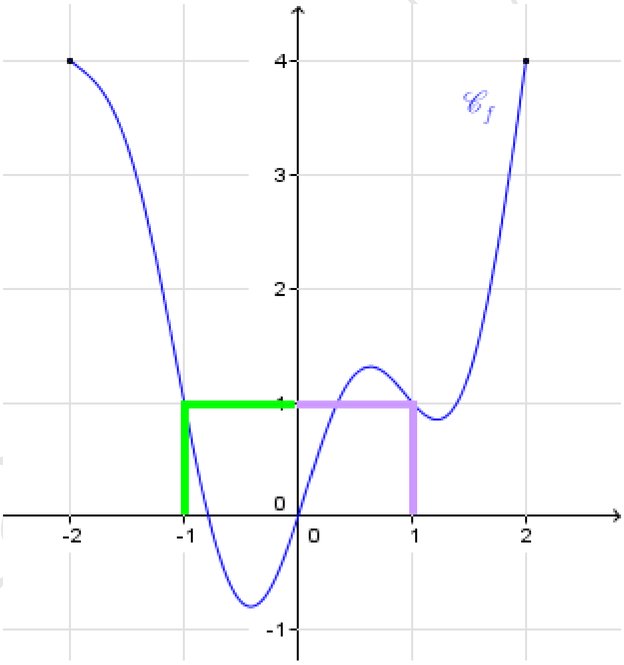
3. Donner le ou les antécédent(s) de 4.
Pour trouver le ou les antécédent(s) de 4, il faut relever les cases sur la deuxième du tableau où apparaît la valeur 4 et donner les valeurs de x correspondantes. Ainsi, les antécédents de 4 sont -3 et 5.

Exercice 3 ⭐⭐⭐

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f.

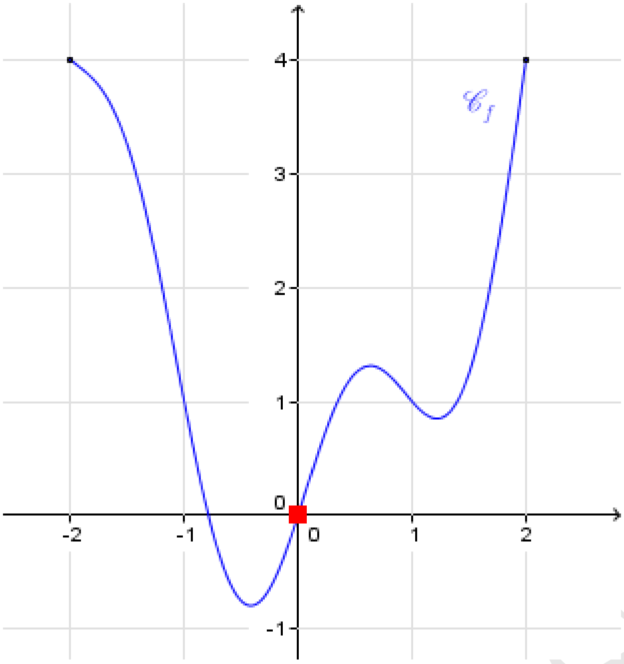


a. Donner $f(-1)$ et $f(1)$.



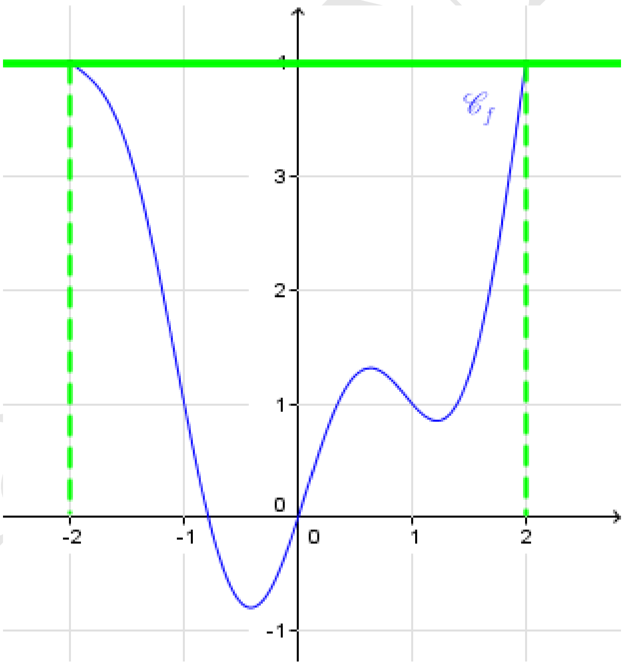
$f(-1) = 1$ et $f(1) = 1$

b. Donner l'image de 0.

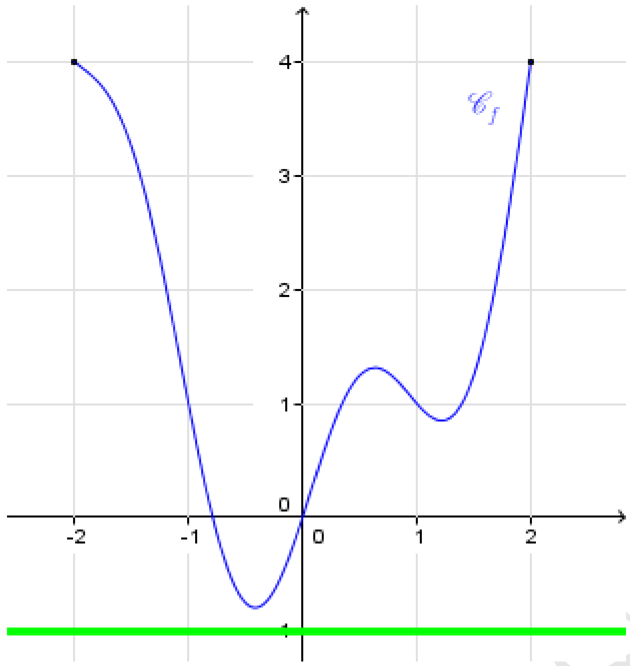


$f(0) = 0$

c. Donner le ou les antécédent(s) de 4.
Pour trouver le ou les antécédent(s) de 4, il faut tracer la droite horizontale passant par l'ordonnée 4 et relever les abscisses des intersections avec la courbe $\mathcal{C}_f$. On a donc $x = -2$ ou $x = 2$



d. Combien 1 a-t-il d'antécédent(s) ?.
Idem que pour la question sauf que l'on ne veut pas les valeurs, seulement leur nombre. On remarque donc que -1 n'a aucun antécédent.



Partie 2 - Parité

Les fonctions suivantes sont-elles paires, impaires ou ni paires, ni impaires. **JUSTIFIER !**

a. La fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.
$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. La fonction f est donc impaire.

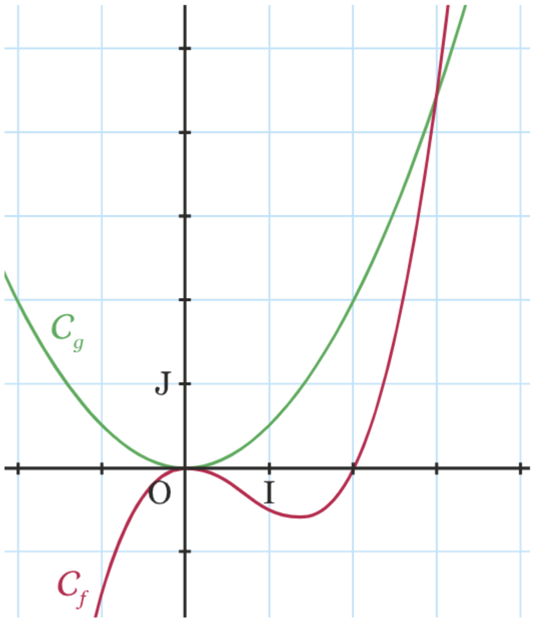
b. La fonction f définie par $f(x) = x^2$.
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$. La fonction f est donc paire.

c. La fonction f définie par $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
$f(-x) = (-x)^2 - 3 \times (-x) + 2 = x^2 + 3x + 2$. La fonction f n'est ni paire, ni impaire.

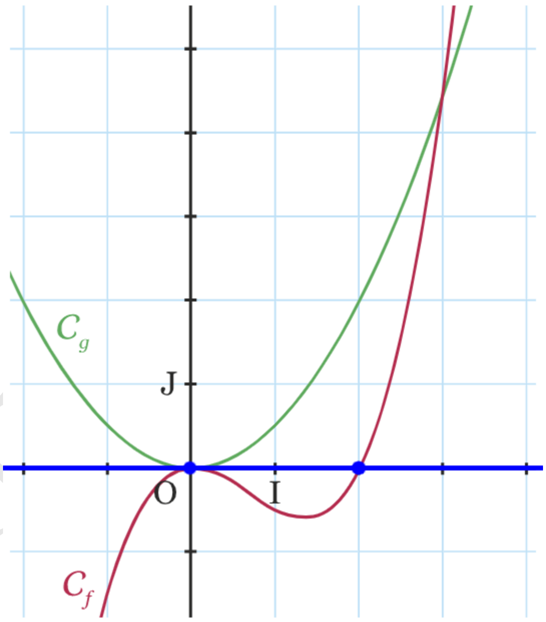
d. La fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x$.
$f(-x) = (-x)^3 - 3 \times (-x) = -x^3 - 3x = -(x^3 + 3x) = -f(x)$. La fonction f est impaire.

e. La fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.
$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = -\frac{x}{x^2+1} = -f(x)$. La fonction f est impaire.

Partie 3 - Résolutions graphiques

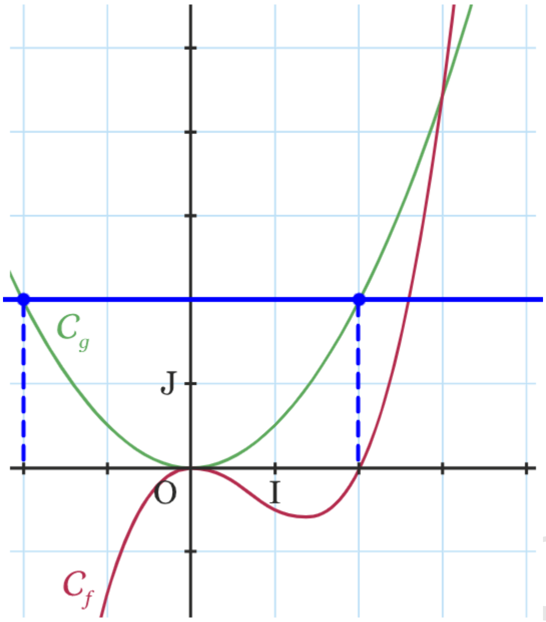


Résoudre graphiquement les équations :
a. $f(x) = 0$
Il s'agit des abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec la droite d'équation $y = 0$ (axe des abscisses). On trouve donc $x = 0$ et $x = 2$.

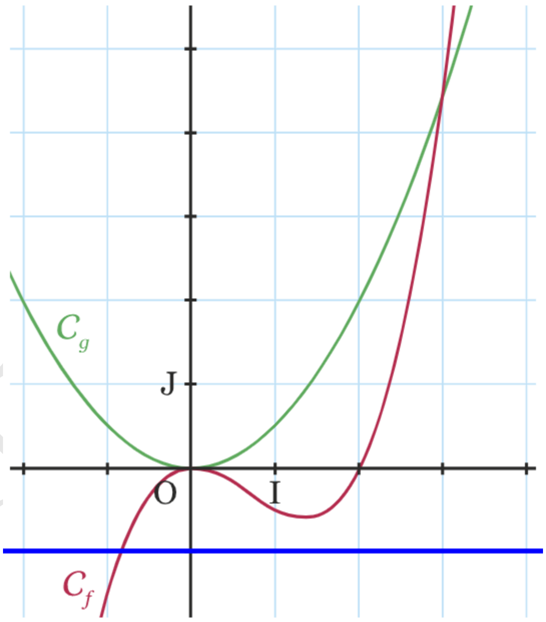


b. $g(x) = 2$
Il s'agit des abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_g$ avec la droite d'équation $y = 2$. On trouve donc $x = -1$

et $x = 2$.



c. $g(x) = -1$
Il s'agit des abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_g$ avec la droite d'équation $y = -1$. On remarque qu'il n'y a pas d'intersection ! L'ensemble des solutions est donc $\mathcal{S} = \varnothing$.



d. $f(x) = g(x)$

Il s'agit des abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec la courbe $\mathcal{C}_g$. On trouve donc $x = 0$ et $x = 3$.