

# Calvaire n°3

29/11/2019

## Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« N'aie pas pitié des morts. Aie plutôt pitié des vivants et surtout de ceux qui vivent sans amour. »

Albus (Perceval Wulfric Brian) Dumbledore, Harry Potter et les Reliques de la Mort, 2007.

## Partie 1 - Multiple et diviseurs

### Exercice 1 ★

Recopier les phrases suivantes et les compléter par *multiple* ou *diviseur* :

- 250 est un ... de 50.
- 0 est un ... de 15.
- 2019 est un ... de 0.
- 21 est un ... de  $-2100$ .
- 1 est un ... de 4.
- 37 est un ... de 37.

### Exercice 2 ★★

On considère un entier naturel  $n$ .  
Démontrer que  $3n - 1$  divise  $6n^2 - 2n$ .

### Exercice 3 ★★★

a	g	h	
b			i
c		d	
	e		f

#### Horizontal

- $PGCD(125; 250)$ .
- Ce nombre est un multiple de 9.
- Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10.
- Ce nombre est divisible par 5.
- Le reste de la division euclidienne de 121 par 8.
- Le quotient dans celle de 245 par 112.

#### Vertical

- Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres.
- Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10.
- Diviseur commun à tous les entiers.
- $PGCD(1542; 3598)$
- 3 est un diviseur de ce nombre.

## Partie 2 - Nombres pairs et impairs

### Exercice 1 ★

Démonstration du cours : Démontrer que le carré d'un nombre impair est impair.

### Exercice 2 ★★

Démontrer que la somme de deux nombres impairs est un nombre pair.

### Exercice 3 ★★★

Soit  $n \in \mathbb{N}$ .

- Démontrer que si  $n$  est pair, alors  $n(n+1)$  est pair.
- Démontrer que si  $n$  est impair, alors  $n(n+1)$  est pair.
- Que peut-on conclure sur  $n(n+1)$  ?

### Exercice bonus

Montrer que la somme de quatre nombres consécutifs est paire.

---

## Partie 3 - Nombres premiers

### Exercice 1 ★

Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

- a. 27
- b. 49
- c. 100
- d. 24

### Exercice 2 ★★

Répondre par *Vrai* ou *Faux* (Justifier la réponse dans le cas *Faux*) :

1. Tous les nombres impairs sont premiers.
2. Aucun nombre pair n'est premier.
3. La différence entre deux nombres premiers est toujours deux.
4. Il y a une infinité de nombres premiers.

**Exercice 3** ★★★ On dit que deux nombres premiers forment une paire s'ils s'écrivent avec les mêmes chiffres mais en sens inverse. Par exemple, 1933 et 3391 forment une paire.

1. Expliquer pourquoi le premier chiffre d'un entier d'une paire ne peut être que 1, 3, 7 ou 9.
2. Trouver toutes les paires de nombres premiers à deux chiffres.

---

## Partie 4 - Algorithmique en Python

### Exercice 1 ★

Le script suivant définit une fonction qu'on peut appliquer à un entier et qui renvoie s'il est pair ou impair. Comment compléter par *Impair* ou *Pair* le script ?

```
def parite(n):  
    if n % 2 == 0:  
        return "..."  
    else:  
        return "..."
```

### Exercice 2 ★★

Comment compléter le script suivant pour que la fonction `estPair` renvoie si l'entier auquel on l'applique est pair ou non ?

```
def estPair(n):  
    return ...
```

### Exercice 3 ★★★

Ecrire un script contenant une fonction, que l'on appellera `isOdd` qui renvoie si l'entier auquel on l'applique est impair ou non.