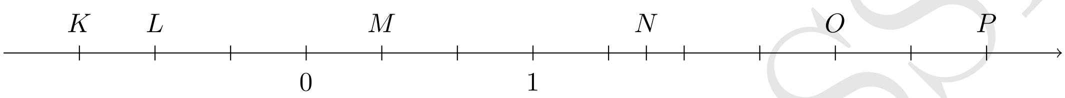
Calvaire n°1 - Correction

11/10/2019

Exercice 1 - Ensembles de nombres

1. Quelles sont les abscisses des points placés sur la droite numérique ci-dessous ?



L'abscisse du point K est -1.
L'abscisse du point L est $-\frac{2}{3}$.
L'abscisse du point M est $\frac{1}{3}$.
L'abscisse du point N est $\frac{3}{2}$.
L'abscisse du point O est $\frac{7}{3}$.
L'abscisse du point P est 3.

2. Quel est le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants ?

a. $\frac{1}{2} \in \mathbb{D}$, **b.** $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$, **c.** $\frac{10-4}{3} = \frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N}$, **d.** $-\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = -4 \in \mathbb{Z}$

3. Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible :

a. $\frac{45}{20} = \frac{9\times5}{4\times5} = \frac{9\cancel{\times5}}{4\cancel{\times5}} = \frac{9}{4}$

b. $\frac{63}{42} = \frac{9\times7}{6\times7} = \frac{9\cancel{\times7}}{6\cancel{\times7}} = \frac{9}{6} = \frac{3\times3}{2\times3} = \frac{3\cancel{\times3}}{2\cancel{\times3}} = \frac{3}{2}$

c. $\frac{121}{56}$ est déjà sous forme irréductible

d. $\frac{51}{85} = \frac{3\times17}{5\times17} = \frac{3\cancel{\times17}}{5\cancel{\times17}} = \frac{3}{5}$

Exercice 2 - Racines carrées

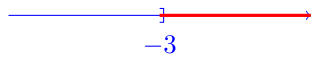
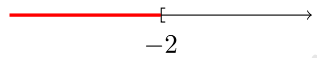
On considère trois points A, B et C tels que :

$$AB = 2\sqrt{45}, \quad BC = 3\sqrt{20} \;\; et \;\; AC = 6\sqrt{5}$$

Quelle est la nature du triangle ABC ? Voir Corvée n°2 - Correction

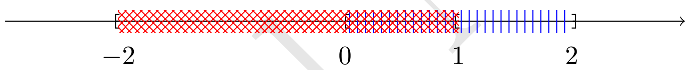
Exercice 3 - Intervalles

1. Recopier et compléter le tableau suivant

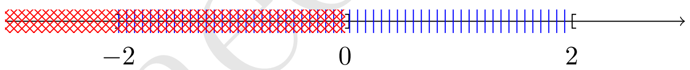
Inégalité	Représentation graphique	Intervalle
$-10 < x \leq 21$		$x \in]-10; 21]$
$-1 \leq x < 3$		$x \in [-1; 3[$
$1 < x < 7$		$x \in]1; 7[$
$x > -3$		$x \in]-3; +\infty[$
$x < -2$		$x \in]-\infty; -2[$

2. Déterminer la réunion ou l'intersection demandée.
Conseil : représenter les intervalles de deux couleurs différentes sur une droite graduée.

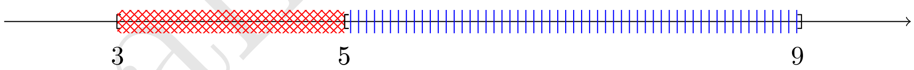
a. $[-2; 1[\cap [0; 2] = [0; 1[$



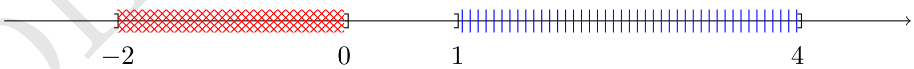
b. $]-\infty; 0] \cup]-2; 2[=]-\infty; 2[$



c. $]3; 5[\cap [5; 9] = \varnothing$



d. $]-2; 0[\cup]1; 4] =]-2; 0[\cup]1; 4]$...



3. Compléter avec le symbole $\in$ ou $\notin$.

a. $3 \in]2; 4]$

b. $-2 \in [-3; 2[$

c. $\frac{1}{2} \in [0; 2]$

d. $3 \notin]-2; 3[$

e. $\sqrt{2} \notin [-2; 1]$

f. $1 \notin]1; +\infty[$

g. $-10 \in]-\infty; 9[$

h. $\frac{1}{100} \in [0,001; 0,2[$

i. $\frac{3}{2} \notin [0; 1[$

Exercice 4 - Distance et valeur absolue

1. Dans chaque cas, donner la distance entre les deux nombres réels suivants :

a. -3 et -10.
On a donc $|-3-(-10)| = |-3+10| = |7| = 7$

b. $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{7}$.
On a donc $\left|\frac{3}{2}-\frac{5}{7}\right| = \left|\frac{3\times7}{2\times7}-\frac{5\times2}{7\times2}\right| = \left|\frac{21}{14}-\frac{10}{14}\right| = \left|\frac{11}{14}\right| = \frac{11}{14}$

c. π et 19π
On a donc $|\pi-19\pi| = |-18\pi| = 18\pi$ (on rappelle que π est positif...)

2. Pour les intervalles I suivants, traduire le fait que x appartient à I par une inégalité du type $|x-a| \leq r$:

a. $I = [-3; 3]$
L'intervalle $[-3; 3]$ a pour longueur $3-(-3) = 3+3 = 6$ donc son rayon est $\frac{6}{2} = 3$.
Son centre $-3+3 = 0$.
Dire que x appartient à l'intervalle $[-3; 3]$ revient donc à dire que la distance de x au centre 0 de l'intervalle est inférieure ou égale à 3, c'est-à-dire $|x-0| \leq 3$.

b. $I = [-7; -2]$
L'intervalle $[-7; -2]$ a pour longueur $-2-(-7) = -2+7 = 5$ donc son rayon est $\frac{5}{2} = 2,5$.
Son centre $-7+2,5 = -4,5$.
Dire que x appartient à l'intervalle $[-7; -2]$ revient donc à dire que la distance de x au centre $4,5$ de l'intervalle est inférieure ou égale à $2,5$, c'est-à-dire $|x-(-4,5)| \leq 2,5$, et donc $|x+4,5| \leq 2,5$.

c. $I = \left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$
L'intervalle $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$ a pour longueur $\frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ donc son rayon est $\frac{\frac{1}{6}}{2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{6}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$.
Son centre $\frac{1}{3}+\frac{1}{12} = \frac{5}{12}$.
Dire que x appartient à l'intervalle $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$ revient donc à dire que la distance de x au centre $\frac{1}{6}$ de l'intervalle est inférieure ou égale à $\frac{1}{12}$, c'est-à-dire $\left|x-\frac{1}{6}\right| \leq \frac{1}{12}$.

Exercice 5 - Algorithmique

Quelles seront les valeurs des variables A et B après exécution des instructions suivantes ?

Variables A, B : Entiers	
Début	
$A \leftarrow 1$	A ce stade, $A = 1$
$B \leftarrow A+3$	A ce stade, $B = A+3$ mais comme $A = 1$, on a $B = 1+3 = 4$
$A \leftarrow 3$	Pour finir, ici, on met la valeur 3 dans A, donc $A = 3$
Fin	

Finalement, on a $A = 3$ et $B = 4$.