Supplice n°2 - Correction

27/09/2019

Calculatrice interdite

« Après tout, l'amour est une bonne raison pour que tout se passe mal. »

La casa de papel, Tokyo

Exercice 1

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier naturel non nul le plus petit possible :

a. $\sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = \sqrt{3^2}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

b. $\sqrt{125} = \sqrt{25\times 5} = \sqrt{25}\times\sqrt{5} = \sqrt{5^2}\times\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

c. $\sqrt{24} = \sqrt{4\times 6} = \sqrt{4}\times\sqrt{6} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

d.
$$\begin{aligned}\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{48} = \sqrt{9\times 3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{16\times 3} &= \sqrt{9}\times\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{16}\times\sqrt{3}\\ &= \sqrt{3^2}\times\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{4^2}\times\sqrt{3}\\ &= 3\times\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 4\times\sqrt{3}\\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

Exercice 2

Compléter avec le symbole $\in$ ou $\notin$.

a. $2 \in]1;3]$

b. $0 \in [-1;2[$

c. $\frac{1}{3} \in [0;3]$

d. $2 \notin]-2;2[$

e. $\sqrt{2} \notin [-3;1]$

f. $0 \notin]0;+\infty[$

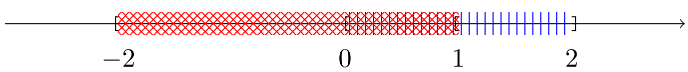
g. $-100 \in]-\infty;1[$

h. $\frac{1}{10} \in [0,01;0,2[$

Exercice 3

Pour chacun des intervalles I et J ci-dessous, déterminer leur réunion et leur intersection.
Conseil : représenter les intervalles I et J de deux couleurs différentes sur une droite graduée.

a. $I = [-2;1[$ et $J = [0;2]$

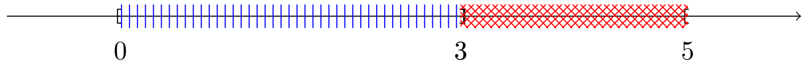


$I \cup J = [-2;1[\cup[0;2] = [-2;2]$
$I \cap J = [-2;1[\cap[0;2] = [0;1[$

b. $I =]-\infty;0]$ et $J =]-2;2[$

$$I \cup J =]-\infty;0] \cup]-2;2] =]-\infty;2[$$
$$I \cap J =]-\infty;0] \cap]-2;2] =]-2;0]$$

c. $I =]3;5[$ et $J = [0;3]$



$$I \cup J =]3;5[\cup [0;3] = [0;5[$$
$$I \cap J =]3;5[\cap [0;3] = \varnothing$$

d. $I =]-2;+\infty[$ et $J =]-\infty;4]$

$$I \cup J =]-2;+\infty[\cup]-\infty;4] =]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$$
$$I \cap J =]-2;+\infty[\cap]-\infty;4] =]-2;4]$$

Exercice 4 (Bonus)

Montrer que le nombre suivant est un entier :

$$(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})$$

Il suffisait simplement de développer l'expression :

$$\begin{aligned}
(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3}) &= 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}\times(-\sqrt{3}) + \sqrt{3}\times 2\sqrt{5} + \sqrt{3}\times(-\sqrt{3}) \\
&= (2\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\times\sqrt{3} + 2\sqrt{5}\times\sqrt{3} - (\sqrt{3})^2 \\
&= 2^2\times(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{3\times 5}\times + 2\sqrt{3\times 5} - (\sqrt{3})^2 \\
&= 4\times 5 \cancel{-2\sqrt{15}} + \cancel{2\sqrt{15}} - 3 \\
&= 4\times 5 \cancel{-2\sqrt{15}} + \cancel{2\sqrt{15}} - 3 \\
&= 20 - 3 = 17 \in \mathbb{N}
\end{aligned}$$