

# Corvée n°1 - Correction

A rendre le : 20/09/2019

## Encouragements

Avant de commencer ce devoir, rappelez-vous que toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

« L'école devrait toujours avoir pour but de donner à ses élèves une personnalité harmonieuse, et non de les former en spécialiste... »

Albert Einstein

### Hors-d'œuvre indispensable

**Remarque :** Il s'agit d'un EXERCICE DE BASE sur le calcul et le calcul littéral ! Il est très important que les personnes n'ayant pas réussi cet exercice travaillent TRES SERIEUSEMENT sur la correction !

1. Calculer :

a.  $\frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{2}{2}} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} = \frac{1 \times 2}{1 \times 2} = \frac{2}{2}$     b.  $\frac{5}{3} = \frac{5}{\frac{3}{1}} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$

c.  $\frac{3}{9} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{9}{3}} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{1 \times 9} = \frac{3 \times 2}{1 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$

2. Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

a.  $\frac{5}{4} + \frac{4}{5} = \frac{5 \times 5}{4 \times 5} + \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{25}{20} + \frac{16}{20} = \frac{41}{20}$

b.  $2 + \frac{3}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{1 \times 4} + \frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$

c.  $\frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1}{6} = \frac{8-1}{6} = \frac{7}{6}$

d.  $\frac{1}{10} - \frac{9}{100} = \frac{1 \times 10}{10 \times 10} - \frac{9}{100} = \frac{1}{100}$

e.  $\frac{6}{5} \times \frac{30}{7} = \frac{6}{5} \times \frac{6 \times 5}{7} = \frac{6}{\cancel{5}} \times \frac{6 \times \cancel{5}}{7} = \frac{36}{7}$

f.  $\frac{5}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{5}{4} \times \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{\cancel{5}}{4} \times \frac{2 \times \cancel{4}}{\cancel{5} \times 3} = \frac{2}{3}$

3. Résoudre :

a.  $2x = 5 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

b.  $x - 6 = 2 \Leftrightarrow x - 6 + 6 = 2 + 6 \Leftrightarrow x = 8$

c.  $5x = 1 \Leftrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$

d.  $-3x = 12 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} = \frac{12}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{12}{-3} \Leftrightarrow x = -\frac{12}{3} = -4$

e.  $-x = 7 \Leftrightarrow -1 \times -x = -1 \times 7 \Leftrightarrow x = -7$

f.  $-x + 1 = 3 \Leftrightarrow -x + 1 - 1 = 3 - 1 \Leftrightarrow -x = 2 \Leftrightarrow -1 \times -x = -1 \times 2 \Leftrightarrow x = -2$

4. Développer pour tout réel  $x$  :

a.

$$\begin{aligned}(x + 6)(2x - 4) &= x \times 2x + x \times (-4) + 6 \times 2x + 6 \times (-4) \\ &= 2x^2 - 4x + 12x - 24 \\ &= 2x^2 + 8x - 24\end{aligned}$$

### Hors-d'œuvre indispensable (suite)

4. Développer pour tout réel  $x$  (suite) :

b.

$$\begin{aligned} (-2x + 4)(3x + 1) &= -2x \times 3x + (-2x) \times 1 + 4 \times 3x + 4 \times 1 \\ &= -6x^2 - 2x + 12x + 4 \\ &= -6x^2 + 10x + 4 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} (-3x + 6)(x - 5) &= -3x \times x + (-3x) \times (-5) + 6 \times x + 6 \times (-5) \\ &= -3x^2 + 15x + 6x - 30 \\ &= -3x^2 + 21x - 30 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} (2x + 1)(2x - 1) &= 2x \times 2x + 2x \times (-1) + 1 \times 2x + 1 \times (-1) \\ &= 4x^2 - 2x + 2x - 1 \\ &= 4x^2 - 1 \end{aligned}$$

5. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $x^2 + 3x = x \times x + 3 \times x = x(x + 3)$

b.  $4x^2 - 5x = 4x \times x - 5 \times x = x(4x - 5)$

c.  $xy + 4x = x \times y + 4 \times x = x(y + 4)$

d.  $3x^2 - 6x = 3x \times x - 2 \times 3x = 3x(x - 2)$

#### Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

a.  $2 + 3 \times \frac{4}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3}{1} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3 \times 4}{1 \times 5} = \frac{2}{1} + \frac{12}{5} = \frac{2 \times 5}{1 \times 5} + \frac{12}{5} = \frac{22}{5}$

b.  $\frac{12}{35} \times \frac{14}{9} \times \frac{15}{8} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5} \times \frac{7 \times 2}{3 \times 3} \times \frac{3 \times 5}{2 \times 4} = \frac{4 \times \cancel{3} \times 7 \times 2 \times \cancel{3} \times 5}{7 \times \cancel{5} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 2 \times 4} = 1$

c.  $\frac{7}{4} \times \frac{35}{18} = \frac{245}{72}$


d.  $\frac{3}{2 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{\frac{2 \times 4 + 1}{1 \times 4 + 1}} = \frac{3}{\frac{9}{4}} = 3 \times \frac{4}{9} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{3 \times 3} = \frac{\cancel{3} \times 4}{1 \times 3 \times \cancel{3}} = \frac{4}{3}$

e.  $\frac{3}{2} + \frac{3}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} + 3 \times \frac{4}{1} = \frac{3}{2} + \frac{3}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{3}{2} + \frac{12}{1} = \frac{3}{2} + \frac{12 \times 2}{1 \times 2} = \frac{3}{2} + \frac{24}{2} = \frac{27}{2}$

f.  $\frac{(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}) \times 6}{\frac{2}{5} - \frac{4}{3}} = \frac{(\frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{4 \times 3}{5 \times 3}) \times 6}{\frac{2 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4 \times 5}{3 \times 5}} = \frac{(\frac{10 - 12}{15}) \times 6}{\frac{6 - 20}{15}} = \frac{\frac{-2}{15} \times 6}{\frac{-14}{15}} = \frac{-2 \times 6}{-14} = \frac{-12}{-14} = \frac{-12}{15} \times \frac{15}{-14} = \frac{-2 \times 6}{15} \times -\frac{15}{14 \times 7} = \frac{6}{7}$

#### Exercice 2

1. Encadrer par deux entiers consécutifs :

**Méthode 1 :** La première méthode (quand on n'a pas d'idée) est de prendre sa calculatrice ( quand elle est autorisée...), de regarder les approximations des fractions et d'encadrer.

a.  $\frac{28}{5} = 5.6$  donc  $5 \leq \frac{28}{5} \leq 6$

b.  $\frac{33}{7} \approx 4.71$  donc  $4 \leq \frac{33}{7} \leq 5$

c.  $\frac{41}{11} \approx 3.73$  donc  $3 \leq \frac{41}{11} \leq 4$

d.  $\frac{34}{13} \approx 2.62$  donc  $2 \leq \frac{34}{13} \leq 3$

e.  $\frac{81}{7} \approx 11.57$  donc  $11 \leq \frac{81}{7} \leq 12$

f.  $\frac{135}{11} \approx 12.27$  donc  $12 \leq \frac{135}{11} \leq 13$

---

★ **Méthode 2 (C'est la méthode attendue !)** : Il suffit d'encadrer le numérateur de la fraction par des multiples du dénominateur.

a. On a

$$5 \times 5 \leq 28 \leq 5 \times 6$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{5 \times 5}{5} &\leq \frac{28}{5} \leq \frac{5 \times 6}{5} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{5} \times 5}{\cancel{5}} &\leq \frac{28}{5} \leq \frac{\cancel{5} \times 6}{\cancel{5}} \\ \Leftrightarrow 5 &\leq \frac{28}{5} \leq 6 \end{aligned}$$

b. On a

$$7 \times 4 \leq 33 \leq 7 \times 5$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{7 \times 4}{7} &\leq \frac{33}{7} \leq \frac{7 \times 5}{7} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{7} \times 4}{\cancel{7}} &\leq \frac{33}{7} \leq \frac{\cancel{7} \times 5}{\cancel{7}} \\ \Leftrightarrow 4 &\leq \frac{33}{7} \leq 5 \end{aligned}$$

c. On a

$$11 \times 3 \leq 41 \leq 11 \times 4$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{11 \times 3}{11} &\leq \frac{41}{11} \leq \frac{11 \times 4}{11} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{11} \times 3}{\cancel{11}} &\leq \frac{41}{11} \leq \frac{\cancel{11} \times 4}{\cancel{11}} \\ \Leftrightarrow 3 &\leq \frac{41}{11} \leq 4 \end{aligned}$$

d. On a

$$13 \times 2 \leq 34 \leq 13 \times 3$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{13 \times 2}{13} &\leq \frac{34}{13} \leq \frac{13 \times 3}{13} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{13} \times 2}{\cancel{13}} &\leq \frac{34}{13} \leq \frac{\cancel{13} \times 3}{\cancel{13}} \\ \Leftrightarrow 2 &\leq \frac{34}{13} \leq 3 \end{aligned}$$

e. On a

$$7 \times 11 \leq 81 \leq 7 \times 12$$

et donc

$$\begin{aligned} \frac{7 \times 11}{7} &\leq \frac{81}{7} \leq \frac{7 \times 12}{7} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{7} \times 11}{\cancel{7}} &\leq \frac{81}{7} \leq \frac{\cancel{7} \times 12}{\cancel{7}} \\ \Leftrightarrow 11 &\leq \frac{81}{7} \leq 12 \end{aligned}$$

f. On a

$$12 \times 11 \leq 135 \leq 13 \times 11$$

et donc

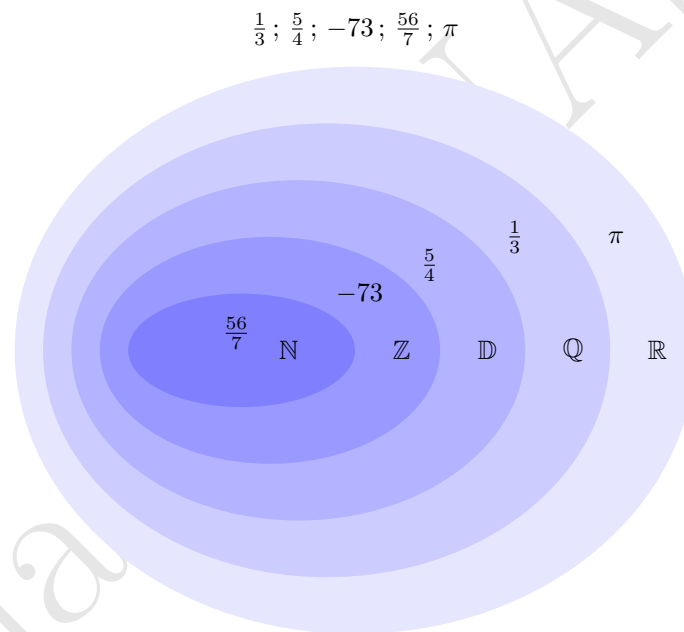
$$\begin{aligned} \frac{12 \times 11}{11} &\leq \frac{135}{11} \leq \frac{13 \times 11}{11} \\ \Leftrightarrow \frac{\cancel{11} \times 12}{\cancel{11}} &\leq \frac{135}{11} \leq \frac{\cancel{11} \times 13}{\cancel{11}} \\ \Leftrightarrow 12 &\leq \frac{135}{11} \leq 13 \end{aligned}$$

2. Donner sous la forme  $a + \frac{b}{c}$  où  $a, b, c$  sont des entiers naturels avec  $b < c$  :

- a.  $\frac{12}{7} = \frac{7+5}{7} = \frac{7}{7} + \frac{5}{7} = 1 + \frac{5}{7}$   
 b.  $\frac{23}{7} = \frac{21+2}{7} = \frac{21}{7} + \frac{2}{7} = \frac{7 \times 3}{7} + \frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7}$   
 c.  $\frac{67}{4} = \frac{64+3}{4} = \frac{64}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4 \times 16}{4} + \frac{3}{4} = 16 + \frac{3}{4}$   
 d.  $\frac{247}{3} = \frac{246+1}{3} = \frac{246}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 \times 82}{3} + \frac{1}{3} = 82 + \frac{1}{3}$

### Exercice 3

1. Refaire le schéma illustrant les inclusions des ensembles de nombres les uns dans les autres puis y placer les nombres suivants :

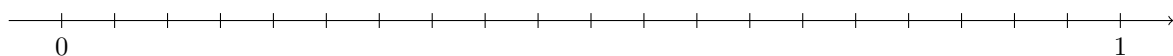


Quelques explications pour certains nombres qui peuvent vous paraître "mal placés".

$$\begin{aligned} \frac{5}{4} &= \frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100} = \frac{125}{10^2} \in \mathbb{D} \\ \frac{56}{7} &= \frac{8 \times 7}{1 \times 7} = \frac{8}{1} = 8 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

2. Sur la droite numérique ci-dessous, placer les nombres suivants :

$$\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{1}{2}; \frac{4}{5}$$



**Méthode 1 (C'est la méthode attendue!) :** Il suffit d'écrire chaque nombre sous la forme  $\frac{a}{10^k}$  avec  $a \in \mathbb{N}$  et  $b \in \mathbb{N}$  (donc sous forme décimale) et remarquer que la graduation est faite de 0.05 en 0.05.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.40$$

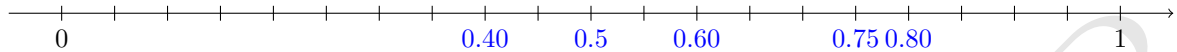
---

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.60$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.50$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.80$$



★ **Méthode 2 :** Il suffit de compter le nombre de traits sur l'axe gradué : il y a en 20! Il faut par conséquent mettre toutes les fractions sur 20. Puis pour placer nos fractions, il suffira de lire le nombre au numérateur, et de compter les traits de graduation.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 10}{2 \times 10} = \frac{10}{20}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

