

Initiation à l'asservissement en pression d'un Haut-parleur électrodynamique

Le haut-parleur – Les bases

Ce chapitre a pour but d'introduire les éléments fondamentaux qui conduisent aux analyses, simplifiées et complètes, du fonctionnement du HP, à sa mise en boîte(s), et but ultime, à l'étude d'enceintes asservies.

HP-1 - Introduction

Un haut-parleur a pour rôle de transformer un signal électrique en un signal acoustique de même nature .

Pour réaliser cette opération, il réalise une première transformation électro mécanique, puis une seconde, mécano acoustique.

Un Haut-Parleur (HP) idéal devrait avoir:

- un rendement de 100% ,l'énergie électrique qui lui est fourni serait intégralement transformée en énergie acoustique.
- une courbe de réponse plate sur l'ensemble du spectre audio,
- une réponse irréprochable aux transitoires,
- ne présenter aucune distorsion harmonique, de phase et d'intermodulation,
- des caractéristiques directionnelles adaptables,
- et puisque notre espoir est grand , ne rien coûter.

La technologie actuelle ne permet pas de réaliser tout ces vœux.

C'est du reste, la raison d'être de ces chapitres, qui nous permettront, à travers la compréhension de ses nombreuses limites, une utilisation meilleure de ce transducteur.

La majorité des termes et symboles des équations sont semblables à ceux communément employés dans la littérature technique.

Ils sont conformes aux recommandations de THIELE et SMALL.

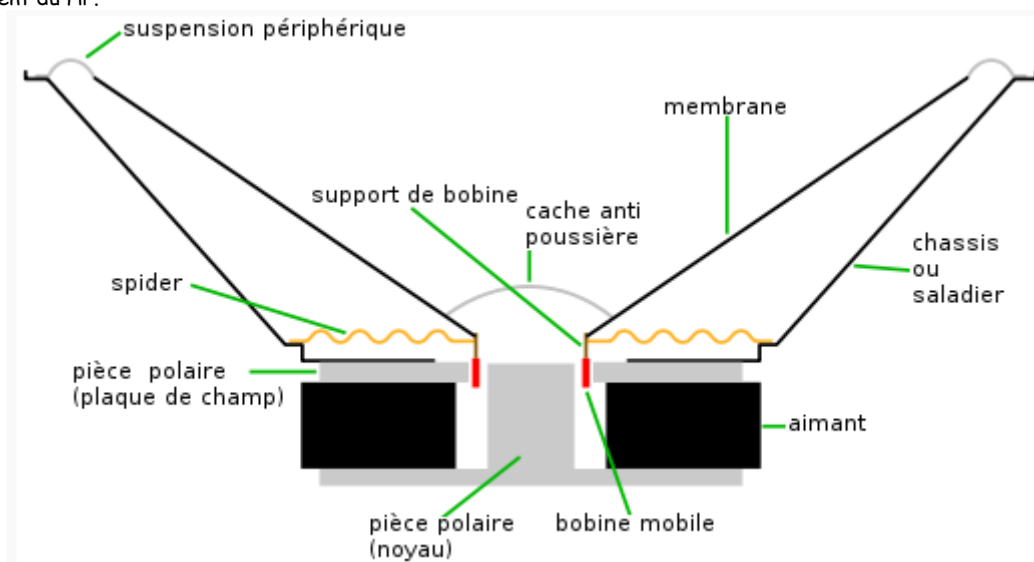
Pour faciliter les développements, certaines variables et constantes intermédiaires échappent à ce souci de conformité.

Leurs indices traduisent les types de circuits dans lesquels ils se situent, leur provenance et la variable utilisée. Par exemple $T_{mx(j\omega)}$ est la fonction de Transfert mécanique du déplacement x fonction de la variable complexe $(j\omega)$. Lorsque la variable est évidente, afin de simplifier l'écriture, elle est omise.

Comme vous pouvez le constater, afin de ne pas les confondre avec les constantes et les variables , les indices, sont positionnés au pied du paramètre, ou de la fonction concernée.

HP-1-1 Description sommaire

Tout au long des paragraphes suivants, la description détaillée sera faite pour chacun des éléments qui contribue au fonctionnement du HP.



Il est avant tout constitué d'une bobine solidaire d'une membrane rigide. La bobine baigne dans un champ magnétique à travers un entrefer étroit situé entre le noyau et la plaque de champ . Un aimant permanent ou, rarement un électroaimant, génère ce champ d'induction.

Tout ce système est supporté par un système mécanique très rigide appelé saladier. Le saladier étant fixé sur (ou dans) un ensemble lui même rigide et massif destiné à lui procurer une référence terrestre fixe.

L'aimant est mécaniquement solidaire du saladier, alors que la bobine mobile et la membrane y sont élastiquement suspendus . La suspension , de la bobine mobile et de la partie conjointe de la membrane, se fait grâce au spider , pièce généralement en tissus thermoformé , gaufrée et imprégnée . Proche de la bobine génératrice de chaleur, et afin qu'elle s'évacue, le spider n'est pas hermétique.

La périphérie externe de la membrane est solidaire du saladier via, une suspension étanche dont le profil est gaufré ou semi circulaire.

L'accès électrique à la bobine, depuis l'extérieur du HP, n'a pas été représenté sur la figure. Il est réalisée, à l'aide de deux tresses souples et conductrices à l'électricité. Elles relient les extrémités de la bobine aux deux bornes mécaniquement fixées, et, électriquement isolées du saladier.

Le cache noyau protège l'entrefer des poussières. C'est la raison pour laquelle il est aussi appelé cache poussières.

HP-2- Éléments de modélisation électro mécano acoustique.

Notre modèle est linéaire.

L'assurance de l'homogénéité d'une formule nécessite son contrôle . Les équations aux dimensions ont été établies dans ce but . Afin de ne pas surcharger le texte [expression] représentera l'équation aux dimensions des principales grandeurs dans le Système International (S.I)

Nous considérerons en premier lieu, la membrane parfaitement rigide, les deux suspensions linéaires, et une résistance mécanique constante. Le tout formant un ensemble solidaire et indéformable.

La force F est exprimée en newton [M.L.T⁻²]

HP-2-1 Généralités mécano acoustiques

♦ **Le déplacement** (mécanique) instantané x_d du **diaphragme** (la membrane) est exprimé en mètre [L].

Le mètre est une unité colossale vis à vis des déplacements réalistes d'une membrane.

Ces derniers excèdent rarement, au maximum de la modulation, une vingtaine de millimètres (0,02 m), pour les HP spécialisés dans la reproduction des basses fréquences.

L'usage du mm s'est imposé de lui même. Il faudra néanmoins le traduire en mètre dans les calculs.

♦ **le flux de déplacement** (acoustique)

Un flux est le produit d'un champ de vecteurs par une surface,

Le produit du déplacement x_d par la surface S_d représente un flux de déplacement. $V_d = x_d \cdot S_d$

C'est aussi le volume d'air brassé par la membrane. La encore son unité, le mètre cube (m³) est trop importante. L'usage du décimètre cube (dm³) qui représente le millième du m³ (1 m³ = 1000 dm³) s'est imposé.

Le volume contenu dans un litre (1 l) correspond à 1 dm³. C'est ce qui fait que le litre est souvent utilisé comme unité de volume. Dans l'absolu, il est une unité de contenance.

Tout cela pour dire, qu'il **ne faut pas oublier de le traduire en m³ dans les calculs.**

♦ **La vitesse** (mécanique) du déplacement de la membrane

est la **dérivée du déplacement par rapport au temps**, $v_d = dx_d/dt$ elle est exprimée en m/s [L.T⁻¹].

L'opérateur de Heaviside

$p = d/dt = j \cdot \omega$ dans lequel j est un opérateur imaginaire.

Sa présence, sans en oublier la forme, simplifie l'écriture et permet d'écrire, $v_d = p \cdot x_d$

Tout comme pour le déplacement, nous pouvons dégager :

♦ **Le flux de vitesse acoustique** (acoustique) engendré par S_d

Puisqu'il s'agit d'un flux, il est le produit de la vitesse v_d de la membrane par sa surface S_d .

$$\Phi_v = v_d \cdot S_d$$

Vis à vis de x_d

$$\Phi_v = p \cdot x_d \cdot S_d = p \cdot V_d$$

dans lequel V_d , produit d'une longueur (x_d) par une surface représente un volume.

Il lui correspond de débit d'air provoqué par le mouvement de la membrane.

♦ **L'accélération** est la **dérivée de la vitesse par rapport au temps** et s'exprime : $\gamma_d = dv_d/dt = p \cdot v_d$

Elle est par voie de conséquence la **dérivée seconde du déplacement par rapport au temps** $\gamma_d = d^2x_d/dt^2 = p^2 \cdot x_d$

γ_d est l'**accélération de l'équipage mobile** et est exprimée en m/s² [L.T⁻²]

♦ **Le flux d'accélération acoustique** engendré par S_d

Comme pour les autres flux , il est le produit de l'accélération γ_d de la membrane par sa surface S_d soit $\Phi_\gamma = \gamma_d(p) \cdot S_d$ par rapprochement,

- vis à vis du flux de vitesse (débit d'air) $\Phi_\gamma = p \cdot \Phi_v$

- vis à vis du volume d'air brassé, $\Phi_\gamma = p^2 \cdot V_d$

HP-2-2 L'équipage mobile :

♦ **La bobine mobile,**

Elle est réalisée sur un support cylindrique rigide, d'épaisseur aussi faible que possible et, magnétiquement neutre.

Il supporte n spires de fil électriquement conducteur. Ce fil , généralement en cuivre ou en aluminium est superficiellement isolé

par un vernis afin d'isoler chaque spire de sa voisine. Sa section est circulaire ou rectangulaire. Il est bobiné à spires jointives.

Le diamètre du support étant D, celui du conducteur d (supposé circulaire) , chaque spire à une longueur moyenne

$$l_{moy} = \pi \cdot (D + d) = \pi \cdot D_{moy} \text{ avec } D_{moy} = D + d$$

La longueur totale du fil bobiné est : $l = n \cdot l_{moy} = n \cdot \pi \cdot (D + d)$

◀ A tout conducteur de longueur l , de section S et de résistivité ρ_e correspond une résistance R exprimée en Ohms de symbole Ω [$ML^2T^{-1}Q^{-2}$].

◀ La résistivité dépend du matériau conducteur et de la température.

A une température t , la résistivité $\rho_{e(t)} = \rho_{e0} \cdot (1 + \alpha_t \cdot t)$

Le tableau suivant donne la résistivité ρ_{e0} (à 0°C), et le coefficient de température α_t , des principaux matériaux conducteurs rencontrés dans la fabrication des bobines mobiles.

Matériau	ρ_{e0}	Unité	α_t
Argent	15,1	mΩ/mm ² /m	0,00388
Cuivre	17,0	mΩ/mm ² /m	0,00388
Aluminium	28,3	mΩ/mm ² /m	0,0039

◀ Si $R_{(t_1)}$ est la résistance à la température t_1 et $R_{(t_2)}$ sa résistance à une température t_2

$$R_{(t_2)}/R_{(t_1)} = (1 + \alpha_t \cdot t_2)/(1 + \alpha_t \cdot t_1)$$

La température d'une bobine mobile d'un haut parleur, peut atteindre plus de 180°C lors d'un régime forcé. En imaginant, qu'en aluminium, sa résistance électrique soit de 5Ω, à une température ambiante de 20°C. A 180°C, sa résistance sera de 7,9Ω.

Le support est directement soumis à la température de la bobine. A de fortes température il est susceptible de se déformer. La largeur de l'entrefer étant faible, la bobine est confinée dans un volume réduit. L'air s'y réchauffe. Un risque d'emballement thermique, par accumulation de la chaleur, s'ensuit. Il est donc nécessaire d'imaginer une aération efficace de la bobine mobile lors de la construction du HP. Le support, s'il est bon conducteur thermique, aide au transfert de la chaleur vers l'extérieur de l'entrefer.

Pour fixer les idées, un courant I_{eff} de 1A dissipera dans notre résistance de 5Ω une puissance thermique de :

$P = R \cdot I_{eff}^2$, soit 5w. En portant le courant à 2A la puissance dissipée est portée à 20w, pour 3A elle est de 45w, etc..

◀ Une élévation de température provoque également la dilatation du conducteur, et de son support.

La dilatation linéaire du conducteur peut être formulée par : $l = l_0 \cdot (1 + \alpha_d \cdot t)$

dans laquelle: l_0 est la longueur à 0°C et l la longueur à la température t .

α_d est le coefficient de dilatation linéaire du matériau.

- $\alpha_d = 20,8 \cdot 10^{-6}$ pour l'argent
- $\alpha_d = 23 \cdot 10^{-6}$ pour l'aluminium.
- $\alpha_d = 17,2 \cdot 10^{-6}$ pour le cuivre

Si $l_{(t_1)}$ est la longueur du conducteur à la température t_1 et $l_{(t_2)}$ sa longueur à la température t_2 est $l_{(t_2)}/l_{(t_1)} = (1 + \alpha_d \cdot t_2)/(1 + \alpha_d \cdot t_1)$ En reprenant le précédent exemple, le rapport de longueur de la bobine est de 1,0036 entre 20°C et 180°C. L'élongation est de 3,6mm par mètre.

Si le diamètre moyen, initial de la bobine est de 50mm, la circonférence qui lui correspond est de 157 mm à 20°C

A 180°C elle sera de 157,56mm, auquel correspond à un diamètre de 50,15 mm.

Il est nécessaire que même dans des conditions extrêmes le fil conducteur reste solidaire de son support. Le matériau choisi pour le support doit donc avoir un coefficient de dilatation linéaire proche de celui du conducteur.

Afin que la bobine se meuve, sans risque de frottement, le concepteur prend en compte les effets de cette dilatation, et évalue l'entrefer en conséquence.

La hauteur du bobinage $h = n \cdot d$, n'échappe pas aux effets de la dilatation. $h_{(t_2)}/h_{(t_1)} = (1 + \alpha_d \cdot t_2)/(1 + \alpha_d \cdot t_1)$

◀ Par nature, la bobine est qualifiée par son inductance électrique L_e , exprimée en Henry (H) [$L^{-2} \cdot Q$].

$L_e = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot h / S_b$ souvent notée $L_e = \mu \cdot n^2 \cdot h / S_b$ dans laquelle:

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ correspond à la perméabilité du vide, μ_r est la perméabilité du matériau du noyau, $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, S_b est la section (en m²) de la bobine et h sa hauteur (en m).

La valeur de l'inductance initiale d'une bobine mobile excède rarement 2 mH.

Elle varie en fonction inverse de la température. $L_{e(t)} = L_{e0} / (1 + \alpha_d \cdot t)$, avec L_{e0} l'inductance à 0°C.

Entre deux températures distinctes leur rapport est: $L_{e(t_2)}/L_{e(t_1)} = (1 + \alpha_d \cdot t_1)/(1 + \alpha_d \cdot t_2)$

♦♦ **Force exercée par la bobine mobile** En considérant l'induction magnétique B , dans l'entrefer, constante et homogène. La bobine, parfaitement positionnée dans l'entrefer afin d'éviter tout frottement mécanique, est parcourue par un courant I Elle génère une force de LAPLACE: $F_b = B \cdot l \cdot I \cdot \sin(\varphi)$

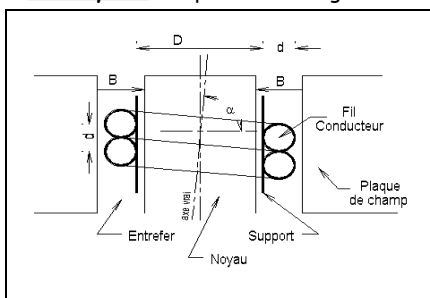
si φ , est l'angle que fait l'axe de la bobine mobile, par rapport à la direction de l'induction.

Si le rapport entre le diamètre D du support et le diamètre d du fil conducteur est très grand (voir remarque 2), on considère, que l'axe de la bobine est perpendiculaire (on dit aussi normale) à la direction du champ magnétique. Dans ce cas $\sin(\varphi) = 1$, la force motrice F_b développée par la bobine, appliquée à l'ensemble de l'équipage mobile est : $F_b = B \cdot l \cdot I$

◀ **Remarque 1** : I est exprimé en Ampères [QT^{-1}]. Si $I=1A$, $F_{b0} = B \cdot l$

La force produite égale le produit $B \cdot l$, on en déduit que le produit $B \cdot l$ représente le facteur de force du HP. Il est exprimé en Newton par Ampère (N/A)

◀ **Remarque 2** : A partir de la figure suivante on détermine : $\tan(\varphi) = D_m / d$



Pour que l'axe de la bobine soit perpendiculaire à l'induction,

$\tan(\varphi)$ doit tendre vers l'infini, ce qui est technologiquement irréaliste.

On en déduit que le diamètre du fil conducteur s'il est cylindrique, ou son épaisseur si sa section est rectangulaire, doit être le plus faible possible vis à vis du diamètre du support.

Dilemme technologique dans la mesure ou la section du conducteur définit les limites électriques du haut-parleur.

♦♦ Force contre électro motrice de la bobine

A toute variation du déplacement x_d d'une bobine, baignée dans un champ magnétique B , correspond à ses bornes une tension électrique appelée force contre électromotrice la fce_m. Elle a pour expression : $e_0 = - d\Phi/dt$ par spire.

Pour les n spires de la bobine, la fce_m $e = n.e_0 \Leftrightarrow e = - n.d\Phi/dt$ avec $d\Phi$ est la variation du flux magnétique liée au déplacement lui même dépendant du temps.

Sachant qu'un flux est le produit d'un champ de vecteurs par une surface et en supposant l'induction B constante :

$d\Phi = B \cdot dS$ avec $dS = \pi \cdot D_m \cdot dx_d$ avec D_m le diamètre moyen précédemment défini

La force contre électro motrice $e = - B \cdot n \cdot \pi \cdot D_m \cdot dx_d/dt$, or, $n \cdot \pi \cdot D_m = l$,

ce qui implique que:

$$e = - B \cdot l \cdot v_d$$

A tout instant, la force électromotrice instantanée est égale au produit du facteur de force $B \cdot l$, par la vitesse instantanée de la bobine, au signe - près.

Cette dernière formule est importante pour ce qui suit, car elle montre clairement le couplage entre les réseaux électrique et mécanique du HP.

♦♦ Pertes par courants de Foucault dans la bobine.

La bobine mobile est magnétiquement couplée à son noyau. Ce dernier est ferreux et donc bon conducteur de l'électricité. Lors de l'application d'une induction variable, il devient le siège de courants induits appelés Courants de Foucault (Eddy current). Ces courants vont s'opposer au flux d'induction magnétique qui leur a donné naissance (Loi de Lenz-Faraday), c'est à dire à la pénétration du flux dans le matériau, repoussant les lignes de champs de l'induction magnétique sur les bords du noyau. Les pertes par effet Joule engendrées participent à l'échauffement du noyau. Son aspect sera abordé lors de la modélisation du circuit électrique du HP

♦ La membrane et la bobine mobile sont pesantes, leur masse commune est exprimé en kg [M]

Dans les HP de très grand diamètre sa masse excède rarement 300g et peut être inférieure au gramme pour un tweeter. Le kg est donc une unité inadaptée pour un HP. L'emploi du gramme (g) est préféré, toutefois les calculs nécessitent la conversion en kg ($1g = 10^{-3} kg$). Nous la repérerons M_{md} pour : Masse mécanique du diaphragme

Sa force de réaction est : $F_{Mmd} = M_{md} \cdot \gamma_d = M_{md} \cdot d^2x_d/dt^2 = M_{md} \cdot p^2 \cdot x_d$

Elle peut être exprimée en fonction de la vitesse v_d , sachant que $\gamma_d = dv_d/dt = p \cdot v_d$

$$F_{Mmd} = M_{md} \cdot dv_d/dt = M_{md} \cdot p \cdot v_d$$

M_{md} représente la masse statique du HP, car sa valeur est indépendante du mouvement.

Par la suite nous découvrirons qu'il existe une masse dynamique M_{mr} , qui s'ajoute à M_{md} lors du déplacement de la membrane.

De la même manière, dissocier la masse de la bobine et celle de la membrane apporte une ouverture au fonctionnement du HP, mais fait sortir de la simplification du réseau mécanique.

♦ Le spider et la suspension périphérique sont regroupés en une unique raideur K_{ms} .

Nous emploierons son inverse, l'élasticité, que les anglo saxons appellent compliance, et la nommeront, C_{ms}

(Compliance mécanique du speaker). Elle est exprimée en mètre par newton.

Considérée linéaire, sa force de réaction est : $F_{Cms} = x_d/C_{ms}$

Notre modèle utilisera cette formule qui permettra l'usage de la symbolique des circuits électriques.

Remarque : Dans la réalité l'expression de cette force peut être formulée : $F'_{Cms} = (x_d/C_{ms}) (1 + a \cdot x_d^2) = (x_d/C_{ms}) + x_d^3 \cdot a/C_{ms}$

dans laquelle a est un coefficient de non linéarité. En se rapprochant de F_{Cms} , $F'_{Cms} = F_{Cms} \cdot (1 + a \cdot x_d^2)$

Si $a = 0$ l'expression de la force $F'_{Cms} = F_{Cms}$ La suspension ne souffre d'aucune non linéarité ce qui n'est pas réal.

♦ La résistance mécanique est principalement due à la viscosité de l'air sur les éléments de l'équipage mobile.

Elle est notée R_{ms} pour Résistance mécanique du speaker. Elle est exprimée en ohm mécanique ou en kg/s [MT^{-1}]

Sa force de réaction est : $F_{Rms} = R_{ms} \cdot v_d$, qui peut être écrite : $F_{Rms} = R_{ms} \cdot dx_d/dt$ ou $F_{Rms} = R_{ms} \cdot p \cdot x_d$ pour la rendre dépendante du déplacement, ce qui n'a pas grand intérêt dans la pratique.

♦ L'impédance de rayonnement mécanique d'un HP : Z_{mr}

Elle est le rapport entre la force et la vitesse vibratoire v exercées par un système vibrant, sur le milieu

Elle met en évidence la force de réaction du milieu : $F_{mr} = Z_{mr} \cdot v_d$ liée au mouvement de la surface vibrante, autrement dit du diaphragme ou membrane.

♦♦ Le nombre d'ondes :

Pour une pulsation ω donnée on définit le nombre d'onde $k = \omega/c$,

dans lequel c est la célérité du son dans le milieu considéré (l'air)

La membrane assimilée à un piston de rayon a , Le produit $k \cdot a$ permet de déterminer son comportement.

S'il égale 1 cela permet de déterminer la pulsation caractéristique et par conséquent la fréquence caractéristique acoustique du piston. $k \cdot a = 1 \Leftrightarrow \omega_{ao} \cdot a = c \Leftrightarrow 2 \cdot \pi \cdot f_{ao} \cdot a = c \Leftrightarrow f_{ao} = c/2 \cdot \pi \cdot a$

◀ Remarques

◀ $2 \cdot \pi \cdot a$ représente la circonférence (le périmètre) P du piston soit $f_{ao} = c/P$

◀ la pulsation caractéristique $\omega_{ao} = 2 \cdot \pi \cdot f_{ao} = c/a$

Ce qui aide à montrer que le produit $k \cdot a = \omega \cdot a / c \Leftrightarrow k \cdot a = \omega / \omega_{ao} = f / f_{ao}$

Il est le rapport de la fréquence instantanée, sur la fréquence caractéristique du piston. Encore faut-il s'assurer que cette estimation est applicable.

◆ **Impédance de rayonnement mécanique d'un haut parleur à membrane,**

Assimilée à celle d'un piston de rayon a , situé sur un écran plan infini, et soumis à une vitesse v_d , la force de réaction du milieu sur la membrane s'écrit : $F_{mr} = S_d \cdot \rho \cdot c \cdot v_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$

Dans laquelle on reconnaît l'impédance intrinsèque du milieu $Z_i = \rho \cdot c$. L'expression de $F_{mr} = v_d \cdot Z_i \cdot S_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$

Que l'on peut écrire $F_{mr} = F_{mro} \cdot S_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$ avec $F_{mro} = v_d \cdot Z_i$ qui représente la force qui serait appliquée au milieu tout entier soumise à la vitesse v_d .

Dans l'expression de F_{mr} , $R_r(2.k.a)$ représente la partie réelle, et $X_r(2.k.a)$ la partie réactive. Ils satisfont aux égalités

$$R_r(2.k.a) = 1 - [J_1(2.k.a)/(k.a)]$$

$$X_r(2.k.a) = 2.K_1(2.k.a)/(2.k.a)^2$$

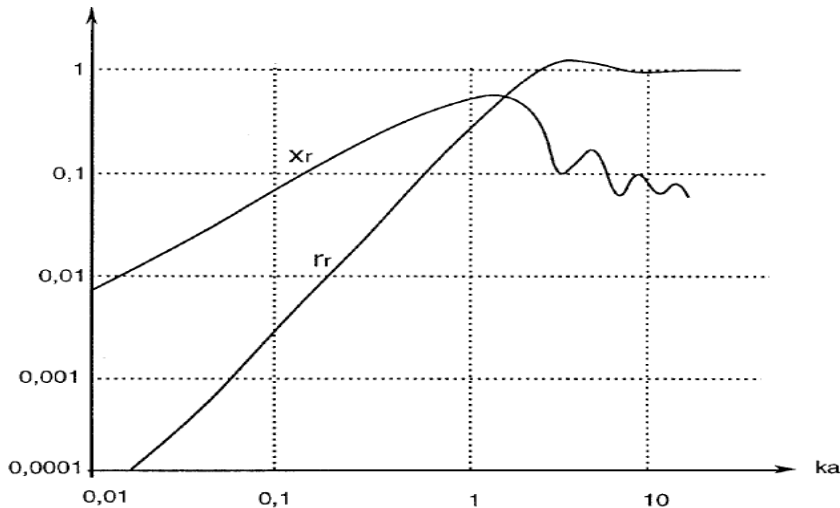
Une impédance mécanique étant le rapport entre une force et une vitesse on en déduit :

$$Z_{mr} = F_{mr}/v_d = Z_i \cdot S_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$$

ce qui implique que le rapport $Z_{mr}/Z_i = S_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$ est lié à une surface de rayonnement $S_r = S_d \cdot (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$

et que le rapport entre les deux surfaces satisfait à la relation $S_r/S_d = (R_r(2.k.a) + j.X_r(2.k.a))$

Le graphique qui suit montre les variations de R_r , X_r , en fonction du produit $k.a$



Aidé de ce graphisme, l'analyse des formules précédentes montrent que :

♦♦ **Aux basses fréquences ($k.a < 1$)**

L'impédance de rayonnement est essentiellement composée d'une réactance liée à une masse : $M_{mr} = 8 \rho a^3/3$.

En multipliant haut et bas par π , et en remarquant que $a^3 = a^2 \cdot a$, et que $\pi \cdot a^2$ représente la surface S_d de la membrane,

$M_{mr} = \rho \cdot \pi \cdot a^2 \cdot a \cdot 8/3 \cdot \pi = \rho \cdot S_d \cdot (8.a/3 \cdot \pi)$. Elle dépend de la température à travers ρ . Sa masse s'allège lorsque la température augmente.

M_{mr} est équivalente à la masse d'air incluse dans un cylindre de surface S_d et de longueur: $L_{Mmr} = 8.a/3 \cdot \pi \approx 0,85 a$

♦♦ **Aux Hautes fréquences ($k.a > 1$) :**

La réactance est principalement liée à une compliance peu différente de : $C_{mr} = 1/2 \cdot \rho \cdot c^2 \cdot a$

ce qui correspond à une compliance acoustique $C_{ar} = S_d^2 / 2 \cdot c \cdot a$,

équivalente au volume d'air inclus dans un cylindre de surface S_d , et de longueur : $L_{Cmr} = \pi \cdot a/2 = 2 \cdot \pi \cdot a/2 = P/4$

Soit le quart de la circonférence de la membrane.

Elle n'est pas sujette aux variations de la température à travers c . Le produit $\rho \cdot c^2$ en étant indépendant.

♦♦ $k.a \gg 1$: $X_r(2.k.a)$ tend vers 0, et, $R_r(2.k.a)$ tend vers 1 et l'impédance de rayonnement Z_{mr} tend vers $\rho \cdot c \cdot S_d$ qui représente une réelle constante (si la température est stable).

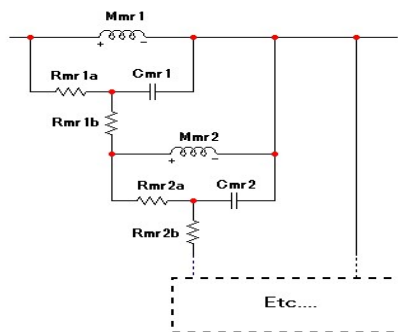
◆ **Modélisation de l'impédance mécanique de rayonnement d'un piston**

Par analogie, il est possible de dresser un schéma mécanique à l'aide des symboles électriques

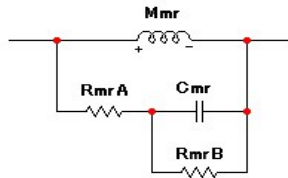
Ce schéma de l'impédance de rayonnement peut être étendu à l'infini. Il est constitué de masses M_{mr} , de compliances C_{mr} et de résistances mécaniques R_{mr} . Le mécanisme de sa construction peut être déduit du schéma suivant.

L'encadré etc... comporte une infinie succession de réseaux élémentaires comportant une masse mécanique

$M_{mr\ 3,4,...,n}$, une compliance $C_{mr\ 3,4,...,n}$, et deux résistances mécaniques $R_{mr\ 3,4,...,n}$



Sa réduction permet d'approcher les principales tendances du rayonnement d'un piston.



Elle montre :

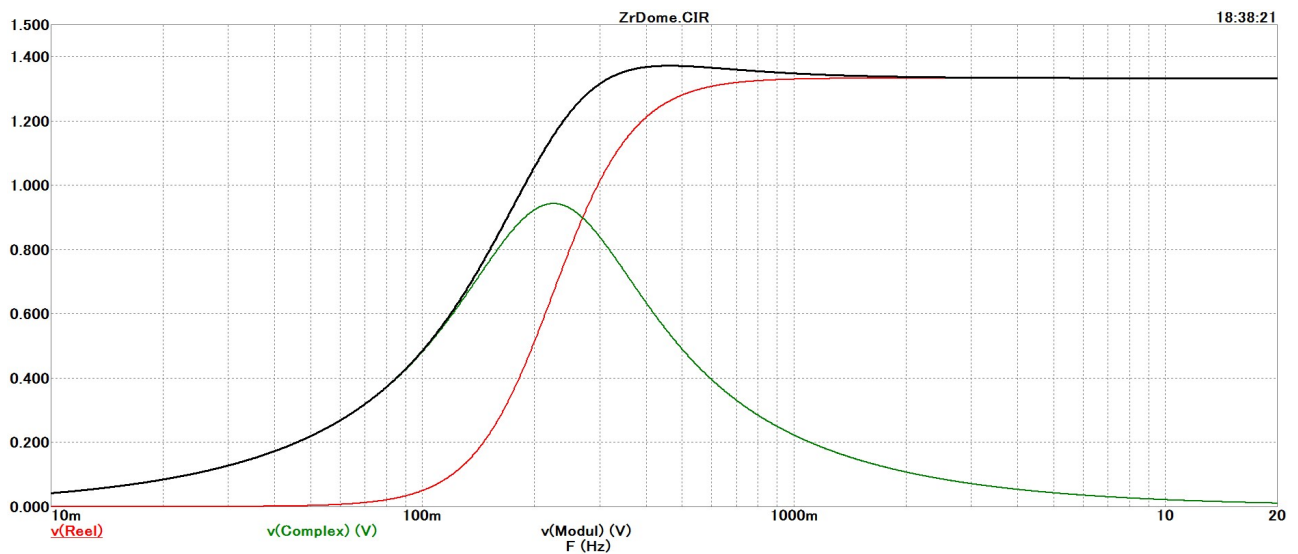
- qu'aux fréquences les plus basses, l'effet de la masse M_{mr} domine.
 - Et qu'aux fréquences élevées, l'impédance de rayonnement tend vers R_{mrA} . C_{mr} court-circuite R_{mrB}
- C'est donc le reste de ce modèle simplifié qui est utilisé pour simuler l'impédance de rayonnement d'un HP asservi. Son admittance, (l'inverse de son impédance) s'écrit : $Y_{mr} = (1/p.M_{mr}) + 1 / (R_{mrA} + 1 / (p.C_{mr} + 1/R_{mrB}))$
- Qui amène à : $Z_{mr} = p.M_{mr} \cdot (1 + p.C_{mr} \cdot R_{||}) / (1 + p(C_{mr} \cdot R_{||} + M_{mr} / R_{mrs}) + p^2 \cdot C_{mr} \cdot M_{mr} \cdot R_{mrB} / R_{mrs})$
- Dans laquelle : $R_{mrs} = R_{mrA} + R_{mrB}$, est l'association en série de R_{mrA} et R_{mrB} , et $R_{||} = R_{mrA} \cdot R_{mrB} / R_{mrs}$, est leur association parallèle

◆ **Impédance de rayonnement mécanique d'un dôme rigide**

Le système peut être apparentée à une portion de sphère oscillante. Son impédance de rayonnement est donnée par la relation : $Z_{mr} = (4/3) S_{d,p} \cdot c [((k.a)^4 / (4 + (k.a)^4) + j \cdot k.a \cdot (2 + (k.a)^2) / (4 + (k.a)^4))]$

Le graphique ci dessous illustre le comportement, des parties réelles (rouge), réactives (vert), et le module de l'impédance de rayonnement réduite $Z_{réduite} = Z_{mr} / S_{d,p} \cdot c$ (noir) en fonction du produit $k.a$

$$Z_{réduite} = (4/3) [(k.a)^4 / (4 + (k.a)^4) + j \cdot k.a \cdot (2 + (k.a)^2) / (4 + (k.a)^4)]$$



◆ **Aux fréquences basses**

L'impédance de rayonnement de la sphère oscillante est principalement réactive et régie par une masse d'air

$$M_{mr} = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2.a / 3$$

Le produit $\pi \cdot a^2$ représente la surface S_{eq} du plan équatorial interne à la sphère. $S_{eq} = \pi \cdot a^2$

M_{mr} est identique à la masse d'air incluse dans un cylindre de surface de base égale à S_{eq} et de hauteur: $h = 2.a / 3$

◆ **Aux fréquences hautes** : $Z_{mr} = (4/3) \rho \cdot c \cdot S_{eq} [1 + j/k.a]$

qui fait apparaître une résistance

$$R_{mr} = (4/3) \rho \cdot c \cdot S_{eq}$$

en série avec une compliance mécanique

$$C_{mr} = (3/4) \cdot a / (\rho \cdot c^2 \cdot S_{eq})$$

à laquelle correspond en acoustique

$$C_{ar} = (3/4) \cdot a \cdot S_{eq} / (\rho \cdot c^2)$$

et équivalente à celle d'un volume d'air contenu dans un cylindre de base S_{eq} et de hauteur : $h = 3.a / 4$

Si $(k.r \gg 1)$

$$Z_{mr} = R_{mr}$$

◆ **Pour les deux impédances de rayonnement**

Chacune des expressions de Z_{mr} peut s'écrire : $Z_{mr} = p \cdot M_{mr} \cdot T_{mr(p)}$

T_{mr} est une fonction de transfert caractéristique liée au mode de rayonnement.

Sa connaissance est primordiale lors de l'étude d'une enceinte asservie.

HP-3 Modélisation des circuits du HP

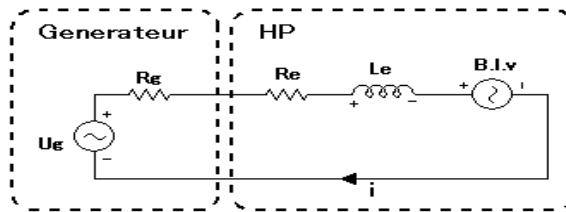
Elle est directement conditionnée par le comportement des circuits du HP.

HP-3-1 Le réseau électrique simplifié

Il est physiquement constitué, de la résistance R_e , associée à l'inductance L_e de la bobine mobile, et du générateur de force contre électromotrice $B \cdot I \cdot v_d$. Le réseau de pertes lié à dues aux courants de Foucault qui apparaissent dans le noyau, est omis.

A ce circuit série est associé une impédance Z_g que nous apparenteront momentanément à une résistance R_g interne au circuit de sortie d'un amplificateur.

La présence de R_g permettra de mettre en évidence l'influence de l'environnement électrique du HP sur son fonctionnement.



L'amplificateur est équivalent à un générateur de tension parfait, qui délivre une f.e.m sinusoïdale dont la valeur instantanée est : $u_g = U_g \cdot e^{j\omega t}$ et une résistance interne R_g

♦♦ **Cas ou $R_g = 0$**

La loi des mailles permet d'écrire : $u_g - R_e \cdot i - L_e \cdot di/dt - B \cdot l \cdot v_d = 0$
à une vitesse instantanée de déplacement v_d de l'équipage mobile

L'emploi de l'opérateur de Heaviside simplifie son écriture qui devient : $u_g - R_e \cdot i - p \cdot L_e \cdot i - B \cdot l \cdot v_d = 0$

ou encore $u_g - Z_{eo} \cdot i - B \cdot l \cdot v_d = 0$ En remarquant préalablement que $Z_{eo} = R_e + p \cdot L_e$ l'impédance purement électrique offerte par la seule bobine mobile du HP.

Elle peut être écrite: $Z_{eo} = R_e \cdot (1 + p \cdot L_e/R_e)$, ou $Z_{eo} = R_e \cdot (1 + p \cdot \tau_{eo})$ ou encore $Z_{eo} = R_e \cdot T_{ze}$

dans laquelle la constante de temps $\tau_{eo} = L_e/R_e$ permet de déterminer la pulsation caractéristique : $\omega_{eo} = 1/\tau_{eo}$ du circuit purement électrique du HP. Elle permet de définir la **fréquence électrique caractéristique** du réseau: $f_{eo} = \omega_{eo}/2\pi = 1/2\pi \cdot \tau_{eo}$ **appelée aussi fréquence de transition du réseau.**

Contrôlé par le transfert: $T_{ze} = 1 + p \cdot \tau_{eo}$, le courant traversant le HP $i = (u_g - B \cdot l \cdot v_d) / Z_{eo} = (u_g - B \cdot l \cdot v_d) / R_e \cdot T_{ze}$

peut prendre la forme: $i = (u_g - B \cdot l \cdot v_d) \cdot T_{eo} / R_e$ après avoir posé : $T_{eo} = 1/T_{ze} = 1 / (1 + p \cdot \tau_{eo})$

C'est l'expression d'un filtre passe bas du premier ordre qui montre que passé la fréquence de coupure f_e (aux fréquences $> f_e$ donc), le courant dans la bobine décroît.

♦♦ **Cas ou R_g est différent de 0**

L'équation de la maille devient $u_g - R_g \cdot i - R_e \cdot i - p \cdot L_e \cdot i - B \cdot l \cdot v_d = 0$

Vis à vis de Z_e précédemment définie, L'impédance purement électrique parcourue par le courant i devient

$$Z_{et} = Z_{eo} + R_g = R_g + R_e + p \cdot L_e$$

En posant $R_{et} = R_g + R_e$

$$Z_{et} = R_{et} + p \cdot L_e = R_{et} \cdot (1 + p \cdot L_e/R_{et})$$

La constante de temps est modifiée.

Elle devient : $\tau_{et} = L_e/R_{et} = \tau_{eo} \cdot R_e/R_{et} = \tau_{eo} / (1 + R_g/R_e)$

Autrement dit la présence de R_g diminue la constante de temps du circuit dans une proportion : $1 + R_g/R_e$ (supérieure à 1)

$$\tau_{et} = \tau_{eo} / k_{eg}$$

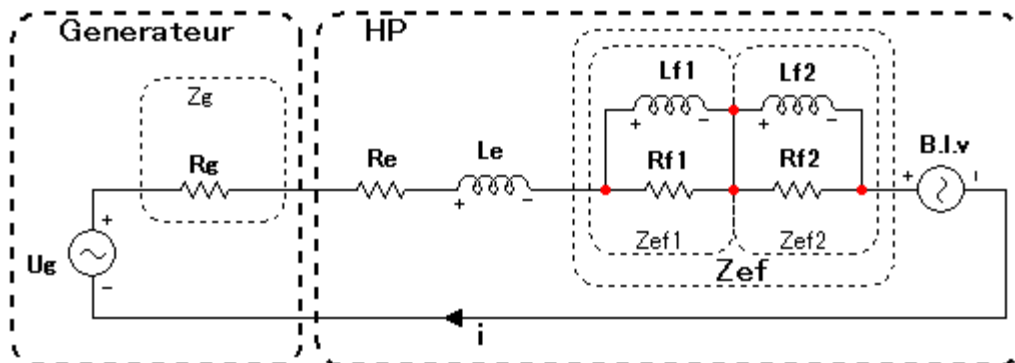
Ce qui a pour effet d'augmenter la pulsation caractéristique du circuit purement électrique : $\omega_{et} = 1/\tau_{et} = \omega_{eo} \cdot (1 + R_g/R_e)$

et par voie de conséquence la fréquence de transition du réseau: $f_{et} = \omega_{et}/2\pi = f_{eo} \cdot (1 + R_g/R_e)$

Le courant traversant le HP devient: $i_t = (u_g - B \cdot l \cdot v_d) / (R_{et} \cdot (1 + p \cdot L_e/R_{et}))$

HP-3-2 Le réseau électrique avec pertes

Vis à vis du circuit de la figure 7, dans lequel il est convenu que la résistance interne du générateur est nulle, les éléments équivalents aux pertes sont introduits.



Ces pertes sont simulées (d'autres modèles sont possible) par une cascade de deux réseaux L,R parallèles.

L'impédance rapportée dans le circuit $Z_{ef} = Z_{ef1} + Z_{ef2}$

dans laquelle :

$$Z_{ef1} = R_{f1} \cdot [p \cdot \tau_{f1} / (1 + p \cdot \tau_{f1})]$$

et, ou il apparaît la transmittance d'un circuit passe haut du premier ordre $T_{f1} = p \cdot \tau_{f1} / (1 + p \cdot \tau_{f1})$

dont la constante de temps $\tau_{f1} = L_{f1}/R_{f1}$ détermine la pulsation caractéristique $\omega_{f1} = 1/\tau_{f1}$

de cette partie du réseau et,

$$Z_{ef2} = R_{f2} \cdot [p \cdot \tau_{f2} / (1 + p \cdot \tau_{f2})]$$

qui fait apparaître la transmittance d'un circuit passe haut du premier ordre $T_{f1} = p \cdot \tau_{f1} / (1 + p \cdot \tau_{f1})$

caractérisée par la constante de temps $\tau_{f2} = L_{f2}/R_{f2}$ qui détermine,

la pulsation caractéristique $\omega_{f2} = 1/\tau_{f2}$ de cette autre partie du réseau électrique.

L'impédance totale représentant les pertes par courant de Foucault, elle prend la forme:

$$Z_{ef} = R_{f1} \cdot T_{f1} + R_{f2} \cdot T_{f2}$$

♦♦ **Si $Z_g=0$** , L'impédance du générateur est nulle et l'impédance purement électrique du HP

$$Z_e = Z_{eo} + Z_{ef1} + Z_{ef2} = R_e \cdot T_{ze} + R_{f1} \cdot T_{f1} + R_{f2} \cdot T_{f2} .$$

Vis à vis de l'intensité instantanée du courant circulant dans le HP : $i = (u_g - B.l.v_d) / Z_e = (u_g - B.l.v_d) / (R_e \cdot T_{ze} + R_{f1} \cdot T_{f1} + R_{f2} \cdot T_{f2})$ et afin de ne pas véhiculer des expressions encombrantes il est intéressant de définir un transfert T_e équivalent.

Ainsi l'intensité pourrait s'écrire $i = (u_g - B.l.v_d) \cdot T_e / R_e$

Ce qui implique : $T_e = 1 / (T_{ze} + (R_{f1} \cdot T_{f1} / R_e) + (R_{f2} \cdot T_{f2} / R_e))$ ou $T_e = 1 / [T_{ze} (1 + (R_{f1} \cdot T_{f1} / T_{ze} \cdot R_e) + (R_{f2} \cdot T_{f2} / T_{ze} \cdot R_e))]$

Or $1 / T_{ze} = T_{eo}$ d'où $T_e = T_{eo} / (1 + (R_{f1} \cdot T_{f1} \cdot T_{eo} / R_e) + (R_{f2} \cdot T_{f2} \cdot T_{eo} / R_e))$

dans laquelle il est possible de définir les coefficients $k_{f1} = R_{f1} / R_e$ et $k_{f2} = R_{f2} / R_e$ qui transforment l'équation de

$T_e = T_{eo} / (1 + (k_{f1} \cdot T_{f1} \cdot T_{eo}) + (k_{f2} \cdot T_{f2} \cdot T_{eo}))$ qui peut être finalisée ainsi : $T_e = T_{eo} / (1 + T_{eo} \cdot ((k_{f1} \cdot T_{f1}) + (k_{f2} \cdot T_{f2})))$

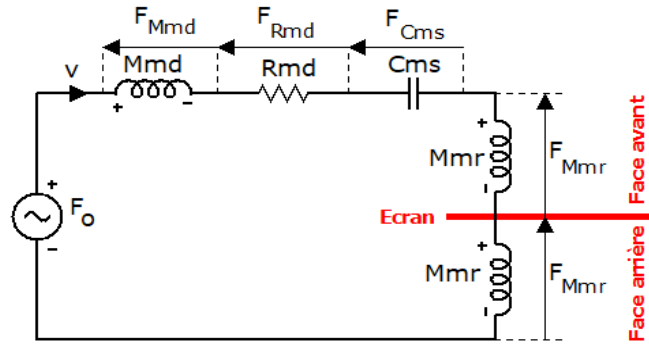
Ces formes seront très pratiques lors de l'analyse de la courbe d'impédance $Z(f)$ du HP.

♦♦ Si $Z_g = R_g$ T_{eo} est remplacé par T_{et} et R_e par R_{et}

HP-3-3 Le réseau mécanique simplifié Sa représentation n'est valable que pour les basses fréquences. En effet les impédances de rayonnement sont réduites à de simples masses.

Il est momentanément monté sur un baffle de dimensions infinies

Il est matériellement constitué de la masse pesante M_{md} , de la résistance R_{ms} et de la compliance des suspensions C_{ms} . La principale simplification réside dans le fait que l'impédance de rayonnement est limitée à sa masse M_{mr} . Le générateur de force est considéré parfait.



L'unique force F_0 qui provoque le mouvement du diaphragme est délivrée par la bobine mobile. Sachant qu'une force de réaction s'exerce sur chacune des deux faces de la membrane, et sur chaque composant mécanique.

Vis à vis de la vitesse v_d de déplacement du diaphragme, l'équation de la maille mécanique s'écrit :

$$F_0 - (p \cdot M_{md} \cdot v_d + p \cdot 2 \cdot M_{mr} \cdot v_d + R_{ms} \cdot x_d + x_d / p \cdot C_{ms}) = 0$$

Ce qui revient à :

$$F_0 = v_d \cdot (p \cdot M_{md} + p \cdot 2 \cdot M_{mr} + R_{ms} + (1/p \cdot C_{ms}))$$

♦ **Impédance mécanique simplifiée :**

La précédente relation fait apparaître l'impédance mécanique du HP. $Z_{ms} = F_0 / v_d = p \cdot M_{md} + p \cdot 2 \cdot M_{mr} + R_{ms} + 1/p \cdot C_{ms}$

$$Z_{ms} = p \cdot (M_{md} + 2 \cdot M_{mr}) + R_{ms} + (1/p \cdot C_{ms})$$

De laquelle on peut associer les masses pour obtenir $M_{ms} = M_{md} + 2 \cdot M_{mr}$

Cette relation n'est valide que dans le cas où le HP est monté sur un baffle plan supposé de taille infinie.

HP-3-4 Le réseau acoustique équivalent

A une force uniformément répartie sur une surface parfaitement rigide correspond une pression : $P = F/S$ exprimée en Pascal.

A la force de Laplace $F_0 = B \cdot l \cdot i$ appliquée à la surface du diaphragme correspond la pression : $P_0 = F_0 / S_d$

En tenant compte du flux de vitesse acoustique $\Phi_v = v_d \cdot S_d$

$$P_0 = F_0 / S_d = v_d \cdot S_d \cdot (p \cdot M_{md} / S_d^2 + p \cdot 2 \cdot M_{mr} / S_d^2 + R_{ms} / S_d^2 + 1/p \cdot C_{ms} \cdot S_d^2) \text{ soit } P_0 = \Phi_v \cdot Z_{ms} / S_d^2$$

Or, le rapport d'une pression acoustique sur un flux de vitesse de même nature $P_0 / \Phi_v = Z_{as}$ représente l'impédance acoustique du circuit.

Par identification : $Z_{as} = Z_{ms} / S_d^2$ soit : $Z_{as} = p \cdot M_{ad} + p \cdot 2 \cdot M_{ar} + R_{as} + (1/p \cdot C_{as})$, ou encore $Z_{as} = p \cdot (M_{ad} + 2 \cdot M_{ar}) + R_{as} + (1/p \cdot C_{as})$,

pour aboutir à : $Z_{as} = p \cdot M_{as} + R_{as} + (1/p \cdot C_{as})$ Dans laquelle :

- ◀ $M_{ad} = M_{md} / S_d^2$,
- ◀ $M_{ar} = M_{mr} / S_d^2$,
- ◀ $M_{as} = M_{ms} / S_d^2$,
- ◀ $R_{as} = R_{ms} / S_d^2$,
- ◀ $C_{as} = C_{ms} \cdot S_d^2$.

♦ **Remarque :** La valeur de C_{as} a été déterminée à travers la compliance mécanique C_{ms} .

Or, nous savons qu'un volume d'air clos se comporte comme une compliance. D'où l'idée de traduire C_{as} sous forme d'un volume d'air ayant sa compliance. On appelle $V_{as} = C_{as} \cdot \rho \cdot c^2$ ce volume équivalent.

♦ **Représentation schématique de l'impédance acoustique du rayonnement**

Afin de définir M_{ms} il était utile de réduire l'impédance mécanique de rayonnement au comportement de sa seule masse majeure M_{mr} . Il a été précédemment vu que cette impédance pouvait être mise sous la forme $Z_{mr} = p \cdot M_{mr} \cdot T_{mr}$.

Il lui correspond une impédance acoustique $Z_{ar} = Z_{mr} / S_d^2$

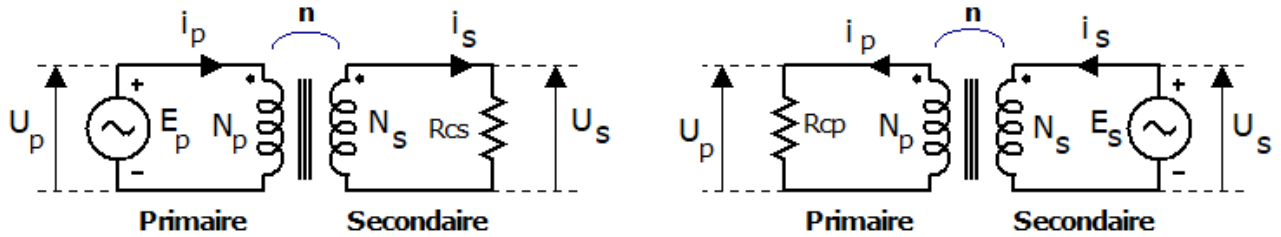


dont les éléments satisfont aux relations précédemment établies :

HP-3-5 Élément de couplage mécano-acoustique

Des deux relations $P = F/S$ et $\Phi_v = v \cdot S$

En se souvenant que par analogie, force et pression sont analogues à une tension électrique et que vitesse et flux de vitesse sont analogues à une intensité de courant. Les deux relations peuvent être identifiées aux équations d'un transformateur sans pertes : le transformateur est réversible.



Pour un transformateur (sous entendu électrique) N_p et N_s sont respectivement le nombre de spires des enroulements au primaire et secondaire. Le couplage étant étroit entre les deux enroulements on peut écrire que chacune des spires de chaque enroulement voit la même tension. Ce qui peut se traduire par $U_p/N_p = U_s/N_s$ soit $U_p/U_s = N_p/N_s$ ou $U_s/U_p = N_s/N_p$ ce qui revient au même en dehors du fait que les rapports sont inversés. En principe, le rapport de transformation $n = U_s/U_p$

◆ Le transformateur est alimenté au primaire et chargé au secondaire

Le générateur de fem E_p est directement appliqué au primaire du transformateur qui voit une tension $U_p = E_p$

Le secondaire voit à ses bornes une tension $U_s = n \cdot U_p$ qui débite un courant I_s dans la résistance R_{cs}

Un transformateur parfait reporte intégralement la puissance délivrée au primaire par le générateur au secondaire.

Qu'il est possible de formuler par : la puissance dissipée par le secondaire du transformateur est égale à celle fournie au primaire par le générateur. Soit : $U_p \cdot I_p = I_s \cdot U_s$ ou encore : $U_s/U_p = I_p/I_s = n$

En parcourant la maille du secondaire on peut déduire $U_s = R_{cs} \cdot I_s = n \cdot U_p$ ce qui implique $I_s = n \cdot U_p / R_{cs}$, or $I_s = I_p / n$

Le courant circulant dans l'enroulement primaire et fourni par le générateur $I_p/n = n \cdot U_p / R_{cs} = n^2 \cdot U_p / R_{cs}$ Ce qui revient à ce que le générateur voit à ses bornes une résistance équivalente à : $R_{peq} = U_p/I_p = R_{cs}/n^2$

◆ Le transformateur est alimenté au secondaire et chargé au primaire

Le transformateur est le même, et par voie de conséquence son rapport de transformation n .

C'est donc la relation $U_s/U_p = I_p/I_s = n$ qui guidera le raisonnement. Le secondaire est alimenté par un générateur délivrant une fem E_s Il voit à ses bornes une tension $U_s = E_s$. Qui est reportée au primaire à travers le rapport $U_p/U_s = 1/n$. La résistance R_{cp} est parcourue par un courant $I_p = U_p/R_{cp} = n \cdot I_s = U_s/n \cdot R_{cp}$ ce qui implique $U_s/I_s = n^2 \cdot R_{cp}$. Le générateur se voit chargé par une résistance équivalente à $R_{seq} = n^2 \cdot R_{cp}$.

◆ Le couplage mécano-acoustique Les analogies électro-mécano-acoustiques permettent de faire le rapprochement entre une force F_m et la tension U_p , la vitesse v au courant i_p du primaire du transformateur, et, la pression acoustique P_a à la tension U_s et le flux de vitesse Φ_v à l'intensité I_s du secondaire de ce même transformateur. Dans la mesure où la pression $P_a = F_m/S$ le rapport de transformation $n = 1/S$. Ce rapport peut paraître inhomogène mais si l'on considère qu'une pression appliquée sur une surface de $1m^2$ correspond à une force, l'homogénéité apparaît. Il faut donc lire le rapport de transformation n comme un rapport de surface de $1(m^2)/S(m^2)$.

HP-3-6 Élément de couplage électro mécanique

Coté électrique il délivre la force contre électromotrice $u_e = - B \cdot l \cdot v_d$

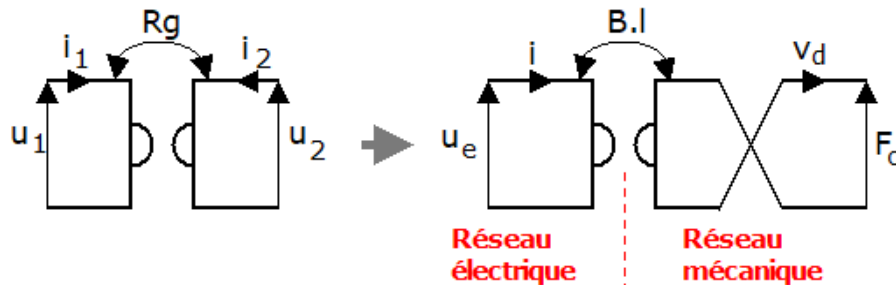
et, coté mécanique la force de Laplace $F_o = B \cdot l \cdot i$

Les analogies électro mécaniques nous apprennent que tension et forces sont analogues et que intensité de courant et vitesse le sont également. Nous en déduisons que le produit $B \cdot l$ est homogène à une résistance.

Ainsi les deux équations précédentes peuvent s'écrire : $u_1 = R_g \cdot i_2$ et $u_2 = R_g \cdot i_1$

Ce qui représente un système d'équation qui caractérise un gyrateur parfait.

En identifiant i_1 à i et i_2 à $-v_d$ (ce qui revient à permuter les deux bornes de sortie du quadripôle), R_g au produit $B \cdot l$,



Via le carré de R_g , un gyrateur montre entre deux de ses bornes (d'entrée ou de sortie) l'inverse de l'impédance (l'admittance) présente sur les deux autres bornes (de sortie ou d'entrée).

$$Z_e = R_g^2 / Z_s = R_g^2 \cdot Y_s \text{ avec } Y_s = 1/Z_s$$

$$Z_s = R_g^2 / Z_e = R_g^2 \cdot Y_e \text{ avec } Y_e = 1/Z_e$$

Ce qui signifie dans le cas qui nous préoccupe que le réseau purement électrique sera vu comme son admittance dans son report dans le circuit mécanique. $Z_{me} = (B \cdot l)^2 / Z_e$ et que le réseau mécanique subira le même sort, s'il est vu du circuit électrique.

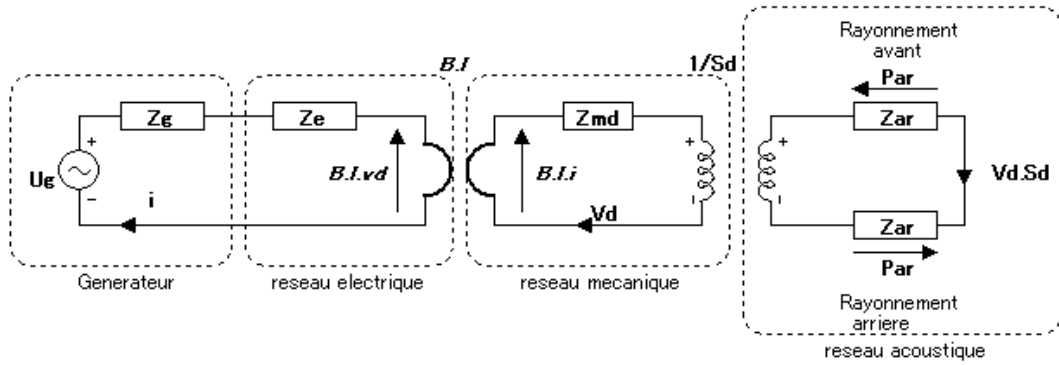
$$Z_{em} = (B \cdot l)^2 / Z_{ms}$$

◆ Remarque : Z_{me} signifie impédance mécanique issue du réseau électrique, alors que Z_{em} signifie impédance électrique issue du circuit mécanique.

HP-4 Modélisation du HP

HP-4-1 Modèle global

De ce qui précède, et en parfait accord avec les analogies, il est possible d'établir le schéma électro mécano acoustique global du HP à l'aide des seuls symboles électriques.



Ce schéma, abstraction faite du circuit du générateur, montre, d'une manière très condensée, les trois réseaux électrique, mécanique, et acoustique du HP monté sur un écran plan rigide de dimensions infinies.

Apparaissent aussi, les impédances complexes (au sens mathématique) qui composent chacun d'eux, ainsi que les organes de couplage entre réseaux.

HP-4-2 Modèle ramené à un unique réseau mécanique

Ce qui précède permet le report immédiat des éléments acoustiques dans le réseau mécanique.

Z_{md} et $2 Z_{mr}$ en série chargent le générateur de Force F_0 .

Les mailles:

◀ électrique : $u_g - (Z_g + Z_e).i - B.I.v_d = 0$

◀ mécanique : $B.I.i - (Z_{md} + 2.Z_{mr}).v_d = 0$

permettent de transférer l'image du circuit électrique dans le circuit mécanique en tirant l'expression de i de la maille électrique

$i = (u_g - B.I.v_d)/(Z_g + Z_e)$, et en la reportant dans la maille mécanique. $(B.I.(u_g - B.I.v_d)/(Z_g + Z_e)) - (Z_{md} + 2.Z_{mr}).v_d = 0$

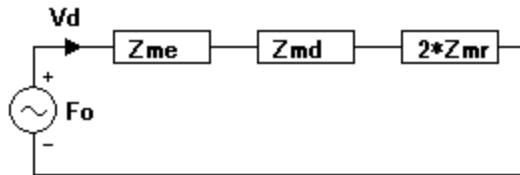
ce qui amène à $(B.I.u_g/(Z_g + Z_e)) - (B^2.I^2.v_d/(Z_g + Z_e)) - (Z_{md} + 2.Z_{mr}).v_d$

en ordonnant les termes $(B.I.u_g/(Z_g + Z_e)) - ((B^2.I^2/(Z_g + Z_e)) + Z_{md} + 2.Z_{mr}).v_d = 0$

qui montre un générateur de force $F_0 = B.I.u_g/(Z_g + Z_e)$

qui met en mouvement un ensemble mécanique à la vitesse v_d . Cet ensemble représentant une impédance mécanique

$$Z_{mt} = (B^2.I^2/(Z_g + Z_e)) + Z_{md} + 2.Z_{mr}$$



L'apparition de $Z_{me} = B^2.I^2/(Z_g + Z_e)$ dans le circuit montre que l'impédance électrique à une incidence sur le mouvement de l'équipage mobile.

♦ Structures de Z_{me}

Son expression peut être sous la forme $Z_{me} = 1/((Z_g/B^2.I^2) + (Z_e/B^2.I^2))$

ou son inverse $Y_{me} = 1/Z_{me} = (Z_g/B^2.I^2) + (Z_e/B^2.I^2) = Y_{mg} + Y_{meo}$

dans laquelle:

◀ $Y_{mg} = Z_g/B^2.I^2$ est l'admittance mécanique image de l'impédance électrique du générateur situé dans le réseau électrique. A

l'impédance de sortie du générateur, réduite à une résistance R_g correspond une conductance mécano électrique $R_g/B^2.I^2$

◀ $Y_{meo} = (Z_e/B^2.I^2)$ l'admittance image des impédances motrices et de pertes du réseau électrique.

♦♦ Si $Z_g=0$ et les pertes négligées

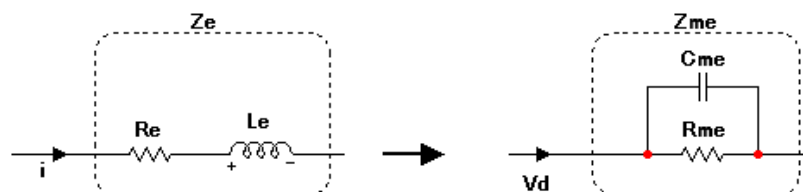
Le réseau purement électrique est constitué de $Z_e = R_e + p.L_e$.

L'admittance reportée est $Y_{me} = Y_{meo} = (R_e/B^2.I^2) + (p.L_e/B^2.I^2)$

C'est l'équation d'un circuit parallèle comportant:

◀ une résistance mécanique $R_{me} = B^2.I^2/R_e$

◀ une compliance $C_{me} = L_e/B^2.I^2$

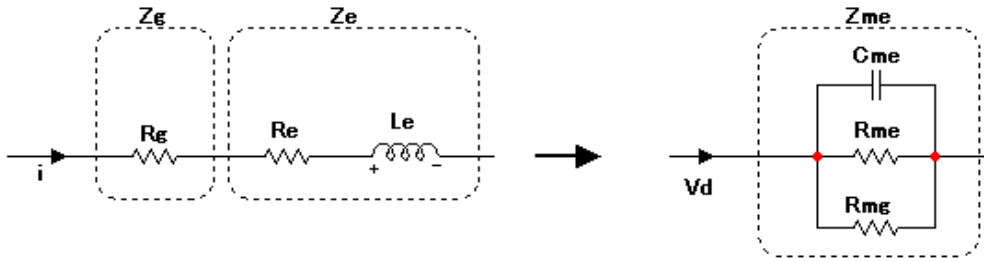


♦♦ **Les pertes sont négligées et $Z_g=R_g$ non nulle**

En adoptant le même type de développement, sachant que $Z_e = R_e + p \cdot L_e$

Il advient que $Y_{me} = Y_{meo} + (Z_g / B^2 \cdot I^2)$

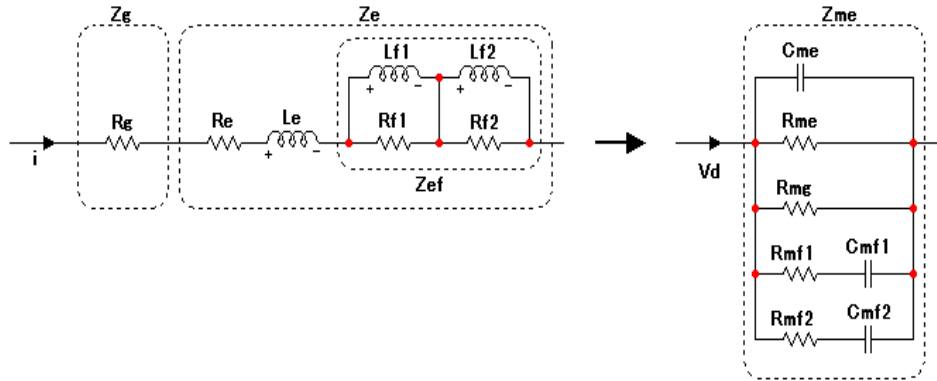
Ce qui revient à ajouter une branche parallèle à la précédente impédance image. Cette dernière a pour valeur: $Z_{mg} = B^2 \cdot I^2 / Z_g$ ce qui, en limitant Z_g à une résistance R_g , permet de placer son image $R_{mg} = B^2 \cdot I^2 / R_g$ dans le circuit mécanique électrique du réseau mécanique.



◀ **Remarque:** Poser $R_g=0$ revient à trouver une résistance mécanique R_{mg} infinie ce qui ramène au précédent cas

♦♦ **Les pertes sont prises en compte et $Z_g=R_g$ non nulle**

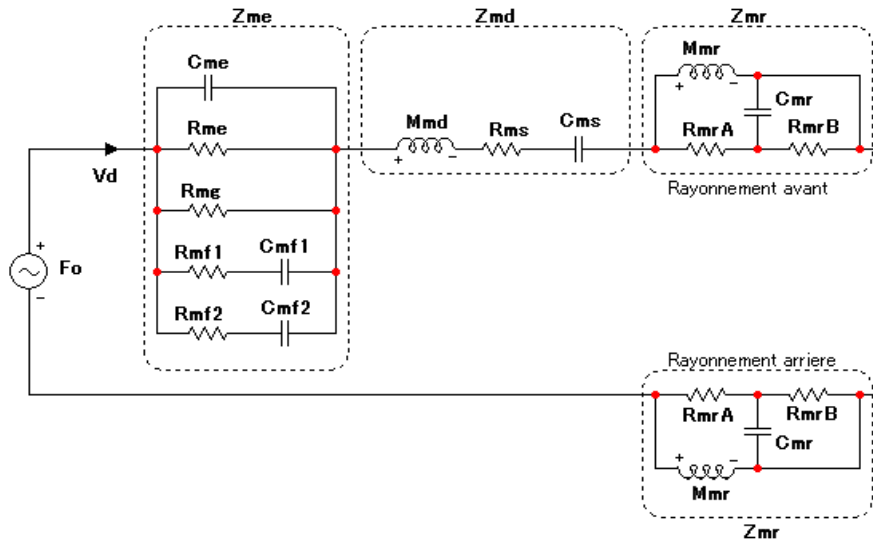
Le processus d'approche est identique. Le report électro mécanique est traduit par cette nouvelle figure



◀ $R_{mf1} = B^2 \cdot I^2 / R_{f1}$; $C_{mf1} = L_{f1} / B^2 \cdot I^2$ et,

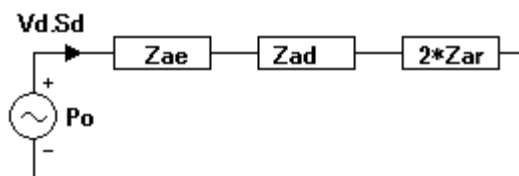
◀ $R_{mf2} = B^2 \cdot I^2 / R_{f2}$; $C_{mf2} = L_{f2} / B^2 \cdot I^2$

♦ **Modèle mécanique complet :** Il se résume à cette figure.



HP-4-3 Modèle ramené à un unique réseau acoustique

Le schéma a la même allure que le circuit mécanique.



Le générateur de pression $P_o = F_o / S_d = B \cdot l \cdot u_g / ((Z_g + Z_e) \cdot S_d)$

Les impédances acoustiques :

◀ $Z_{ae} = Z_{me} / S_d^2 = B^2 \cdot l^2 / ((Z_g + Z_e) \cdot S_d^2)$

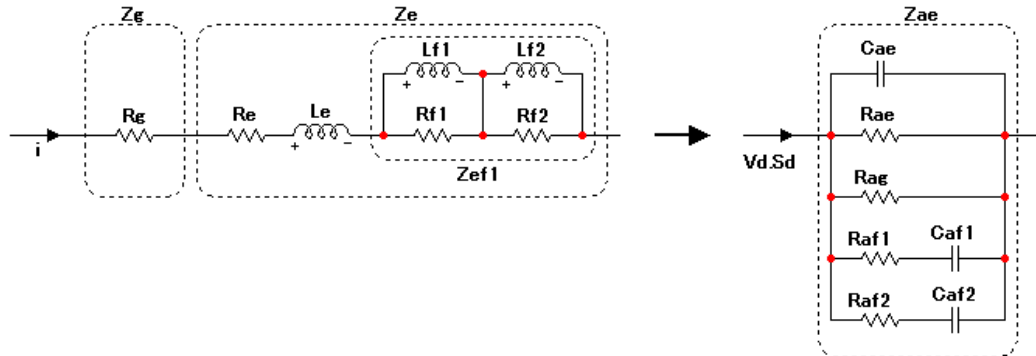
◀ $Z_{ad} = Z_{md} / S_d^2$

◀ $Z_{ar} = Z_{mr} / S_d^2$

◆ **Structures de Z_{ae}**

Elle est visuellement identique à celle du réseau mécanique.

En se référant aux valeurs établies pour le réseau mécanique, les valeurs des composants acoustiques suivent la transformation dictée par la formule $Z_{ae} = Z_{me} / S_d^2$, établit précédemment



Ce qui implique

◀ $R_{ag} = R_{mg} / S_d^2 = B^2 \cdot l^2 / (R_g \cdot S_d^2)$

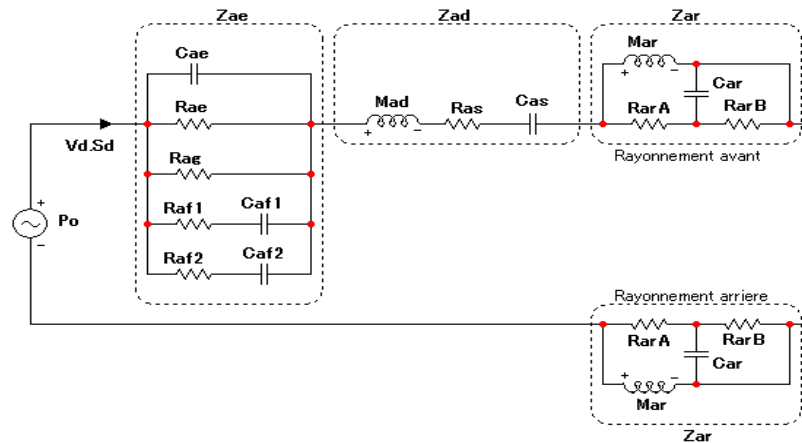
◀ $R_{ae} = R_{me} / S_d^2 = B^2 \cdot l^2 / (R_e \cdot S_d^2)$; $C_{ae} = L_e \cdot S_d^2 / B^2 \cdot L^2$

◀ $R_{af1} = R_{mf1} / S_d^2 = B^2 \cdot l^2 / (R_{f1} \cdot S_d^2)$; $C_{af1} = L_{f1} \cdot S_d^2 / B^2 \cdot L^2$

◀ $R_{af2} = R_{mf2} / S_d^2 = B^2 \cdot l^2 / (R_{f2} \cdot S_d^2)$; $C_{af2} = L_{f2} \cdot S_d^2 / B^2 \cdot L^2$

◆ **Modèle acoustique complet.**

Il a même allure que le réseau mécanique. Seule les repères et valeurs des éléments changent conformément à ce qui précède.



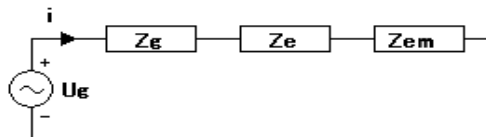
HP-4-4 Modèle ramené à un unique réseau électrique

A partir des deux mailles précédemment établies,

La maille mécanique permet d'écrire que la vitesse du déplacement de la membrane : $v_d = B \cdot l \cdot i / (Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr})$

reportée dans la maille électrique, $u_g - (Z_g + Z_e) \cdot i - (B^2 \cdot l^2 / (Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr})) \cdot i = 0$

ce qui montre, que la fem du générateur électrique (la sortie de l'amplificateur) débite dans une série de trois impédances, Z_g , Z_e et, $Z_{em} = B^2 \cdot l^2 / (Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr})$.



Issue du mouvement de la membrane Z_{em} est appelée impédance motionnelle ou électro cinétique. Elle se substitue au générateur de force contre électro motrice, ce qui permet d'affirmer que : $Z_{em} \cdot i = B \cdot l \cdot v_d$

◆ **Structures de l'impédance motionnelle**

La précédente expression $Z_{em} = (B^2 \cdot l^2 / (Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr}))$ peut être écrite : $Z_{em} = 1 / ((Z_{md} / B^2 \cdot l^2) + (2 \cdot Z_{mr} / B^2 \cdot L^2))$

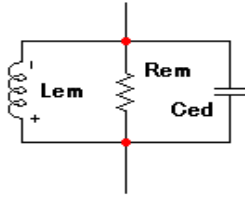
Son admittance Y_{em} en simplifie la lecture. $Y_{em} = (Z_{md} / B^2 \cdot l^2) + (2 \cdot Z_{mr} / B^2 \cdot L^2)$

Elle est la somme des admittances issues :

♦♦ **du pur réseau mécanique**

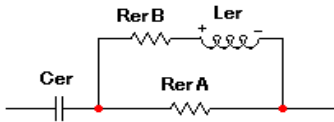
$Y_{ed} = Z_{md} / B^2 \cdot I^2$ soit $Y_{ed} = (p \cdot M_{md} / B^2 \cdot I^2) + (R_{ms} / B^2 \cdot I^2) + (1 / p \cdot C_{ms} \cdot B^2 \cdot I^2)$ et enfin $Y_{ed} = p \cdot C_{ed} + 1 / R_{em} + 1 / p \cdot L_{em}$
 ce qui implique que l'impédance $Z_{ed} = 1 / Y_{ed} = 1 / (p \cdot C_{ed} + 1 / R_{em} + 1 / p \cdot L_{em})$

Il lui correspond le schéma:



♦♦ **des éléments mécaniques du rayonnement** $Y_{er} = Z_{mr} / B^2 \cdot I^2$

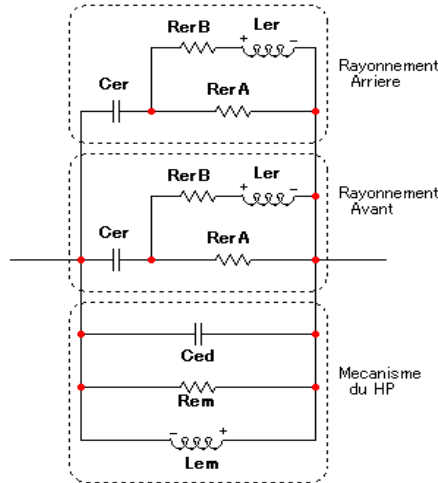
Le même type de raisonnement amène vers ce schéma de chacune des impédances électriques de rayonnement ce qui permet de tracer le schéma de $Z_{er} = 1 / Y_{er}$, du HP monté sur un plan de surface infinie.



Les relations permettant leur évaluation sont les suivantes.

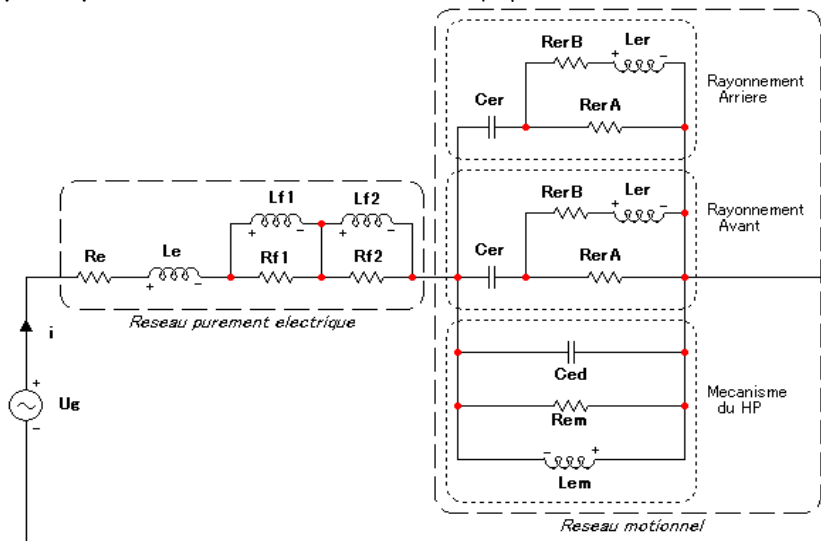
- ◀ $C_{er} = M_{mr} / B^2 \cdot I^2$
- ◀ $L_{er} = C_{mr} \cdot B^2 \cdot I^2$
- ◀ $R_{erA} = B^2 \cdot I^2 / R_{mrA}$
- ◀ $R_{erB} = B^2 \cdot I^2 / R_{mrB}$

♦♦ **Schéma complet de l'impédance motionnelle**



Il représente l'impédance électro cinétique complète du HP seul. Quoique simplifiées, les impédances images des rayonnements avant et arrière apparaissent.

♦ **Circuit électrique complet du HP seul** Il est le résumé de ce qui précède



HP-4- Cinématique du HP

Disposant d'un modèle mécanique linéaire complet, il est possible de définir le déplacement, la vitesse et accélération de l'équipage mobile. Une transformation simple permet de connaître le volume d'air brassé, le flux de vitesse, et flux d'accélération acoustiques.

♦ **Vitesse de déplacement de l'équipage mobile** La maille mécanique $F_o - (Z_{md} + Z_{me} + 2.Z_{mr}).v_d = 0$ permet de connaître la vitesse $v_d = F_o / (Z_{md} + Z_{me} + 2.Z_{mr})$ de déplacement de l'équipage mobile. Vis à vis de la tension instantanée de sortie de l'amplificateur, autrement dit en substituant F_o par son expression : $v_d = (B.l.u_g.T_{et}/R_{et}) \cdot 1/(Z_{me} + Z_{md} + 2.Z_{mr})$

♦ **Le flux de vitesse de l'équipage mobile** est déduit de la formule précédente. Par définition le flux de vitesse est le produit d'une vitesse par une surface. Appliqué au HP, sur chacune de ses faces : $\Phi_v = v_d \cdot S_d = u \cdot (B.l.S_d/M_{ms} \cdot R_{et}) \cdot T_e \cdot T_{mv} / \omega_s$

♦ Accélération de l'équipage mobile

La méthode d'évaluation de l'accélération est quasi identique à celle qui a permis de définir la vitesse de déplacement.

L'accélération $\gamma_d = d^2x_d/dt^2 \Leftrightarrow \gamma_d = p^2 \cdot x_d \Leftrightarrow \gamma_d = u \cdot (B.l/M_{ms} \cdot R_{et}) \cdot (p^2/\omega_s^2) \cdot T_e \cdot T_{mx}$

En considérant : $T_{mv} = (p^2/\omega_s^2) \cdot T_{mx}$, $\gamma_d = u \cdot (B.l/M_{ms} \cdot R_{et}) \cdot T_e \cdot T_{mv} = u \cdot (B.l.S_d/M_{ms} \cdot R_{et}) \cdot T_e \cdot T_{mv}/S_d$

♦ Le flux d'accélération

Il est le produit de l'accélération de l'équipage mobile par la surface du diaphragme : $\Phi_\gamma = \gamma_d \cdot S_d$.

De ce qui précède : $\Phi_\gamma = u \cdot (B.l.S_d/M_{ms} \cdot R_{et}) \cdot T_e \cdot T_{mv}$

HP-5 Efficacité du HP

HP-5-1 Le Facteur d'accélération

Le produit $B.l$ est le facteur de force du HP, et, par définition une force est le produit d'une masse par une accélération.

L'accélération peut donc être définie comme le rapport d'une force sur une masse. Les précédentes équations du mouvement font apparaître un rapport commun : $\Gamma = B.l/M_{ms}$ qui, suite à la précédente définition est le **facteur d'accélération du HP**.

Vu que le produit $B.l$ représente le facteur de force, Γ traduit les **capacités à l'accélération, d'un HP**.

Il est concevable de penser qu'un HP destiné à la reproduction des basses fréquences (Boomer) ait un facteur d'accélération inférieur à celui d'un HP reproduisant les fréquences hautes (Tweeter)

◀ **Remarque** : En considérant le produit $B.l$ comme la résistance de gyration du coupleur électro mécanique, le facteur d'accélération est l'inverse de la **constante de temps** : $M_{ms}/B.l$

◀ **Exemple** : Considérons un Boomer dont $B.l = 18 \text{ N/A}$ et $M_{ms} = 100 \text{ g}$ soit $0,1 \text{ kg}$

Son facteur d'accélération est $\Gamma_{Boomer} = 18 / 0,1 = 180 \text{ m/s}^2$.

Prenons maintenant un Tweeter dont le facteur de force $B.l = 8$ ayant une masse $M_{ms} = 2 \text{ g}$ soit $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ son facteur d'accélération est de : $\Gamma_{Tweeter} = 8 / 2 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^3 = 4000 \text{ m/s}^2$.

HP-5-2 Le facteur d'efficacité du HP, de son générateur et de son environnement, est commun à chacun des vecteurs mécaniques du HP. Il est défini par la relation : $E = (B.l.S_d / M_{ms} \cdot R_{et})$

Dans laquelle est inclus le facteur d'accélération. $E = \Gamma \cdot (S_d / R_{et})$

♦ le facteur d'efficacité intrinsèque du HP

Il définit les capacités de conversions du HP. Il est intimement lié à son rendement.

Afin de caractériser le HP sans le générateur, on pose $R_g = 0$ et ainsi $R_{et} = R_e$

Le facteur E prend la valeur particulière $E_0 = \Gamma \cdot (S_d / R_e)$ nommée **facteur d'efficacité intrinsèque du HP**

◀ **Remarques** : Avec R_g présent dans le circuit, $E = E_0 \cdot R_e / R_{et} = E_0 \cdot R_e / (R_e + R_g) = E_0 / k_{Re}$

k_{Re} étant supérieur à 1, le facteur d'efficacité E est inférieur au facteur d'efficacité intrinsèque E_0

Cette observation est logique si l'on considère qu'une partie de l'énergie délivrée par le générateur est consommée dans R_g .

♦♦ Application du facteur d'efficacité

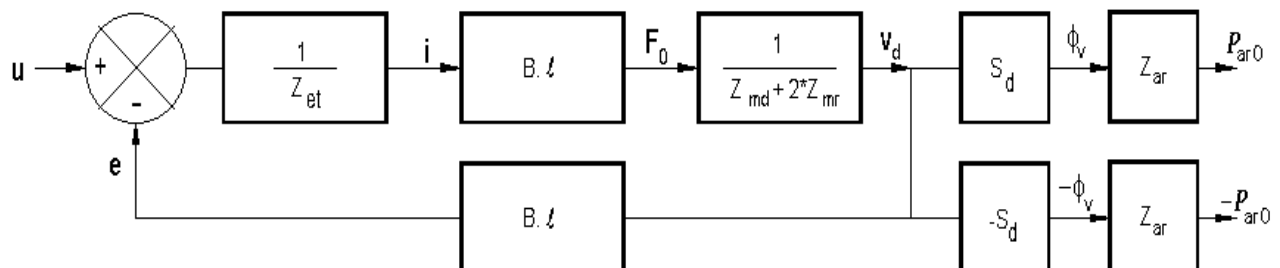
Les précédentes formules du mouvement sont considérablement simplifiées en y intégrant l'expression du facteur d'efficacité.

Les valeurs instantanées :

◀ du déplacement	$x_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mx} / S_d \cdot \omega_s^2$
◀ du volume	$V_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mx} / \omega_s^2$
◀ de la vitesse	$v_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv} / S_d \cdot \omega_s$
◀ du flux de vitesse	$\Phi_v = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv} / \omega_s$
◀ de l'accélération	$\gamma_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv} / S_d$
◀ du flux d'accélération	$\Phi_\gamma = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv}$

HP-6 Diagramme de fonctionnement du HP

Synthèse de ce qui précède, il éclaire immédiatement sur les transformations opérées, et permet de dresser facilement la fonction de transfert globale du HP monté sur un écran plan rigide de dimensions infinies.



Ce diagramme montre que le haut-parleur possède une contre réaction interne. Il s'agit de la fcm $e=B.l.v$ qui vient s'opposer à la tension u d'entrée. Dans d'autres jargons, on dirait qu'il y a réaction de la sortie sur l'entrée.

HP-7 Formulation finale

Quelques paramètres restent encore à découvrir. Cela nécessite la simplification des formules précédentes.

◆ Simplification

Elle a, pour seul avantage, de permettre d'entrevoir le fonctionnement du HP et de dégager un complément de paramètres pratiques à l'analyse.

En posant $R_{met} \cdot T_e = R_{met}$, soit $T_e = 1$ et $T_{mr} = 1$, c'est à dire en négligeant l'action de T_e et de T_{mr} dans l'expression de T_{mx} elle devient :

$$T_{mx} = 1 / (p^2/\omega_s^2 + p/Q_t \cdot \omega_s + 1)$$

C'est celle d'un filtre passe bas du second ordre de pulsation caractéristique ω_s , et de facteur de qualité Q_t .

Ceci, n'est réaliste qu'aux fréquences bien inférieures à la plus basse des fréquences de coupures, électrique et acoustique du HP.

◀ Remarque

C'est sur cette base de simplification, que les formules, publiées dans la presse, vous sont livrées. Elles ne permettent pas de faire aboutir un projet avec une précision suffisante, mais seulement de connaître la tendance aux basses fréquences

◆ Définitions des coefficients usuels

Cette simplification fait apparaître dans T_{mx} un nouveau terme, Q_t , fondamental pour l'analyse.

Il est le coefficient total de qualité (ou de surtension) du HP et de son environnement.

Rapproché de T_{mx} dans les conditions de simplifications précédemment définies

$$Q_t = 1/(\omega_s \cdot C_{ms} (R_{ms} + R_{met})) = 1/(\omega_s \cdot (C_{ms} \cdot R_{ms} + C_{ms} \cdot R_{met}))$$

Son inverse,

$$1/Q_t = \omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{ms} + \omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{met}$$

En appelant

$$Q_{ms} = 1/(C_{ms} \cdot R_{ms} \cdot \omega_s)$$

Dans lequel n'apparaissent que, C_{ms} et R_{ms} , des composants du réseau mécanique. C'est pour cette raison qu'il est appelé **coefficient de surtension mécanique du « speaker »**.

De la même manière en appelant $Q_e = 1/(\omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{met})$, l'image mécanique de la résistance électrique totale R_{met} , apparaît.

Ce qui fait l'appeler coefficient de surtension électrique du HP.

Ainsi, l'inverse du coefficient de surtension total : $1/Q_t = (1/Q_{ms}) + (1/Q_e) = (Q_{ms} + Q_e) / (Q_{ms} \cdot Q_e)$

implique que le coefficient $Q_t = (Q_{ms} \cdot Q_e) / (Q_{ms} + Q_e)$

◀ Remarques

◀ Dans un précédent paragraphe il a été mis en évidence que pour $R_g=0$, $R_{met} = R_{me}$

Dans ce cas le **coefficient de surtension électrique du speaker seul** est : $Q_{es} = 1/(\omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{me})$

Ce qui affecte Q_t qui devient: $Q_{ts} = Q_{ms} \cdot Q_{es} / (Q_{ms} + Q_{es})$

◀ Le rapport entre Q_e et Q_{es} est intéressant à connaître d'autant qu'il s'exprime simplement. En prenant les précédentes expressions de Q_e et Q_{es} , Il apparaît que $Q_e / Q_{es} = R_{me} / R_{met} = (R_e + R_g) / R_e = 1 + (R_g / R_e) = k_{Re}$

qui est traduisible par la relation : $Q_e = Q_{es} \cdot k_{Re}$

