

GLOSSAIRE DE DIDACTIQUE

Table des matières

Didactique des mathématiques	4
La didactique des mathématiques étudie le processus de transmission et d'acquisition de cette science, particulièrement situation scolaire. Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs au rapport entre ton enseignement et son apprentissage	4
Compétences	4
Caractéristiques positives d'un individu, témoignant de cette capacité à accomplir certaines tâches. Ensemble de savoirs et de savoir-faire, conduites types, procédures standard, types de raisonnement que l'on peut mettre en œuvre sans savoir nouveau.	4
Apprentissage	4
Modification durable de compétence d'un individu à la suite d'une ou plusieurs acquisitions, qui sont de son fait ou qui résultent de l'action d'un agent extérieur	4
Enseignement	4
Organisation intentionnelle d'apprentissage dans le cadre d'un projet social de communication et de diffusion de connaissances déterminées.	4
Situation (correspondant à un savoir)	5
Le terme situation désigne l'ensemble des circonstances dans lesquelles se trouve le sujet (élèves, professeurs...), les relations qui unissent un milieu, l'ensemble des données qui caractérisent une action ou une évolution (d'après Brousseau- <i>Théorie des situations didactiques</i>).....	5
Situation didactique (relativement à savoir)	5
Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner, un enseignant (Brousseau, <i>Théorie des situations didactiques</i>).....	5
Situation mathématique	5
Une situation mathématique est une mise en relation de différents objets mathématiques, dans un registre textuel (oral ou écrit) ou graphique, se présentant souvent sous forme de problèmes ou de théorèmes.	5
Situation non didactique (relativement à un savoir)	5
Une situation non didactique est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées, mais dont le milieu ne comporte aucun agent intervenant au cours du déroulement pour faire acquérir au sujet une connaissance déterminée : il n'y a pas d'intention d'apprentissage dans la situation.....	6
Situation a-didactique (relativement à un savoir)	6
Une situation a-didactique est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées mais que l'élève ne puisse pas lire (ou est renoncé à lire, pendant un temps suffisant, les intentions du professeur concernant ses connaissances, pour prendre ses décisions.....	6
Situation fondamentale	6

Une situation fondamentale d'un savoir visé est une situation à variables didactiques qui engendrent, par manipulation de ces variables, un ensemble minimal de situation à didactique suffisamment étendue pour couvrir toutes les formes du savoir visé.....	6
Systeme de didactique.....	7
C'est un schéma à trois places : l'enseignant, les élèves, un savoir mathématiques. La relation didactique est ternaire.	7
Dévolution.....	7
On appelle dévolution d'une situation à didactique l'ensemble des conditions qui permettent à l'élève de s'approprier la situation : enjeux intellectuels et contextes favorables.....	7
Variable cognitive	8
Une variable cognitive d'une situation a-didactique est un paramètre de cette situation qui, suivant les valeurs qui lui sont attribuées, modifie la connaissance nécessaire à la solution.	8
Variable didactique	8
Une variable didactique un élément de la situation qui peut être modifiée par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution (par le coût, la validité, la complexité).	8
Une variable didactique est une variable cognitive dont la valeur peut être fixée à volonté par l'enseignant. La modification de la valeur de ces variables permet d'engendrer, à partir d'une situation,	8
Saut informationnel	9
On appelle saut informationnel, un changement de valeur d'une variable didactique à l'intérieur d'une situation susceptible de provoquer un changement de stratégie.....	9
Contrat pédagogique	9
Le contrat pédagogique est constitué de l'ensemble des règles de vie en vigueur dans une classe. La nature de ce contrat n'est pas liée à une discipline enseignée.	9
Contrat didactique	9
Le contrat didactique est le résultat de la négociation des rapports établis explicitement et implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution.....	9
Dans la théorie des situations didactiques, la notion de contrat didactique désigne l'ensemble des attentes mutuelles de l'enseignant et les élèves par rapport au savoir mathématique. Ce contrat didactique, largement implicite s'inscrit dans un ou des contrats pédagogiques plus globaux ; il évolue au fil de l'avancée des connaissances et devient particulièrement perceptible dans les situations de rupture.....	10
Institutionnalisation	10
Dans la théorie des situations didactiques, la notion d'institutionnalisation désigne l'ensemble des processus locaux et globaux par lesquels les connaissances construites au sein de la classe, individuellement et collectivement, sont reliées par l'enseignant aux savoirs institutionnellement reconnus visés par l'enseignement.	10
C'est un processus cours duquel, à travers des dispositifs de désignation et de gestion (cahier ou classeur de cours), les élèves sont appelés à identifier le savoir d'un double point de vue : ce celui de son fonctionnement, celui de son adéquation à la résolution de certains problèmes.....	11
Transposition didactique	11
La transposition didactique décrit les choix, les découpages, les transformations des savoirs appris à un moment donné comme référence dans les différentes institutions.....	11

Echec	12
L'échec qualifie un résultat, le fait que le résultat attendu ne soit pas atteint, que l'état terminal du jeu (fin de la partie) ne soit pas un état gagnant.	
Erreur	12
L'erreur ne vérifie pas le résultat, mais la démarche de prise de décision. Une décision peut être dite causée par une erreur lorsque celui qui a pris cette décision peut la remettre en question, en regard des conséquences il sait pouvoir lui associer. L'erreur qualifie la connaissance qui a permis la décision lorsqu'elle est identifiable et identifier.	
Obstacles.....	13
Un obstacle se manifeste par des erreurs non pas fugaces et erratiques, mais reproductibles et persistantes. Ces erreurs témoignent d'une connaissance (erronée) qui a réussi dans un domaine d'action (mais qui échoue dans d'autres) ; elle persiste souvent après l'apprentissage d'un savoir correct ; leur origine peut être ontogénétique, didactique ou épistémologique.	
Procédure.....	13
Une procédure est un ensemble univoque et ordonné d'actions en vue d'un but déterminé. Dans le temps de son déroulement, la procédure met de côté la signification. C'est typiquement le cas d'une résolution algébrique d'une équation du second degré par exemple ; c'est aussi ce qui se produit lorsqu'on calcule par écrit : les règles prescrites n'autorisent aucun choix et conduit à un résultat. Une procédure est machinale.	
Dialectique Outil-Objet	13
Cette expression renvoie à la distinction faite entre deux dimensions des concepts mathématiques : leur dimension d'outils intervenant dans la résolution de problèmes, leur dimension d'objets appartenant à un édifice structuré et socialement reconnu.	
Cadres et changements de cadres	14
Douady, qui a introduit cette notion de cadre en didactique, définit un cadre comme un ensemble d'objets d'une branche des mathématiques, des relations entre ces objets, de leur formulation éventuellement diverse et des images mentales associées à ces objets et relation.	
Registre	14
Ce terme est utilisé ici avec le sens de registre de représentation sémiotique avec l'acceptation que lui donne Duval. Un registre de représentation sémiotique doit permettre les trois opérations fondamentales suivantes : la formation de représentations dans le registre, leur traitement à l'intérieur du registre, la conversion vers un autre registre de représentation.	
Dialectique de l'action	15
Dialectique de la formulation	15
Dialectique de la validation.....	15
Connaissances	15
Nous appelons connaissance engagée dans une situation ce qui permet à un sujet qui doit, dans cette situation, envisager une série de choix possibles, de prendre une décision, de manière reproductible (c'est-à-dire la même décision pour une situation analysée comme de même type).....	
Savoir.....	16
Un savoir est un ensemble de connaissances contenues culturellement dans une institution.....	
Connaissance et savoir.....	16
Fonctions du savoir mathématiques :	16

Didactique des mathématiques

La didactique des mathématiques étudie le processus de transmission et d'acquisition de cette science, particulièrement situation scolaire. Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs au rapport entre ton enseignement et son apprentissage.

À terme, elle se propose d'améliorer les méthodes et les contenus d'enseignement, assurant chez l'élève la construction de savoir vivant (susceptible d'évolution) et fonctionnel (qui permet de résoudre des problèmes et de poser de vraies questions). (Douady)

Pour résumer on peut dire que :

- la didactique des mathématiques fournit des outils professionnels à l'enseignant, tout en préservant sa liberté pédagogique ;
- elle permet d'identifier des faits, d'analyser les phénomènes d'enseignement ;
- elle permet d'analyser les productions d'élèves, d'interpréter des erreurs ; elle vise la construction de situation d'apprentissage et donne à l'enseignement des outils pour les réaliser.

Compétences

Caractéristiques positives d'un individu, témoignant de cette capacité à accomplir certaines tâches. Ensemble de savoirs et de savoir-faire, conduites types, procédures standard, types de raisonnement que l'on peut mettre en œuvre sans savoir nouveau.

Apprentissage

Modification durable de compétence d'un individu à la suite d'une ou plusieurs acquisitions, qui sont de son fait ou qui résultent de l'action d'un agent extérieur.

Enseignement

Organisation intentionnelle d'apprentissage dans le cadre d'un projet social de communication et de diffusion de connaissances déterminées.

Situation (correspondant à un savoir)

Le terme situation désigne l'ensemble des circonstances dans lesquelles se trouve le sujet (élèves, professeurs...), les relations qui unissent un milieu, l'ensemble des données qui caractérisent une action ou une évolution (d'après Brousseau- *Théorie des situations didactiques*).

Le milieu est constitué des objets (physique, culturel ce, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation.

Situation didactique (relativement à savoir)

Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner, un enseignant (Brousseau, *Théorie des situations didactiques*).

Une situation didactique est l'ensemble des relations pertinentes (explicites et ou implicite) d'un sujet (ou de plusieurs sujets) apprenant avec un sujet enseignant et avec un milieu mobilisé par ce dernier pour faire approprier un savoir déterminé.

Les situations didactiques sont des situations d'apprentissage bien particulières au sens où elles sont aménagées, produites et soutenues par une intentionnalité double :

- celle du maître qui, est l'actualisation du projet social de faire acquérir un savoir déterminé, ici les mathématiques, par des individus (qui sont en fait placés dans la position d'élèves) ;
- celle de l'élève qui intériorise sous forme de projet personnel les éléments de la demande sociale.

Les situations didactiques constituent l'unité minimum significative au niveau de l'organisation de l'enseignement et de l'apprentissage visé : on ne peut les découper sans qu'elles perdent leur sens.

Situation mathématique

On peut définir une situation didactique comme la rencontre d'une situation mathématique et d'une intention d'enseigner.

Une situation mathématique est une mise en relation de différents objets mathématiques, dans un registre textuel (oral ou écrit) ou graphique, se présentant souvent sous forme de problèmes ou de théorèmes.

Situation non didactique (relativement à un savoir)

Une situation non didactique est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées, mais dont le milieu ne comporte aucun agent intervenant au cours du déroulement pour faire acquérir au sujet une connaissance déterminée : il n'y a pas d'intention d'apprentissage dans la situation.

Situation a-didactique (relativement à un savoir)

Une situation a-didactique est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées mais que l'élève ne puisse pas lire (ou est renoncé à lire, pendant un temps suffisant, les intentions du professeur concernant ses connaissances, pour prendre ses décisions.

Les bonnes décisions des élèves, celles qui correspondent au savoir associé, constituent des stratégies rationnelles d'actions sur un milieu, que le professeur n'a pas besoin de valider, puisque le milieu s'en charge.

Les propriétés didactique une situation à didactique varient beaucoup selon que :

- la dévolution est réussie ou non,
- les connaissances dont disposent les élèves sont adaptés ou non (capacité à entrevoir une stratégie de base, capacité à la mettre en question, fonctionnalité de connaissances permettant de valider intellectuellement certaines décisions, méconnaissance préalable des stratégies gagnantes),
- la situation est une situation action, de formulations ou de validation.

Situation fondamentale

Une situation fondamentale d'un savoir visé est une situation à variables didactiques qui engendrent, par manipulation de ces variables, un ensemble minimal de situation à didactique suffisamment étendue pour couvrir toutes les formes du savoir visé.

Une situation fondamentale est une situation d'apprentissage lorsqu'elle permet l'acquisition de savoirs ou de connaissances nouvelles par un sujet. Pour l'étude on peut se poser les questions suivantes :

Quel est le ou les savoirs visés ?

Y a-t-il bien un problème posé aux élèves qui n'affiche pas directement les savoirs mobilisés ? (Contrôle de l'a-didacticité).

L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ? (Il s'agit ici de mieux contrôler le premier critère au moment de la consigne).

L'utilisation de la connaissance visée pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ? (Si oui, on a affaire à une situation de consolidation, de contrôle (qui serait qualifié d'ouverte si le premier critère est rempli) et non d'apprentissage par adaptation).

Quels sont les procédures possibles pour résoudre le problème ? (Il peut y avoir plusieurs stratégies de base qui engagent elles-mêmes des procédures variées).

Comment l'élève voit-il qu'il a réussi ou échoué ? Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ? (Critère qui permet de s'assurer comment le milieu permet à l'élève de progresser).

La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ? (Critère qui permet l'adaptation effective).

La vérification du résultat est-elle confondue avec l'activité ? (à lier au premier critère ; permet en particulier, dans les situations faisant intervenir un milieu matériel, d'analyser le rôle de ce matériel : manipulation au moyen de vérifier une hypothèse faite).

Peut-il recommencer en modifiant la procédure ?

Systeme de didactique

C'est un schéma à trois places : l'enseignant, les élèves, un savoir mathématiques. La relation didactique est ternaire.

Pour décrire un système didactique, il est nécessaire de considérer :

- Chacun des pôles :
 - L'élève avec ce qu'il sait, sa façon d'agir, ces modèles d'appropriation,...
 - Le savoir sous la forme sous laquelle il se présente dans la situation,...
 - Le maître avec ses intentions d'enseignement, les dispositifs qu'il met en œuvre,...

- Chacun des axes :
 - Sur l'axe élève-savoir, on trouve les représentations, les conceptions, le rapport au savoir, c'est-à-dire ce que l'élève sait et comment il le sait, à un moment donné de son apprentissage.
 - Sur l'axe maître-élève, on trouve la notion de contrat didactique qui éclaire et décrit le jeu des attentes mutuelles de l'élève et du maître à propos de l'objet de savoir mis en œuvre dans une relation didactique déterminée.
 - Sur l'axe maître-savoir, le maître participe au mouvement général qui contribue à rendre le savoir enseignable ; il se retrouve placé entre sa propre conception du savoir qu'il a à la charge d'enseigner et les formes qui lui sont prescrits par les programmes, à la suite de transformations opérées par la transposition didactique.

Dévolution

Comment faire pour que le problème qu'a inventé l'enseignant devienne le problème que va chercher à résoudre l'élève ? Pour reprendre le terme de droit adapté à la question de la transmission des savoirs : comme faire la dévolution d'une situation à un élève. (Dévolu : de jurisprudence. Qui est transporté, transférer, échu, acquis par droit. Dévolution : attribution du lien successoral par suite de l'extinction de la prolongation de l'eau. (Littré).)

On appelle dévolution d'une situation à didactique l'ensemble des conditions qui permettent à l'élève de s'approprier la situation : enjeux intellectuels et contextes favorables.

La dévolution consiste, non seulement à présenter à l'élève le jeu auquel le maître veut qu'il s'adonne, mais aussi de faire en sorte aux élèves sont responsables, au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité, du résultat qu'il doit produire.

Dans la théorie des situations didactiques, la dévolution désigne le processus par lequel l'enseignant donne aux élèves la responsabilité du travail mathématique et entretient cette responsabilité, dans le but de se rapprocher le plus possible d'un fonctionnement a-didactique.

Variable cognitive

Une variable cognitive d'une situation a-didactique est un paramètre de cette situation qui, suivant les valeurs qui lui sont attribuées, modifie la connaissance nécessaire à la solution.

Certains paramètres sont des variables numériques, d'autres sont binaires (la condition est réalisée ou non).

Variable didactique

Une variable didactique un élément de la situation qui peut être modifiée par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solution (par le coût, la validité, la complexité).

L'âge des élèves, leurs connaissances antérieures jouent sur la réussite d'un exercice. Le maître ne peut pas, au moment où il construit la situation, les modifier. Ce ne sont pas des variables didactiques de la situation. Dans sa problème numérique, généralement les nombres constituent des variables didactiques. On peut faire une analyse plus précise en parlant de :

la nature des nombres ;
la taille des nombres ;
la taille relative des nombres...

Par exemple dans le problème : « Jean avait cinquante-neuf billes, il en gagne deux. Combien a-t-il de bille maintenant ? », les valeurs choisies permettent le sur-comptage. En effet, dans ce cas, l'élève peut se dire 59, 60, 61 (en synchronisant avec 1, 2, dans sa tête ou et avec ses doigts : d'où le nom de sur-comptage. (Dans le problème « Jean avait cinquante-neuf billes, il en gagne vingt-sept », le sur-comptage devient une procédure coûteuse et il sera alors probablement mis en concurrence avec d'autres stratégies.

Remarque : dans un travail d'analyse de documents pédagogiques, d'outils pour le maître, l'identification des principales variables didactiques situations proposées est pertinent. Une telle réflexion permet de mettre en regard les objectifs annoncés et les procédures susceptibles d'être mis en œuvre de par les élèves. Cela donne des éléments objectifs pour apprécier une démarche pédagogique. Cela permet de prévoir les conditions d'utilisation du document. Dans une interprétation de production d'élèves, un retour aux variables didactiques permet d'apprécier en quoi une stratégie est adaptée : on peut parler d'efficacité, de coût (en temps, calculs...), de pertinence.

Une variable didactique est une variable cognitive dont la valeur peut être fixée à volonté par l'enseignant. La modification de la valeur de ces variables permet d'engendrer, à partir d'une situation,

- soit un champ de problème correspondant à une même connaissance ; ainsi l'enseignant peut proposer à l'élève de se confronter à plusieurs reprises à la même connaissance, à travers une situation dont le milieu lui est pour l'essentiel connu, sans que les réponses ne soient connues : c'est là-bas des situations d'élaboration de nouvelles connaissances ;
- soit un éventail de problème correspondant à des connaissances différentes ; ainsi l'enseignant peut utiliser d'abord des valeurs correspondant à des connaissances acquises, ce qui permet un élève de comprendre le problème, puis modifier la variable pour lui faire affronter la construction d'une connaissance nouvelle.

Saut informationnel

On appelle saut informationnel, un changement de valeur d'une variable didactique à l'intérieur d'une situation susceptible de provoquer un changement de stratégie.

Souvent, suite à un changement de variable didactique, l'élève préfère adapter une procédure familière et antérieurement efficace en une procédure lourde et fiable : il trouve cela moins pénible, moins coûteux que la remise en cause de la procédure habituelle.

Le saut informationnel détermine a priori le seul de remise en cause de la procédure familière.

Contrat pédagogique

Le contrat pédagogique est constitué de l'ensemble des règles de vie en vigueur dans une classe. La nature de ce contrat n'est pas liée à une discipline enseignée.

Il est la plupart du temps connu et maîtrisé par les enseignants. Il ne l'est pas toujours par les élèves. Ceux-ci doivent s'adapter à des fonctionnements différents d'un enseignant à l'autre, d'une année à l'autre. Le respect des autres, le rangement du matériel, la répartition des tâches, etc., relève de ce type de contrat. C'est aussi le cas de l'organisation du travail : fréquence de devoirs personnels, présentation des cahiers, etc. Pendant l'exemple d'un professeur qui fixe en début d'année la règle suivante. Les devoirs surveillés comporteront quatre exercices. Les trois premiers ressembleront à peu de chose près à des exercices déjà traités en cours, le quatrième pour avoir un caractère original. Il s'agit là d'un contrat pédagogique le contrat pourrait être passé dans notre vie. Il permet à l'enseignant de préciser ce qui va être évalué et de savoir comment organiser leur travail personnel. Pour établir des relations de confiance dans une classe, le contrat pédagogique a tout intérêt à être explicité.

Contrat didactique

Le contrat didactique est le résultat de la négociation des rapports établis explicitement et implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution.

Il définit les rôles des uns et des autres et la part de responsabilité de chacun dans la gestion des savoirs. Contrairement au contrat pédagogique, l'existence du contrat didactique ne s'impose pas toujours un enseignant et encore moins aux élèves pourtant le professeur, par son attitude, et permet souvent de façon inconsciente le

rapport des élèves au savoir : attente de la parole du professeur, attitude de recherche, contrôle de résultats par l'élève. Etc.

Le contrat didactique est déterminant au niveau des apprentissages. La professionnalisation du métier d'enseignant passe donc par son étude afin de permettre des choix réfléchis.

Il est dans la nature de ce contrat de pouvoir s'adapter aux élèves, aux savoirs en jeu, au moment et au type de tâches. Dans la phase a-didactique d'une situation, l'élève est responsable des connaissances qu'il mobilise, des stratégies qu'il développe. Dans une situation d'action, de formulation ou de validation, sa responsabilité n'est pas engagée de la même manière. Par exemple dans une situation de validation, il doit fournir des preuves, développer des arguments, réfuter des critiques alors qu'en situation de formulations, on lui demande de présenter sa solution, d'explicit sa démarche. Il n'a pas convaincre des contradicteurs. Lors de l'institutionnalisation des connaissances, le maître reprend le principal rôle dans la gestion des savoirs, il apparaît comme responsable officiel.

Selon la conception que le professeur a de l'apprentissage, le problème se pose de savoir quelle part contrat doit être explicité. « Pourquoi alors ne pas expliciter le contrat ? Pourquoi ne pas aller jusqu'à le coucher noir sur blanc, de manière à ce qu'il n'y ait plus d'ambiguïté ? Malheureusement cela n'est pas possible, sauf à éteindre le processus d'apprentissage, à donner des réponses en même temps que les questions. Si l'objectif du professeur est de laisser à l'élève l'initiative de contredire ou mobiliser telle connaissance, la présentation de la situation ne doit pas comporter les indicateurs de connaissances. Dans ce cas, la partie du contrat qui identifie le savoir en jeu doit rester dans un premier temps au regard de l'élève.

Ainsi, non seulement, il apparaît nécessaire de maintenir implicites certains aspects du contrat, mais aussi de provoquer des ruptures pour que le savoir en jeu ne soit pas dévoilé et reste à la charge de l'élève. Dans une perspective constructiviste, le traitement de savoir en situation de classe, va plutôt reposer sur les ruptures prévues du contrat. Ces ruptures apparaissent nécessaires à l'apprentissage alors que dans une perspective béhavioriste le principal rôle dans la gestion des savoirs est toujours tenu par le maître.

Dans la théorie des situations didactiques, la notion de contrat didactique désigne l'ensemble des attentes mutuelles de l'enseignant et les élèves par rapport au savoir mathématique. Ce contrat didactique, largement implicite s'inscrit dans un ou des contrats pédagogiques plus globaux ; il évolue au fil de l'avancée des connaissances et devient particulièrement perceptible dans les situations de rupture.

Institutionnalisation

Dans la théorie des situations didactiques, la notion d'institutionnalisation désigne l'ensemble des processus locaux et globaux par lesquels les connaissances construites au sein de la classe, individuellement et collectivement, sont reliées par l'enseignant aux savoirs institutionnellement reconnus visés par l'enseignement.

L'institutionnalisation consiste à donner un statut culturel ou social aux productions des élèves. L'institutionnalisation porte aussi bien une situation d'action, que sur une situation de formulation ou de preuve. Les maîtres doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait, écrire ce qui s'est passé et qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux événements de la classe comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ses productions des connaissances des autres (culturelles ou du programme), indiquer qu'elle peut resservir (Brousseau). Quand un élève a résolu un problème en élaborant une nouvelle connaissance, celle-ci ne lui sera utile que s'il est capable d'y faire appel dans

une autre situation. Pour cela il faut que l'enseignant aide les élèves à identifier le savoir en jeu, à distinguer entre les résultats à obtenir et ceux à oublier etc.

Dans l'information traitée, l'enseignant choisit et expose, avec les conventions en usage, ce qui est nouveau à retenir. Il fait le « cours ». Ainsi, l'enseignant a la charge de donner un statut aux concepts qui, jusque-là, sont intervenues comme outil. Il constitue alors un savoir de classe auquel chacun pourra se référer. (Douady, Perrin).

C'est un processus cours duquel, à travers des dispositifs de désignation et de gestion (cahier ou classeur de cours), les élèves sont appelés à identifier le savoir d'un double point de vue : ce celui de son fonctionnement, celui de son adéquation à la résolution de certains problèmes.

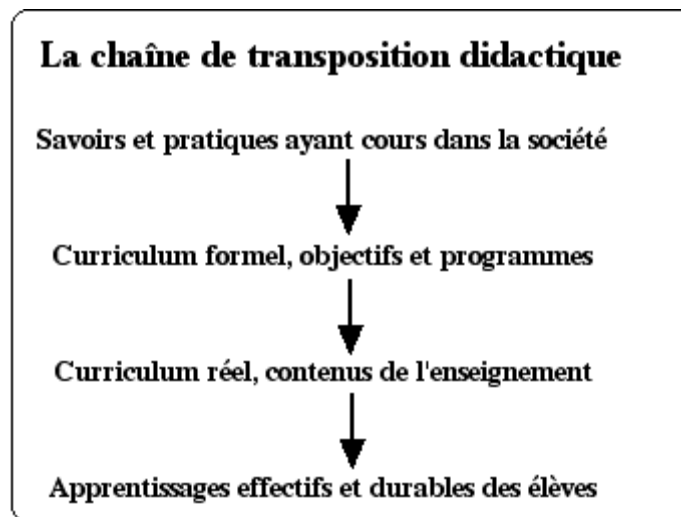
Instrumentation, instrumentalisation

L'approche instrumentale s'inspirant de travaux menés en ergonomie cognitive (Rabardel, distingue entre l'objet ou artefact et l'instrument que cet objet devient au service de l'activité mathématique d'un individu donné ou d'une institution. La transition artefact-instrument se produit via une genèse instrumentale, en général complexe. Cette genèse met en jeu des processus d'instrumentalisation dirigés vers l'artefact et des processus d'instrumentation dirigée vers le sujet. Ces processus d'instrumentation se traduisent par le développement de chaînes d'actions instrumentées qui sont à la base de techniques instrumentées servant à la résolution de tâches mathématiques. L'approche instrumentale qui s'est développée initialement pour le contexte de logiciel de calcul formel et de calculatrice symbolique en didactique des mathématiques, apporte une attention particulière à l'analyse des connaissances mathématiques et techniques qui interviennent dans la genèse instrumentale ainsi qu'à leur imbrication. Elle est aussi particulièrement sensible aux problèmes d'articulation entre techniques instrumentées et techniques papier/crayon, ainsi qu'aux problèmes posés par cette articulation et plus généralement par la gestion institutionnelle des genèses instrumentales. Une hypothèse faite et qu'actuellement ces problèmes d'articulation et de gestion sont fortement sous-estimés par la noosphère.

Transposition didactique

La transposition didactique décrit les choix, les découpages, les transformations des savoirs appris à un moment donné comme référence dans les différentes institutions.

La transposition didactique se manifeste par ces étapes : la production du savoir par la communauté des mathématiciens, les choix à effectuer sur les savoirs à enseigner, les choix sur les découpages et savoir, les choix sur la reconquête réalisation de ces savoirs, les savoirs effectivement enseignés, les savoirs effectivement acquis par les élèves...



[Philippe Perrenoud](#)

Echec

L'échec qualifie un résultat, le fait que le résultat attendu ne soit pas atteint, que l'état terminal du jeu (fin de la partie) ne soit pas un état gagnant.

Erreur

L'erreur ne vérifie pas le résultat, mais la démarche de prise de décision. Une décision peut être dite causée par une erreur lorsque celui qui a pris cette décision peut la remettre en question, en regard des conséquences il sait pouvoir lui associer. L'erreur qualifie la connaissance qui a permis la décision lorsqu'elle est identifiable et identifier.

Pour l'élève, l'interprétation de l'échec en termes d'erreurs nécessite :

- un constat de l'échec du résultat,
- l'attribution de l'échec à des choix qu'il a fait et dont il peut assumer la responsabilité (ce qui implique le rejet de causes comme le hasard, la fatalité, le rejet de la culpabilisation et du dénigrement de soi-même, etc.),
- la recherche d'identification des relations entre choix et résultats,
- une modification de ses choix de manière plus adéquate.

La transformation de l'échec en erreur et la condition d'un progrès, d'un apprentissage.

Obstacles

Un obstacle se manifeste par des erreurs non pas fugaces et erratiques, mais reproductibles et persistantes. Ces erreurs témoignent d'une connaissance (erronée) qui a réussi dans un domaine d'action (mais qui échoue dans d'autres) ; elle persiste souvent après l'apprentissage d'un savoir correct ; leur origine peut être ontogénétique, didactique ou épistémologique.

Parmi les obstacles que l'analyse permet d'identifier, la recherche distingue :

- **les obstacles ontogénétiques** : ce sont des connaissances spontanées apparaissant « naturellement » au cours du développement ; ils sont relatifs au développement neurophysiologique du sujet (Piaget). Par exemple, à un âge donné, on ne peut admettre que la collection B, dont on a un peu modifié l'apparence en écartant les jetons, a bien le même nombre de jetons que la collection A, alors qu'il l'admettait lorsque les deux collections étaient présentées à l'identique. Pour cette erreur, le spatial l'emporte sur le numérique.
- **les obstacles épistémologiques** : ils sont attestés dans la genèse historique d'un concept et constitutifs du savoir actuel. « On connaît contre une connaissance antérieure ». Bachelard ayant mis en évidence ce concept, un certain nombre de travaux qui s'appuient sur l'histoire des sciences poursuivent la recherche entreprise par Bachelard et l'étendent à d'autres sciences que les sciences physiques. Les obstacles épistémologiques ont joué un rôle dans le développement historique des connaissances et dont le rejet a dû être intégré explicitement dans le savoir transmis.
- **les obstacles didactiques** : ils résultent d'une transposition didactique antérieure non susceptible de renégociation par le maître dans le cadre restreint de sa classe du moins. Le franchissement d'obstacles implique très souvent à la fois une restructuration des modèles d'action, du langage et des systèmes de preuve. Le didacticien peut en précipiter les ruptures en favorisant la multiplication et l'alternance des dialectiques des trois types

Procédure

Une procédure est un ensemble univoque et ordonné d'actions en vue d'un but déterminé. Dans le temps de son déroulement, la procédure met de côté la signification. C'est typiquement le cas d'une résolution algébrique d'une équation du second degré par exemple ; c'est aussi ce qui se produit lorsqu'on calcule par écrit : les règles prescrites n'autorisent aucun choix et conduit à un résultat. Une procédure est machinale.

Dialectique Outil-Objet

Cette expression renvoie à la distinction faite entre deux dimensions des concepts mathématiques : leur dimension d'outils intervenant dans la résolution de problèmes, leur dimension d'objets appartenant à un édifice structuré et socialement reconnu.

Partant du fait que les concepts mathématiques apparaissent généralement dans leur dimension d'outils avant de se constituer en objet, Douady a développé une approche didactique connue sous le nom de dialectiques outil-objet visant à refléter cette caractéristique dans l'organisation des apprentissages. La dialectiques outil-objet comporte cinq phases qui structurent partir de connaissances anciennes le développement de nouveaux concepts, d'abord sous forme d'outils, implicites puis explicites, ensuite leur reconnaissance comme objets via des processus d'institutionnalisation, le travail sur ces objets et leur réinvestissement comme outil dans des situations plus complexes. Douady les dénomme ainsi : « ancien », « recherche de nouveaux implicites », « explicitation et institutionnalisation locale », « institutionnalisation - statut d'objet », « familiarisation et réinvestissement ». Le lecteur sera peut-être tenté d'établir un parallèle avec les différents moments de l'étude introduits dans la théorie anthropologique. Précisons que, contrairement aux phases de la dialectique outil objet, les moments de l'étude ne se situent pas dans une organisation temporelle précise.

Cadres et changements de cadres

Douady, qui a introduit cette notion de cadre en didactique, définit un cadre comme un ensemble d'objets d'une branche des mathématiques, des relations entre ces objets, de leur formulation éventuellement diverse et des images mentales associées à ces objets et relation.

Les changements de cadres jouent un rôle important dans la mise en œuvre de la dialectique outil-objet dans la mesure où l'interprétation d'un problème posé dans un cadre donné dans un autre cadre judicieusement choisi ouvre souvent des moyens d'action et d'avancée dans la résolution du problème inaccessibles dans le cadre initial. Les changements de cadres apparaissent ainsi comme des leviers privilégiés pour provoquer la construction de connaissances nouvelles dans leur dimension d'outil implicite puis explicite. C'est pourquoi cette approche didactique attache une importance particulière dans l'élaboration des situations d'apprentissage aux cadres susceptibles d'intervenir dans la résolution des problèmes proposés aux élèves (si possible, plusieurs doivent pouvoir intervenir) et à la façon dont le travail dans les différents cadres doit pouvoir s'articuler, sous la conduite de l'enseignant.

Registre

Ce terme est utilisé ici avec le sens de registre de représentation sémiotique avec l'acceptation que lui donne Duval. Un registre de représentation sémiotique doit permettre les trois opérations fondamentales suivantes : la formation de représentations dans le registre, leur traitement à l'intérieur du registre, la conversion vers un autre registre de représentation.

Ainsi par exemple il distingue classiquement quand il est question d'algèbre et de fonctions : le registre de la langue naturelle, le registre des expressions symboliques algébriques, le registre des représentations graphiques. Précisons que plusieurs cadres peuvent utiliser le même registre et que le travail dans un cadre mobilise généralement plusieurs registres.

Dialectique de l'action

Elle consiste à placer l'élève devant un problème présentant plusieurs caractéristiques :

- la solution est la connaissance visée ;
- l'élève doit posséder un ou des modèles, plus ou moins perfectionnés, lui permettant de prendre des décisions ;
- la situation doit renvoyer à l'élève des informations sur son action lui permettant de juger du résultat, d'ajuster cette dernière, sans l'intervention du maître.

Dialectique de la formulation

La validation empirique obtenue lors de la dialectique de l'action est insuffisante pour une activité réelle mathématique. Dans cette nouvelle phase l'enseignant doit construire une situation dont l'objectif est de démontrer pourquoi le modèle créé est valable ou non.

Dialectique de la validation

Pour que le sujet puisse expliciter lui-même son modèle implicite, et pour que cette formulation ait du sens pour lui, il faut qu'il rencontre un nouveau modèle dans lequel la connaissance va obligatoirement intervenir sous forme d'un langage (écrit ou oral).

Il est rare que ces trois dialectiques se retrouvent au cours d'une même séance de classe.

Connaissances

Nous appelons connaissance engagée dans une situation ce qui permet à un sujet qui doit, dans cette situation, envisager une série de choix possibles, de prendre une décision, de manière reproductible (c'est-à-dire la même décision pour une situation analysée comme de même type).

Une connaissance est donc attestée à des actions réalisées par le sujet, accompagné ou non de formulations langagières (orale, graphique ou écrite), explicitant les choix envisagés et la décision (qui sera) prise, ou de débat sur le système de détermination des choix et de décision.

Des décisions issues de connaissances manifestent une certaine régularité. Certaines décisions régulières ne correspondent pas à des choix mais à l'absence de considération par le sujet de choix à réaliser : il n'envisage qu'une décision possible.

Dans les cas intéressants, les décisions seront le fruit de la prise en compte de plusieurs possibilités, et de l'élimination de toutes sauf une parmi elles.

Dans les cas de non-régularité, nous dirons que les décisions sont (encore) le prix d'une opportunité d'un hasard.

Certaines connaissances sont des savoirs ou des savoir-faire appliqués, c'est-à-dire convertis en moyen de décisions ou d'action, mais d'autres sont des régularités, des chaînes ou des modèles qui peuvent échapper à l'analyse ou

même à la conscience de ceux qui les utilisent : ce sont donc ni des savoirs, ni des savoir-faire (certains les nomment savoirs d'expérience).

Dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances que l'école n'enseigne pas, mais qu'il doit pourtant mettre en œuvre pour apprendre le savoir ou pour utiliser ce qu'il a appris.

« Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible : il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation ». F. Conne.

Savoir

Un savoir est un ensemble de connaissances contenues culturellement dans une institution.

C'est le savoir qui permet le repérage des connaissances des sujets utiles à la vie de l'institution. Un savoir se formule, dans une langue et dans une culture. Les savoirs mathématiques de référence sont ceux produits et consignés par les mathématiciens dans les ouvrages et articles de mathématiques.

Connaissance et savoir

Le savoir n'est pas la connaissance et la connaissance n'est pas le savoir.

Les connaissances, instruments personnalisés d'action sur le monde ne sont pas naturellement transformés en savoir. Un enfant qui a réussi quelque chose ne reconnaît pas encore la valeur culturelle de ce qu'il a sec. Les mathématiciens n'ont pas toujours (ou pas encore adapté) institutionnalisé en savoir toutes les connaissances communes nécessaires à leur pratique (énumération, fractales...).

Le savoir est un objet culturel ; sa création et la manière de l'acquérir sont sociales, à l'intérieur d'une institution, en utilisant une langue et une culture dans lesquelles sont explicitées, établi, reconnue.

Les savoirs ne sont pas naturellement transformés en connaissances par un sujet dans une situation ; il faut que celui-ci soit capable d'établir un rapport de sujet connaissant à la situation ; il faut aussi que la culture du savoir que le sujet maîtrise puisse lui donner des outils pour identifier des objets de la situation par des objets du savoir et réaliser sur ces objets les traitements selon les algorithmes, énoncés, jugements dont il a la maîtrise dans le domaine du savoir.

A un savoir bien identifié, dans une institution donnée, il correspond à l'ensemble de situations qui sont spécifiques de ce savoir. Ce savoir permet de reconnaître et de décrire les connaissances utiles à un sujet pour prendre les décisions adéquates à la réalisation de son projet.

Fonctions du savoir mathématiques :

- La fonction première du savoir est de permettre de prendre des décisions, d'effectuer des choix au cours de l'action. Pour cela il n'est pas toujours nécessaire que le savoir s'exprime, se prouve ou soit formulable.

On pourra donc analyser une situation d'enseignement du seul point de vue **des actions** que l'élève doit entreprendre, de leur motivation, des anticipations dont elle témoigne, des rétroactions auxquelles elles sont soumises, des possibilités d'évolution des stratégies et des représentations dont elle témoignent.

- La seconde fonction du savoir est de permettre la description des situations, des actions, stratégies ou de leurs résultats.

La pratique, l'activité, l'action qui va justifier une formulation c'est **la communication** :

- communication à autrui (qu'il soit un père ou non),
- communication immédiate ou différée,
- auto communication.

Les situations de communication peuvent provoquer des adaptations qui vont avoir des effets en termes de moyens d'expression, de langage.

L'étude de ces situations de communication, les objets sur lesquels elle porte, les registres qu'elles utilisent (registre « texte », registre « graphique », registre « figural », registre « symbolique »,...), les lexiques qu'elles mobilisent, sont de toute première importance pour l'apprentissage et la construction des connaissances.

Dans les situations de communication, la validation de l'action du sujet est le constat d'une communication réussie.

- La troisième fonction du savoir est d'appuyer la conviction d'un ou plusieurs sujets par des preuves éventuellement organisées en théorie.

Cette fonction du savoir est sollicitée dans le débat de preuve ; il appartient à un domaine de pratiques qui est celui de **la validation** par le recours aux savoirs organisés par la théorie. En mathématiques il s'agit la plupart du temps d'un raisonnement hypothétique au déductif.

Sources : Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques - HATIER Pédagogique

Eclairages didactiques