

Qu'est-ce que la didactique ?

Hypothèse 1 : il est possible de décrire et d'expliquer de façon rationnelle les phénomènes d'enseignement.

- C. Laborde (1989) : « *Un des soucis largement partagés au sein de la communauté française de didactique des mathématiques est celui de l'établissement d'un cadre théorique original développant ses propres concepts... Un large consensus se fait aussi sur l'exigence méthodologique d'avoir recours à l'expérimentation en interaction avec la théorie* »

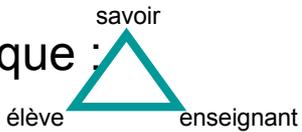
La didactique des mathématiques : la science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques utiles au fonctionnement des institutions humaines.

- La didactique n'est pas la psychologie, les sciences cognitives, la pédagogie...
- Les premiers cadres théoriques :
 - Théorie des Situations Didactiques, Guy Brousseau
 - Les champs conceptuels, Gérard Vergnaud

inrp
ÉDUCTICE

INSTITUT NATIONAL
DE RECHERCHE
PÉDAGOGIQUE

Le triangle didactique :



Le système minimum d'étude est le **triangle didactique** :

- on étudie les interactions entre **enseignant** et **élèves** relatives à un **savoir** dans une situation à finalité didactique

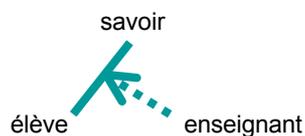
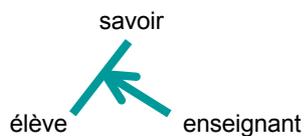
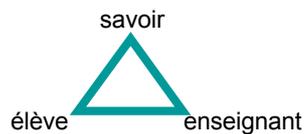
Comment différencier les positions élèves et enseignant ?

- l'enjeu d'apprentissage : passer d'un état initial à un état final vis à vis du savoir
- la **dissymétrie de la relation au savoir** : l'enseignant est celui qui en sait plus, mais aussi qui peut anticiper ce qu'il y a à savoir :

« Du point de vue de la relation au savoir, il y a une dissymétrie, qui est constitutive du système didactique. Nous ne dirons pas que l'élève n'entretient aucune relation au savoir avant l'enseignement, mais simplement que dans l'état initial, cette relation est peu ou pas adéquate. Sans l'hypothèse de cette dissymétrie, le système didactique n'a pas lieu d'être. » C. Margolinas (1993)

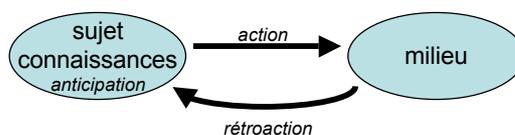
Finalité du système didactique : **disparaître** !

si l'enseignant a réussi, il doit pouvoir se retirer et **l'élève conserve sa relation au savoir indépendamment de la présence de l'enseignant**



L'apprentissage et la situation didactique

- L'apprentissage vu comme un transfert...
 - « Une idéologie très répandue suppose un lien de simple transfert de l'enseignement vers l'apprentissage : l'élève enregistre ce qui est communiqué par l'enseignant avec peut être quelques pertes d'informations. » (C. Laborde, 1989).
 - Caractère erroné de ce point de vue
l'apprentissage n'est ni un simple transfert, ni linéaire ou continu
- On apprend aussi en dehors d'une situation didactique : situation d'apprentissage NON didactique, exemple du vélo



- Hypothèse 2 : hypothèse psychologique sur l'apprentissage (Piaget) :
l'élève apprend en s'adaptant à un milieu, producteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres. Quand il a appris, il retrouve l'équilibre dans sa relation avec le milieu.

Situation didactique

Hypothèse 3 : un milieu sans intention didactique, c'est-à-dire non organisé intentionnellement pour enseigner, est insuffisant à induire chez le sujet toutes les connaissances que la société souhaite qu'il acquière.

- Le rôle de l'enseignant est donc de choisir judicieusement les situations qu'il propose pour provoquer chez les élèves les adaptations souhaitées.
« L'enseignant n'a pas pour mission d'obtenir des élèves qu'ils apprennent, mais bien de faire en sorte qu'ils puissent apprendre. Il a pour tâche, non la prise en charge de l'apprentissage - ce qui demeure hors de son pouvoir - mais la prise en charge de la création des conditions de possibilité de l'apprentissage. » (Chevallard, 1986)

Situation adidactique - Situation didactique

- La **situation adidactique** est une situation idéale de référence dans laquelle ce que l'élève fait a un caractère de nécessité par rapport au savoir et non pour des raisons didactiques.
- La **situation adidactique**, porteuse du milieu auquel l'élève va s'adapter, doit être provoquée et gérée par l'enseignant.

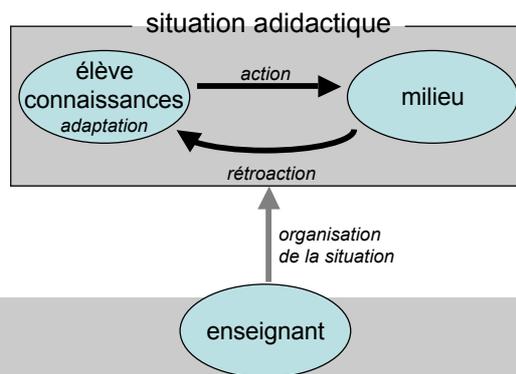


schéma
incomplet



Situation adidactique

- G. Brousseau (1998) : « *Le maître se refuse à intervenir comme possesseur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation* »
- G. Sensevy : « *Dans les situations adidactiques, les interactions des élèves avec le milieu sont supposées suffisamment prégnantes et adéquates pour qu'ils puissent construire des connaissances, formuler des stratégies d'action, valider des savoirs en utilisant les rétroactions de ces milieux sans que leur activité ne soit orientée par la nécessité de satisfaire aux intentions supposées du professeur.* »



Le sens d'une connaissance

Le **sens d'une connaissance** pour l'élève provient essentiellement des situations dans lesquelles elle intervient ou est intervenue comme une adaptation pertinente, c'est-à-dire qui a conduit à la réussite.

Hypothèse 4, hypothèse épistémologique c'est à dire relative au savoir :
Il existe pour tout savoir (mathématique) une famille de situations susceptibles de lui donner un sens correct (Brousseau G. 1986)

Mais...

- Des observations de classe surprenantes :
 - L'échec électif en mathématique
 - exemple 1 : l'âge du capitaine (S. Baruk 1985)
 - exemple 2 : relations ensemblistes (R. Duval et F. Pluvinage 1977, cité par J. Tonnelé 1979)
 - exemple 3 : factorisation au collège (J. Tonnelé 1979)

exemple 1 : l'âge du capitaine

- On a proposé à 97 élèves de CE1 et de CE2 le problème suivant :
« Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres.
Quel est l'âge du capitaine ? »
- Parmi les 97 élèves, 76 ont donné l'âge du capitaine en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé.
- Interprétation :
 - Un problème posé a une réponse et une seule
 - Pour parvenir à cette réponse, toutes les données doivent être utilisées
 - Aucune indication absente n'est nécessaire
 - L'enseignant ne peut pas donner des problèmes impossibles à résoudre, il est responsable du choix des situations

et une hypothèse 5 : les élèves sont des sujets rationnels, ils se comportent de façon sensée dans la situation qui est la leur.

exemple 2 : relation ensembliste

- Exercice habituel pour les élèves de 6ème en 1970 à propos des notions d'appartenance et d'inclusion :
 - Parmi les signes suivants \in , \notin , \subset , \supset quel est celui qui convient ?
 $\{a\} \dots \{a, b, c\}$
 $b \dots \{a, b, c\}$
 - Procédure des élèves : un arbre de choix permettant de décider :
 - s'il y a des accolades "de chaque côté", il s'agit d'inclusion
 - s'il y a des accolades "à droite" seulement, il s'agit d'appartenance
- Interprétation
 - Réponse correcte de la plupart des élèves sans que la signification mathématique des relations ensemblistes ne joue un rôle
 - Les élèves s'adaptent et apprennent les règles implicites permettant de répondre de façon économique aux problèmes qui se répètent

exemple 3 : factorisation au collège

- Attente de l'enseignant devant un problème de factorisation ?
 - $16x^2 - 4$
l'élève de collège doit appliquer la règle $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 $16x^2 - 4 = (4x - 2)(4x + 2)$
 - Factorise $4x^2 - 36x$
l'élève doit reconnaître une factorisation simple $4x^2 - 36x = 4x(x - 9)$
- Interprétation
 - Les autres réponses possibles, correctes mathématiquement, seront éliminées ou n'auront pas l'occasion d'apparaître, non pas parce que ne satisfaisant pas une condition mathématique préalablement formulée, mais comme un acte déviant par rapport à un code de conduites.
 - La solution fait appel aux connaissances enseignées

Pourquoi le contrat didactique ?

Les 3 cas précédents ne sont pas des cas pathologiques, mais des phénomènes courants et mettant en évidence un mécanisme général

« *La notion de contrat conduit à s'interroger sur le sens des comportements et des réponses de l'élève : en quoi sont-ils conditionnés par les mathématiques en jeu dans la situation et par ses propres connaissances mathématiques ? En quoi sont-ils liés à d'autres facteurs ? Par exemple, sa perception à travers divers indices, des attentes de l'enseignant, des us et coutumes mathématiques de la classe dans laquelle il se trouve ?* »
(Artigue 1992)

Le **contrat didactique** permet d'expliquer certains phénomènes et même de les prévoir.

Contrat didactique

Définition : « Le **contrat didactique** représente les droits et les devoirs implicites des élèves et de l'enseignant à propos des objets de savoir mathématique enseignés »

Au cours de l'enseignement d'un savoir, les règles de communication, entre les élèves et l'enseignant, à propos d'objets de savoir, s'établissent, changent, se rompent et se renouent au fur et à mesure des acquisitions, de leur évolution et de l'histoire produite. Ces règles ne se présentent pas sous une forme unique et figée dans le temps, mais au contraire sont le fruit d'une négociation toujours renouvelée.

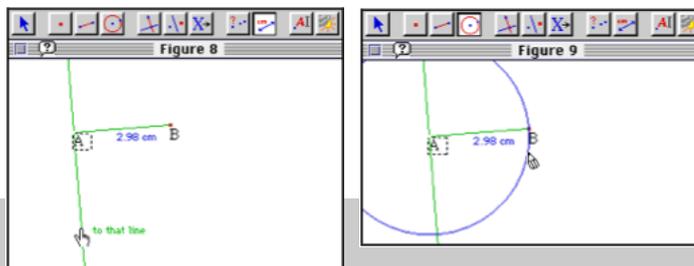
Le contrat caractérise les règles auxquelles obéissent les interactions entre l'enseignant et de l'enseigné, **ces règles sont localement stables mais ne sont pas immuables.**

Le paradoxe de la relation didactique

- Le **paradoxe** de la relation didactique :
 - l'enseignant n'a pas le droit de dire à l'élève ce qu'il veut que l'élève fasse (sinon il ne joue pas son rôle d'enseignant) et pourtant il faut qu'il fasse en sorte que l'élève produise la réponse attendue (sinon il n'a pas réussi son enseignement)
 - l'élève doit se mettre en position adidactique pour apprendre, il doit faire des choses qu'il ne sait pas (encore) faire et il sait que l'enseignant a prévu la situation justement pour cela. Mais s'il utilise les indices de l'intention de l'enseignant pour résoudre la situation, alors il n'apprendra pas ce qui est prévu et restera dépend de l'enseignant dans sa relation au savoir.
- Une **négociation nécessaire et implicite** entre l'enseignant et les élèves
- Qui aboutit parfois à l'effet Topaze

Effet Topaze

77. Louise : Ben pour, tu as une figure comme ça et je te demande de tracer un point C tel que la longueur de [AC] égale longueur de [AB]. Sans te servir des longueurs. **Sans mesurer, avec heu un double décimètre. Tu prendrais quoi comme instrument ?**
82. Léa : Un compas ?
83. Louise : **Un compas. Et un compas ça te sert à faire, à dessiner ?**
84. Léa : À reporter les distances.
85. Louise : Voilà. Bon voilà. **Ou à dessiner un ? Un sss...**
86. Léa : Un, un segment. Non ! Un cercle.
87. Louise : Voilà ! Donc là tu tu peux faire des cercles ?
88. Léa : Ah ouais.

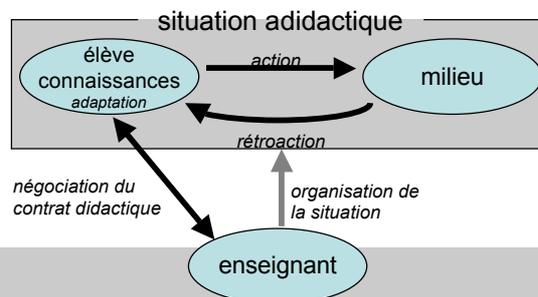


Intérêt du contrat didactique

- Le contrat didactique est nécessaire pour que la situation didactique existe, pour que les élèves et l'enseignant surmonte le paradoxe de la relation didactique
- Aide les élèves
 - pour savoir dans quel cadre travailler
 - pour, avant d'avoir appris, savoir dans quelle direction travailler, oser se lancer
- Aide l'enseignant
 - à interpréter les réponses des élèves, à les reconnaître comme signe de l'apprentissage

Situation didactique : Situation adidactique + contrat didactique

- Un nouveau modèle de la situation didactique : **situation adidactique - contrat didactique**
« un modèle relativement économique, un « noyau » adidactique sur lequel vient se greffer une gestion didactique » (F. Conne 1992)
- La situation adidactique, porteuse du milieu auquel l'élève va s'adapter, doit être provoquée et gérée par l'enseignant
- La négociation du contrat didactique permet à la situation adidactique d'exister et de perdurer malgré les paradoxes



Enseignement et rupture de contrat

- Tout enseignement d'un nouvel objet de savoir provoque des ruptures de contrat par rapport à des objets de savoir anciens et la re-négociation de nouveaux contrats : l'apprentissage de l'élève se fait au prix de ces ruptures que l'enseignant doit négocier.
- Exemple d'évolution de contrat, lié à l'évolution des connaissances des élèves, en géométrie :
 - « Vérifiez que les segments [AB] et [CD] sont égaux »
 - à l'école primaire : on attend que l'élève vérifie en utilisant des instruments de mesure (ou sans passer par la mesure, à l'aide d'un ruban par exemple), travail sur le dessin
 - au collège : on attend que l'élève mobilise des propriétés géométriques et un raisonnement déductif, travail sur la figure géométrique

Activité 1 : le jeu de la course à 20

Règle du jeu 1

« Le jeu comporte deux adversaires qui disent un nombre tour à tour. Il s'agit pour chacun des adversaires de réussir à dire 20 le premier.

Le premier qui joue a le droit de dire 1 ou 2.

On ne peut dire un nombre que s'il s'obtient en ajoutant 1 ou 2 au nombre que l'adversaire vient de dire. »

Je commence avec un étudiant volontaire et on s'interrompt après trois coups pour être sûr que tout le monde a compris la règle du jeu.

Ensuite vous jouez en binôme.

A faire : trouvez une procédure gagnante, qui permet de gagner quoi que fasse l'adversaire, et formulez la.



Course à 38, course à 56

Règle du jeu 2 : la course à 38

« Il s'agit pour chacun des adversaires de réussir à dire 38 le premier.

Le premier qui joue a le droit de dire un nombre inférieur ou égal à 4.

On ne peut dire un nombre que s'il s'obtient en ajoutant un nombre inférieur ou égal à 4 au nombre que l'adversaire vient de dire. »

A faire : formulez une procédure gagnante.

Règle du jeu 3 : la course à 56

« Il s'agit de réussir à dire 56 le premier.

Le premier qui joue a le droit de dire un nombre inférieur ou égal à 6.

On ne peut dire un nombre que s'il s'obtient en ajoutant un nombre inférieur ou égal à 6 au nombre que l'adversaire vient de dire. »

Pouvez-vous gagner en utilisant la même procédure que vous avez proposée après le jeu 2 ?



Course à 5928

Règle du jeu 4 : la course à 5928

« Il s'agit pour chacun des adversaires de réussir à dire 5928 le premier.

Le premier qui joue a le droit de dire un nombre inférieur ou égal à 2.

On ne peut dire un nombre que s'il s'obtient en ajoutant un nombre inférieur ou égal à 2 au nombre que l'adversaire vient de dire. »

• *A faire :*

• *Identifiez les notions mathématiques que vous avez mises en œuvre avec vos procédures de résolution successives.*

• *Comparez les coûts de vos procédures de résolution dans chacun des jeux.*

• *Décrivez un problème général de « course à n », où n est un entier quelconque et formulez une procédure gagnante pour ce problème*

• *Quelle notion mathématique fournit un outil de résolution économique pour le problème de la course à n ?*

• *Quelles sont les variables du problème sur lesquelles on peut jouer pour un apprentissage de cette notion mathématique ?*

Quelles sont les conditions pour qu'une situation puisse être vécue comme adidactique ?

Cette question renvoie à ce que les chercheurs en didactique appelle [analyse a priori](#).

Il faut au minimum les conditions suivantes:

- L'élève peut envisager une réponse mais cette réponse initiale (procédure de base qui est relative aux savoirs et connaissances antérieurs) n'est pas celle que l'on veut enseigner : si la réponse était déjà connue, ce ne serait pas une situation d'apprentissage.
"Sans stratégie de base l'élève ne comprend pas le jeu, même si la consigne est claire."
(Brousseau, 1988, p.61)
- La procédure de base doit se révéler très vite insuffisante ou inefficace pour que l'élève soit contraint de faire des accommodations, des modifications de son système de connaissance. Il y a incertitude de l'élève quant aux décisions à prendre ;
- La connaissance visée est a priori requise pour passer de la stratégie de base à la stratégie optimale
- Il existe un milieu pour la validation : le milieu permet des rétroactions
- Le "jeu" est répétable.

Références bibliographiques

- Artigue M., (1992) Sciences et Vie Hors Série N°180 de Septembre 92, pp. 46-59
- Balacheff N., (1993) Artificial Intelligence and Real Teaching, in C. Keitel and K. Ruthven (eds.) Learning from computers, Mathematics Education and Technology, NATO ASI Series vol. 121, Berlin : Springer Verlag, pp. 131-158.
- Baruk S. (1985) "l'âge du capitaine" de l'erreur en mathématiques. Editions points.
- Bessot A. (2003) Une introduction à la théorie des situations didactiques, Les Cahiers du Laboratoire Leibniz, n°91.
- Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2), pp. 39-115.
- Brousseau G. (1988). Didactique fondamentale, in *Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire, Actes de l'université d'été*, Publication de l'I.R.E.M. de Bordeaux
- Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1986) Les programmes et la transposition didactique - Illusions, contraintes et possibles, *Bulletin de l'APMEP*, 352, pp. 32-50.
- Conne F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.12 n°2-3, pp.221-270, éd. La Pensée Sauvage, Grenoble
- Laborde C. (1989). Hardiesse et raisons des recherches françaises en didactique des mathématiques, *Actes de la 13^e conférence internationale PME Psychology of Mathematics Education*, Paris
- Margolinas C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, éd. La Pensée Sauvage, Grenoble
- Sensevy G.
- Tonnelle J. (1979) Le monde clos de la factorisation au premier cycle, Mémoire de DEA de Didactique des mathématiques, Université d'Aix-Marseille II et Université de Bordeaux I.

