B Probabilités

I Vocabulaire

Définitions : Une expérience aléatoire est une expérience dont les résultats, non tous identiques, sont prévisibles mais dont on ne sait pas à l'avance lequel va se produire.
Les résultats possibles de l'expérience sont appelés les issues.
Exemple : Les issues du lancer d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

Définitions : Un événement est une caractéristique supposée qui sera vérifiée (ou non) lors d'une expérience aléatoire. Lorsque c'est le cas, on dit que l'événement est réalisé.
Mathématiquement, un événement est une partie de l'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire.
Exemple : Lors du jet d'un dé à six faces, l'événement : « le nombre sorti est compris entre 2 et 4 » est réalisé par les trois issues : « le 2 est sorti » ; « le 3 est sorti » et « le 4 est sorti ».

Définitions : Un événement est élémentaire si une seule issue le réalise.
Un événement jamais réalisé est dit impossible : aucune issue ne le réalise.
Un événement toujours réalisé est dit certain : toutes les issues le réalisent.
L'événement contraire d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé.
Deux événements sont dits incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.

Exemple 3 : Dans le tirage d'une carte au hasard dans un jeu classique de 32 cartes :
L'événement : « le roi de cœur est tiré » est un événement élémentaire
L'événement : « un trois est tiré » est un événement impossible
L'événement : « une carte du jeu est tirée » est un événement certain
L'événement contraire de : « le 10 de cœur est tiré » est : « le 10 de cœur n'est pas tiré ».
Un événement non élémentaire est par exemple : « un as est tiré ».
Deux événements incompatibles sont par exemple : « un roi est tiré » et « un 10 est tiré ».

Définition : Lors d'une expérience aléatoire répétée beaucoup fois, on compte le nombre de fois où l’événement A est réalisé. Lorsque ce nombre devient grand, la fréquence d'apparition de A tend à se stabiliser autour d'un nombre particulier, que l'on note P(A) et que l'on appelle probabilité de A.
Exemple 1 : En lançant une pièce non truquée un très grand nombre de fois, on constate que l'on obtient « pile » quasiment une fois sur deux. Autrement dit, la fréquence d'apparition de « pile est sorti » se rapproche de ½. On dit que la probabilité de l'événement « pile est sorti » est 1/2=0,5

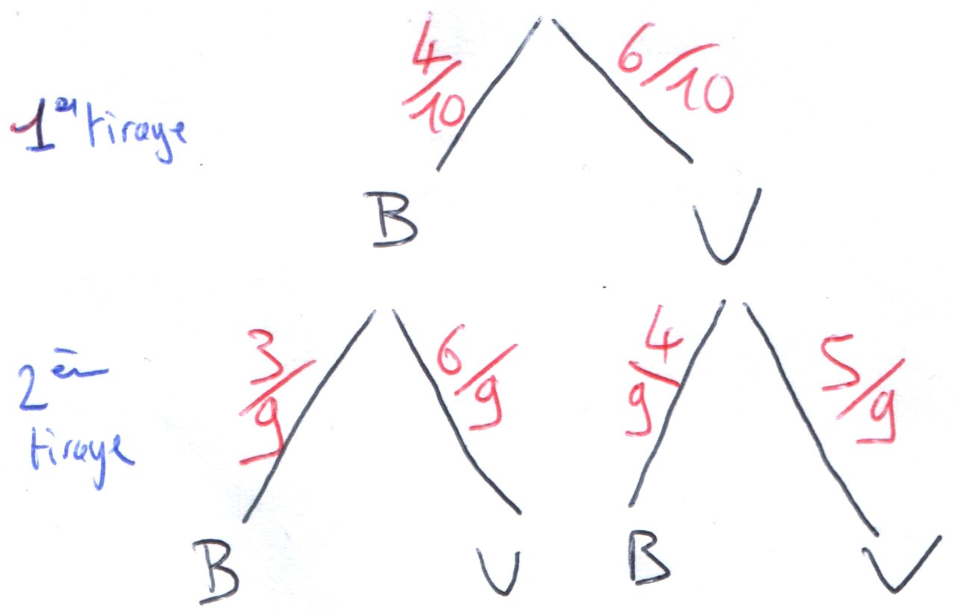
II Probabilité d'un événement simple

Propriétés : La probabilité d'un événement est comprise entre 0 (l’événement est impossible) et 1 (l'événement est certain). La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le réalisent.
La somme des probabilités de tous les événements élémentaires possibles d'une expérience aléatoire est égale à 1.
Exemple 2 : Dans un jeu classique de 32 cartes, l'événement : A=« tirer un as ou un trèfle » est réalisé lors d'une des 11 issues : as de cœur, as de pique, as de carreau, as de trèfle et les sept autres trèfles. Il y a donc onze fois 11 chance sur 32 de tirer un as ou un trèfle, soit une probabilité P(A)=11/32

Exemple 3 : Dans la même situation, B=« tirer ni un as, ni un trèfle » est l'événement contraire de A. Pour calculer sa probabilité, on peut faire P(B)=1-P(A)=1-11/32=21/32

III Probabilité lors d'un tirage à deux épreuves

Une expérience à deux épreuves peut être représentée par un arbre. Par exemple, si on imagine une urne avec 4 boules bleues et 6 boules vertes. On tire deux boules l'une après l'autre.
On peut représenter les choses ainsi, en indiquant la probabilité sur chaque branche :



Pour calculer la probabilité de tirer une bleue puis une verte, on multiplie les probabilités des différentes branches, soit 4/10 × 6/9, ce qui fait 24/90. On le note P(B-V)= 4/10 × 6/9 = 24/90

Pour calculer la probabilité d'avoir des boules de la même couleur, je calcule la probabilité d'avoir « bleu puis bleu » soit 4/10 × 3/9 ou « vert puis vert » soit 6/10 × 5/9. Au total, on obtient 4/10 × 3/9 + 6/10 × 5/9, ce qui fait 42/90

Dans le cas d'un tirage simultané (en même temps), il n'y a pas d'ordre entre les deux boules. Par contre, pour raisonner, on peut représenter l'arbre de la même façon. Par contre, on calculera la probabilité d'avoir une bleue et une verte, quelque soit l'ordre. C'est à dire qu'il faudra prendre en compte bleue puis vert ou vert puis bleu. Donc 4/10 × 6/9 + 6/10 × 4/9 = 48/90

On peut alors remarquer que tirer « deux boules de la même couleur » ou « une verte et une bleue » sont des événements contraires. 42/90 + 48/90 = 90/90