Correction du devoir commun

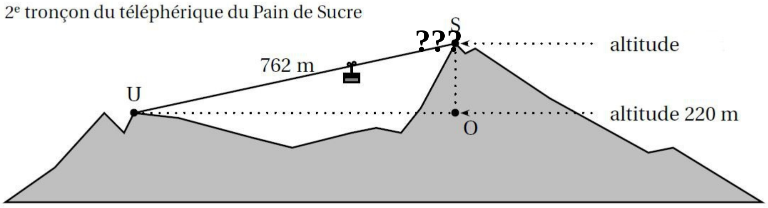
Exercice n°1 : Julien et Romain vont au Brésil : 7 points

Pour chacune des trois affirmations suivantes (en gras et italique), dire, en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Dans cet exercice, il s'agissait de reconnaître une situation classique : dans l'affirmation 1, c'est la trigonométrie pour calculer une longueur, dans l'affirmation 2, c'est la trigonométrie pour calculer une mesure d'angle et dans l'affirmation 3, c'est le théorème de Thalès pour déterminer une longueur. Ce qui peut aider à reconnaître ses situations, c'est de faire les figures à main levée… Ce sera de toute façon utile pour ensuite trouver les réponses.

Affirmation 1 :

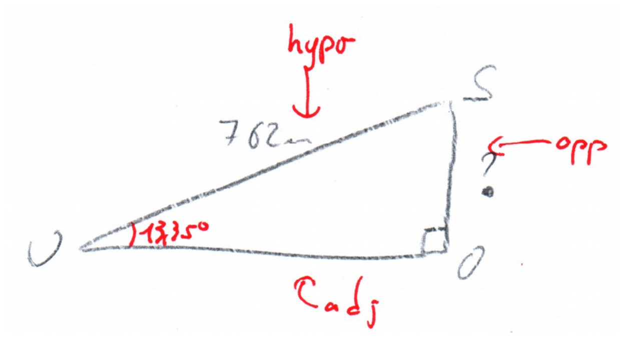
Le mont du Pain de Sucre est un pic situé à Rio de Janeiro, à flanc de mer. Romain et Julien y accèdent par un téléphérique composé de deux tronçons



Sur la figure ci-dessus, qui n'est pas à l'échelle, les directions (UO) et (SO) forment un angle droit et l'angle $\widehat{\text{OUS}}$ que forme le câble du téléphérique avec l'horizontale mesure 13,35 °.

Romain affirme que l'altitude du point S est de 176 m environ.

Sur ma figure à main levée, j'ai repéré l'hypoténuse, le coté opposé à l'angle et le coté adjacent. Je cherche le coté opposé et je connais l'hypoténuse : j'utilise donc la formule du sinus.



Dans le triangle SOU rectangle en O, je peux utiliser la trigonométrie.

$\sin(\widehat{SUO}) = \frac{opp}{hypo} = \frac{SO}{SU}$

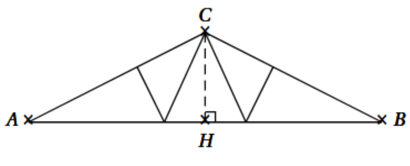
$\sin(13,35) = \frac{SO}{762}$

Par l'égalité des produit en croix, j'obtiens $SO = 762 \times \sin(13,35) \approx 167m$

Affirmation 2 :

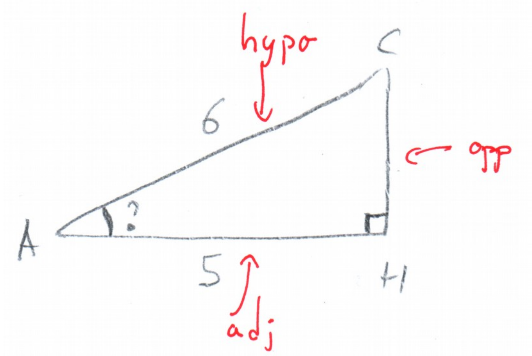
Romain et Julien admirent l'architecture brésilienne. Les normes de construction brésiliennes imposent que la pente d'un toit représentée ici par l'angle $\widehat{\text{CAH}}$ doit avoir une mesure comprise entre 30° et 35°.

Une coupe du toit est représentée ci-dessous : AC = 6 m et AH = 5 m et H est le milieu de [AB].



Julien affirme que ce toit respecte la norme.

Sur ma figure à main levée, j'ai repéré l'hypoténuse, le coté opposé à l'angle et le coté adjacent. Je connais l'hypoténuse et le coté adjacent : j'utilise donc la formule du cosinus.



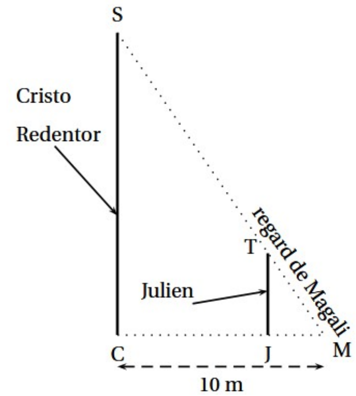
Dans le triangle CAH rectangle en H, je peux utiliser la trigonométrie.

$\cos(\widehat{CAH}) = \frac{adj}{hypo} = \frac{AH}{AC}$

$\cos(\widehat{CAH}) = \frac{5}{6}$

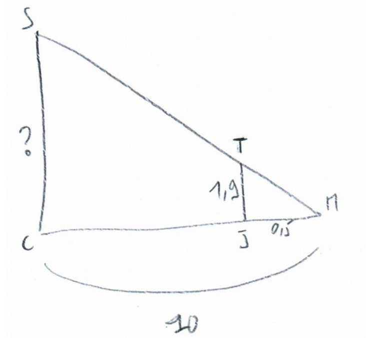
$\widehat{CAH} = \arccos(\frac{5}{6}) \approx 34°$

Affirmation 3 :
Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado.
Au pied du monument, Julien et Romain souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien, qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Romain place son regard au niveau du sol de telle manière qu'il voit le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés : il se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien.
La situation est modélisée ci-dessous par une figure qui n'est pas à l'échelle et on considère que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.
Julien affirme alors que la statue mesure 36 m de hauteur.



Ici, plusieurs formulations utilisant la proportionnalité des longueurs entre les deux triangles JTM et CSM est possible : triangles semblables, homothétie ou Thalès. Dans tous les cas, il est nécessaire de bien identifier les deux triangles : le petit JTM et le grand CSM. Dans la figure à main levée, j'indique les longueurs connues. Attention, 50cm, c'est 0,5m !
Voici une rédaction utilisant Thalès :

Les droites (SC) et (TJ) sont parallèles (car toutes deux perpendiculaires au sol (CM)) et les droites (CJ) et (ST) sont sécantes en M.
D'après le théorème de Thalès, $\frac{MJ}{MC} = \frac{MT}{MS} = \frac{JT}{CS}$
et donc $\frac{0,5}{10} = \frac{1,9}{CS}$ et par l'égalité des produit en croix, $CS = 1,9 \times 10 \div 0,5 = 38m$



Exercice n°2 : Romain et Julien fêtent le nouvel an ! 3,5 points

Julien et Romain organisent le réveillon du jour de l'An. Ils ont acheté pour l'occasion 66 papillotes au chocolat noir et 84 papillotes au chocolat blanc.

Romain et Julien décident de proposer des petits sachets qui ont la même composition. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de papillotes.

1) Romain propose d'en faire 11. Ceci convient-il ? Justifier votre réponse.

2) Combien peuvent-ils faire de sachets au maximum ? Quelle sera alors la composition de chaque sachet ?

Dans cet exercice, il faut associer l'idée de partage avec la division… C'est assez classique. On veut partager les 66 papillotes au chocolat noir et les 84 papillotes au chocolat blanc. On va donc chercher des diviseurs de 66 et 84… Attention, dans le sujet, on dit bien qu'on veut que les sachets aient la même composition, donc tous le même nombre de chocolat noir et tous les même nombre de chocolat blanc. Il ne fallait donc pas mélanger les papillotes !

1) On peut essayer de partager en 11 sachets. Pour le chocolat noir, 66÷11=6 donc c'est possible, mais pour le chocolat blanc, 84÷11 ne donne pas un nombre entier. On trouve 7 papillotes par sachet et reste 7 papillotes non utilisées. Ce n'est donc pas possible car on nous dit qu'ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de papillotes.

2) On peut chercher tous les diviseurs de 66 et 84 pour trouver ceux qui sont en commun. Comme on veut un maximum de sachet, on prendre le plus grand diviseur commun.
Diviseurs de 66 : 1,2,3,6,11,22,33,66
Diviseurs de 84 : 1,2,3,4,6,8,12,14,21,28,42,84
Le plus grand diviseur commun est donc 6. On pourra faire 6 sachets, comprenant 11 papillotes au chocolat noir (66÷6) et 14 papillotes au chocolat blanc (84÷6)

Exercice n°3 : Romain et Julien font des calculs 8 points

Romain et Julien ont chacun un programme de calcul différent :

Programme de Romain	**Programme de Julien**
Choisis un nombre Multiplie le par 7 Ajoute 6	Choisis un nombre Multiplie par -2 Ajoute 3

1) Calcule le résultat obtenu par chacun des deux programmes si le nombre choisi est -2. Indique tes calculs.
Programme de Romain : -2×7=-14 puis -14+6=-8
Programme de Julien : -2×(-2)=4 puis 4+3=7

2) Quel nombre doivent-ils choisir pour que les deux programmes donnent le même résultat.
On peut écrire les deux programmes en fonction de x, et ensuite, on cherchera la valeur de x pour que les deux programme soient égaux (équation).
Programme de Romain : $7x+6$
Programme de Julien : $-2x+3$
Et donc il faut résoudre l'équation :

$$
\begin{aligned}
7x+6 &= -2x+3 \\
9x+6 &= 3 \\
9x &= -3 \\
x &= \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Ils décident maintenant d'utiliser chacun leur programme et ensuite de multiplier leur résultat.
3) a) Calcule combien ils obtiennent s'ils avaient pris tous les deux -2 comme nombre de départ.
Avec les calculs précédents, on obtient -8×7=-56
b) Détermine pour quel(s) nombre(s) de départ le produit sera égal à 0.
On va reprendre les écritures en fonction de x, et on obtient $(7x+6)(-2x+3)=0$

Et donc soit $7x+6=0$ ou bien $-2x+3=0$

C'est à dire $7x=-6$ ou bien $-2x=-3$

C'est à dire $x=\frac{-6}{7}$ ou bien $x=\frac{3}{2}=1,5$

4) Romain réfléchit (beaucoup) et déclare :
« En fait, quand on multiplie $7x+6$ par $-2x+3$, ça fait $-14x^2-33x+18$! »
Julien fait la grimace… « Tu es sûr ? » Indique pourquoi Romain a juste ou corrige-le s'il a fait une erreur.
$(7x+6)(-2x+3)=-14x^2+21x-12x+18=-14x^2+9x+18$. Romain s'était trompé (certainement une erreur de signe sur le $12x$)

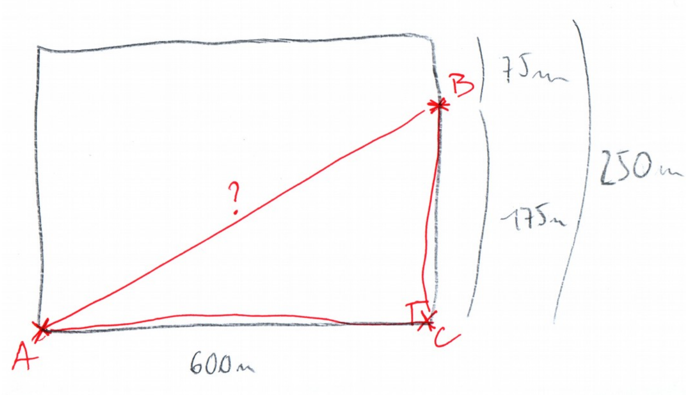
5) Julien annonce : « Je crois que ça fait aussi $-x(14x-9)+18$! »
Romain lui donnera-t-il raison ? Indique pourquoi Romain validera le résultat de Julien ou indique sa correction si Julien avait fait une erreur.
On peut développer $-x(14x-9)+18=-14x^2-9x+18$. On retombe bien sur le développement de la question précédente, et donc Julien avait raison.

Exercice 4 : Julien et Romain vont à New-York 2,5 points

Romain et Julien rendent visite à leur amie Lucile qui habite New York…
Elle promène son chien entre la 20ème et la 21ème avenue, près du parc Gramercy… Elle est au bord d'un parc comme sur le schéma ci-dessous. Elle est précisément au point A et veut se rendre au point B…. Mais comme le parc est fermé, elle va devoir faire le tour ! Sauf que son chien a beaucoup envie de courir dans le parc… il s'échappe et réussit à passer la barrière de l'entrée et court tout droit au point B.

Qui a fait le plus long trajet ? Lucile ou son chien ? Quel est la différence (en mètres) entre les deux trajets ?

On peut refaire une figure à main levée, pour comprendre le trajet fait par Lucile et le trajet de son chien. La figure tracée (un tringle rectangle) nous fait penser soit à la trigonométrie (mais il n'y a pas de mesure d'angle) soit à Pythagore.



Avec la notation introduite, ABC est un triangle rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = AC^2 + BC^2$, c'est à dire $AB^2 = 600^2 + 175^2$ et donc $AB^2 = 390625$ et donc $AB = \sqrt{390625} = 625$
Le chien de Lucile va faire 625m alors que Lucile va faire 600+175 soit 775m. Lucile va faire 150m de plus que son chien.