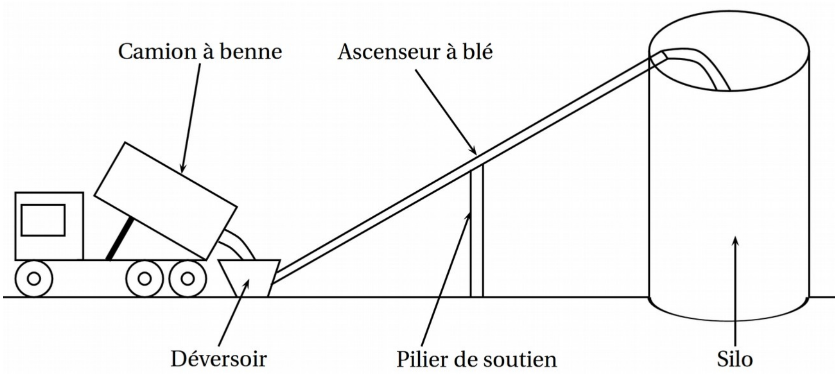
Corrigé du devoir commun

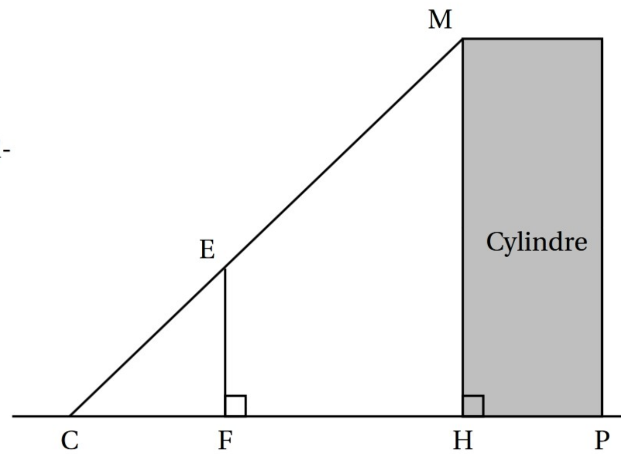
Exercice n°1 :

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier. On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :



Les trois questions suivantes sont indépendantes.

- Les points C, E et M sont alignés.
- Les points C, F, H et P sont alignés.
- Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH).
- CH = 8,50 m et CF = 2,50 m.
- Hauteur du cylindre : HM = 20,40 m.
- Diamètre du cylindre : HP = 4,20 m.



Dans cet exercice, sans regarder les questions, on peut penser à trois façon de calculer des longueurs ou de angles : Pythagore-Thalès et la trigonométrie.

1) Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ?

On peut voir que CHM est dans un triangle rectangle dont on connaît déjà deux longueurs, donc on peut penser à Pythagore pour calculer la troisième longueur.

Dans le triangle CMH rectangle en H (Attention, il faut bien préciser cette condition qui justifie que vous pouvez faire ce qui va suivre. Vous le savez, mais souvent vous l'oubliez!)

D'après le théorème de Pythagore, $CM^2 = CH^2 + HM^2$

$CM^2 = 8,5^2 + 20,4^2$

$CM^2 = 488,41$

$CM = \sqrt{488,41} \simeq 22,1m$

2) Quelle est la hauteur EF du pilier ?

Je pouvais penser à Pythagore dans le triangle CEF, mais je ne connais qu'une seule longueur donc on sera bloqué dans les calculs. Je peux aussi penser au théorème de Thalès car on reconnaît un petit et un grand triangle.

Les droites (FH) et (EM) sont sécantes en C. Les droites (EF) et (MH) sont parallèles car toutes les deux perpendiculaires à CH (il faut le préciser, car il n'est pas indiqué dans l'énoncé)

D'après le théorème de Thalès, $\dfrac{CH}{CF} = \dfrac{CM}{CE} = \dfrac{HM}{FE}$

$\dfrac{8,5}{2,5} = \dfrac{20,4}{FE}$ (le rapport $\dfrac{CM}{CE}$ ne sert à rien dans cette question)

Et donc $EF = 2,5 \times 10,4 \div 8,5 = 6cm$ (produit en croix)

3) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HCM}$ entre le sol et l'ascenseur à blé? On donnera une valeur approchée au degré près.

On cherche une mesure d'angle, donc on va utiliser la trigonométrie. On repère déjà l'hypoténuse, le coté adjacent, le coté opposé à l'angle, puis on choisit la formule.

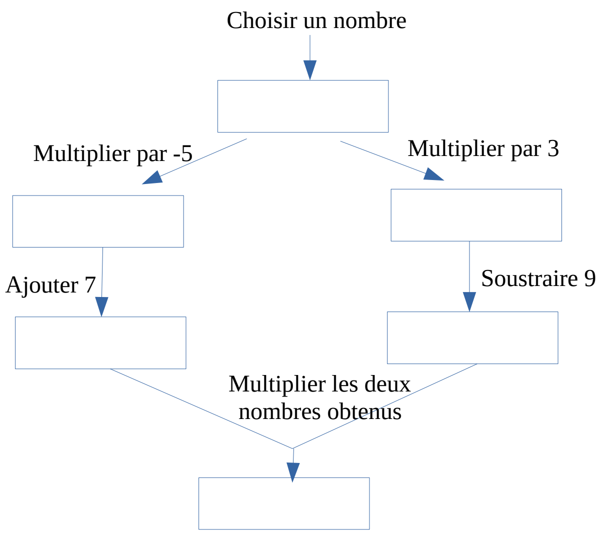
Dans le triangle CHM rectangle en F, (Attention, il faut bien préciser cette condition qui justifie que vous pouvez faire ce qui va suivre. Vous le savez, mais souvent vous l'oubliez!)

$$\tan \widehat{HCM} = \frac{cote\, oppose\, a\, langle}{cote\, adjacent\, a\, langle} = \frac{HM}{CM} = \frac{20,4}{8,5}$$

et donc $\widehat{HCM} = \arctan(\frac{20,4}{8,5}) \simeq 67°$

Exercice n°2 :

Voici un programme de calcul.



1) Montrer que si on choisit -2 comme nombre de départ, le résultat est égal à -255.

On prend -2 comme nombre de départ. $-2 \times -5 = 10$ et $10 + 7 = 17$

On reprend -2 comme nombre de départ. $-2 \times 3 = -6$ et -6 $- 9 = -15$

On multiplie les deux résultats : $17 \times -15 = -255$

2) Quel(s) nombre(s) faudrait-il choisir pour obtenir 0 comme résultat ? Justifier votre réponse.

On peut faire des essais… et espérer avoir de la chance ! On peut penser qu'à la fin, la multiplication des deux résultats doit faire 0, donc un des deux résultats doit faire 0 et trouver pour quel nombre de départ les deux premiers calculs font zéro.

Sinon, et c'est bien mieux, on écrit le programme en fonction de x. x étant le nombre choisi au départ.

→ Multiplie par -5 puis ajoute 7 : $-5x + 7$

→ Multiplie par 3 et soustrais 9 : $3x - 9$

→ Multiplie les deux résultats $(-5x + 7)(3x - 9)$

On cherche donc pour quel nombre $(-5x + 7)(3x + 9) = 0$. On reconnaît alors une équation produit nul :

Soit $-5x + 7 = 0$

$-5x = -7$

$x = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$

ou bien $3x - 9 = 0$

$3x = 9$

$x = 3$

Il y a donc deux solutions : $\frac{7}{5}$ et 3

3) Voici un autre programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Mettre ce nombre au carré et multiplier le résultat par -15
- Ajouter à ce résultat 66 fois le nombre de départ
- Pour terminer, soustrais 63 à ce résultat

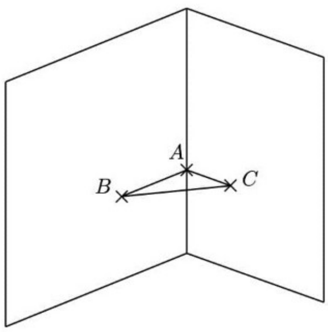
Montrer que ces deux programmes donnent le même résultat quelque soit le nombre choisi au départ.
Pour montrer que les deux programmes de calcul donnent le même résultat quelque soit le nombre choisi, va écrire les deux programmes en fonction de x :

Deuxième programme : Mettre le nombre au carré (x^2) et multiplier par -15 : $-15x^2$
Ajouter à ce résultat 66 fois le nombre de départ : $-15x^2+66x$
Pour terminer, soustrais 63 à ce résultat :$-15x^2+66x-63$
Premier programme : $(-5x+7)(3x-9)$. On va développer cette expression :
$(-5x+7)(3x-9)=15x^2+45x+21x-63=-15x^2+66x-63$

Les deux programmes donnent le même résultat en fonction de x, ils sont donc équivalents.

Exercice n°3 :

Pour chacune des *affirmations* suivantes, dire si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.



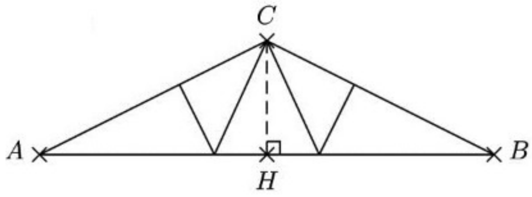
Affirmation 1 :

Un menuisier prend les mesures suivantes dans le coin d'un mur à 1 mètre au-dessus du sol pour construire une étagère ABC :
AB = 65 *cm* ; AC = 72 *cm* et BC = 97 *cm*
Il réfléchit quelques minutes et assure que l'étagère a un angle droit.

On connaît les trois longueurs du triangle ABC est on cherche à savoir s'il est rectangle. On va donc vérifier si l'égalité de Pythagore est vérifié.

D'une part, $BC^2=97^2=9409$
D'autre part, $AB^2+AC^2=65^2+72^2=9409$
On constate donc que $BC^2=AB^2+AC^2$ et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors le triangle ABC est rectangle en A
L'étagère a bien un angle droit.
Remarque : Attention, dans la rédaction, il ne faut pas rédiger comme si on savait au départ que le triangle était rectangle et calculer une longueur que l'on a déjà pour vérifier qu'on trouve la même chose : c'est incompréhensible quand on le lit !

Affirmation 2 :
Les normes de construction imposent que la hauteur CH soit comprise en 2,8 *m* et 4 *m*.



Une coupe du toit est représentée ci-contre :
AH = 5 *m* et l'angle CAH mesure 32°. H est le milieu de [AB].
Le charpentier affirme que sa construction respecte la norme.

On peut reconnaître un triangle rectangle (CHA) dans lequel on va utiliser la trigonométrie. On repère déjà l'hypoténuse, le coté adjacent, le coté opposé à l'angle, puis on choisit la formule qui nous permettra de calculer CH avec la longueur AH (donc les cotés adjacents et opposés)

Dans le triangle ACH rectangle en H,
$\tan \widehat{CAH} = \frac{cote\,oppose\,a\,langle}{cote\,adjacent\,a\,langle} = \frac{CH}{AH}$
$\tan \widehat{32} = \frac{CH}{5}$
$CH = 5 \times \tan 32 \simeq 3,12m$

Affirmation 3 :
Un peintre souhaite repeindre les volets d'une maison. Il constate qu'il utilise $\frac{1}{6}$ du pot pour mettre une couche de peinture sur l'intérieur et l'extérieur d'un volet. Il doit peindre ses 4 paires de volets et mettre sur chaque volet 3 couches de peinture.
Il affirme qu'il lui faut 2 pots de peinture.

Ici, on pouvait calculer de différentes façons. Il fallait par contre, bien penser que 4 pairs de volets, cela fait 8 volets à peindre.
On pouvait par exemple se dire que :
il faut $\frac{1}{6}$ du pot pour peindre un volet, donc pour faire 3 couches, il faut $\frac{3}{6}$ soit la moitié d'un pot ($\frac{1}{2}$). Et donc pour faire 2 volets, il faut un pot et donc pour les 4 pairs il faut 4 pots (et pas 2)

Ou alors on pouvait aussi se dire que :
au total, il y a 8 volets à peindre en faisant 3 couches, soit 24 couches de peinture à faire. Chaque couche utilisant $\frac{1}{6}$, on va avoir besoin de $24 \times \frac{1}{6} = \frac{24}{6} = 4$ pots (et pas 2)