Seconde 2 **Mathématiques devoir N° 1** **28/09/2011**

Nom :

Bien justifier les réponses quand c'est nécessaire

Exercice 1 *(3 points)*

Pour chacun des nombres suivants, simplifier l'écriture puis indiquer sa nature.

$$B = \frac{(-2)^4 \times 5^2 \times (-7)^3}{80 \times 35}$$
$$= \frac{(-2)^4 \times 5^2 \times (-7)^3}{2^3 \times 2 \times 5 \times 7 \times 5}$$
$$= B = \frac{(-2)^4 \times 5^2 \times (-7)^3}{2^4 \times 5^2 \times 7}$$
$$= -49$$
$$B \in \mathbb{Z}$$

$$D = \frac{\frac{4}{3} - 1 + \frac{1}{2}}{-\frac{5}{6} + \frac{14}{3} - 7}$$
$$= \frac{\frac{8-6+3}{6}}{\frac{-5+28-42}{6}}$$
$$= \frac{5}{6} \times \frac{6}{-19}$$
$$= -\frac{5}{19}$$
$$D \in \mathbb{Q}$$

C = $\sqrt{\sqrt{3} - 3}$ le radicande (nombre dont on calcule la racine carrée) est négatif donc C $\notin \mathbb{R}$

Exercice 2 *(2 points)*

A = 0,36363636... donc 100 A = 36+A donc 99A = 36 d'où

$$A = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

Soit n un entier n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4) = 5n+10 = 5 (n+2) or n+2 est un entier donc la somme de cinq entiers consécutifs est divisible par 5.

Exercice 3 (*3 points)*

1) Déterminer à quel intervalle appartient l'ensemble des réels x tels que :

$a)\ x \leq -2$ $b)\ 7 < x \leq \frac{111}{3}$ $c)\ 2 < x$ $d)\ -3 \leq x \leq -1$

$a)\ x \in]-\infty; -2]$ $b)\ x \in]7; 37]$ $c)\ x \in]2; +\infty[$ $d)\ x \in [-3; -1]$

2) Traduire chacune des conditions sur x à l'aide d'une inégalité.

$a)\ x \in]-\infty\ ;\ 3[$ $b)\ x \in]-2\ ;\ 3]$ $c)\ x \in [-2\ ;\ 12{,}1]$ $d)\ x \notin]0; +\infty[$

$a)\ x < 3$ $b)\ -2 < x \leq 3$ $c)\ -2 \leq x \leq 12{,}1$ $d)\ x \leq 0$

Exercice 4 *(5 points)*

On donne les Intervalles de nombres suivants :

$I =]-\infty; -2]$ $\quad J = [-4; 5]$ $\quad K =]-2; +\infty[$

Compléter de la façon la plus simple possible

$I \cap J = [-4; -2]$ $\quad I \cup K = \mathbb{R}$

$I \cup J =]-\infty; 5]$ $\quad J \cap \mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

$I \cap K = \emptyset$ $\quad \mathbb{D} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

Exercice 5 *(6 points)*

- **Dans chaque cas traduire par des inégalités les propositions suivantes :**

1. Soit P la proposition : x∈ [-1 ; 6[∪[7 ; + ∞[.

   $-1 \leq x < 6 \ \ ou \ \ 7 \leq x$ *ce qui revient à* $(-1 \leq x \ \mathbf{et} \ x < 6) \ \mathbf{ou} \ 7 \leq x$
2. Soit Q la proposition : x∈ [-4; 2[∩ [-2 ; 5].

   $-2 \leq x < 2$

- **Donner les négations (non P) puis (non Q) sous forme d'inégalités puis à l'aide d'appartenance à des intervalles.**

$x < -1 \ \mathbf{ou} \ (6 \leq x \ \mathbf{et} \ x < 7) \ soit \ \ x < -1 \ \ ou \ 6 \leq x < 7$ $\qquad x \in]-\infty; -1[\cup [6; 7[$

$x < -2 \ \ ou \ \ x \geq 2$ $\qquad x \in]-\infty; -2[\cup [2; +\infty[$

Question de cours : Montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel

Supposons que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel donc qu'il existe deux nombres entiers a et b, **premiers entre eux (pas d'autre diviseur commun que 1)**, tels que :

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$. (cf. th. 4)

donc si on met au carré on a $2 = \frac{a^2}{b^2}$

donc $\boxed{\mathbf{a^2 = 2b^2}}$ et donc **a² est un nombre pair.**

Or si a² est pair, a est pair et réciproquement.

(voir la démonstration faite dans l'exercice corrigé en classe)

Donc **a est un nombre pair** et on peut écrire a=2p et $\boxed{\mathbf{a^2 = 4p^2}}$

Si on rapproche les deux égalités encadrées on en déduit que :

$2b^2=4p^2$ et $b^2=2p^2$

donc b² est un nombre pair et donc **b est un nombre pair.**

La supposition $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel signifie (équivaut à) qu'il existe deux nombres entiers tels que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, avec **a et b, premiers entre eux.**

Cette hypothèse a pour conséquence : a est un nombre pair et **b est un nombre pair.**

Il y a donc contradiction entre les deux affirmations (c'est absurde) et donc $\sqrt{2}$ ne peut pas être un nombre rationnel.