# Les suites

## 1) Définition d'une suite

On appelle suite ($U_n$ ) toute fonction qui à un entier naturel *n* fait correspondre un réel $U_n$
A rapprocher de la définition d'une fonction qui à un réel *x* fait correspondre un réel *f(x)*
Pour une fonction *x* est appelé variable ou antécédent alors que pour une suite *n* est appelé indice
Pour une fonction, le nombre *f(x)* est appelé image alors que pour une suite le nombre $U_n$ est appelé terme.

En toute logique, puisqu'une suite est une fonction de *n*, on aurait dû écrire un terme sous la forme *U(n).* Mais, voila, en mathématiques on a pris l'habitude d'écrire $U_n$. On rencontre parfois la notation *U(n)* mais c'est rare, mais peut-être la verrez vous.

## 2) Les suites en première

En première on étudie deux types de suites :
**Les suites arithmétiques** : Pour calculer un terme, on ajoute au précèdent un nombre réel, toujours le même, appelé raison et noté *R*

$U_{n+1} = U_n + R$ ou parfois $U(n + 1) = U(n) + R$

**Les suites géométriques** : Pour calculer un terme, on multiplie le précèdent par un nombre réel positif, toujours le même, appelé raison et noté *q*

$U_{n+1} = qU_n$ ou parfois $U(n + 1) = q\times U(n)$

## 3) Rang et indice d'une suite

Pour calculer tous les termes d'une suite, connaître la raison ne suffit pas. Puisqu'on calcule un terme d'après le précédent, il faut bien sûr qu'on vous donne la valeur d'un terme. Ca sera souvent le premier terme, mais pas toujours.
Commençons par le plus simple : on vous donne la raison et le premier terme.
Ce premier terme peut être d'indice 0 et on écrira $U_0$ ce premier terme

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| rang | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n + 1 |
| indice | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | n |
| terme | $U_0$ | $U_1 = U_0 + r$ | $U_2 = U_0 + 2r$ | $U_3 = U_0 + 3r$ | $U_4 = U_0 + 4r$ | | $U_n = U_0 + nr$ |

Mais il peut aussi être d'indice 1 et on écrira $U_1$ ce premier terme

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| rang | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n |
| indice | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n |
| terme | $U_1$ | $U_2 = U_1 + r$ | $U_3 = U_1 + 2r$ | $U_4 = U_1 + 3r$ | $U_5 = U_1 + 4r$ | | $U_n = U_1 + (n – 1) r$ |

**Attention : ne pas confondre indice et rang**
Si le 1^er^ terme est $U_0$ alors le 5^ème^ terme est $U_4$ Donc ici rang = indice – 1
Mais Si le 1^er^ terme est $U_1$ alors le 5^ème^ terme est $U_5$. Donc ici rang = indice

## 4) Définir un suite en fonction de son 1^er^ terme et de l'indice *n*

### Avec une suite arithmétique :

D'après les tableaux on voit que :

Si le premier terme est $U_0$ on a : $\boxed{U_n = U_0 + R\times n}$

Et si le premier terme est $U_1$ on a : $\boxed{U_n = U_1 + R\times(n - 1)}$

## Exemple 1

*Soit la suite arithmétique de raison 4 et de 1^er^ terme $U_1 = 10$.*
*Calculer $U_2$, $U_3$ et le 50^ème^ terme*

Pour calculer $U_1$ et $U_2$ pas de difficulté
$U_2 = 10 + 4 = 14$
$U_3 = 14 + 4 = 18$
Avec cette méthode pour calculer le 50^ème^ terme qui est $U_{50}$ on va y passer du temps car il faudrait calculer tous les termes avant $U_{50}$
Heureusement on peut utiliser la formule donnant la suite en fonction de son 1^er^ terme et de l'indice *n*
Dans notre exemple $U_n = 10 + 4(n – 1)$
Donc $U_{50}= 10 + 4(50 – 1) = 10 + 4 \times 49 = 206$

## Exemple 2

*Soit la suite arithmétique de raison 4 et de 1^er^ terme $U_0 = 10$.*
*Calculer le 50^ème^ terme*

Ici le seul changement est que le 1^er^ terme est maintenant $U_0$. Le 50^ème^ terme est maintenant $U_{49}$. Mais le50^ème^ terme doit toujours être égal à 206 Car quelque soit le nom du 1^er^ terme, le 50^ème^ reste toujours le même.

le 50^ème^ terme est donc $U_{49} = 10 + 4\times 49 = 206$

**Avec une suite géométrique :**

Si le premier terme est $U_0$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| rang | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n + 1 |
| indice | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | n |
| terme | $U_0$ | $U_1 = q\times U_0$ | $U_2 = q^2\times U_0$ | $U_3 = q^3\times U_0$ | $U_4 = q^4\times U_0$ | | $U_n = q^n\times U_0$ |

Si le premier terme est $U_1$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| rang | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n |
| indice | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | n |
| terme | $U_1$ | $U_2 = q\times U_1$ | $U_3 = q^2\times U_1$ | $U_4 = q^3\times U_1$ | $U_5 = q^4\times U_1$ | | $U_n = q^{n-1}\times U_1$ |

Si le premier terme est $U_0$ on a : $\boxed{U_n = q^n\times U_0}$

Et si le premier terme est $U_1$ on a : $\boxed{U_n = q^{n-1}\times U_1}$

**Exemple 3**

*L'indice des prix était 100 au 1^er^ janvier de cette année, il augmente de 0,4 % par mois. Quel est l'indice des prix en décembre de la même année ?*

Qu'on appelle $U_1$ ou $U_0$ l'indice des prix en janvier, l'indice des prix en décembre doit être le même

$U_1 = 100$

$q = 1 + \frac{0,4}{100} = 1,004$ formule

L'indice des prix de décembre est le 12ème soit $U_{12}$

$U_{12} = 1,004^{12-1}\times 100 = 104,49$

$U_0 = 100$

$q = 1 + \frac{0,4}{100} = 1,004$ formule

L'indice des prix de décembre est le 12ème soit $U_{11}$

$U_{11} = 1,004^{11}\times 100 = 104,49$

## 5) Représentation graphique d'une suite

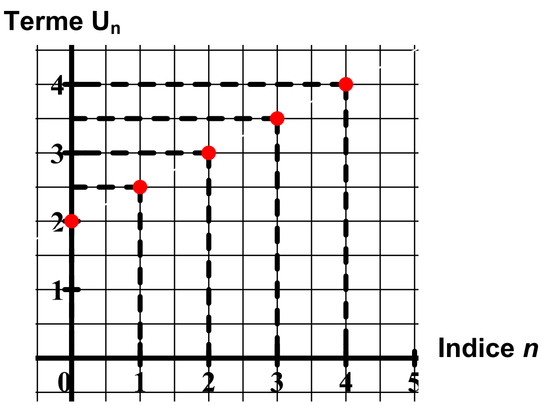
Comme toute fonction, on peut représenter graphiquement une suite. La seule différence, c'est que l'indice *n* est un nombre entier.

### Suite arithmétique

Soit par exemple la suite arithmétique de 1er terme $U_0 = 2$ et de raison $R = 0,5$

On peut faire le tableau de valeurs suivant :

| indice *n* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| terme $U_n$ | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |




L'indice *n* se lit sur l'axe des abscisses

Le terme $U_n$ se lit sur l'axe des ordonnées.

Comme *n* est un nombre entier et donc ne prend aucune valeur décimale, le début de la suite est donc représentée par l'ensemble des points rouges.

Ces points semblent alignés sur une droite représentative d'une fonction affine :
en effet :
de $U_n = U_0 + R\times n$ on déduit
$U_n = 2 + 0,5n$ pour la suite *n* est entier
$f(x) = 2 + 0,5x$ pour la fonction affine *x* est réel
On peut remarquer que la raison *R* est égale au coefficient directeur de la fonction affine

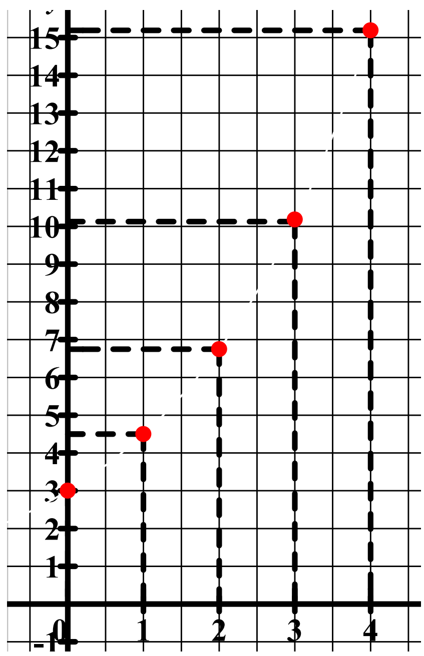
**Croissance d'une suite arithmétique :**
Une suite arithmétique de raison positive est croissante
Une suite arithmétique de raison négative est décroissante

### Suite géométrique

Soit la suite géométrique de 1er terme $U_0 = 3$ et de raison $q = 1,5$

On peut faire le tableau de valeurs suivant :

| indice *n* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| terme $U_n$ | 3 | 4,5 | 6,75 | 10,125 | 15,1875 |



Ces points ne sont pas alignés. En fait ces points sont sur une courbe représentative d'une fonction particulière que l'on reverra en terminale : la fonction exponentielle.

**Croissance d'une suite géométrique :**

Une suite géométrique de raison supérieure à 1 est croissante
Une suite géométrique de raison positive et inférieure à 1 est décroissante