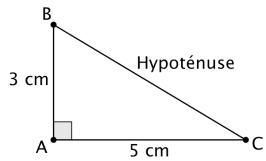


PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.



ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$

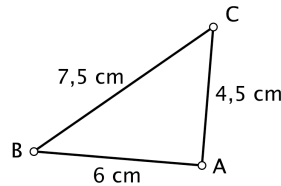
PROPRIETE RECIPROQUE DE PYTHAGORE

→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

$$\text{D'une part } BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$\text{D'autre part } AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.



Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

ESPACE

$$V_{\text{Prisme}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{\text{Cylindre}} = \pi \times r^2 \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Cône}} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{\text{Boule}} = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$

$$A_{\text{Sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3

☑ La section d'un pavé par un plan parallèle à l'une de ses faces ou l'une de ses arêtes est un rectangle.

☑ La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe ou perpendiculaire à son axe est un rectangle ou un disque.

☑ La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.

TRIGONOMETRIE

Dans 1 triangle rectangle, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{\text{coté opp à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos \hat{\alpha} = \frac{\text{coté adj à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \hat{\alpha} = \frac{\text{opp à } \hat{\alpha}}{\text{adj à } \hat{\alpha}}$$

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.

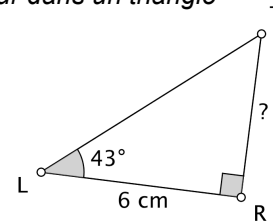
Dans le triangle rectangle RTL,

$$\text{on a } \tan \widehat{RLT} = \frac{RT}{RL},$$

$$\text{soit } \tan 43 = \frac{RT}{6}$$

$$\text{d'où } RT = 6 \times \tan 43 \text{ (valeur exacte de RT)}$$

$$\text{et } RT \approx 5,6 \text{ cm (valeur approchée au mm près)}$$

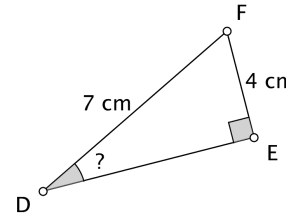


→ Permet de calculer un angle dans un triangle rectangle.

Dans le triangle rectangle EDF,

$$\text{on a } \sin \widehat{EDF} = \frac{EF}{DF} = \frac{4}{7}$$

$$\text{d'où } \widehat{EDF} \approx 35^\circ \text{ (à } 1^\circ \text{ près)}$$



$$\text{Propriétés : } \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \text{et} \quad \tan x = \sin x / \cos x$$

PROBABILITES

☑ On admettra que la probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles.

La probabilité de tirer un roi dans un jeu de 32 cartes est

$$\text{donnée par } p(\text{Roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

☑ La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1

☑ La probabilité d'un événement impossible (qui ne peut pas se réaliser) est égale à 0.

☑ La probabilité d'un événement certain (qui se réalise à chaque fois) est égale à 1.

☑ La somme des probabilités de A et de son contraire est 1.

PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur dans une situation de « Thalès ».

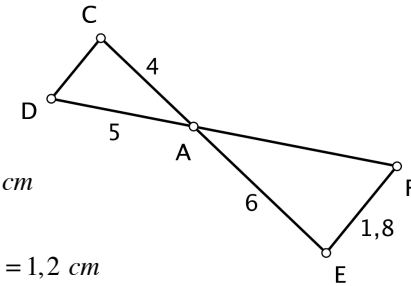
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



PROPRIETE RECIPROQUE DE THALES

→ Permet de prouver que 2 droites sont parallèles.

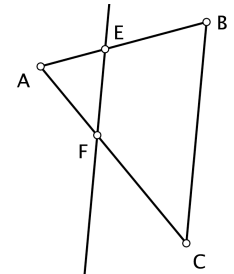
$$\text{D'une part } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{D'autre part } \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$$

On constate que $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, de

plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **propriété réciproque de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.



Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths au brevet des collèges 2012

Collège de TERRE-SAINTE © Pascal DORR

Pour réviser : www.maths974.fr

CALCULS

- ☑ On commence par les (), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.
- ☑ On fait les calculs dans l'**ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.
- ☑ Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.
- ☑ Donner votre réponse sous forme irréductible !

$$\rightarrow \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{21} = \frac{35}{42} - \frac{16}{42} = \frac{19}{42}$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{7}\right) \div \frac{3}{4} = \left(\frac{35}{42} - \frac{12}{42}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{23}{42} \times \frac{4}{3} = \frac{92}{126} = \frac{46}{63}$$

PUISSANCES

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

- ☑ Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.
- ☑ Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.
- ☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$$\rightarrow \frac{7 \times (10^5)^3 \times 10^{-2}}{5 \times 10^7} = 1,2 \times \frac{10^{15} \times 10^{-2}}{10^7} = 1,2 \times 10^6$$

STATISTIQUES

Voici les 13 peintures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :

36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

☑ **L'étendue** de cette série est : 42 - 36 = 6

☑ Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38. *Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.*

☑ La position du **premier quartile** Q_1 est obtenue en prenant 1/4 des valeurs, soit $1/4 \times 13 = 3,25$; on choisit le rang 4 (entier qui suit 3,25) correspondant à une peinture de 37. *Au moins 25 % des filles ont une peinture inférieure ou égale à du 37*

RACINES CARREES

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\rightarrow \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{12} + 3\sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 3 \times 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = 17\sqrt{3}$$

FONCTIONS

☑ fonction affine $f : x \mapsto ax + b$
avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine**

☑ fonction linéaire $f : x \mapsto ax$

☑ fonction constante $f : x \mapsto b$

→ Soit $f : x \mapsto 2x - 7$ ex : $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$
5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

CALCUL LITTERAL

← On développe →

$$k(a+b) = k \times a + k \times b$$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

← On factorise →

☑ Développer et réduire

$$E = (x-2)^2 + (x-2)(x+5)$$

$$E = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 5x - 2x - 10$$

$$E = 2x^2 - x - 6$$

☑ Factoriser

$$E = (x-2)^2 + (x-2)(x+5)$$

$$E = (x-2)[(x-2) + (x+5)]$$

$$E = (x-2)(x-2+x+5)$$

$$E = (x-2) \times (2x+3)$$

☑ Résoudre

$$(x-2)(2x+3) = 0$$

$$x-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x+3 = 0$$

$$x = 2 \quad 2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2} = -1,5$$

$$S = \{2; -1,5\}$$

☑ Résoudre $(x-3)^2 = 36$

$$x-3 = \sqrt{36} = 6 \quad \text{ou} \quad x-3 = -\sqrt{36} = -6$$

$$x = 6+3 = 9 \quad x = -6+3 = -3$$

$$S = \{9; -3\}$$

☑ Résolution d'une inéquation. $-5x \leq 24 + 7x$

$$-5x - 7x \leq 24$$

$$-12x \leq 24$$

$$x \geq \frac{24}{-12}$$

$$x \geq -2$$

ATTENTION, si on divise ou multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même nombre **NEGATIF**, il faut changer le sens de l'inégalité.

ARITHMETIQUE

☑ Un diviseur commun à a et b est un nombre entier qui divise a et qui divise b.

☑ Lorsque PGCD (a ; b) = 1, on dit que a et b sont **premiers** entre eux.

☑ Pour rendre irréductible une fraction en une seule simplification, on calcule le PGCD (a ; b) puis on divise numérateur et dénominateur par ce PGCD.

Calculer PGCD (294 ; 70) (Algorithme **d'Euclide**)

a	b	r
294	70	14
70	14	0

PGCD (294 ; 70) = 14

$$\text{Donc } \frac{70}{294} = \frac{\cancel{14} \times 5}{\cancel{14} \times 21} = \frac{5}{21}$$

SYSTEMES

☑ Méthode par combinaison

$$(S) \begin{cases} 2x + 7y = 39 & (E_1) \xrightarrow{-x^3} 6x + 21y = 117 \\ 3x + 4y = 26 & (E_2) \xrightarrow{-x^2} 6x + 8y = 52 \end{cases}$$

$$21y - 8y = 117 - 52$$

$$(E_1) \rightarrow 2x + 7 \times 5 = 39 \quad 13y = 65$$

$$2x = 39 - 35 \quad y = \frac{65}{13} = 5$$

$$2x = 4 \quad x = 2$$

Vérification : On remplace x et y par les valeurs trouvées dans les équations de départ, (E₁) et (E₂).

Conclusion : Le couple (2 ; 5) est la seule solution du système.