Après les chiffres, les calculs

Pour bien maîtriser les quantités, les hommes ont inventé le calcul : additionner, soustraire, multiplier, diviser

\mathbf{Q}° — Dans quels cas utilise-t-on les calculs dans notre vie quotidienne ?

Calculer le temps d'un trajet, faire la cuisine, acheter et vendre, gérer des stocks, compter la monnaie

C'est au XVI^e siècle qu'ont été adoptés **les signes** + et -. Avant cela on écrivait plus ou moins avec les lettres P et M.

Le **signe =** quant à lui a remplacé le mot *aequali* suite à l'invention de l'anglais **Robert Recorde**.

Pendant des siècles, les hommes ont calculé avec les doigts. Puis avec des cailloux. Puis ils ont dû développer des instruments pour effectuer des calculs complexes.

Les Chinois ont inventé le boulier, les Grecs puis les Romains utilisaient des abaques, les calculs difficiles étaient également confiés à des « calculateurs » professionnels qui travaillaient en ville à la demande à côté des écrivains publics.



Blaise Pascal (1623-1662), français mathématicien, physicien, philosophe, moraliste et théologien. Auteur des <u>Pensées</u> et de <u>Les Provinciales.</u>

En mathématiques, il s'est rendu célèbre par son travail sur la géométrie projective à 16 ans, sur des théories qui donneront jour aux probabilités et sur l'invention d'une machine à calculer, la *Pascaline*.

La machine arithmétique ou Pascaline (XVIIe siècle) inventée par Blaise Pascal en 1642 était une machine à calculer, mécanique.



Perfectionnée au fur et à mesure des siècles, la Pascaline est devenue électro-mécanique, puis électronique en 1960.



Et ce n'est qu'en 1970 qu'a été inventée la calculatrice de poche. Aujourd'hui nous disposons de **calculatrices programmables** ou d'ordinateurs hyper puissants.



En 1936, **Alan Turing** (1912-1954) mathématicien et cryptologue anglais a quant à lui conçu la machine de Turing, et les concepts de programme et de programmation, ce qui permettra de développer des ordinateurs dans la seconde moitié du XX^e siècle.

Il est aussi célèbre pour avoir, permis de concevoir une machine qui décryptait très rapidement les messages codés que les Allemands échangeaient pendant la 2^e guerre mondiale, via une machine de chiffrement et de déchiffrement des messages secrets, connue sous le nom de **Enigma**. Le décryptage de ces messages a sans aucun doute donné un avantage considérable aux Alliés pour mettre fin à la guerre.





Autres concepts mathématiques

Les nombres décimaux et les fractions

Ce sont des **nombres réels** que l'on peut écrire avec une partie entière et un nombre fini de chiffres après la virgule.

Avant de se décimer, les nombres se sont fractionnés! En effet les **nombres décimaux** sont nés des fractions vers 2 500 avant J.C. chez les égyptiens.

Vers 1 800 avant J.C., les **babyloniens** utilisent un système sexagésimal (base 60) qui repose sur la combinaison du principe de position (la valeur du symbole varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre) et du principe additif (la valeur d'un nombre est égale à la somme des symboles qui le compose).

Deux symboles seulement sont utilisés, I et <, pouvant prendre alternativement des valeurs entières (1, 10, 60, 3600) ou fractionnaires (1/60, 1/3600). Les nombreux diviseurs de 60 permettent de représenter également d'autres fractions unitaires telles : 1/2, 1/3, 1/4,...

Les <u>fractions</u> babyloniennes et égyptiennes <u>sont</u> nées des besoins économiques et commerciaux (taxes, intérêts, échanges monétaires, …) et ont accompagnées l'essor de la géométrie (arpentage, …).

Bien que le système de numération alphabétique grec soit peu commode, les grecs apportent des progrès non négligeables à l'écriture fractionnaire.

Les Pythagoriciens se pencheront de près sur l'étude des décimaux en s'intéressant aux grandeurs commensurables dont le rapport peut s'exprimer à l'aide d'entiers.

Les avancés les plus précoces vers les nombres décimaux se feront par les savants arabes.

Vers 952, **Ibrahim al Uqlidisi** (920 ; 980) propose d'utiliser des fractions décimales pour écrire les

nombres. Le nombre 89,532 par exemple se note **89'532**.

Il explique que sa notation sans dénominateur permet d'effectuer plus rapidement les multiplications et les divisions en passant par les puissances de 10 (non encore définies comme telles).

Au X^e siècle, **Muhammad al Karkhi** (953; 1029) développe les fractions décimales et pose des règles de calcul qu'il applique pour donner une approximation à la solution irrationnelle de certaines équations. Ces travaux seront poursuivis plus tard par **Yahya al Samawal** (1130 : 1180)

Mais c'est le perse **Omar Khayyâm** (1048 ; 1123) qui est un des premiers à accorder le statut de nombre à tout rapport de grandeurs.

En 1427, sans avoir pris connaissance des travaux de ses prédécesseurs, le célèbre astronome de Samarkand, **Jemshid al Kashi**, donne une définition des fractions décimales, expose leur théorie et montre comment décomposer toute fraction en somme de fractions décimales.

Al Kashi détaille les techniques opératoires en expliquant qu'en utilisant les fractions décimales, les opérations sur les fractions se ramènent à des opérations sur les entiers. Il conçoit également des tableaux de conversion de fractions décimales en fractions sexagésimales antérieurement utilisées par les babyloniens.

C'est au début du XVII^e siècle que le néerlandais **Willebrord van Roijen Snell** (1580; 1626), aussi connu sous le nom de Snellius, puis l'écossais **John Napier** (1550; 1617) utilisent la virgule dans l'écriture des nombres décimaux.

Les nombres premiers

Ce sont des nombres entiers positifs à partir de 2 que l'on ne peut diviser que par eux-mêmes et par 1, si l'on veut un nombre entier en résultat. Par exemple : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31

Plus les nombres premiers sont grands plus ils sont rares. À ce jour aucun des centaines de mathématiciens qui se sont posés sur la question, n'ont encore trouvé à quelle règle obéissait la répartition des nombres premiers.

Un Institut américain a lancé un défi de 1 000 000 de \$ pour celui qui résoudrait cette énigme.

Exercice

```
Préparer fiche avec les nombres de 1 à 100
Pour trouver les nombres premiers jusqu'à 100
Ecris les chiffres de 1 à 100 sur une page
Barre tous les nombres divisibles par 2 sauf le 2
Barre tous les nombres divisibles par 3 sauf le 3
Barre tous les nombres divisibles par 5 sauf le 5
Barre tous les nombres divisibles par 7 sauf le 7
Ceux qui resteront seront les nombres premiers.
Réponse: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, et 97
```

L'infini

Dans les nombres entiers, il n'y a pas de fin. C'est ce qu'on appelle l'infini. On le représente avec un 8 couché. Il y a des nombres si grands qu'on ne peut pas les imaginer. Le Gogol par exemple c'est 1 suivi de 100 zéros. Sans ordinateur on ne pourrait rien calculer avec.



L'algèbre

L'algèbre est une partie des mathématiques qui utilise toutes les opérations. Elle a été inventée pour résoudre des questions d'héritage compliquées.

Avec l'algèbre, on nomme a ou x la valeur que l'on ne connaît pas et cela nous aide à résoudre plus facilement l'équation.

```
Par exemple en islam pour l'héritage d'un homme qui s'éléverait à 61 714 €, l'épouse touche 1/8^{\circ} de la part d'un homme, ses enfants se partageraient 7/8^{\circ} restant sur le principe de 1/2 part pour les filles et 1 part pour les garçons soit : pour une famille de 3 filles et 3 garçons : 61 714 = (61714/8) + 2x3a + 3a 61 714 = 7714,25 + 9a (61 714 - 7714,25) = (7714,25 - 7714,25) + 9a 53999,75 = 9a 5999,97 = a La part d'1 fille = a = 5999,97 \in La part d'1 garçon = 2xa = 11999,94 \in
```

Les mesures

Grace aux chiffres, les hommes ont pu mesurer ce qui les entourait. Leurs champs, les quantités de blé, les volumes d'eau, les parts de gâteaux... Ils ont inventé des unités de mesures partout dans le monde pour convertir les masses, les volumes et les distances en nombre.

Au début l'homme a utilisé les parties de son corps: pouce, bras, jambe, pied. Mais comme chacun a des pieds ou des membres de taille différentes cela compliquait les échanges.

Q° — Quelles sont les unités de mesure que vous connaissez ?

mètre, litre, gramme, kilo, centimètre, milimètre, mètre cube, mètre carré, etc.

Le mètre est né en France en 1795. Il est le même partout dans le monde car il est basé sur une longueur qui ne peut pas changer : la taille de la planète Terre : il est10 millions de fois plus petit que la distance qui sépare le Pôle Nord de l'équateur.

Il est 20 millions de fois plus court qu'un méridien terrestre (20 000 km entre le centre de chaque pôle).

Le système métrique est utilisé quasiment partout autour de la planète, ssauf dans quelques pays comme le Libéria et la Birmanie ou dans certains domaines seulement comme en angleterre, aux Etats-Unis ou au Canada.

Les anglais ont refusé d'adopter le mètre, et ont préféré garder leurs anciennes unités en pouces et en pieds. C'est le système impérial. Le pouce anglais appelé *inch* mesure 2,54 cm. Le pied (*foot*) vaut 12 pouces soit 30,48 cm. Le *yard* vaut 3 pieds, soit 91,44 cm. Et le *mile* vaut 1760 yards soit 1,609 km.

Remarque

Dans les scènes de poursuite, dans les films américains, on a parfois un gros plan du compteur de la voiture afin de nous montrer que la vitesse est élevée. Nous pouvons voir l'aiguille du compteur dépasser les 90, voire les 110 ou 120! Des poursuites

à 90km/h? Ça ne semble pas très rapide! Mais en fait il s'agit de miles par heure (mph).

1 mile américain est égal à 1,609344 km. Pour passer des mph au km/h, il suffit d'appliquer le coefficient 1,609344:

 $90 \times 1,609344 = 144,84$ (arrondi à 10^{-2} près).

90 mph correspond donc à une vitesse d'environ 145 km/h, ce qui a déjà beaucoup plus de sens pour une poursuite en voiture, comme par exemple dans les rues de San Francisco.

Remarque: une vitesse de 120 mph correspond à une vitesse de 193 km/h. On pourrait se croire dans une course à la "Fast and Furious"!

Source: https://calculis.net/conversion/vitesse

Aux Etats-Unis, on peut trouver les 2 systèmes de mesures: métrique et impérial dans les mêmes documents. C'est ce qui a provoqué la perte de la Sonde spatiale MarsClimat eOrbiter en 1999.

La géométrie

Q° — A quoi sert la géométrie ?

Par exemple : à tracer des cercles, délimiter des champs, construire des maisons, des tours, des ponts, des routes, des tunnels, etc.

D'où vient la géométrie?

Il y a plus de 2400 ans, Hérodote (historien grec - 484; -425) en attribuait l'invention aux problèmes posés par les crues du Nil en ancienne Égypte: « Ce roi (Sésostris d'Egypte) partagea le sol entre tous les Egyptiens, attribuant à chacun un lot égal aux autres, carré, et c'est d'après cette répartition qu'il établit ses revenus, prescrivant qu'on payât une redevance annuelle. S'il arrivait que le fleuve (le Nil) enlevât à quelqu'un une partie de son lot [...], lui, envoyait des gens pour mesurer de combien le terrain était amoindri afin qu'il fût fait [...] une diminution dans le paiement de la redevance. [...]. C'est ce qui donna lieu, à mon avis, à l'invention de la géométrie, que les Grecs rapportèrent dans leur pays. »

Source: http://images.math.cnrs.fr/Carrer-la-Terre-une-origine-de-la-geometrie.html

Sur les tablettes d'argile babyloniennes on a retrouvé des problèmes à caractère géométrique (calculs d'aires) qui passaient par l'utilisation de l'algèbre. Les exigences de la vie pratique : architecture, fabrication et décoration d'objets, etc. ont amenés les hommes à concevoir la géométrie (science de l'espace).

A cette époque, on sait calculer l'aire des quadrilatères (rectangles, trapèzes) ou de triangles isocèles mais les formules des calculs restent encore imparfaites et les résultats sont approximatifs.

On trouve ces informations sur un célèbre papyrus égytpien : **Papyrus Rhind**, rédigé par le scribe Ahmès.



Exercice :

Les géomètres egyptiens utilisaient une corde de 12 mètres sur laquelle ils faisaient 13 noeuds Prenons une cordelette d'1,50 m et faisons 13 noeuds espacés les uns les autres de 10 cm. A la fin, la cordelette avec ses noeuds doit mesurer 1,20 m.

A l'aide de punaises et en faisant coulisser la ficelle sur chacune d'elle, on peut tracer un triangle rectangle. Aide : (un des côtés à 6 noeuds)

Q — Quelles autres figures géométriques peut on représenter avec cette ficelle à 13 noeuds ?

1 triangle rectangle avec 4, 5 et 6 noeuds - 1 carré : 4 noeuds de chaque côté - 1 triangle isocèle : 3 noeuds à la base et 5 noeuds de chaque côté - 1 triangle équilatéral :5 noeuds de chaque côté - 1 cercle en utilisant la corde comme compas.

Thalès de Millet (-624; -548) est le premier grec connu pour avoir calculé la hauteur de la pyramide de Khéops.

Avec les **grecs**, les formules deviennent exactes.

Au VI^e siècle avant J.C. le **théorème de Pythagore**, révolutionne l'architecture et permet de calculer des angles droits.

Les savants Euclide d'Alexandrie (-320?; -260?), Archimède de Syracuse (-287; -212) et Apollonius de Perge (-262;-190) appartenant à l'école d'Alexandrie ont exposées et démontrées les oeuvres du passé. Cette Ecole nous laisse une œuvre phénoménale, "Les éléments" (13 volumes), qui servira de base à la géométrie durant 2000 ans.

Les éléments est une oeuvre composée de 13 livres, qui traite des figures géométriques, des polygones inscrits et circonscrits à un cercle, des proportions, de la géométrie dans l'espace ainsi que des nombres. Deux autres livres seront complétés plus tard par **Archimède** (cercles, cylindres, Apollonius (cônes, coniques : ellipse, parabole, hyperbole).

Les premières démonstrations rendent cette œuvre novatrice pour l'époque. Euclide apporte des définitions rigoureuses et démontre les grands théorèmes de ses ancêtres, comme ceux de **Thalès de Milet** (-624; -548) et **Pythagore de Samos** (-569; -475) par exemple.

Dans "<u>Les éléments</u>", on trouve en particulier les cinq postulats qui fondent les bases de la géométrie.

« Postulat » vient du latin « postulare = demander ». Un postulat est un principe que l'on demande d'accepter, qui est admis pour établir une démonstration ou pour la poursuite d'une théorie.

Les Grecs qui aiment la perfection avaient inventé le concept **du nombre d'or** (symbolisé par la lettre phi) et égal à 1,618. Pour eux la « divine proportion » des bâtiments rectangulaires était celle dont le rapport entre la largeur et la longueur était égale au nombre d'or.



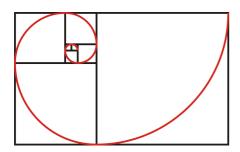
Exercice :

Dessine un rectangle de 16,18 cm x 10 cm

Decoupe un carré à une extrêmité

Il reste un rectangle qui respecte encore le rapport largeur/longueur = 1,618

Continue encore et tu verras que la proportion sera toujours conservée



En architecture on utilise les 4 formes de bases : carré, rectangle, triangle et cercle et on les modifie en supprimant les angles, coupant certaines parties, juxtaposant les formes... Avec

les solides on met en volume les bâtiments.

Q° — Quelles formes reconnaissez-vous dans ces bâtiments ?

Photos la Géode, de la pyramide de Louvres, du Cube orange à Marseille, du Parthénon d'Athènes, Pyramides, Chapelle, Mosquée bleue, Empire State building, Shanghai tower, la Tour Eiffel...



En architecture, les solidités des fondations sont indispensables pour éviter les déformations ou écroulements des bâtiments, ponts ou tunnels. Par exemple, pour la tour Eiffel son poids phénoménal de 10 000 tonnes a été réparti sur les 4 piliers qui ont été eux-mêmes équipés de 4 arbaletriers (pièces obliques) ce qui fait que le sol ne supporte plus que 3 à 4 kg par centimètre carré!

Grace aux calculs réalisés par odinateurs, on peut maintenant construire des ponts gigantesques comme le Viaduc de Millau qui est le pont autoroutier le plus haut du monde.

Il faudra ensuite attendre les Arabes pour permettre des avancées scientifiques. En traduisant les oeuvres grecques, en développant de nouvelles méthodes de calculs d'aires et de volumes, ils font progresser la trigonométrie (utilisation du calcul pour déterminer les mesures des angles et des côtés des triangles).

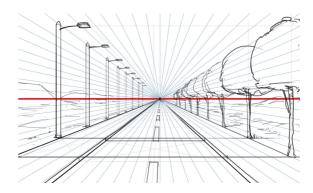
Muhammad al Biruni, Muhammad Abu'l-Wafa (940;998) ainsi que frères Banu Musa (vers 800).

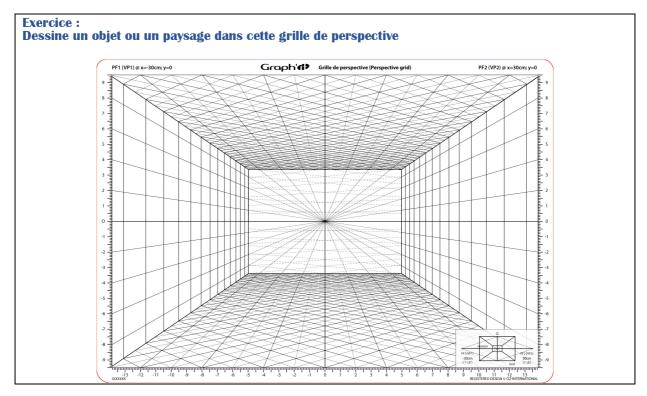
C'est à la Renaissance que naît la géométrie projective. Cela répondait aux besoins des artistesqui voulaient imiter la nature de façon réaliste et ont du intégrer à leurs oeuvres la perspective. Ce sont les italiens qui ont démontrée les premières règles: Filippo Brunelleschi (1377; 1446) puis Leone Battista



Alberti (1404 ; 1472) et Piero della Francesca (1412 ; 1492).

Puis au XVIe siècle la géométrie projective connaît une nouvelle avancée avec l'architecte français **Gérard Desargues** (1591; 1661).





René Descartes (1596; 1650) invente dans La Géométrie le concept de **repère**, il passe par l'algèbre pour simplifier les méthodes et les démonstrations en géométrie.

Enfin, au XIX^e siècle, l'appartition de la géométrie non euclidienne révolutionne l'approche de la géométrie en permettant d'envisager des espaces non planes et à plusieurs dimensions comme dans une sphère ou tout autre forme courbe.

On utilise également les principes de la **symétrie axiale**, ou la **spirale clothoïde** (mise au point par Cornu) qui permet de tracer des virages sur la route. Elle permet aux conducteurs d'emprunter la bretelle de **sortie d'autoroute** sans se battre sur son volant, ou un tgv lancé à 300 km/heure d'enchaîner des virages sans risdquer le déraillement. Ce type de courbes utilisées pour passer d'une droite à un arc de cercle en douveur est également utilisée pour dessiner les pistes de roller et les montagnes russes.





A New-York, en 1807, le quartier de Manhattan a été emmenagé selon un plan quadrillé en 16 avenues du sud au nord et 55 rues transversales de l'ouest à l'est.

Les avenues sont séparées entre elles de 280m et les rues de 60m.

Ainsi il est très facile de s'y repérer.



Sources

<u>C'est mathématique!</u> de Carina Louart, Florence Pinaud – Editions Actes Sud Junior

http://eljjdx.canalblog.com/archives/2008/02/03/7794 919.html

https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths-53

https://www.louvre.fr/oeuvre-notices/code-de-hammurabi-roi-de-babylone

http://www.maths-

rometus.org/mathematiques/histoire-des-maths/

Photos

Mathématiques

https://www.univ-grenoble-alpes.fr/l-universite/notre-organisation/les-ecoles-facultes-et-instituts/ufr-informatique-mathematiques-mathematiques-appliquees-de-grenoble-997.kjsp

Khipu Inca

http://archeo.blog.lemonde.fr/2014/03/19/les-aide-memoires-des-incas-une-origine-ancienne-et-enigmatique/

Calculi

cartelen.louvre.fr

Code Hammurabi

http://culturedart.blogspot.com/2010/12/stela-of-hammurabi.html

Tablette Babylonienne: Table De Division Et De conversion des fractions. © MOtty, Wikipedia, DP

https://www.futura-

sciences.com/sciences/dossiers/mathematiques-racine-carree-fabuleux-destin-2-680/page/6/

Encoches Os Calendrier

http://www.histoire-

secrete.fr/265475295?pagenum=2

Nombres Egyptiens

http://annecalligraphie.canalblog.com/archives/2015/08/24/32530418.html

Codexmaya

http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/cauty_nombres/texte.htm

Nombres Mayas

https://www.freepng.fr/png-ii3wav/

Dieux Mayas

https://fr.dreamstime.com/illustration-stock-ensemble-d-ic-nes-monochromes-des-glyphs-chiffres-tête-maya-image5555742

Chiffres Grecs

http://lespierresquiparlent.free.fr/ecrire-les-nombres.html

Chiffres Romains

http://www.globekid.com/book/5531/je-decouvre-rome/les-chiffres-romains

Table De Numération

Intercours.net

Chiffres Chinois

https://jeretiens.net/quiz-apprenez-les-chiffres-en-chinois/

http://pedroiy.free.fr/chiffres/index.php?pg=http://pedroiy.free.fr/chiffres/chinois.htm

Boulier Chinois

https://www.objetschinois.com/ancien-boulier-chinois-commercant-prod-fr-9749

Chiffres Indiens

http://anagogie.free.fr/5-nombres.htm

Chiffres Arabes

https://www.bideew.com/blog/view/1151328/les-chiffres-arabes-ne-sont-pas-arabes

Pape Sylvestre Ii

http://www.maths-

rometus.org/mathematiques/histoire-desmaths/mathematicien/sylvestre-2.asp

http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/cauty_nombres/texte.htm

Enigma + Alan Turing

https://www.imagenesmi.com/imágenes/alan-turing-working-f2.html

Alan Turing

laboiteverte.fr

Blaise Pascal

https://thefederalist.com/2017/11/23/blaise-pascal-saw-november-night-fire-inaugurated-year-grace/

Pascaline

identitairepur.wordpress.com

Papyrus Rhind

https://www.youtube.com/watch?v=YpwF__A4bn8

Pyramide De Kheops

https://www.futura-

sciences.com/sciences/actualites/histoire-sipyramide-kheops-cachait-trone-fer-69869/

Viaduc De Millau

https://www.easyvoyage.com/actualite/les-plus-belles-routes-de-france-85798

Rectangle D'or

https://www.arretetonchar.fr/le-nombre-dor-dans-larchitecture-grecque/

Spirale De Cornu

http://www.geniecvl.com/la-spirale-de-cornu/ https://www.mathcurve.com/courbes2d/cornu/cornu.s html

Plan Manhattan

https://voyage-econome.com/manhattan-plan/

Carte Peters

https://passeatonvoisin.arnitoile.net/?page_id=268

Réseau

http://www.deletec.fr/solutions/liens-reseaux/

Piet Mondrian

http://theartboxacademy.com/product/school-mondrian-bold-and-bright/

Picasso

https://www.nationalgeographic.com/magazine/2018/05/genius-picasso-art-categories-infographic/

Vasarely

https://www.franceculture.fr/emissions/lart-est-la-matiere/vasarely-le-seculier

Infini

https://fr.wikipedia.org/wiki/Infini_(symbole)

Loi Normale

https://www.researchgate.net/figure/La-taille-des-francais-decrit-une-courbe-de-Gauss-dont-on-extrait-les-mannequins_fig31_29973507

Latitude & Longitude

https://blog.eogn.com/2014/09/16/convert-an-address-to-latitude-and-longitude/

Trajectoire Avion Orthodromie

http://www.lililamouette.com/archives/date/2018/04/page/2

Statistiques

http://www.aubance.fr/ou-trouver-des-statistiques/

Graphique Température Hydrométrie Réunion

https://habiter-la-reunion.re/climat-a-la-reunion/

Langage Binaire

https://slideplayer.fr/slide/1310662/