

Le nombre Pi

En mathématiques, il y a un **nombre** qu'on trouve partout... c'est **Pi**. Première lettre du mot grec qui signifie périmètre. On le retrouve dans tout ce qui est rond ou qui possède un mouvement circulaire. Les Sumériens, 3500 ans av. J.C. savaient déjà que le contour d'un cercle mesurait environ, fois plus que le diamètre.

C'est le grec **Archimède**, 250 ans av. JC, qui trouva la valeur approximative de **Pi = 3,141**. Même aujourd'hui nous ne connaissons pas sa valeur exacte car Pi possède un nombre infini de chiffres après la virgule. On connaît seulement ses 2 700 milliards premières décimales.

Pi = 3,141 592 653 598 793 238 462 643 383 279 502 884 197169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034 825342 117 067...

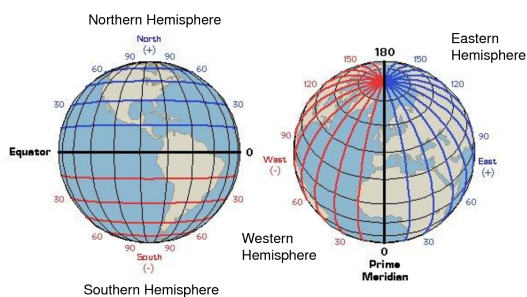
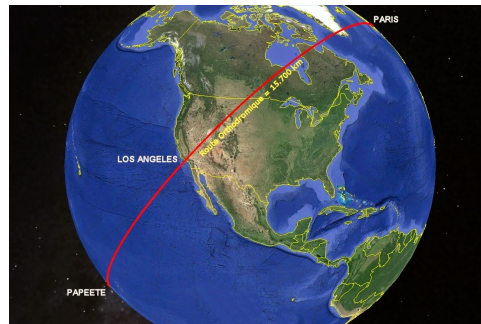
La valeur de Pi reste la même quelque soit la taille du cercle, de l'atome à une planète, ou un ballon de foot.

Voyager avec les mathématiques

La géométrie héritée des Grecs a permis aux marins de traverser les mers et les océans. En l'appliquant à l'astronomie, ils ont appris à déterminer leur position et à tracer la trajectoire en observant les astres **en mesurant l'angle formé par l'étoile polaire et l'horizon**.

Ils utilisaient des instruments de navigation comme le sextant ou l'astrolabe appelé aussi compas de navigation pour obtenir leur position par rapport à l'équateur (latitude). La journée ils faisaient la même chose avec le soleil de midi.

Au XVIII^e siècle les marins ont trouvé le moyen de calculer leur position par rapport à l'Est et à l'Ouest (longitude).



Latitude & Longitude

La géométrie non euclidienne nous a permis de tracer des trajectoires plus courtes pour aller d'un point à un autre. La Terre est ronde aussi le plus court chemin n'est pas forcément un segment droit mais un arc de cercle (**orthodromie**). Donc, les pilotes d'avions qui vont de Paris à New-York ont intérêt à se rapprocher du Pôle Nord pour ne faire un trajet de 5 830 km au lieu de 6 070 km s'ils allaient à l'Ouest.

De la même manière **les cartes** sont toutes fausses.

Essaie d'envelopper une orange dans une feuille de papier... celui ci fera des plis.

Dessiner un planisphère sur une feuille plane alors que la Terre est ronde entraine forcément des déformations.

Avec les « **projections** » les mathématiciens essaient de limiter les erreurs de représentation mais dans les manuels scolaires par exemple, l'Afrique est représentée de la même taille que le Groenland alors qu'en fait elle est 14 fois plus grande.

La **carte Peters** réalisée en 1973 respecte les tailles mais pas les formes.



Les mathématiques interviennent aussi dans **les échelles sur les plans ou les cartes**. Elles indiquent le rapport entre la réalité et la représentation.

Par exemple 1 : 25 000 indique que 1 cm sur la carte représentent 25 000 cm dans la réalité soit 250 m.

Plus l'échelle est grande plus la carte est détaillée (1 : 20 000) pour une randonnée et 1 : 100 000 (1 cm = 10 km) pour les grandes distances...



Récemment les militaires américains ont inventé le **GPS (Global Position System)**. Il fonctionne grâce à 24 satellites qui gravitent autour de la Terre et permettent de savoir exactement où l'on se trouve.

Chaque satellite est équipé d'une horloge atomique.

Le récepteur GPS reçoit l'heure d'envoi d'une onde, émise par chaque satellite visible du système GPS. L'heure est en milliardième de seconde ; l'onde se propage à la vitesse de la lumière.

Le récepteur GPS sélectionne les quatre satellites les mieux placés pour effectuer les calculs de géolocalisation. Les satellites visibles supplémentaires permettent d'affiner les calculs.

Tour à tour, pour chaque satellite, le récepteur GPS soustrait l'heure de réception à l'heure d'envoi de l'onde, ce qui lui permet d'obtenir le temps qu'a mis cette onde à lui parvenir. En réalité, les calculs sont compliqués par le fait que le récepteur GPS n'a pas, lui, d'horloge atomique.

En multipliant ce temps par la vitesse de l'onde, il calcule la distance entre le récepteur et chaque satellite. On voit qu'une erreur d'un millième de seconde provoque une erreur de $300\,000 \times 0,001 = 300$ kilomètres !

En croisant la distance et la position dans le ciel de chacun des quatre satellites au moment de la réception de l'onde, le GPS "fait le point", c'est-à-dire, il calcule le point d'intersection entre ces quatre distances.

L'appareil dans lequel est implanté le récepteur GPS traduit finalement les coordonnées de ce point en langage compréhensible par l'utilisateur.

Source : <https://fr.vikidia.org/wiki/GPS>

Grace aux GPS, les données sont bien plus précises et on a pu réévaluer l'altitude du Mont Blanc à 4 810,40 m (au lieu des 4 807 m indiqués dans les livres) et celle de l'Everest à 8 846 m au lieu de 8 848 m.

A toi de jouer :

Si tous les hommes se donnaient la main, pourrions nous faire le tour de la Terre ? Et aller sur la Lune en formant une chaîne humaine ?

Aide : l'amplitude d'un homme est de 1 mètre.

Réponse :

Nous sommes 7 milliards d'habitants. Prenons chacun une amplitude de 1 mètre. La distance réalisée en se donnant la main est donc de 7 000 000 000 m = 7 000 000 km.

La circonférence de la Terre est de 40 000 km. On pourrait faire 175 fois le tour de la Terre.

La distance Terre-Lune, elle est de 380 000 km, donc on pourrait atteindre aussi la Lune.

En théorie !

Les probabilités

On ne peut pas prévoir les résultats du loto car il y a trop de paramètres à prévoir. Mais grâce aux calculs de probabilités on peut analyser la possibilité qu'un événement se produise.

Les probabilités permettent de calculer la part de risque. Pour cela les mathématiciens observent ce qui se passe habituellement et établissent des équations et des modèles.

Q° — Écris toutes les possibilités différentes :

Par exemple quand on lance un dé à 6 faces, et que tu additionnes leurs résultats, on a bien plus de chance d'obtenir 6, 7, ou 8 que 4 ou 10.

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

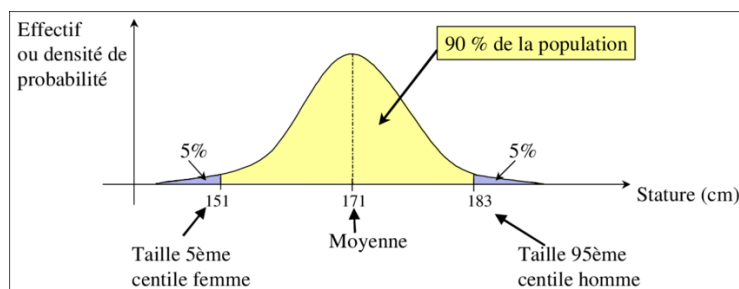
$$1 + 3 = 4$$

etc.

$$6 + 6 = 12$$

Quand on lance 2 dés à 6 faces on a 6 chances sur 36 que le 7 sorte soit 16%.

La loi normale ou courbe de Gauss



Le célèbre mathématicien Charle Friedrich Gauss (1777 ; 1855), conçoit une loi statistique appelée Loi normale et dont la forme représente une cloche. Avec cette loi, elle décrit la manière dont se répartissent par exemple les caractéristiques humaines dans la population.

Prenons l'exemple de la taille, on obtient une courbe en cloche dont la population se concentre essentiellement autour de la moyenne. Plus on s'écarte de la moyenne moins il y a de personnes (nains, géants)...

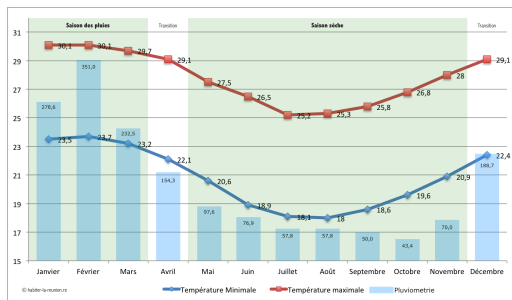
Autres applications mathématiques

Pour prévoir la météo, pendant très longtemps, les hommes ont utilisé des méthodes peu scientifiques : observer la couleur du ciel, la mousse sur les arbres, etc. Depuis le début du XX^e siècle la science des prévisions météo a

progressé en intégrant des modèles mathématiques permettant d'interpréter des centaines de paramètres enregistrés partout autour du monde : températures, vitesses des

vents, nuages, taux d'humidité, pression atmosphérique, etc.

Toutefois l'interprétation de ces modèles n'est pas toujours exacte car trop de paramètres sont en jeu et ceux-ci sont parfois capricieux.



Les mathématiques sont également utilisées pour réaliser des **statistiques**. Ce sont des outils et des méthodes mathématiques qui permettent d'analyser les comportements de la société.

Les statistiques permettent d'établir des tendances à partir de données collectées à cet effet. Transformées en pourcentages, ces données permettent de comprendre des centaines de phénomènes tels que le nombre de fumeurs dans telle tranche d'âge, le taux de fécondité dans tel pays, la consommation de chocolat dans telle région, la popularité des hommes politiques, la satisfaction des consommateurs pour tel produit, etc.



Les mathématiques permettent de calculer des proportionnalités, des pourcentages, des remises de prix, de faire des règles de trois, etc.

Les mathématiques permettent aussi de **coder ou de décoder des messages**. On peut transformer les lettres en chiffres ou les chiffres en lettres. C'est ce qu'on appelle la cryptologie. (Spécialité de Alan Turner, inventeur de la machine « Bomb » ou « Code Braker » qui permit de décoder le code Enigma des Allemands, alors que celui-ci changeait très régulièrement). On l'utilise encore sur internet pour sécuriser certains échanges. Notamment en cryptant les mots de passes, les transferts d'argent, ou certains transferts d'informations.

On code également les cartes bancaires avec le code RSA, qui est quasiment infaillible. Il faudrait des milliers d'années pour réussir à le décrypter.

Jeu :

Jules César cryptait les messages destinés à ses généraux en décalant les lettres de l'alphabet selon une clé : par exemple une clé de 3 : le A devenait C, le B devenait D, etc.

Décrypte le message suivant en utilisant une clé de 5 :

PA TNSQRA UYM XVSZYI KWKRI YR FSNFSN

Réponse : LE PREMIER QUI TROUVE GAGNE UN BONBON

Les mathématiques permettent de communiquer et de programmer des ordinateurs en utilisant le **langage binaire : 0 et 1**.



Si le courant électrique passe c'est le 1 sinon, c'est le 0.

Chaque signe, commande, signe de ponctuation est traduit par une série de 0 et de 1

A = 010000001

3 = 00110011

L'ordinateur réalise les calculs dans son système binaire et les traduit ensuite dans notre langage. Et pour effectuer ce qu'on lui demande, il a besoin qu'on lui présente les problèmes pas à pas. On formule donc les demandes sous forme d'algorithme, c'est-à-dire en entrant dans l'ordinateur des opérations à effectuer sous forme de problème.

Par exemple :

$a \times (y+z) >$ on dira à l'ordinateur effectue le calcul $y+z$ puis multiplie le par a .

Grace aux mathématiques on peut **créer des réseaux et gérer la distribution d'eau ou de gaz** dans toute la ville, ou encore gérer les aiguillages des trains, contrôler le trafic aérien, chercher l'hôtel le moins cher, trouver le trajet le plus court entre 2 points, gérer un réseau téléphonique ou internet, etc.

Sur le papier, le réseau est représenté par un ensemble de noeuds qui sont connectés par des liens.



Cette technique utilise la théorie des graphs mise au point par le Suisse Leonhard Euler (1707–1783).

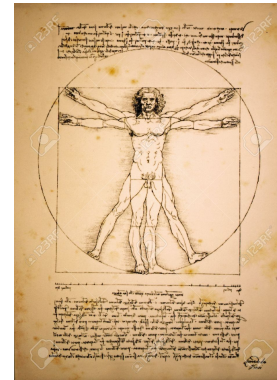
Les réseaux sociaux fonctionnent également grâce au système des réseaux.

Grace aux mathématiques **on fabrique des avions ou tout autre objet électrique, électronique ou digital.**

Pour les avions, on utilise les mathématiques lors de la conception de la forme de la carlingue, des ailes, etc. pour évaluer la forme la plus aérodynamique, mais aussi pour calculer la résistance des matériaux dans toutes les situations imaginables, leur poids, leur coût de fabrication et d'entretien, etc.

Certains artistes utilisent les mathématiques, que ce soit en musique (le lien avait été fait par le grec Pythagore qui avait établi une relation entre les nombres et les sons), en dessin, peinture, sculpture ou même pour écrire des romans.

C'est **sur la base du nombre d'or** que Leonard de Vinci a dessiné en 1492 son Homme de Vitruve, en donnant à chaque partie du corps humain les « **divines proportions** » à respecter.

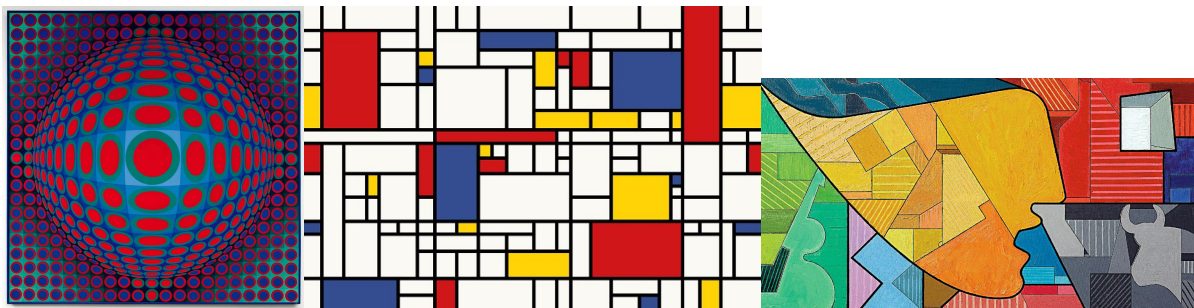


Exercice :

Divise ta taille totale par la taille de tes pieds à ton nombril et si tu obtiens 1,61 tu es harmonieux (selon Léonard de Vinci).

D'autres artistes utilisent les formes géométriques pour représenter la réalité, comme Pablo Picasso ou George Braque, peintres cubistes. Mondrian quant à lui représentait ses

tableaux à partir de lignes orthogonales noires délimitant des carrés et des rectangles d'or. Victor Vasarely a développé sa propre géométrie pour obtenir d'étonnants effets d'optique.



Les fractales

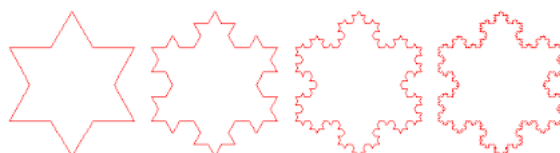
En 1974, un mathématicien, **Benoît Mandelbrot**, découvre les fractales. Ce sont des formes géométriques qui sont composées d'autres formes identiques à elles-mêmes, et ces formes géométriques sont également composées d'autres formes identiques à elles-mêmes.

C'est le cas du flocon de neige ou du chou-fleur par exemple. On retrouve également cette forme dans un petit rocher, qui agrandi ressemble à une grosse montagne, une partie d'un nuage par rapport à un nuage entier, etc.

Entre autres choses, cette découverte a permis de décrire des formes complexes comme les montagnes ou les nuages ou les littoraux très déchiquetés. Leur construction mathématique ne dépend plus que d'une « quation assez simple et un ordinateur peut facilement les reproduire à partir d'un algorithme. Les fractales ont donc permis une grosse avancée pour la réalisation d'effets spéciaux, la création de jeux vidéos, dont l'image est plus réalistes.

Réalise un fractale

Trace un triangle équilatéral de 15 cm de côté et fais des encoches tous les 5 cm sur chacun côté. Remplace le tiers central de chaque côté par un triangle extérieur de 5 cm de côté. Recommence cette opération sur la figure obtenue autant de fois que tu le veux. Tu obtiens une fractale appelée « Flocon de Koch ». On peut continuer indéfiniment...



Les mathématiques, langage universel

Les mathématiques se sont également une langue et une écriture unique que partagent tous les mathématiciens du monde. Et les formules mathématiques sont soit vraies soit fausses.

Cette langue est composée de nombres, de lettres, de symboles, des parenthèses, des flèches, des symboles +, -, x, :, >, <, =, etc. Et le même langage est utilisé et adapté à tous les domaines mathématiques.

Pour démontrer qu'un énoncé mathématique est juste, il faut démontrer qu'il n'existe aucun cas où il est faux et pour démontrer qu'un théorème est faux il suffit de démontrer au moins un cas dans lequel il est faux.

Exercice

A cette table il y a 1 grand-père, 2 pères et 2 fils. Chacun prend un menu à 15€. Au moment de payer l'addition, les convivent laissent au total 45€ pour payer l'addition, mais le patron ne se plaint pas. Pourquoi ?

Réponse : il n'y a que 3 personnes : 1 fils, son père et son grand père.

Pour trouver de nouveaux théorèmes, les mathématiciens élaborent des hypothèses. Puis ils essaient de prouver cette hypothèse.

Sources

C'est mathématique ! de Carina Louart, Florence Pinaud – Editions Actes Sud Junior
<http://eljjdx.canalblog.com/archives/2008/02/03/7794919.html>
<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths-53>
<https://www.louvre.fr/oeuvre-notices/code-de-hammurabi-roi-de-babylone>
<http://www.maths-rometus.org/mathematiques/histoire-des-maths/>

Photos

Mathématiques

<https://www.univ-grenoble-alpes.fr/l-universite/notre-organisation/les-ecoles-facultes-et-instituts/ufr-informatique-mathematiques-mathematiques-appliquees-de-grenoble-997.kjsp>

Khipu Inca

<http://archeo.blog.lemonde.fr/2014/03/19/les-aide-memoires-des-incas-une-origine-ancienne-et-enigmatique/>

Calculi

<cartelen.louvre.fr>

Code Hammurabi

<http://culturedart.blogspot.com/2010/12/stela-of-hammurabi.html>

Tablette Babylonienne : Table De Division Et De conversion des fractions. © M0tty, Wikipedia, DP

<https://www.futura-sciences.com/sciences/dossiers/mathematiques-racine-carree-fabuleux-destin-2-680/page/6/>

Encoches Os Calendrier

<http://www.histoire-secrete.fr/265475295?pagenum=2>

Nombres Egyptiens

<http://annecalligraphie.canalblog.com/archives/2015/08/24/32530418.html>

Codexmaya

http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/cauty_nombres/texte.htm

Nombres Mayas

<https://www.freepng.fr/png-ii3wav/>

Dieux Mayas

<https://fr.dreamstime.com/illustration-stock-ensemble-d-ic-nes-monochromes-des-glyphs-chiffres-tete-maya-image55555742>

Chiffres Grecs

<http://lespierresquiparlent.free.fr/ecrire-les-nombres.html>

Chiffres Romains

<http://www.globekid.com/book/5531/je-decouvre-rome/les-chiffres-romains>

Table De Numération

intercours.net

Chiffres Chinois

<https://jeretiens.net/quiz-apprenez-les-chiffres-en-chinois/>
<http://pedroiy.free.fr/chiffres/index.php?pg=http://pedroiy.free.fr/chiffres/chinois.htm>

Boulier Chinois

<https://www.objetschinois.com/ancien-boulier-chinois-commerce-prod-fr-9749>

Chiffres Indiens

<http://anagogie.free.fr/5-nombres.htm>

Chiffres Arabes

<https://www.bideew.com/blog/view/1151328/les-chiffres-arabes-ne-sont-pas-arabes>

Pape Sylvestre II

<http://www.maths-rometus.org/mathematiques/histoire-des-maths/mathematicien/sylvestre-2.asp>
http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/cauty_nombres/texte.htm

Enigma + Alan Turing

<https://www.imagenesmi.com/imagenes/alan-turing-working-f2.html>

Alan Turing

laboiteverte.fr

Blaise Pascal

<https://thefederalist.com/2017/11/23/blaise-pascal-saw-november-night-fire-inaugurated-year-grace/>

Pascaline

identitairepur.wordpress.com

Papyrus Rhind

https://www.youtube.com/watch?v=YpwF__A4bn8

Pyramide De Kheops

<https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/histoire-si-pyramide-kheops-cachait-trone-fer-69869/>

Viaduc De Millau

<https://www.easyvoyage.com/actualite/les-plus-belles-routes-de-france-85798>

Rectangle D'or

<https://www.arretetonchar.fr/le-nombre-dor-dans-larchitecture-grecque/>

Spirale De Cornu

<http://www.geniecvl.com/la-spirale-de-cornu/>
<http://www.mathcurve.com/courbes2d/cornu/cornu.shtml>

Plan Manhattan

<https://voyage-econome.com/manhattan-plan/>

Carte Peters

https://passeatonvoisin.arnitoile.net/?page_id=268

Réseau

<http://www.deletec.fr/solutions/liens-reseaux/>

Piet Mondrian

<http://theartboxacademy.com/product/school-mondrian-bold-and-bright/>

Picasso

<https://www.nationalgeographic.com/magazine/2018/05/genius-picasso-art-categories-infographic/>

Vasarely

<https://www.franceculture.fr/emissions/lart-est-la-matiere/vasarely-le-seculier>

Infini

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Infini_\(symbole\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Infini_(symbole))

Loi Normale

https://www.researchgate.net/figure/La-taille-des-francais-decrit-une-courbe-de-Gauss-dont-on-extrait-les-mannequins_fig31_29973507

Latitude & Longitude

<https://blog.eogn.com/2014/09/16/convert-an-address-to-latitude-and-longitude/>

Trajectoire Avion Orthodromie

<http://www.lililamouette.com/archives/date/2018/04/page/2>

Statistiques

<http://www.aubance.fr/ou-trouver-des-statistiques/>

Graphique Température Hydrométrie Réunion

<https://habiter-la-reunion.re/climat-a-la-reunion/>

Langage Binaire

<https://slideplayer.fr/slide/1310662/>