Pour ceux qui étaient absents le jeudi 12 mars

II. La fonction exponentielle

1. La fonction exponentielle

Etudions la fonction $f(x) = e^x$

a. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-100	-10	-5	-2	-1	0	1	2	3	5	6
e^x	4×10^{-44}	$4,5 \times 10^{-5}$	0,00674	0,13534	0,36788	1	2,7183	7,3891	20,086	148,41	403,43

x	7	8	9	10	12	15	18	20	100	1000	10000
e^x	1096,6	2981	8103,1	22026	162755	$3,27 \times 10^6$	$6,57 \times 10^7$	$4,85 \times 10^8$	$2,7 \times 10^{43}$	Trop grand	Trop grand

b. La représentation graphique (calculatrice) et son tableau de variation

Réaliser la représentation graphique de la fonction e^x sur votre calculatrice et compléter les 2 premières lignes du tableau de variation :

x	**-10**		**10**
f(x) $=e^x$			**22026**
	$4,5 \times 10^{-5}$	$\nearrow$	
f'(x)		+	

2. Les équations ln(ax) = b

a. Résoudre les équations suivantes : ln(x) = 4, ln(x) = 10

Lorsqu'on doit résoudre une équation de cette forme, il faut passer par la fonction exponentielle afin de sortir « x » du ln :

- $\ln(x) = 4$ faire : $e^{\ln(x)} = e^4$ C'est une équation, donc ce qu'on fait à gauche du signe « = » doit aussi être réalisé à droite.

Ainsi $x = e^4 = 54,598$

- $\ln(x) = 10$ faire $e^{\ln(x)} = e^{10}$

Ainsi $x = e^{10} = 22026$

b. Définition : Pour tout nombre réel « b », il existe un nombre unique strictement positif x tel que

$\ln(x)=b$; on le note $x = e^b$ où « e » est le nombre tel que $\ln(e) =1$

c. Associer les équations suivantes, aux solutions proposées :

les équations : $\ln(2x)= 3$; $\ln(2x) = -3$; $\ln(3x) = 2$ et $\ln(3x) = -2$

les solutions : x = $\frac{e^{-2}}{3}$; x = $\frac{e^{3}}{2}$; x = $\frac{e^{-3}}{2}$ et x = $\frac{e^{2}}{3}$

- ln(2x) = 3 faire $e^{\ln(2x)} = e^3$

Ainsi $2x = e^3$ et donc x = $\frac{e^{3}}{2}$

- ln(2x) = -3 faire $e^{\ln(2x)} = e^{-3}$

Ainsi $2x = e^{-3}$ et donc x = $\frac{e^{-3}}{2}$

- ln(3x) = 2 faire $e^{\ln(3x)} = e^2$

Ainsi $3x = e^2$ et donc x = $\frac{e^{2}}{3}$

- ln(3x) = -2 faire $e^{\ln(3x)} = e^{-2}$

Ainsi $3x = e^{-2}$ et donc x = $\frac{e^{-2}}{3}$

3. Conclusions et propriétés

- La fonction $f(x) = e^x$ ($y = e^x$) équivaut à $\ln(e^x) = x$. Les représentations graphiques de la fonction logarithme népérien (ln(x)) et de la fonction exponentielle (e^x) sont symétriques par rapport à la droite y = x.

- La fonction exponentielle est croissante et est définie pour toutes les valeurs de $x \in]-\infty; +\infty[$

La fonction dérivée :

- Pour tout nombre x, si $f(x) = e^x$ alors $f'(x) = e^x$

- Pour tout nombre x, si $f(x) = e^{ax}$ alors $f'(x) = ae^{ax}$

La fonction dérivée nous intéresse pour son signe (voir cours précédent sur les fonctions). En ce qui concerne la fonction

- Les propriétés de la fonction exponentielle : Quel que soient les nombres a et b, ses propriétés opératoires sont : $\mathbf{e^a \times e^b = e^{a+b}}$

$$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$$

$$(e^a)^b = e^{a \times b}$$