

*Projet Scientifique Collectif*

# Etude du vol d'un boomerang et des paramètres caractérisant sa trajectoire



JUILLET Fabien  
LEJOSNE Solène  
MOREL François-Xavier  
MOUSSA Yana  
PRACHAY Julien  
ROGER Pierre-Emmanuel

Promotion X2006

## *Résumé*

Des aborigènes d'Océanie jusqu'à nos jours, en passant par les pharaons d'Égypte, le boomerang a été utilisé par des hommes fascinés devant ses propriétés étonnantes et mystérieuses. Aujourd'hui, son comportement qualitatif est bien compris et expliqué par les lois de la physique. Cependant, aucune étude à l'heure actuelle ne prend entièrement en compte la forme du boomerang, alors que c'est un paramètre ayant une grande influence sur son vol. Partant de ce constat, nous nous sommes proposés d'étudier le comportement des boomerangs et l'influence de leur forme, mais aussi de leur masse, de leur taille, du profil de leurs pales, etc. Une telle étude pourrait intéresser des clubs de passionnés et de compétiteurs qui fabriquent leurs propres boomerangs et cherchent à les améliorer pour optimiser certaines de leurs performances.

Les équations de la dynamique correspondant au vol, déjà complexes lorsque le problème est simplifié, deviennent alors insolubles analytiquement. Nous avons donc décidé de réaliser un programme informatique simulant numériquement le vol du boomerang. L'enjeu du projet était de simuler la trajectoire de boomerangs aux formes variables pour différentes conditions initiales.

De plus, nous souhaitions confronter la simulation informatique avec le vol réel. Pour obtenir des données expérimentales exploitables, il fallait avoir une connaissance précise des conditions initiales ainsi que la capacité de les reproduire. Le bras humain n'étant pas suffisamment fiable, nous nous sommes lancés dans la construction d'une machine lanceur de boomerang.

Afin d'avoir des résultats précis, notre tuteur nous a conseillé d'adopter la méthode dite de la "ligne portante", méthode utilisée dans les calculs d'aérodynamique des pales d'hélicoptères. Ce modèle, qui représente un boomerang par une ligne passant par les « quarts-cordes », permet à la fois de rendre compte de la forme du boomerang et de l'influence du sillage tourbillonnaire.

Nous avons choisi de structurer le programme en modules indépendants, ce qui a permis une élaboration et des phases de tests progressives. En ce qui concerne la machine, nous avons d'abord élaboré un cahier des charges puis dessiné plusieurs plans possibles et enfin construit le lanceur selon le plan retenu. Ce dernier avait l'avantage de dissocier la rotation et la translation initiale transmise au boomerang.

La simulation informatique donne des résultats satisfaisants puisqu'elle permet de retrouver un grand nombre de phénomènes connus empiriquement. En effet, nous avons importé plusieurs formes de boomerangs, correspondant chacune à un type de vol spécifique, que ce soit la capacité à rester longtemps en l'air, celle d'aller loin ou encore de revenir rapidement au lanceur. Les trajectoires obtenues sont réalistes et correspondent bien au type de comportement attendu. Les comparaisons entre vols théoriques et vols expérimentaux (obtenus à l'aide de photographies à long temps de pose) valident notre simulation.

Après cette confirmation sur la pertinence de la simulation, nous avons cherché à optimiser les trajectoires en jouant sur les conditions initiales. Les résultats obtenus sont intéressants et inédits ce qui confirme l'importance de la forme des boomerangs. Par exemple, nous avons établi que la distance maximale atteinte par le boomerang présente un seuil. En effet, elle devient constante à partir d'une certaine valeur de la vitesse initiale. Cette constante semble donc être une caractéristique intrinsèque à la géométrie du boomerang.

Nous estimons ainsi avoir atteint une grande partie de nos objectifs même si le programme peut encore être amélioré. En effet, il peut servir à optimiser la forme d'un boomerang en fonction des performances recherchées, mais il faut encore introduire une interface permettant d'acquérir plus aisément la géométrie des boomerangs pour rendre notre logiciel accessible à des utilisateurs de boomerangs, amateurs ou passionnés.

## *Introduction*

Le terme boomerang, d'origine aborigène, s'applique à une large variété d'objets. A l'origine taillés dans le bois, courbés et profilés, ces objets qui, une fois lancés dans l'air, s'y déplacent en tournant, peuvent être de toutes tailles et de toutes formes. Des objets pouvant être apparentés à des boomerangs ont été retrouvés dans de nombreuses régions du globe, mais c'est sans doute le boomerang des Aborigènes australiens qui est le plus connu. Il existe en effet deux grandes catégories de boomerangs. Les plus nombreux (trouvés aussi bien en Australie qu'ailleurs) sont des boomerangs utilisés pour la chasse ou la guerre et ont une trajectoire presque horizontale et rectiligne. Ils ne reviennent donc pas vers le lanceur car, contrairement à une croyance populaire, seulement une minorité des boomerangs australiens possédaient cette capacité à décrire une trajectoire circulaire. Ces boomerangs, appelés « returning boomerangs », n'ont été observés que chez les Aborigènes, qui les utilisaient à des fins de loisir ou de sport. Ces « boomerangs de jeu » présentent souvent une courbure plus prononcée que leurs homologues destinés à la chasse, et leurs ailes présentent un profil aérodynamique avec un côté convexe et un côté presque plat, qui n'est pas sans rappeler les profils d'ailes d'un avion, décomposés en extradors et intrados.

C'est ce type de boomerangs qui a été popularisé et aujourd'hui le mot boomerang désigne presque toujours des boomerangs du type returning. C'est également ce type de boomerangs qui nous a intéressés et nous parlerons donc toujours dans la suite de « returning boomerangs ».

De nos jours les Aborigènes ne fabriquent quasiment plus de boomerangs si ce n'est pour les touristes, mais la pratique de ce sport perdure à travers les nombreux passionnés qui, dans le monde entier, fabriquent et lancent des boomerangs plus ou moins inspirés par ceux des Aborigènes. On trouve aujourd'hui une variété considérable de formes et de matériaux utilisés pour la construction de ces boomerangs contemporains, du bois aux matériaux plastiques, et les divers boomerangs obtenus peuvent avoir des comportements en vol très différents selon leur forme, leur profil, le fait qu'ils soient ou non alourdis par des masses en certains points, leurs paramètres de lancer. Il existe ainsi plusieurs disciplines reconnues dans les compétitions entre lanceurs de boomerangs, et selon la discipline pratiquée différentes formes de boomerangs sont utilisées en fonction des caractéristiques recherchées : vitesse, temps de vol, distance maximale atteinte, capacité à revenir avec précision à son point de départ.

Il existe peu de témoignages sur la compréhension qu'avaient les aborigènes des principes mécaniques et aérodynamiques qui régissent le vol d'un boomerang. Il semble toutefois que leur fabrication suivait des règles essentiellement empiriques, et laissait une place importante au hasard. Ainsi, d'après plusieurs témoignages relatés par Felix Hess, les Aborigènes ne savaient pas prévoir avant de l'avoir lancé si un boomerang serait de type « returning » ou non. Ce n'est également qu'après l'avoir testé qu'ils pouvaient déterminer si le boomerang tournait sur la gauche ou la droite du lanceur, ce qui indiquerait qu'ils n'avaient pas connaissance de l'importance du profil du boomerang.

Les principes physiques qui interviennent dans le vol des boomerangs sont connus depuis longtemps, mais cet objet a été le sujet de très peu d'études scientifiques, et l'influence des divers paramètres sur son vol est encore mal comprise. Ainsi, on peut trouver dans de nombreux livres de vulgarisation scientifique des explications simplifiées de la trajectoire circulaire d'un boomerang, mais il n'existe pas de théorie permettant de prévoir exactement la trajectoire d'un boomerang en fonction de sa forme ou de son profil par exemple.

Le travail le plus complet réalisé à ce jour sur les boomerangs est celui de Felix Hess dans sa thèse Boomerangs, aerodynamics and motion de 1975. Dans cette étude, M. Hess se propose de décrire de la manière la plus exhaustive possible le vol des boomerangs. En 555 pages, il aborde le sujet de

manière générale avant d'insister sur la partie aérodynamique du problème et de se concentrer ensuite sur la description du mouvement. Pour décrire les forces aérodynamiques qui gouvernent le vol d'un boomerang, il a recours à la méthode de la surface portante. En revanche, pour faire intervenir l'influence de la forme d'un boomerang sur son vol, l'auteur a développé une approche essentiellement empirique s'appuyant sur de nombreuses mesures expérimentales.

Le vol des boomerangs a déjà été choisi comme sujet d'étude par un groupe de PSC il y a 4 ans. En consultant le rapport rédigé alors, nous avons pu constater que le groupe précédent était parvenu à établir un modèle et créer un programme qui rendait compte de l'allure générale des trajectoires observées. Ce programme permettait également de retrouver l'influence des conditions initiales du lancer sur le vol. Cependant, ce modèle utilisait certaines hypothèses simplificatrices qui limitaient la précision des résultats. En particulier, l'étude se limitait à des boomerangs à pales rectilignes, assimilées à des plaques planes non profilées, et utilisait une expression simplifiée de la portance.

En conséquence, les trajectoires obtenues par simulation, si elles respectaient bien l'allure générale d'une trajectoire réelle, couvraient des distances bien inférieures à ce qui est observé expérimentalement ( $7m \times 7m \times 5m$ ), et surtout elles ne tenaient pas compte de la forme ni du profil du boomerang.

L'étude de l'influence de la forme du boomerang sur sa trajectoire était l'objectif initial du groupe précédent, mais n'avait pu être atteint.

Il n'existe dans ce domaine que des résultats empiriques issus des nombreux essais des passionnés de boomerang et pratiquants de lancers sportifs, qui créent et lancent des boomerangs de formes et de trajectoires très variées. Il existe des boomerangs de distance, de vitesse, d'autres encore sont capables de rester en l'air pendant un temps très long (plusieurs minutes lorsqu'ils sont lancés par un professionnel).

C'est autour de ces constatations que s'est construit notre sujet : notre groupe s'était formé par intérêt commun pour les boomerangs et leur vol. Lorsque nous avons découvert que les principes généraux de ce vol avaient déjà été expliqués par le groupe de PSC précédent, nous avons cherché un sujet d'étude qui nous permettrait de continuer à nous intéresser au boomerang tout en évitant de refaire ce qui avait déjà été réalisé. Nous avons envisagé dès le départ d'étudier l'influence de la forme sur la trajectoire, mais seulement « en annexe » si nous réussissions dans un premier temps à modéliser la trajectoire générale. Constatant que ce travail avait déjà été réalisé, nous avons alors décidé d'augmenter nos exigences et de faire de l'étude de l'impact de la forme sur le vol notre but principal.

C'est ainsi qu'a émergé le sujet de notre PSC : **Etude du vol d'un boomerang et des paramètres caractérisant sa trajectoire.**

Notre but a donc été de construire un outil permettant de simuler le comportement en vol d'un boomerang à partir de ses caractéristiques géométriques (forme et profils d'aile) et des conditions de lancer (vitesses et rotation initiales). A terme, un tel outil devrait permettre de prévoir la trajectoire d'un boomerang avant même qu'il soit conçu, ainsi que les effets sur son vol de modifications diverses. Ce serait donc un outil très appréciable dans la recherche de nouveaux boomerangs pour des usages particuliers (vitesse, distance, capacité à revenir, ...).

# *Table des matières*

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Démarche générale</b>	<b>4</b>
<b>1 Théorie de la ligne portante</b>	<b>5</b>
1.1 Une première approche du boomerang.....	5
1.1.1 Description des efforts.....	5
1.1.2 Distribution des vitesses.....	5
1.1.3 Précession gyroscopique.....	6
1.2 Méthode de la ligne portante.....	6
1.2.1 Hypothèses.....	6
1.2.2 Modélisation d'une aile et de son sillage.....	7
1.2.3 Principe de la méthode itérative.....	11
<b>2 Mise en oeuvre de la théorie</b>	<b>16</b>
2.1 Programme informatique.....	16
2.1.1 Structure du programme.....	16
2.1.2 Algorithmes.....	22
2.1.3 Formats de fichiers.....	23
2.2 Acquisition des paramètres nécessaires au calcul.....	24
2.2.1 Acquisition de la forme.....	24
2.2.2 Acquisition des polaires.....	24
<b>3 Confrontation avec l'expérience</b>	<b>25</b>
3.1 Mise en oeuvre expérimentale.....	25
3.1.1 Fabrication de boomerangs.....	25
3.1.2 Construction d'une machine.....	26
3.1.3 Acquisition de conditions initiales.....	28
3.2 Résultats.....	29
3.2.1 Forte dépendance en fonction des polaires.....	29
3.2.2 Trois boomerangs aux usages très différents.....	30
3.2.3 Comparaison entre les trajectoires suivant les différentes formes.....	32
3.2.4 Influence du sillage.....	34
<b>Organisation du travail</b>	<b>36</b>
<b>Bilan</b>	<b>36</b>
<b>Remerciements</b>	<b>37</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>38</b>

## *Démarche générale*

Le premier objectif intermédiaire dans la réalisation de notre outil de simulation était de construire un modèle théorique des phénomènes qui interviennent dans le vol des objets tournants tels que le boomerang. Ce modèle devait être suffisamment élaboré pour être à même de prendre en compte l'impact de divers paramètres tels que la forme et le profil d'aile sur la trajectoire.

Dans sa thèse évoquée ci-dessus, M.Hess utilisait la théorie dite de la « surface portante ». Il précisait toutefois en introduction de ses calculs aérodynamiques qu'un meilleur modèle, celui de la ligne portante, était envisageable : *“Possibly, models of a different kind would be better suited for application to boomerangs. For instance, an unsteady linearized lifting line theory, in which the boomerang arms are replaced by hypothetical lifting lines, might yield results more realistic than ours.”* (p154) Lorsque les membres du groupe chargés de la lecture de cette thèse ont atteint cette partie, nous avons déjà, sur les conseils de notre tuteur M. Michel Costes, entrepris de construire un modèle reposant sur la théorie de la ligne portante. L'indication de M. Hess nous a donc confortés dans notre démarche, et nous nous sommes rapidement détachés de son travail.

La théorie de la ligne portante consiste à modéliser le boomerang par une ligne (la ligne parcourant les quart-cordes de chaque section de profil), ligne sur laquelle s'applique une portance linéique due à une circulation non nulle autour d'un profil.

La deuxième étape de notre travail consistait à construire l'outil de simulation lui-même, à savoir un programme informatique écrit en C. Ce programme devait d'abord définir les objets nécessaires pour décrire un boomerang et son vol (aile, profil, position et vitesse d'un point de la ligne portante, orientation de la corde d'un profil,...), ainsi que les divers opérateurs agissant sur ces objets. L'évolution du boomerang dans l'air devait être calculée en utilisant les lois élémentaires de la physique, tout en intégrant au fur et à mesure les avancées du modèle théorique.

L'objet de ce programme était de pouvoir simuler intégralement le vol d'un boomerang à partir de ses caractéristiques géométriques et des conditions initiales de son lancer, et d'avoir accès à toutes les données du vol susceptibles d'être comparées à des résultats expérimentaux.

Notre troisième objectif était de pouvoir vérifier les résultats donnés par le programme en les comparant à l'expérience. Il est possible d'avoir accès à des caractéristiques de vols pour des boomerangs donnés auprès de passionnés qui utilisent des boomerangs de toutes formes, toutefois nous souhaitons si possible utiliser des résultats plus précis. En effet, les lanceurs de boomerang peuvent difficilement indiquer la vitesse et la vitesse de rotation initiales imprimées au boomerang lors du lancer, pas plus que l'angle exact du lancer. De plus, même pour un lanceur expérimenté, il est quasiment impossible de reproduire exactement le même lancer plusieurs fois de suite.

De ces constatations est née notre idée de concevoir une machine à lancer les boomerangs, qui permettrait non seulement de reproduire des lancers identiques à volonté, mais aussi de régler et de mesurer les conditions initiales du vol.

# 1 Théorie de la ligne portante

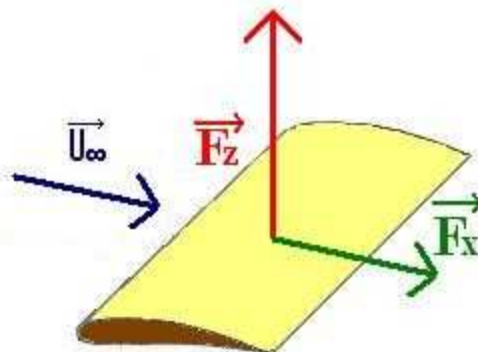
## 1.1 Une première approche du boomerang

L'objectif de cette partie est de comprendre pourquoi les boomerangs ont la propriété de revenir à leur point de lancer. Nous limiterons volontairement les calculs afin de donner une explication simple et surtout une intuition du phénomène.

### 1.1.1 Description des efforts

Un boomerang, au cours de son vol, n'est soumis qu'à deux types de forces : les forces de pesanteur (comme tout objet sur terre) et les forces aérodynamiques de portance et de traînée.

La pesanteur est appliquée au centre de gravité du boomerang et a pour seul effet de ramener le boomerang au sol. Ce sont les forces de portance et de traînée qui sont à l'origine du retour du boomerang. En effet les pales du boomerang ont un profil semblable à celui des ailes d'avions. Or une aile d'avion en mouvement subit une force de portance perpendiculaire à la vitesse et une force de traînée parallèle à la vitesse (voir schéma ci dessous).

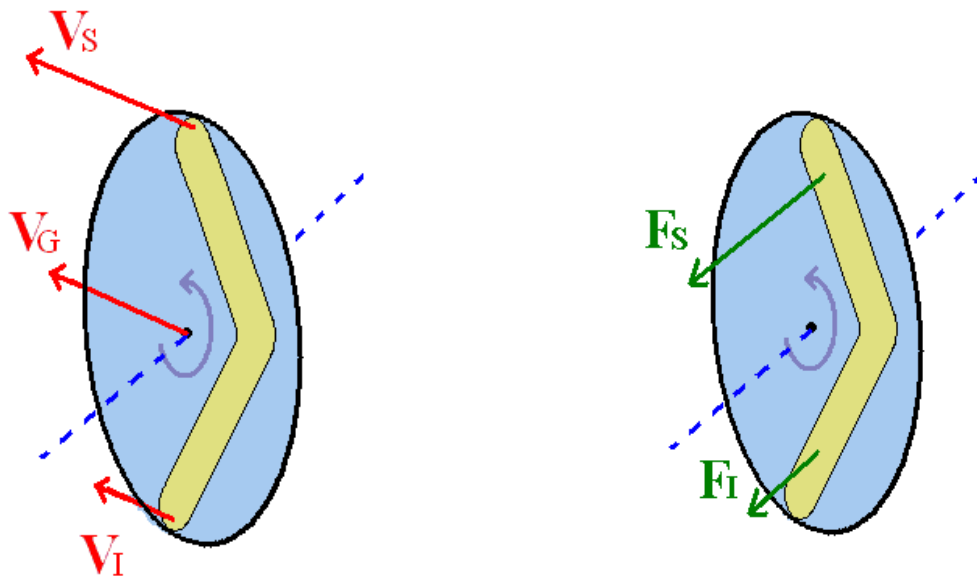


La force de traînée  $F_x$  a pour unique effet la diminution de la vitesse de rotation du boomerang. C'est donc la force de portance  $F_z$  qui crée le mouvement de retour du boomerang. Nous allons détailler en plusieurs étapes comment ces forces de portance sont à l'origine de cette mystérieuse trajectoire.

### 1.1.2 Distribution des vitesses

La vitesse de chacun des points du boomerang est la somme de la vitesse de translation du centre de gravité à laquelle s'ajoute la vitesse due à la rotation du boomerang. Ainsi, on montre facilement que la vitesse des points dans la partie supérieure du boomerang (là où translation et rotation vont dans le même sens) est plus grande que la vitesse des points dans la partie inférieure (là

où translation et rotation sont opposées). Cette distribution des vitesses crée un moment d'axe parallèle à la vitesse du centre gravité car la force exercée par l'air sur la partie supérieure est plus grande que celle exercée sur la partie inférieure.



On s'attend donc à voir le boomerang se coucher (avec des forces alors dirigées vers le bas) ou bien à voir le boomerang tourner sans fin autour de l'axe marqué par son vecteur vitesse.

### 1.1.3 Précession gyroscopique

En réalité le boomerang ne se « couche » pas avec les forces aérodynamiques dirigées vers le bas (ce n'est pas ce que l'on observe expérimentalement). Ceci est dû au phénomène de précession gyroscopique. L'effet gyroscopique a pour conséquence de faire pivoter le boomerang selon une direction perpendiculaire au moment appliqué. C'est le même phénomène que l'on observe lorsque l'on cherche à faire pivoter une roue de vélo tournant à vive allure. La roue de vélo résiste à la rotation puis tourne selon un axe perpendiculaire à celui que l'on cherche à imposer. En fait, l'effet se produit  $90^\circ$  plus loin dans le sens de rotation.

C'est la raison pour laquelle la direction de la vitesse du boomerang se modifie et conserve les forces aérodynamiques en permanence vers le centre de courbure de la trajectoire. Le boomerang décrit alors une courbe et revient à son point de départ.

## 1.2 Méthode de la ligne portante

### 1.2.1 Hypothèses

Pour notre étude nous supposons le fluide parfait et incompressible.



L'hypothèse d'incompressibilité est justifiée car toutes les vitesses relatives entre les pales du boomerang et l'air sont négligeables devant la vitesse du son. En effet le boomerang a une vitesse de rotation  $\omega$  d'environ 60 rad/s et une vitesse de translation d'environ 30 m/s. Ainsi la vitesse maximale au niveau des pales du boomerang est:

$$V_{\max} = 60 \times 0,25 + 30 = 45 \text{ m/s} \ll 340 \text{ m/s}$$

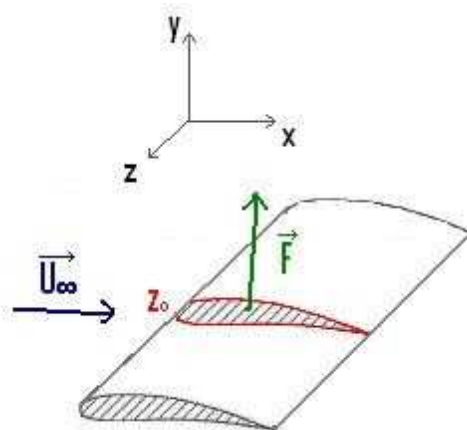
De plus un calcul du nombre de Reynolds nous montre que la viscosité est négligeable et que nous pouvons considérer le fluide comme parfait :

$$\text{Re} = \frac{U_{\infty} L}{\nu} = \frac{30 \times 0,05}{10^{-5}} \approx 10^5 \gg 1$$

L'échelle caractéristique  $L$  correspond à la longueur de la corde des pales du boomerang (environ 5cm).

## 1.2.2 Modélisation d'une aile et de son sillage

La portance linéique d'une aile à la cote  $z_0$  est directement liée à la présence d'une circulation non nulle autour du profil à la cote  $z_0$ .



Plus précisément, la formule de Joukowski donne  $\|\vec{F}\| = \rho \|\vec{U}_{\infty}\| \Gamma$  avec  $\vec{U}_{\infty} \cdot \vec{F} = 0$ . L'orientation est donnée sur le schéma. Ainsi la force dépend grandement de la vitesse du fluide par rapport à l'aile (par l'intermédiaire de  $U_{\infty}$  et  $\Gamma$ ). La méthode de la ligne portante consiste en une modélisation du sillage de l'aile pour en déduire son influence sur la vitesse incidente.

La portance étant directement liée à l'existence d'une circulation non nulle autour de l'aile, nous modéliserons les ailes minces et élancées par une ligne de vorticité de intensité  $\Gamma(z)$ . Nous appelons cette ligne de vorticité la ligne portante de la pale.

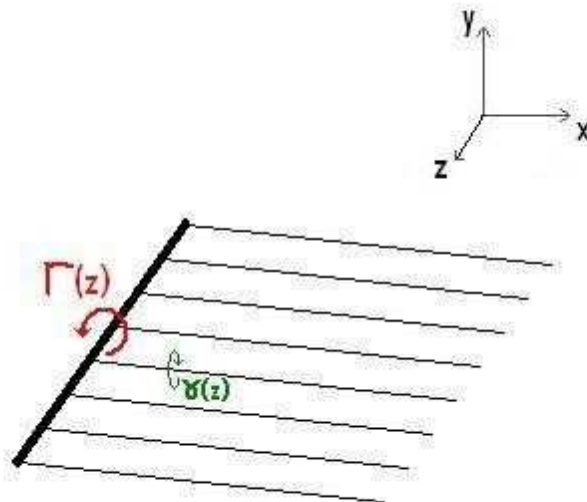
Cependant cette description n'est pas suffisante. En effet, la différence de pression entre l'extrados et l'intrados de l'aile engendre un enroulement du fluide   l'extrémité de l'aile, d'axe perpendiculaire  

l'aile. Comme le montre la photo suivante, on observe remarquablement bien ce tourbillon dans le sillage des avions.



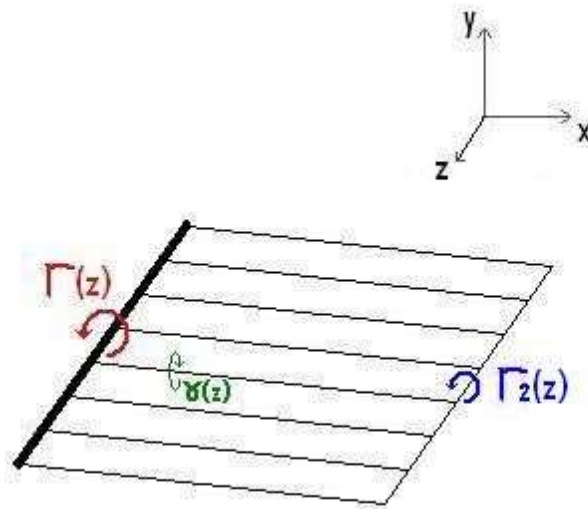
Figure 0 : Visualisation des tourbillons de sillage consécutive au passage d'un avion léger à travers un panache de fumée  
(Source NASA Langley Research Center - EL 1996 00130, sur le site d'ONERA)

Le même phénomène s'observe à bien plus faible échelle tout le long de l'aile. En effet, la variation de circulation  $\Gamma(z)$  le long de l'aile génère également des tourbillons perpendiculairement à la pale. Nous sommes donc tentés de modéliser le sillage par une nappe de vorticit e comme ci-dessous.

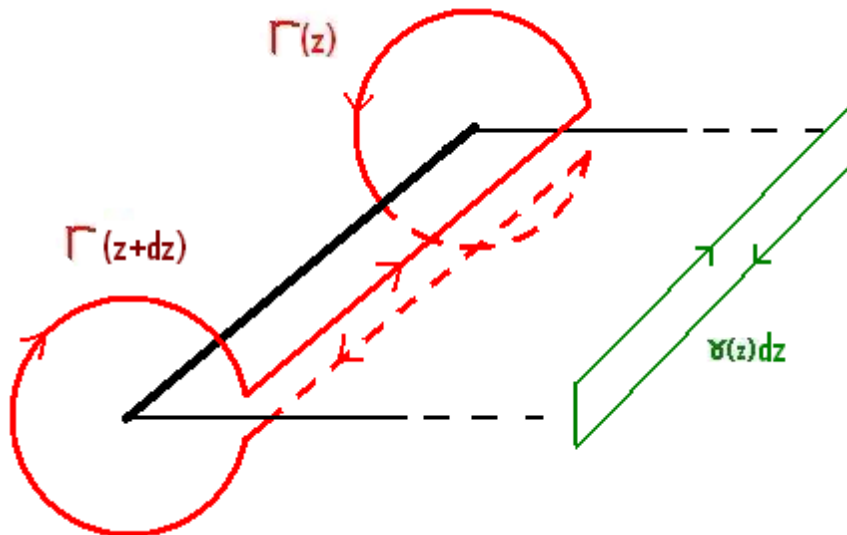


Néanmoins les lois de Helmholtz stipulent que les lignes de courant doivent être infinies ou fermées.

Ceci nous amène donc au schéma suivant :



En utilisant le théorème de Kelvin sur un contour bien choisi on montre que  $\Gamma = -\Gamma_2$ .  
De plus, en calculant la circulation sur le contour suivant,



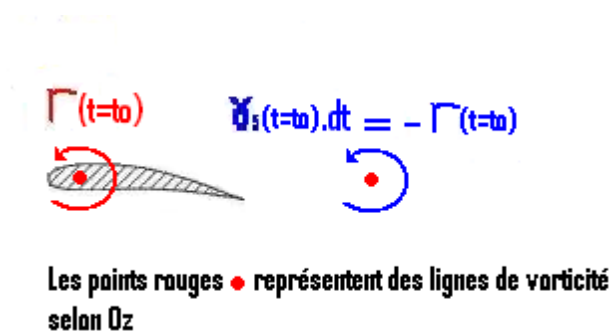
on obtient :

$$\gamma(z) = - \frac{d\Gamma}{dz}(z)$$

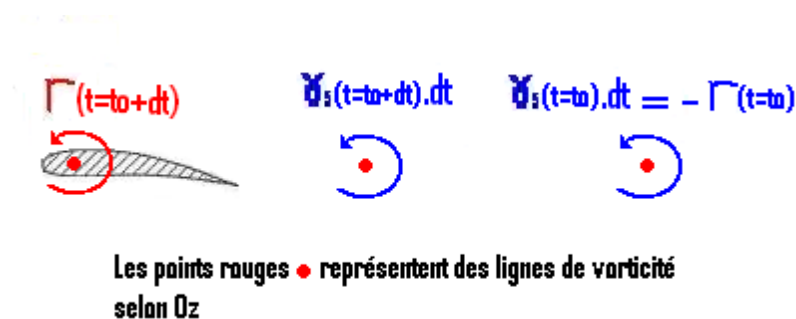
$\gamma(z)$ : intensité linéique

On se place en régime non permanent, c'est-à-dire que la vitesse incidente n'est pas constante. Dans de telles conditions, un tourbillon est émis lorsque  $\overline{U}_\infty$  varie.

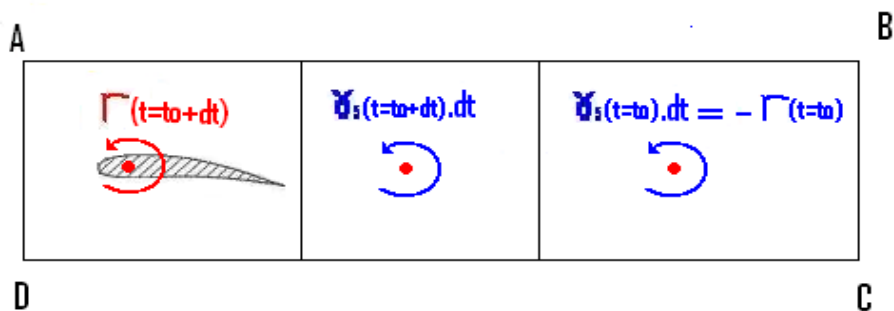
A l'instant  $t_0$ , le tourbillon de démarrage vient d'être émis et la situation est la suivante:



A l'instant  $t_0 + dt$



On pose  $t_1 = t_0 + dt$ . En appliquant le théorème de Kelvin au contour ABCD, on a :



$$\Gamma(t_0 + dt) + dt.\gamma_s(t_1) - \Gamma(t_0) = 0$$

D'où

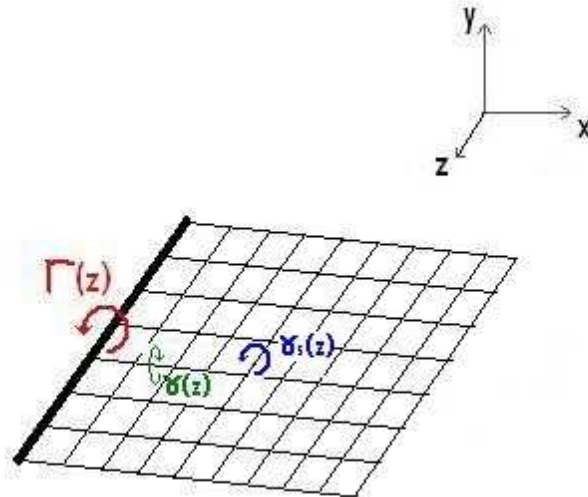
$$\gamma_s = -\frac{d\Gamma}{dt}$$

avec  $\gamma_s$  : intensité " temporelle "

Ainsi, la circulation totale du sillage émis entre les dates  $t_1$  et  $t_2$  est :

$$\Gamma_s = \int_{t_1}^{t_2} \gamma_s \cdot dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\Gamma}{dt} \cdot dt = \Gamma(t_1) - \Gamma(t_2)$$

Le sillage peut alors être représenté par la nappe de vorticit   suivante:

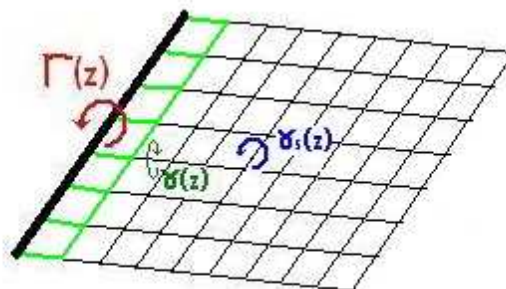


Nous retiendrons cette derni  re forme du sillage pour la mod  lisation et la mise en place de la m  thode de la ligne portante. Dans la suite des explications il faut avoir en t  te que la simulation se fera informatiquement et que par cons  quent les variations de temps et d'espace deviennent discr  tes.

### 1.2.3 Principe de la m  thode it  rative

La simulation informatique employ  e est une m  thode it  rative en temps permettant de calculer l'  tat du fluide et de la pale    l'instant  $t + \Delta t$     partir de leur configuration    l'instant  $t$ . Ainsi, pour pouvoir simuler convenablement l'  coulement, la nappe de vorticit   n'est plus une suite continue de tourbillons mais plut  t un r  seau de segments de vorticit   (intensit   constante sur chaque segment du r  seau).

Placons-nous    l'instant  $t + dt$  :



Les segments de vorticité noirs ont une intensité connue car ils ont été créés à une date inférieure à t. En revanche les segments verts ont une intensité inconnue mais elle est directement reliée à la circulation  $\Gamma$  par l'intermédiaire de ses variations temporelles et longitudinales (selon Oz) comme nous l'avons vu précédemment.

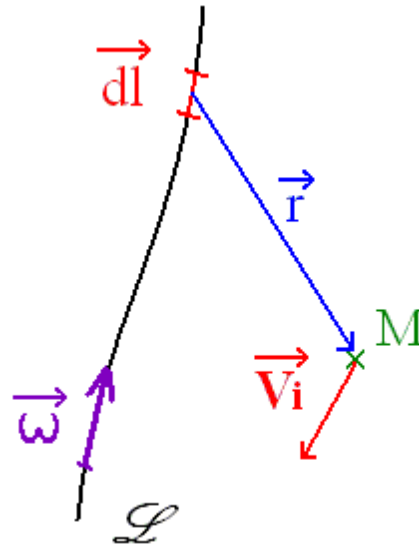
Calcul des intensités manquantes (en vert) et de la circulation  $\Gamma$ :

- 0) Initialisation des vitesses induites par les vorticités inconnues  $V_{i,vert}$  (en vert) à 0 et calcul des vitesses induites par le sillage connu noir  $V_{i,noir}$ .
- 1) Calcul de la circulation  $\Gamma(z)$  à partir des polaires et de la vitesse incidente V. On a  $V = U_\infty + V_{i,vert} + V_{i,noir}$
- 2) Calcul des nouvelles valeurs des vorticités inconnues (en vert) en utilisant les dérivées en temps et les dérivées en espace
- 3) Calcul des vitesses induites sur la pale par ces nouvelles vorticités (vertes)
- 4) Retour en 1) et bouclage jusqu'à convergence des vitesses induites.
- 5) Convection du sillage.

*Description théorique du calcul des vitesses induites (étape 0 et étape 3) :*

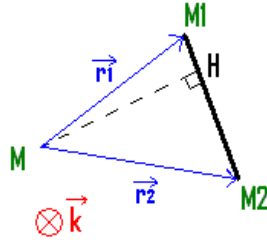
Un segment de vorticité modifie le champ de vitesse qui l'entoure. Il cherche le plus souvent à décrire un tourbillon dans le fluide. La vitesse induite par une ligne de vorticité est donnée par la formule de Biot-Savart:

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{\vec{r} \wedge d\vec{l}}{r^3}$$



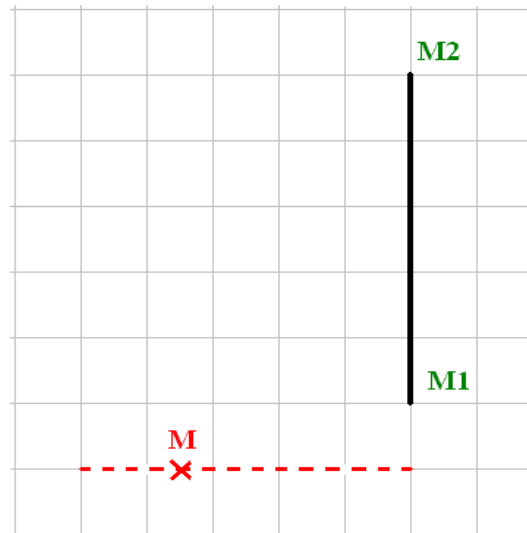
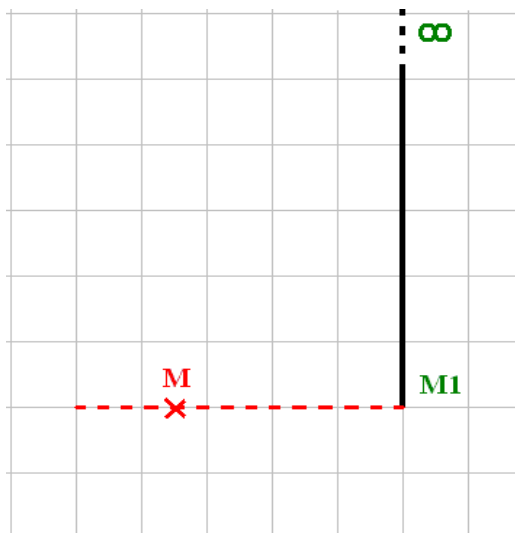
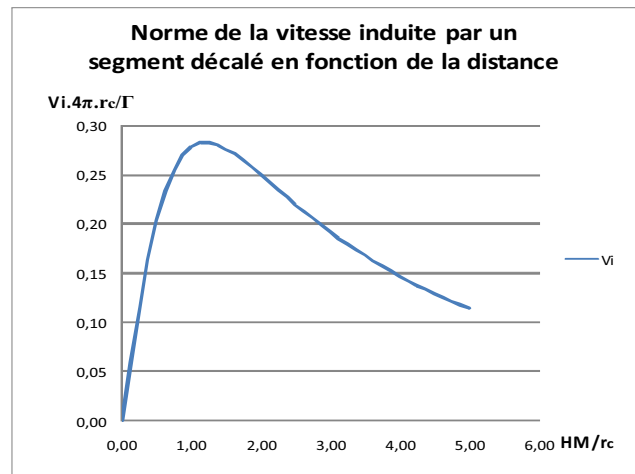
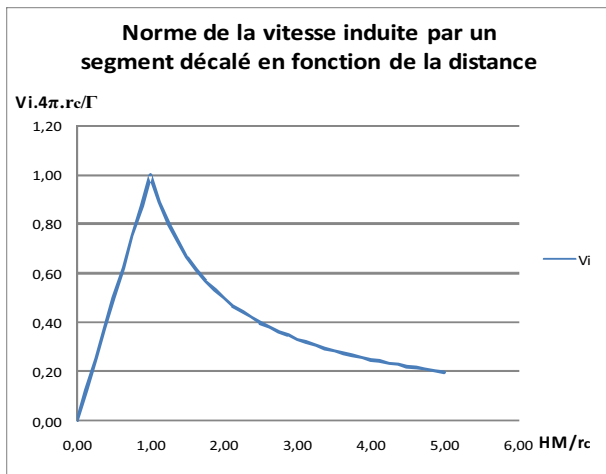
Nous utiliserons plus précisément la formule explicite de la vitesse créée au point M par un segment de vorticité [M1,M2]. L'équivalence entre les deux formules dans le cas d'un segment est démontrée en annexe I.1.

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{k}}{MH \cdot M_1 M_2} \left( \frac{\overrightarrow{MM_1}}{MM_1} - \frac{\overrightarrow{MM_2}}{MM_2} \right) \cdot \overrightarrow{M_1 M_2}$$



L'application de la formule de Biot-Savart donne des vitesses qui divergent lorsque l'on se rapproche du segment de vorticité. Une telle divergence n'est pas réaliste et risque de faire apparaître des points singuliers dans la simulation informatique. C'est la raison pour laquelle nous choisissons de faire tendre linéairement la vitesse induite vers 0 lorsque l'on se rapproche du segment. On d efinit alors une distance caract eristique  $r_c$  (de l'ordre de la taille d'une maille de sillage) en de a de laquelle la vitesse induite d ecro t lorsque le point M se rapproche du segment.

Cependant le point M peut se rapprocher   diff erents endroits par rapport au segment. Voici deux exemples de courbes montrant l'évolution de la vitesse induite en fonction de la distance entre le point M et le segment. Pour l'approximation   courte distance, nous avons suivi la méthode développée dans la thèse de doctorat de l'université Paris 6 de JOBARD Nathalie, Calculs Aéroélastiques pour l'Aéroacoustique des Rotors d'Hélicoptère en Vol d'Avancement.



Pour plus de détails sur l'approximation linéaire à faible distance, nous invitons le lecteur à se rapporter en annexe I.2.

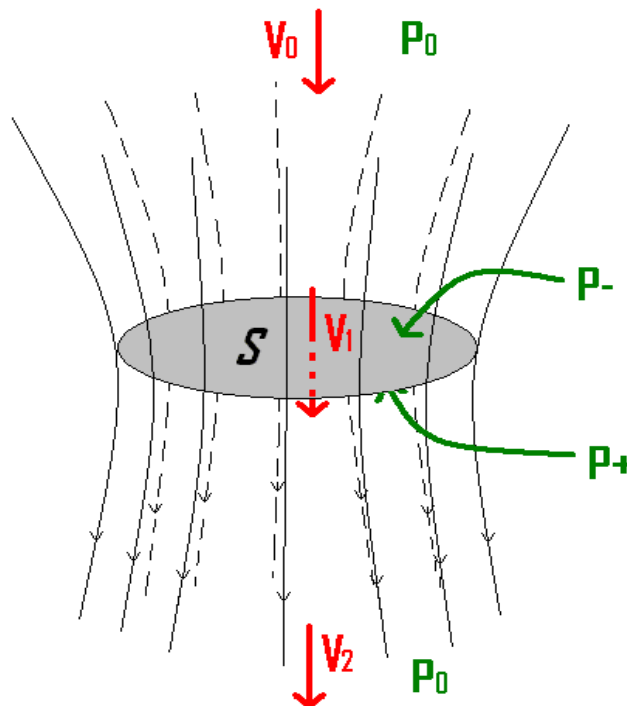
*Convection du sillage (étape 5) :*

La convection du sillage peut s'effectuer de manière plus ou moins précise. La plus simple consiste à translater (dans le référentiel fixe) à chaque instant  $t$  la totalité du sillage par une vitesse induite moyenne. Cette vitesse induite moyenne correspond à la moyenne des vitesses induites en chaque point du sillage par l'ensemble des segments de vorticité du sillage. Une bonne approximation de cette vitesse est donnée par la formule de Meijer-Drees (utilisée pour les hélicoptères) ou par la formule de Froude. Une autre méthode de convection un peu plus compliquée consiste   transporter chaque point du sillage par la vitesse induite par l'ensemble des segments de vorticité du sillage.

Nous avons choisi d'utiliser la formule de Froude. Elle donne un bon ordre grandeur de la vitesse de souffle d'une hélice et est simple d'utilisation. En effet elle nous permet de relier la force exercée par l'air  $F_n$  sur le boomerang   la vitesse de souffle  $V_F$  crée par les pales. On a :

$$\vec{F}_n = -2\rho S \|\vec{V}_F\| \cdot \vec{V}_F$$

Pour démontrer cette formule, on suppose le boomerang en vol stationnaire et on considère le tube de courant qui entoure l'hélice (le boomerang). On suppose également que l'air est assimilable   un fluide parfait, homogène et incompressible. On modélise le boomerang par le disque qu'il décrit en une période.



La conservation du débit   travers le tube de courant donne :

$$V_0 S_0 = V_1 S_1 = V_2 S_2$$



La théorème de la quantité de mouvement appliqué au fluide compris dans le volume délimité par S0 et S2 implique:

$$(P_+ - P_-) S_1 = \rho (V_0^2 S_0 - V_2^2 S_2) = \rho (V_0 - V_2) V_1 S_1$$

Or d'après le premier théorème de Bernoulli appliqué dans la partie supérieure au boomerang puis dans la partie inférieure:

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 = P_+ + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 = P_- + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

En faisant la différence des deux équations précédentes on obtient :

$$P_+ - P_- = \frac{1}{2} \rho (V_0^2 - V_2^2)$$

En injectant cette équation dans l'équation de conservation de quantité de mouvement précédente on en déduit :

$$V_0 + V_2 = 2V_1$$

Or par définition la vitesse de souffle est :

$$V_F = V_1 - V_0$$

D'où :

$$F_n = (P_+ - P_-) S = \rho S (V_0 - V_2) V_1 = -2\rho S V_F V_1$$

Or en régime stationnaire  $V_0=0$  :

$$F_n = -2\rho S V_F^2$$

## 2 Mise en oeuvre de la théorie

### 2.1 Programme informatique

#### 2.1.1 Structure du programme

##### Généralités

Le programme est écrit en langage C et permet une visualisation 3D lors de l'exécution grâce à la librairie graphique OpenGL.

Les différents fichiers constituant le programme vont par paire : un fichier \*.c contenant le code des fonctions et un fichier \*.h contenant la définition de ces fonctions et éventuellement la définition de structures de données. Chaque paire constitue une sorte de *module* qui peut être utilisé par les autres fichiers comme une boîte à outils. Le programme comprend 8 modules et un programme principal pour un total de 18 fichiers.

## Vocabulaire

Certains termes importants relatifs au langage de programmation C sont mentionnés dans la description des modules ci-dessous. Voici un petit glossaire :

structure : une structure permet en quelque sorte de créer un nouveau type d'objet à partir des types déjà existants (comme les nombres réels ou entiers, les caractères ou les autres structures déjà définies).

pointeur : un pointeur vers un objet contient l'adresse de cet objet en mémoire. Les pointeurs permettent notamment de manipuler de très gros objets sans utiliser beaucoup de mémoire : par exemple, lorsqu'un objet *O* est partagé par *n* autres objets, au lieu de créer *n* copies de *O*, il suffit de stocker *O* quelque part et de créer *n* pointeurs sur *O*. Passés en argument d'une fonction, un pointeur permet d'économiser les opérations sur la mémoire (car les arguments d'une fonction sont systématiquement recopiés) mais aussi éventuellement de modifier l'objet sur lequel il pointe.

## Module *vecteur*

Ce module définit la structure de vecteur (trois nombres réels de type élémentaire *double*) ainsi que de multiples opérations utiles : produit scalaire, produit vectoriel, addition, multiplication par un scalaire, norme, etc.

Il comprend également des fonctions sur les matrices qui sont stockées dans un simple tableau de flottants : multiplication de deux matrices, multiplication d'une matrice par un vecteur, inversion de matrice, transposition, création d'une matrice à partir d'une base, etc.

Ce module fondamental est utilisé par presque tous les autres modules.

## Module *torseur*

La structure de torseur est définie avec 3 vecteurs (résultante, moment et point de réduction). Les fonctions qui sont définies pour cette structure sont essentiellement l'addition de deux torseurs et le changement de point de réduction.

## Module *aile*

C'est dans ce module qu'est intégrée la gestion de la forme du boomerang. La structure de données d'aile est faite de deux types :

- la structure de *section* qui définit une "tranche" de l'aile. Ces tranches sont assimilées à des parallélépipèdes pour ce qui est de la géométrie et du calcul des quantités d'inertie mais chacune a accès à une polaire de profil qui lui confère un comportement particulier vis-à-vis de l'aérodynamique. Une section contient donc un vecteur pour repérer sa position au sein de l'aile, un vecteur pour donner ses dimensions (corde, hauteur, largeur), deux vecteurs pour avoir son orientation (un vecteur directeur de la corde et un vecteur normal au plan de la section pour rendre compte d'un éventuel vrillage), un pointeur vers une structure de *polaire*, une *bande tourbillonnaire* ainsi qu'un nombre réel pour indiquer la position relative du quart corde par rapport au centre géométrique de la section.

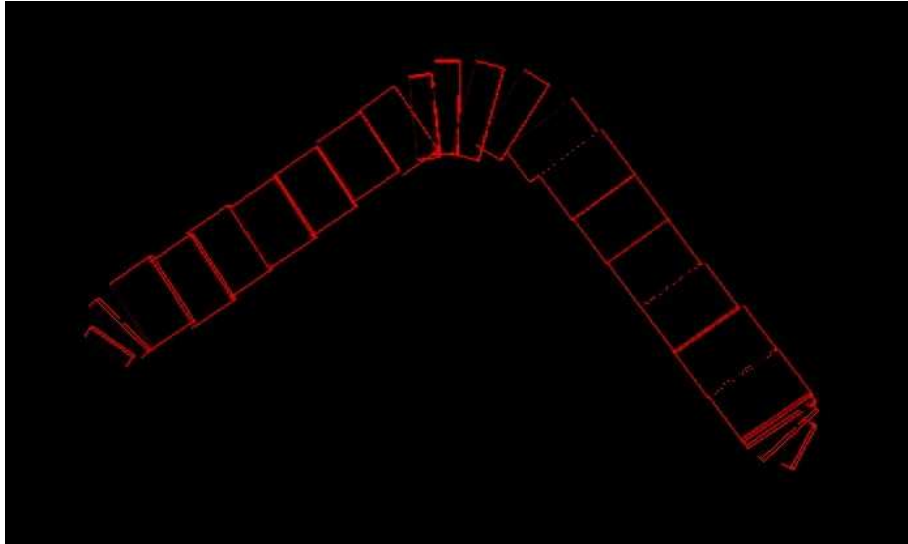


Figure 1 : un boomerang de type équerre et ses sections.

- la structure d'*aile* contient un tableau de *sections* ainsi qu'un tableau de *polaires* regroupant les différentes polaires utilisées par les sections. Elle comprend aussi un nombre flottant pour déterminer la masse volumique du matériau et un *sillage* regroupant tous les points du sillage tourbillonnaire.

Les fonctions disponibles dans ce module permettent de fabriquer une aile à partir d'un fichier de données et de calculer toutes les caractéristiques géométriques d'une aile (masse, matrice d'inertie, centre de gravité, rayon du cercle balayé par le boomerang). Des fonctions ayant trait à l'affichage 3D sont également définies ici.

### Module *sillage*

Dans notre objectif d'implémentation de la méthode de la ligne portante, il était nécessaire de gérer la nappe tourbillonnaire produite par le passage des pales du boomerang dans l'air. Cette nappe tourbillonnaire est constituée de cellules délimitées par quatre segments de vorticité. Il nous a semblé naturel de faire coïncider les cellules tourbillonnaires avec les sections de l'aile. On peut donc voir également les *sections* comme définissant la ligne portante par petits segments.

La première structure de données possible était un tableau   deux dimensions contenant des cellules tourbillonnaires et où chaque cellule stockerait quatre vecteurs pour définir ses sommets ainsi qu'un nombre réel pour sa circulation. Mais en procédant ainsi, chaque point intérieur au sillage qui appartient   quatre cellules serait répété quatre fois ce qui tient plus de place en mémoire et qui nécessite plus de temps d'exécution lors du déplacement du sillage puisqu'il aurait fallu déplacer quatre fois le même point.

Une deuxième solution possible qui n'avait pas cet inconvénient était de créer deux tableaux, l'un de taille  $n \times n$  contenant des vecteurs représentant les points du sillage et l'autre de taille  $(n-1) \times (n-1)$  contenant des nombres réels pour la circulation. Cependant, il faut garder   l'esprit que la structure de sillage doit être reliée   la structure d'aile et de sections et que certaines sections n'émettent pas de sillage. Par conséquent, on ne peut pas relier de manière sûre une section avec les index correspondants dans les deux tableaux de points et de cellules.

La troisième solution, qui a été retenue consiste en trois structures complémentaires :

- un *sillage* qui contient un tableau   deux dimensions contenant les points du sillage (de type *vecteur*) et un nombre entier qui donne la taille du sillage (variant de 0   une certaine constante au début de la simulation puis bloqué   cette constante ensuite). Nous avons vu que la structure sillage est incluse dans la structure *aile*.

- une *cellule* qui contient un nombre réel pour la circulation et un tableau de quatre pointeurs sur des objets de type vecteur. En réalité, ces pointeurs r f rent   des éléments du

tableau défini dans *sillage*. Utiliser des pointeurs permet d'accéder rapidement aux points en question et limite l'encombrement mémoire. De plus, lors de la convection du sillage, la valeur des vecteurs change mais pas leur adresse donc les *cellules* suivent automatiquement les points auxquels elles sont reliées.

- une *bande de cellules* qui contient un tableau d'objets de type *cellule*, un nombre entier qui contient l'abscisse dans le tableau de points de *sillage* permettant à la nouvelle cellule créée de savoir sur quels points pointer. Cette *bande de cellules* est incluse dans chaque *section* et fait office de "générateur de cellule" à chaque fois qu'il y a émission de nouveaux points. La *bande* contient aussi un entier pour indiquer le nombre de cellules qu'elle contient. Ce nombre est égal à la taille du *sillage* moins un, mais il est nécessaire car on ne peut pas accéder au *sillage* depuis la *bande* (il faudrait pouvoir remonter à l'aile contenant la section qui contient la *bande*).

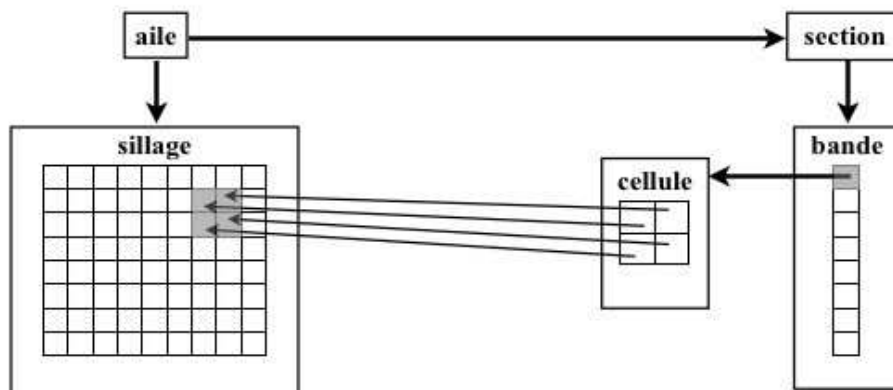


Figure 2 : schéma d'organisation entre les trois structures du module *sillage*

Les fonctions qui se rapportent directement au sillage permettent d'une part de gérer la création de nouveaux points avec la mise à jour des objets *sillage* et *bande* ainsi que le déplacement convectif du sillage et d'autre part de calculer les vitesses induites en un point par une *cellule*, ou par une *bande de cellules* toute entière. Il existe aussi des fonctions permettant de dessiner le sillage, comme on peut le voir sur la figure 3.

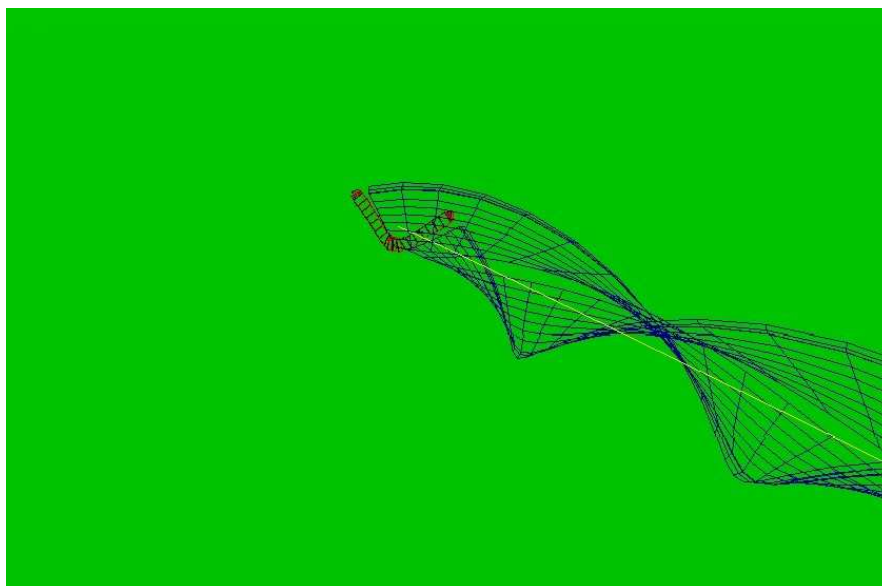


Figure 3: une équerre (en rouge) et son sillage (en bleu)

## Module *polaire*

Nous avons vu dans la description du module *aile* qu'une *aile* stockait dans un tableau la donnée de plusieurs polaires de profil, chacune étant ensuite partagée par des *sections* de l'aile, via des pointeurs. C'est dans le module *polaire* qu'est détaillée la structure de ces polaires de profil.

Comme les polaires ne sont pas données nécessairement à incidence régulière puisqu'on a besoin de plus de précision pour des incidences faibles, qui constituent le domaine de vol le plus probable, un simple tableau de  $C_x$  et de  $C_z$  n'aurait pas suffi. De plus, pour plus de clarté dans la dénomination des champs (il est plus agréable, plus clair et plus fiable d'obtenir le  $C_x$  par l'instruction `element.cx` que par l'instruction `tableau[1]`), deux structures imbriquées ont été créées :

- la structure *élément de polaire* qui contient trois nombres réels pour l'incidence, le  $C_x$  et le  $C_z$ .
- la structure *polaire* qui contient un tableau d'*éléments de polaire* ainsi qu'un identifiant d'affichage pour pouvoir dessiner le graphe de la polaire et repérer des anomalies.

Dans ce module, on trouve une fonction de création d'une polaire à partir d'un fichier de données, une fonction qui prend un angle d'incidence en argument et qui renvoie les  $C_x$  et les  $C_z$  correspondants (par interpolation linéaire entre deux *polaireElement* successifs) et une fonction de dessin.

## Module *dynamique*

Ce module achève la constitution du modèle physique puisque c'est dans celui-ci qu'on va trouver la structure d'*objet* physique ainsi que la fonction modélisant le principe fondamental de la dynamique.

La structure d'*objet* contient toutes les informations liées à la position géométrique d'un solide dans l'espace : un vecteur pour sa position et trois vecteurs (deux auraient suffi) qui déterminent son orientation. Ces trois vecteurs donnés dans l'ordre (*devant ,haut, droite*) forment la base liée à l'objet.

Ensuite, un objet contient ses caractéristiques cinématiques et dynamiques, données respectivement par le torseur cinématique (rotation instantanée, vitesse du point de réduction) et le torseur cinétique (quantité de mouvement, moment cinétique). Quand ces deux torseurs sont réduits au centre de gravité, on passe de l'un à l'autre en échangeant moment et résultante et en multipliant par les quantités d'inertie (masse et matrice d'inertie).

Dans la simulation informatique, on a accès d'abord au torseur cinétique par application du principe fondamental de la dynamique dans le référentiel barycentrique et on remonte ensuite au torseur cinématique avec la masse et l'inverse de la matrice d'inertie. C'est pourquoi ce sont ces deux quantités liées à la géométrie du boomerang qui sont stockées dans la structure *objet*. Le rayon du cercle balayé par le boomerang, utilisé notamment lors du calcul de la vitesse de convection du sillage de Froude, est également stocké dans la structure.

Ensuite est stocké un tableau contenant des objets de type *aile* représentant les différentes pales du boomerang (en pratique nous n'avons utilisé à chaque fois qu'une seule pale).

Enfin, la structure contient aussi un nombre entier qui sert d'identifiant de modèle 3D pour l'affichage du boomerang.

Les fonctions présentes dans ce module permettent de :

- créer un objet avec des conditions initiales passées en argument. C'est lors de cette étape que sont calculées toutes les caractéristiques intrinsèques du boomerang comme la masse ou l'inverse de la matrice d'inertie.

- appliquer le principe fondamental de la dynamique en passant en argument le torseur de forces appliquées réduit au centre de gravité, un pas de temps  $\Delta t$  utilisé pour les intégrations numériques ainsi qu'un booléen (prenant les valeurs *VRAI* ou *FAUX*) activant ou non le calcul de la circulation des cellules tourbillonnaires.

- émettre des nouveaux points du sillage (ce qui arrive chaque fois que le boomerang a tourné d'un angle donné, généralement entre 20° et 30°, depuis la dernière émission). Cette fonction se

situé au niveau de la structure *objet* puisqu'elle doit accéder aux positions absolues des points de la ligne portante.

- calculer la circulation des cellules nouvellement créées après une émission de nouveaux points. Cette fonction applique la méthode de convergence avec relaxation conseillée par notre tuteur pour obtenir les circulations. L'algorithme est expliqué plus précisément dans la suite.
- faire bouger le sillage de chaque aile avec une vitesse de convection passée en argument.
- dessiner le sillage de chaque aile.

### Module *forces*

C'est dans ce module qu'est calculé le torseur des forces passé en argument de la fonction gérant le principe fondamental de la dynamique. Ce module ne crée pas de structure mais définit la fonction importante qui permet de calculer la force aérodynamique (un *torseur*) exercée sur une *section* appartenant à un *objet* donné, en prenant en compte une vitesse induite. Cette fonction est ensuite appelée sur toutes les sections de toutes les *ailes* de l'*objet*, et les torseurs sont sommés puis ramenés au centre de gravité, prêts à être utilisés dans le module *dynamique*. Les vitesses induites sont données par le sillage tourbillonnaire (ou remplacées par le vecteur nul si on choisit de ne pas prendre en compte les perturbations dues au sillage).

On trouve également dans ce module une fonction permettant de calculer la circulation d'une cellule nouvellement créée par la portance développée sur la section correspondante (formule de Joukowski). Cette fonction est appelée à chaque itération lors du calcul définitif de la circulation effectué depuis le module *dynamique*.

### Module *caméra*

Ce petit module, utile pour une meilleure visualisation du vol du boomerang, introduit une structure de *caméra* composée :

- d'un booléen pour décrire son mode de vision: caméra dite "subjective" qui simule le regard usuel et une caméra dite "objective" où le point de visée est fixe et la caméra tourne autour.
- de cinq vecteurs signalant la position, le point de visée, le "haut" de la caméra (pour fixer l'angle de rotation autour de l'axe position-point de caméra) et deux vecteurs retenant la position et le point de visée de l'autre mode de vision (ainsi, on ne perd pas les réglages quand on passe d'un mode à l'autre).

La fonction principale de ce module consiste à faire correspondre les touches du clavier avec des mouvements de caméra.

### Programme principal

C'est lui qui est chargé d'initialiser un *objet* boomerang et d'appeler les fonctions clés du module *forces* (pour obtenir le torseur résultant) et du module *dynamique* (pour appliquer le principe fondamental de la dynamique). Après plusieurs essais de temporisation, il a été retenu le choix d'exécuter les calculs à chaque tour de boucle avec un pas de temps  $\Delta t$  fixé mais d'imposer une certaine fréquence pour l'affichage 3D afin qu'il n'empiète pas sur le temps de calcul. La mesure du temps réel permet d'afficher la valeur de "ralenti", rapport entre temps simulation et temps réel écoulé.

### Résumé de l'architecture du programme

La figure 4 montre un schéma résumant l'interaction entre les modules.

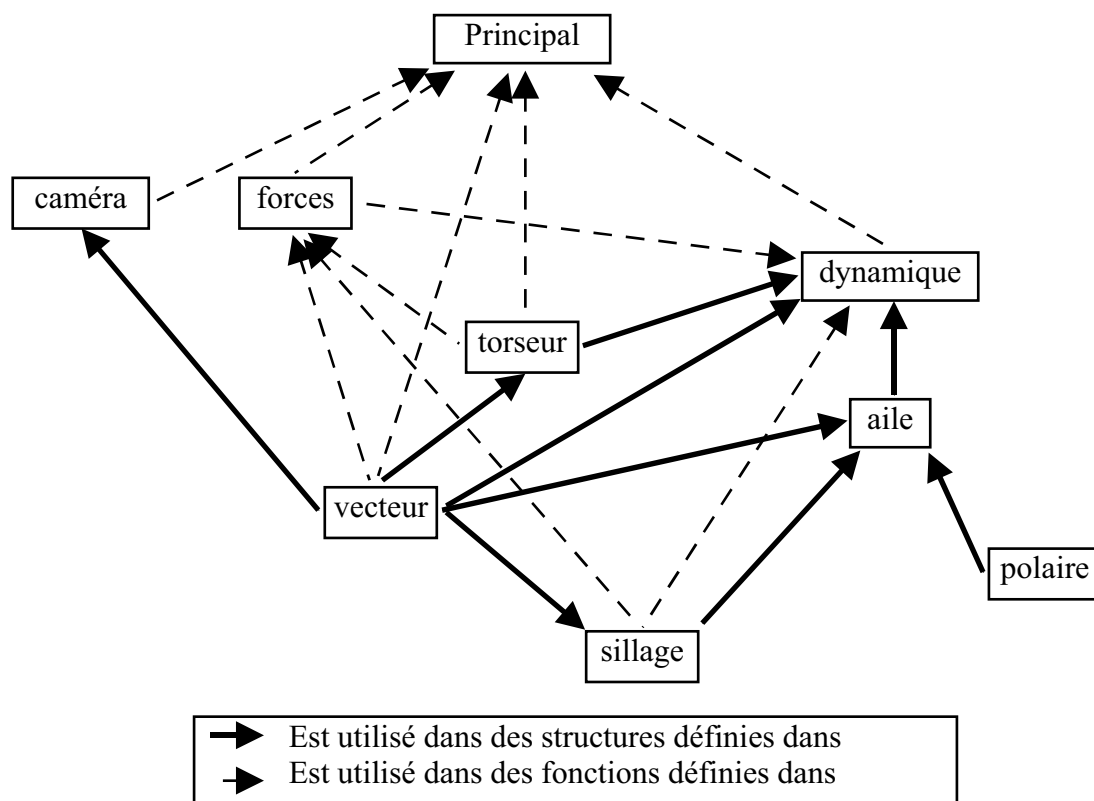


Figure 4 : Interaction et utilisations des modules

## 2.1.2 Algorithmes

### Principe fondamental de la dynamique

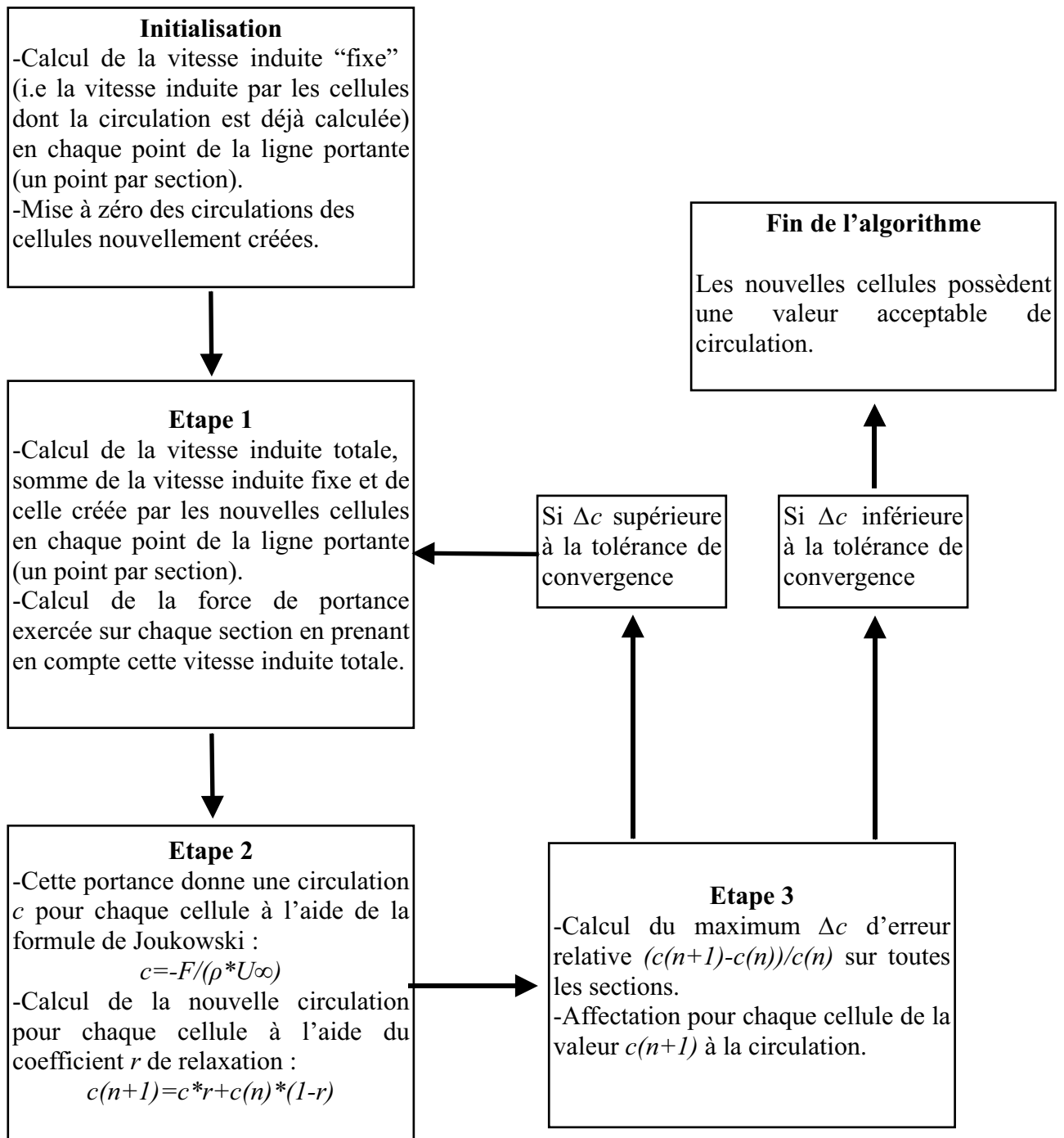
Le principe est appliqué par une fonction du module *dynamique*, comme nous l'avons vu plus haut. Plus précisément, cette fonction commence par récupérer le torseur des forces réduit au centres de gravité puis l'ajoute, une fois multiplié par  $\Delta t$ , au torseur cinétique de l'objet pour obtenir le nouveau torseur cinétique à l'instant  $t+\Delta t$ . Pour la partie résultante, cet ajout correspond à la deuxième loi de Newton appliquée dans le référentiel *galiléen terrestre* au centre de gravité (c'est-à-dire que la dérivée de la quantité de mouvement est égale aux forces appliqués). Pour la partie moment du torseur, cela résulte de l'égalité, dans le référentiel *barycentrique* entre dérivée du moment cinétique à l'origine (donc au centre de gravité) et moment dynamique (sachant que le principe fondamental de la dynamique nous assure que le moment dynamique est égal au moment des forces appliqués).

Ensuite, le moment du torseur cinématique, qui correspond à la vitesse du point de réduction (ici le centre de gravité) est calculé en divisant la résultante du torseur cinétique par la masse, d'après la définition de la quantité de mouvement. Pour avoir la résultante du torseur cinématique (qui correspond au vecteur rotation instantané), il faut utiliser l'inverse de la matrice d'inertie. Comme celle-ci est donnée dans la base liée à l'objet, on exprime le moment du torseur cinétique (c'est à dire le moment cinétique) dans la base objet, on applique l'inverse de la matrice d'inertie et on exprime le résultat en repassant en base canonique fixe.

Une fois que l'on a le torseur cinématique, il suffit d'incrémenter la position du centre de gravité par la vitesse multipliée par  $\Delta t$  et de faire tourner la base objet suivant l'axe donné par le vecteur rotation instantané et d'un angle correspondant à la norme du vecteur rotation multipliée par  $\Delta t$ .

## Calcul de la circulation

Pour calculer la circulation des cellules du sillage, nous avons essayé de réaliser un algorithme de convergence avec relaxation proposé par notre tuteur. La circulation de chaque cellule n'est calculée qu'à sa création et reste fixe pendant toute sa durée de vie. Voici un schéma expliquant l'algorithme de calcul :





## Optimisation

Lors de la prise en compte du sillage tourbillonnaire, le temps de calcul augmente beaucoup. Bien que l'opération de calcul des circulations soit coûteuse, elle ne se fait que lorsque le boomerang a tourné d'un certain angle. C'est le calcul des vitesses induites, à chaque itération, qui consomme le plus de temps puisqu'il faut à chaque fois tout recalculer (les positions des points sur la ligne portante changent et la formule ne peut pas réellement se factoriser).

Afin d'utiliser toute la puissance de calcul disponible sur la machine (un MacBook Pro à processeur Intel Core Duo), le calcul des vitesses induites est conduit en parallèle sur les deux cœurs grâce à la parallélisation (multithreading en anglais). Concrètement, chaque cœur s'occupe de calculer la vitesse induite par une moitié du sillage et on fait la somme une fois que les processus sont terminés. Cependant, cette optimisation introduit une certaine lourdeur puisqu'il faut créer une structure de données et une fonction supplémentaire qui rendent le code moins clair. C'est pourquoi elle n'a pas été généralisée aux autres étapes du calcul qui sont de toute manière beaucoup moins lourde.

Néanmoins, cette optimisation s'est avérée réellement utile : lors d'un vol d'essai d'une seconde, le calcul nécessitait 682 secondes sans parallélisation, alors qu'il n'a mis "que" 466 secondes avec l'optimisation. Sur une expérience réelle (vol de 10 ou 15 secondes), l'optimisation fait gagner presque une heure de calcul.

### 2.1.3 Formats de fichier

Pour importer les différentes polaires de profil ou les différentes formes de boomerang, le plus pratique était de passer par des fichiers externes, que les autres membres du groupe peuvent modifier ou créer. Pour que le programme puisse importer les fichiers correctement il faut que ces fichiers respectent un certain formatage qui doit pouvoir contenir toutes les informations nécessaires.

#### Fichiers *profil*

Ces fichiers simples décrivent les polaires de profil. La première ligne doit être un entier indiquant le nombre de points qui sont donnés et chaque ligne suivante donne une incidence, un coefficient de traînée et un coefficient de portance, séparés par des points-virgules. La seule contrainte nécessaire à une utilisation correcte de ces fichiers est que le premier angle d'incidence doit être  $-180^\circ$ , que le dernier doit être  $180^\circ$ , et que les incidences intermédiaires doivent être rangées par ordre croissant.

#### Fichiers *ailes*

Plus complexes, ces fichiers sont codés de manière un peu plus explicite. Le format attendu est le suivant :

- Un en-tête dans lequel figurent la masse volumique de l'aile, le nombre de polaires utilisées ainsi que le nombre de sections de l'aile.
- Ensuite, un identifiant de polaire est associé à chaque fichier de polaire. Lors de l'importation d'un fichier *aile*, l'importation des fichiers *profil* qui y sont mentionnés se fait automatiquement.
- Enfin, pour chaque section, on définit trois composantes de position, trois composantes de dimension, trois composantes pour le vecteur directeur de la corde, un nombre qui signale la position relative de la position spécifiée par rapport au centre de gravité de la section (typiquement 0,25 lorsque la position correspond au quart-corde), un booléen (0 ou 1) qui précise si la section émet un sillage ou non et un identifiant de polaire (qui correspond à l'un de ceux défini au début du fichier).

Un fichier de type *aile* est disponible en annexe II.

## 2.2 Acquisition des paramètres nécessaires au calcul

Le bon fonctionnement du programme requiert en entrée un certain nombre de paramètres concernant la géométrie du boomerang. En plus des données initiales du lancer, accessibles par analyse de vidéos, nous avons également besoin de fichiers aux formats bien particuliers paramétrant la forme d'un boomerang ou encore son profil.

### 2.2.1 Acquisition de la forme

Pour modéliser la forme des boomerangs, nous avons utilisé certains plans disponibles sur des sites Internet qui permettent aux passionnés de fabriquer eux-mêmes leurs boomerangs. Afin de pouvoir décrire la forme d'un boomerang dans des fichiers lisibles par le programme informatique, nous avons effectué un repérage de points sur ces patrons.

Pour cela, il nous a fallu découper le boomerang (plan 2D avec une référence pour l'épaisseur) en sections rectangulaires, de tailles et d'orientations variables. L'ensemble de ces rectangles doit recouvrir « au mieux » le boomerang. Pour chaque rectangle, on repère la position de son centre de masse et de son quart-corde, on mesure également sa longueur, sa largeur, l'épaisseur de la section concernée et l'on oriente notre élément grâce à un vecteur unitaire qui pointe vers le bord d'attaque. Cette démarche laborieuse (plus d'une vingtaine de rectangles pour un boomerang, soit plus de deux cents données à mesurer) a pour l'instant été effectuée pour trois formes différentes.

### 2.2.2 Acquisition des polaires

Pour le profil d'une section, ce qui nous était nécessaire était surtout les polaires associées à chaque profil, c'est-à-dire les données des coefficients de portance et de traînée en fonction des angles d'incidence. Nous pensions avoir facilement accès à de telles données, qui sont fréquemment utilisées en aéronautique. En réalité l'obtention de polaires correspondant bien aux profils d'un boomerang nous a demandé beaucoup plus de recherches et de travail que prévu. En premier lieu, les polaires que l'on trouve dans la littérature existante sont souvent données dans un format différent de celui dont nous avons besoin (la portance est donnée en fonction de la traînée, sans mention de l'angle d'incidence) et à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés que ceux auxquels nous travaillions. De plus, les profils de boomerang sont souvent assez particuliers et différent beaucoup des profils d'avions ou de planeurs pour lesquels nous trouvions des polaires (l'intrados d'un boomerang est la plupart du temps quasiment plat, alors qu'il présente une cambrure pour les autres systèmes aéronautiques). Nous avons alors envisagé d'obtenir des polaires pour des profils de boomerang grâce à des tests en soufflerie, mais M Costes nous a expliqué que de tels tests étaient difficilement réalisables étant donnée la petite taille des systèmes étudiés. Il nous a alors communiqué une méthode permettant de calculer des polaires pour des éoliennes. Nous avons utilisé cette méthode en première approximation pour obtenir des fichiers de polaires au format souhaité et ainsi tester le programme. Il est apparu que ces polaires associées à des profils d'éoliennes devaient être améliorées pour correspondre plus fidèlement à des profils de boomerang. En effet, la portance donnée par ces polaires était visiblement trop faible puisque le boomerang avait tendance à perdre de l'altitude trop rapidement et touchait le sol avant d'entamer la partie circulaire de sa trajectoire.

Nous avons alors cherché un autre moyen d'obtenir ces fichiers de polaires. Constatant qu'il n'en existait pas pour des profils de boomerang, nous avons dû nous résoudre à les déterminer nous-mêmes. Nous avons pour cela utilisé le logiciel libre Xfoil et plus précisément son interface XFLR5. Ce logiciel, référence dans le milieu des amateurs de planeurs, propose parmi d'autres fonctions celle de soufflerie numérique : en prenant comme entrée un fichier paramétrant la forme du profil au format .dat, il permet d'obtenir des polaires au format désiré, pour des angles d'incidence faibles. Après avoir appris l'utilisation de cette fonction d'XFLR5, nous avons créé nos propres fichiers de profil .dat à partir de relevés de points, et nous avons pu obtenir les fichiers de polaires dont nous avons besoin (voir captures d'écrans du logiciel XFLR5 en annexe III).

# 3 Confrontation avec l'expérience

## 3.1 Mise en oeuvre expérimentale

### 3.1.1 Fabrication de boomerangs

On sait qu'il y a toujours une erreur de précision commise lors de la fabrication mécanique d'un objet. Elle peut être due par exemple à l'instrument utilisé ou encore à la personne qui le fabrique. Ainsi, plusieurs erreurs surviennent lors de la fabrication d'un boomerang (imprécision dans l'usage de la scie, de la lime à bois, des deux types de papier de verre et erreur humaine).

Pour la construction on a utilisé le modèle en équerre, dont le plan est disponible en annexe VII (fig.1).

Le modèle recommandait d'utiliser du contreplaqué d'environ 5 mm d'épaisseur, mais nous nous sommes contentés du bois le plus fin que nous ayons trouvé (7 mm d'épaisseur).

Après le choix du bois nous avons dessiné le modèle sur la plaque et nous l'avons découpé à l'aide d'une scie sauteuse.

Ensuite nous avons limé le profil de façon à construire le bord d'attaque avec un angle de 45° avec l'horizontale jusqu'à la moitié de l'épaisseur selon une ligne droite. Pour le bord de fuite, il a fallu partir du milieu de la partie supérieure et aller jusqu'au bout de la partie inférieure, aussi selon une ligne droite. On peut représenter ce profil intermédiaire par le dessin suivant :

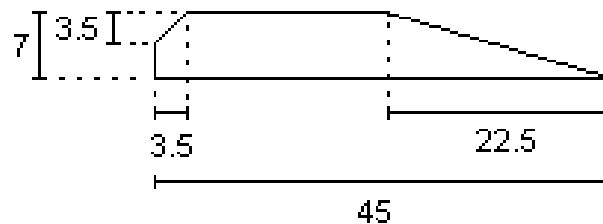


Figure 5: *profil intermédiaire du boomerang*

Les points extrêmes du boomerang, où la vitesse est la plus grande, sont les parties qui influent le plus sur le comportement du vol, nous avons donc porté une attention particulière à ces points en les limant très soigneusement.

Après cela, nous avons utilisé le papier de verre pour enlever les imperfections, les marques de la lime, et pour arrondir les coins et leur donner la forme finale :



Figure 6: *profil final du boomerang*

Enfin nous avons utilisé un papier de verre plus fin, pour polir l'objet un maximum.

Après avoir fini les boomerangs il a fallu les tester.

Nous avons remarqué qu'aucun des deux boomerangs fabriqués ne marchait bien, ils tombaient très rapidement.

Ils étaient trop lourds. Pour essayer de contourner ce problème, nous avons poli davantage l'intrados de nos boomerangs. Nous avons alors constaté que notre hypothèse était correcte, que la diminution du poids des deux boomerangs leur a permis d'effectuer un vol complet, avec à peu près la même hauteur et la même distance. Nous avons constaté aussi que les différences dues aux erreurs personnelles étaient négligeables.

### 3.1.2 Construction d'une machine

Depuis le début de notre projet, nous souhaitions pouvoir comparer les résultats théoriques que nous allions obtenir avec des résultats expérimentaux.

Pour décrire un lancer, il faut avoir accès aux conditions initiales (l'angle de lancer, la vitesse de translation et le taux de rotation). Afin d'être le plus précis possible dans l'exploitation des résultats expérimentaux, nous avons choisi de créer une machine qui lancerait les boomerangs pour avoir des paramètres initiaux qui puissent être constants sur plusieurs essais, tout en étant réglables.

Après une recherche bibliographique et des contacts pris avec des associations de boomerangs françaises, il s'est avéré que ce genre de machine n'avait jamais existé, ou peut-être en prototype, mais aucune trace n'en avait été gardée. Nous avons donc décidé de créer de toutes pièces un prototype de lanceur. En outre, nous n'avions absolument aucun budget pour cela puisque nous n'étions pas sponsorisés.

#### Cahier des charges de la machine

Le lanceur doit pouvoir s'adapter à plusieurs types de boomerangs (forme, poids, taille). En effet, le but de notre travail est d'étudier des boomerangs de formes différentes et nous disposons de plusieurs boomerangs, de taille et de forme variables.

Les paramètres initiaux doivent être réglables, indépendamment les uns des autres (vitesse de translation, taux de rotation et angles de lancers). En effet, les boomerangs à tester ont des usages différents (distance, temps de vol, précision...) et ne nécessitent pas le même type de lancer.

La machine doit être raisonnablement encombrante afin de pouvoir être déplacée aisément sur la zone de tir.

#### Le fonctionnement de la machine

Il est assez simple, puisque elle est constituée d'une « catapulte » fixée sur un chariot en translation. Les sources d'énergie mécanique sont deux élastiques linéaires.

L'élastique du chariot est tendu puis lâché, un mouvement de translation uniformément accéléré est alors créé. Lorsque l'élastique est relâché, le chariot a acquis une vitesse qu'il conservera jusqu'à la fin de sa course (butée en mousse), pendant ce mouvement uniforme une cale fixe sur le bâti vient décrocher le mécanisme qui retient la catapulte en position tendue. Alors le mouvement de rotation se déclenche, et quand le bras de la catapulte est à la verticale, le mécanisme de serrage du boomerang se libère et le laisse effectuer son vol.

Nous allons maintenant montrer par un raisonnement mécanique simple que ce système permet de prévoir la vitesse de translation et le taux de rotation au temps initial. Ainsi en modifiant les réglages de la machine, on peut obtenir les paramètres initiaux désirés.

Afin de mener à bien les calculs nous avons fait quelques approximations :

- les calculs sont effectués en 2D, dans le plan du boomerang (quasi-symétrie du système par rapport à ce plan). Le vecteur rotation et la normale au plan sont colinéaires pendant tout le mouvement, et le vecteur vitesse du chariot appartient au plan du boomerang.
- On négligera tous les frottements (toutes les liaisons pivot sont huilées).

#### Taux de rotation

On considèrera que l'élastique de la catapulte et le bras mobile sont perpendiculaires pendant tout le mouvement ( $\forall t \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ ). Cette approximation est bonne au premier ordre puisque l'angle ne dépasse pas les 15 degrés. D'autre part le mécanisme a été conçu pour qu'au repos le bras soit à la verticale.

Soit  $\alpha$  l'angle initial de la catapulte. On peut donc écrire :

$$\overrightarrow{F}_{elastique} = k_r \Delta X \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}, \text{ avec } \Delta X_{init} = L \sin(\alpha) \approx L\alpha$$

et comme  $\forall t \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ , cette force équivaut à un couple suivant la normale au plan de valeur :

$$C_O = \alpha k_r L^2$$

Le système équivaut donc à un ressort angulaire que l'on aurait placé au point O. On peut donc définir la raideur angulaire  $k_r L^2$ . Si on considère la conservation de l'énergie mécanique totale pendant le lancement, on a

$$\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow \Delta E_{cinétique} = \Delta E_{élastique}$$

soit 
$$\frac{1}{2} J (\dot{\theta}(\theta = 0))^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k_r L^2 \alpha^2$$

en notant  $\theta(t = 0) = \alpha$ , et  $J$  le moment d'inertie au point O par rapport à l'axe  $\overrightarrow{Oz}$ . Connaissant le moment d'inertie du bras  $J_{bras}$  en O et celui du boomerang  $J_{boom}$  en son centre de gravité, tous deux par rapport à l'axe  $\overrightarrow{Oz}$ , on peut déterminer le moment d'inertie total grâce à la formule de Huygens :

$$J = J_{bras} + J_{boom} + M \|\overrightarrow{OG}\|^2.$$

$$\text{donc, } \dot{\theta}(\theta = 0) = \alpha L \sqrt{\frac{k_r}{J}}$$

Or, comme pendant toute la phase de lancer, le boomerang est lié au bras alors le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et le repère  $(G, \vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$  sont en translation l'un par rapport à l'autre (mouvement de translation circulaire). La vitesse de rotation du boomerang autour de son centre de gravité G sera aussi  $\dot{\theta}(t)$ . Donc le taux de rotation initial du boomerang en vol sera égal au taux de rotation à  $\theta = 0$ .

On peut donc régler le taux de rotation initial en jouant directement sur l'angle de tension.

### Vitesse finale du chariot

Le chariot est lui aussi mû par un élastique de raideur  $k_t$ . On applique encore le principe de conservation de l'énergie mécanique :

$$\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} M v_f^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k_t l^2$$

$$\text{soit } \boxed{v_f = l \sqrt{\frac{k_t}{M}}}$$

### Vitesse initiale du boomerang

A tout instant, la vitesse du centre de gravité est donnée par :

$$\vec{V}_G = \vec{V}_{chariot} + \vec{OG} \wedge \vec{\Omega}$$

Cette formule est vraie à un temps infinitésimal avant le lâcher du boomerang,

$$\text{soit } \vec{V}_G = v_f \vec{x} - \alpha L \sqrt{\frac{k_r}{J}} (x_G \vec{x} + y_G \vec{y}) \wedge \vec{z}$$

$$\text{avec } \vec{OG} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \end{pmatrix}_{(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Cette vitesse correspond donc à la vitesse initiale du boomerang, on en déduit la norme :

$$\|\vec{V}_G\| = \sqrt{\left( \left( v_f - \alpha L x_G \sqrt{\frac{k_r}{J}} \right)^2 + \left( \alpha L y_G \sqrt{\frac{k_r}{J}} \right)^2 \right)}$$

On peut donc régler indépendamment le taux de rotation et la vitesse de translation du centre de gravité. En effet une fois que l'on a changé  $\alpha$  pour la rotation, on peut encore jouer sur la valeur de  $v_f$  pour la translation.

### Fabrication et expérimentation

Une fois l'idée et la théorie mises au point, la réalisation a été la partie la plus délicate du projet. Une contrainte importante a dû être prise en compte : l'absence de budget a fortement orienté le choix des composants et les solutions technologiques retenues puisqu'il nous a fallu utiliser des matériaux de récupération pour monter le lanceur.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement nous invitons le lecteur à se reporter à l'annexe IV pour visualiser les différents composants.

Nous avons ensuite testé la machine. Son fonctionnement n'a pas été concluant car elle ne produisait pas de lancer exploitable. Le problème principal venait du lâcher du boomerang. Bien que tout l'enchaînement cinématique expliqué ci dessus se passe sans encombre, l'accélération provoquée par la force de l'élastique de la catapulte est trop violente et tend à faire pivoter le boomerang vers l'arrière. Le boomerang part alors avec une rotation inverse. Malgré nos tentatives d'adaptation, en augmentant le coefficient de frottement et la force de serrage pour limiter le basculement vers l'arrière, nous ne sommes pas parvenus à régler totalement ce problème. D'autre part le chariot subit à chaque essai un choc violent lorsqu'il vient buter contre les pavés de mousse. Ces chocs rendent à chaque fois la machine un peu plus fragile. Nous avons dû nous résoudre à abandonner l'idée d'exploiter cette machine pour procéder aux expériences.

Nous pensons qu'une large partie de cet échec est dû au fait que nous n'étions pas toujours libres de choisir les matériaux ou les solutions les plus pertinentes en raison de l'absence de budget. Malgré tout, les quelques expériences ont montré que la cinématique était bonne et qu'avec plus de moyens il serait sûrement possible de concrétiser ce projet.

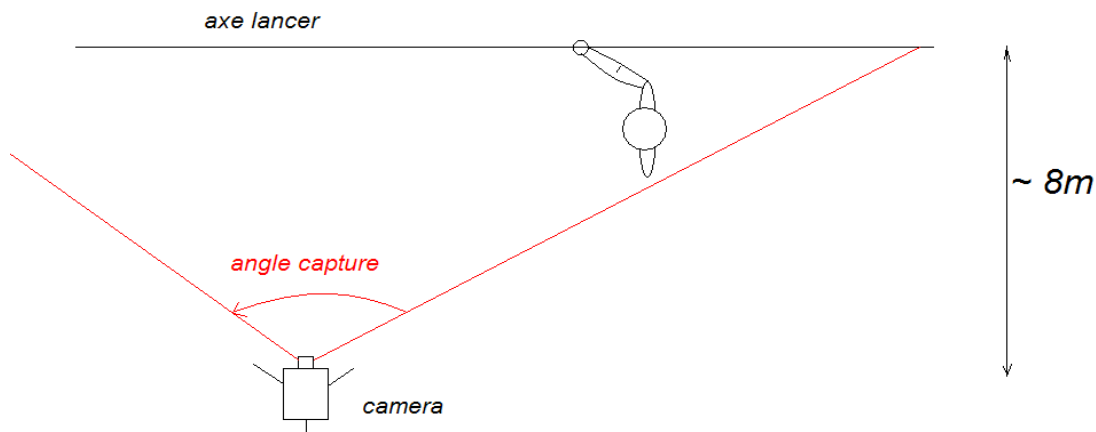
### 3.1.3 Acquisition de conditions initiales

Suite à l'échec de la machine lanceur de boomerang, nous avons dû trouver un autre moyen pour acquérir des mesures lors des essais de vols des boomerangs. Une quinzaine de lancers ont été filmés à l'aide d'une caméra du JTX.



Grâce au logiciel Adobe Premiere Pro 1.5, nous avons pu ralentir les lancers et compter le nombre d'images nécessaires au boomerang pour parcourir la distance séparant les deux poteaux de rugby (soit la distance réglementaire de 5,6 m). Sachant que la caméra utilisée capturerait 25 images à la seconde, nous avons pu en déduire la vitesse initiale de translation. Une dizaine de lancers a ainsi été décomposée et nous a permis de trouver une vitesse initiale de translation d'environ  $25 \text{ m.s}^{-1}$  (à plus ou moins  $2 \text{ m.s}^{-1}$ ).

En ce qui concerne la vitesse initiale de rotation, le logiciel a vite montré ses limites puisque les images capturées montraient un boomerang en rotation flou. Malheureusement, la caméra haute vitesse du binet JTX était alors hors service (et elle l'est encore au moment où nous rédigeons ce rapport) et il nous a fallu trouver une autre solution.



Nous avons traité les images grâce au logiciel AviStep. Le logiciel permet de pointer des éléments de chaque image du film, après l'avoir étalonnée, et renvoie un tableau de valeurs. Connaissant les pas de temps entre chaque image, on peut obtenir la vitesse de rotation et la vitesse de translation (cf annexe V).

Cependant il faut souligner que cette méthode de recours est relativement approximative puisque l'image traitée est souvent floue. Il a donc été difficile d'obtenir des résultats précis mais les données trouvées sont en accord avec celles annoncées par la littérature.

Nous n'avons pas trouvé de méthode permettant de contrôler efficacement l'inclinaison initiale du boomerang. On regrettera donc que le lanceur mécanique n'ait pas marché, car il aurait donné des valeurs plus précises et plus complètes.

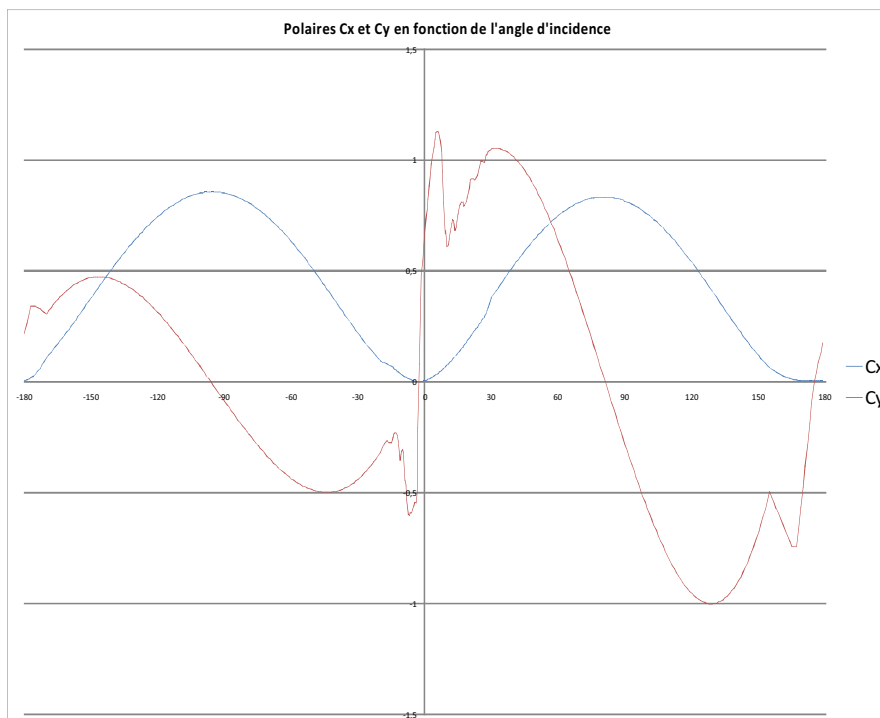
## 3.2 Résultats

### 3.2.1 Forte dépendance en fonction des polaires

Au cours de la progression de notre travail nous avons été amenés à constater que les polaires (fonctions  $C_x(\alpha)$  et  $C_z(\alpha)$ ) avaient une grande influence sur les trajectoires de boomerangs observées. Cette observation s'est faite sous deux aspects.

Tout d'abord, d'un point de vue expérimental. En effet lors de la construction de boomerangs, nous avons observé qu'il était très difficile de faire voler le boomerang dès les premiers essais. Le profil devait être retravaillé en fonction de la trajectoire observée. Le plus souvent la portance n'était pas suffisante lors des premiers lancers. Le boomerang ne terminait pas sa trajectoire et retombait sur le sol. Le profil devait alors être adouci et le bord d'attaque plus arrondi. De meilleurs profils et un lancer plus adapté nous ont permis d'obtenir de très bonnes trajectoires.

Cette observation expérimentale a été confirmée par le programme informatique. L'influence des polaires dans la simulation est effectivement très grande. Nous avons tout d'abord travaillé avec des polaires " fabriquées à la main " qui ne donnaient pas de résultats réalistes mais qui permettaient de vérifier l'exactitude et la cohérence de la programmation. Puis, sous les conseils de notre tuteur nous avons utilisé des polaires décrivant des pales d'éoliennes. Celles-ci avaient en effet l'avantage de décrire les forces aérodynamiques pour des grandes incidences. Les trajectoires observées étaient alors convenables mais les ordres de grandeur n'étaient pas respectés (pour des conditions initiales réalistes le boomerang tombait bien trop vite: voir annexe 4). Nous avons donc utilisé le logiciel XFLR5 permettant de calculer les polaires pour un profil donné pour les faibles angles d'incidence. Il a alors fallu effectuer un raccord (voir graphique ci-dessous) entre les polaires aux grands angles (éoliennes) et les polaires aux petits angles (logiciel XFLR5). Les résultats ont été bien meilleurs car la portance était augmentée pour les petits angles.



### 3.2.2 Trois boomerangs aux usages très différents

Nous avons fait une acquisition numérique de trois boomerangs, un relativement classique en forme d'équerre, un fait pour rester un maximum de temps en vol (MTA), et enfin un prévu pour parcourir de grandes distances (challenger). Nous avons donc pu effectuer de nombreuses simulations informatiques. Cela nous a permis tout d'abord d'effectuer des comparaisons entre la simulation et la pratique et d'autre part de comprendre l'influence des différents paramètres sur le vol.



## Vol théorique contre vol pratique

Lors des essais sur le terrain, effectués pour l'acquisition des paramètres initiaux, nous avons utilisé le boomerang « équerre » ( après l'avoir usiné en deux exemplaires ). Cela nous a permis d'avoir un ordre de grandeur des paramètres de lancer. Pour le MTA et le boomerang « challenger » nous avons vérifié que les trajectoires des boomerangs simulées étaient bien fidèles aux caractéristiques propres des deux boomerangs ( à savoir une longue distance pour le challenger et une grande durée pour le MTA).



### *Boomerang classique (équerre)*

L'analyse des films que nous avons tournés nous donne une vitesse de translation initiale de 25 m/s et une vitesse de rotation de 65 rad/s. Nous avons donc effectué une simulation informatique avec ces valeurs (courbe en annexe VII figure 2). Les résultats sont tout à fait satisfaisants car la trajectoire simulée du boomerang est réaliste et proche de celle observée dans les faits. On notera que le boomerang atterrit à quelques mètres de l'envoyeur !

De plus afin de vérifier la ressemblance entre les trajectoires nous avons obtenu expérimentalement les courbes du mouvement. Pour ce faire nous avons placé un « cierge magique » sur le boomerang (en veillant à ne pas modifier le comportement) puis grâce à l'aide d'un photographe amateur nous avons pris des photos avec un temps de pose de 8 à 10 secondes. Les photos étant prises pendant le lancer, le cierge allumé, nous obtenons la trajectoire du boomerang. Nous avons alors comparé nos résultats théoriques avec l'expérience. Pour ce faire nous avons placé l'angle de vue du programme de simulation au même endroit que l'appareil photo (à 65 mètres à gauche du lancer). Cela nous a donné les courbes comparatives ci-dessous. Nous remarquons que la simulation est bien similaire à la réalité. La portance en pratique semble peut-être un peu plus faible que dans la simulation. Peut-être est-ce dû aux paramètres initiaux de lancer, à l'angle de vue ou au cierge placé sur le boomerang. Néanmoins l'étude comparative nous semble ici très satisfaisante.

### *Boomerang challenger*

Comme indiqué dans le commentaire accompagnant son plan (annexe VII figure 4), la challenger qui est un boomerang de distance, se lance avec une forte vitesse initiale. La simulation (fig5 de la même annexe) nous donne une distance maximale atteinte de 178m. Nous avons donc bien modélisé un boomerang de distance (le record du monde est un peu plus de 200m) et nous pouvons comparer cette distance avec la portée de l'équerre (37m). Cependant cette distance est supérieure à la

distance maximale donnée dans les caractéristiques du challenger (145m). On peut attribuer cette différence au fait que le boomerang est lancé à une vitesse très grande (38m/s). De plus la traînée créée par une petite partie du coude n'est pas prise en compte ( dans cette partie la ligne portante est difficile à définir ).

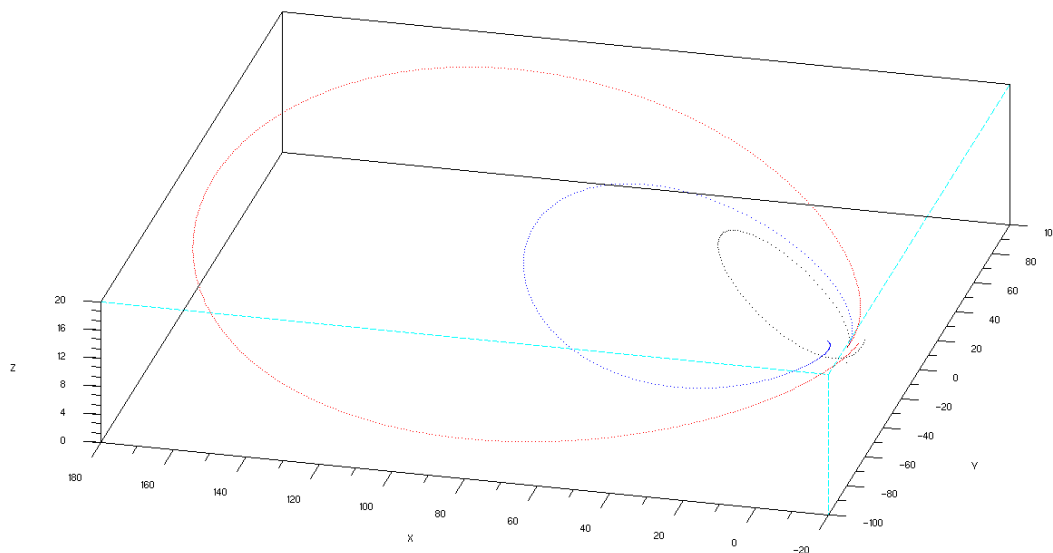
### *Boomerang MTA (Maximum Time Aloft) (VII figure 6)*

La trajectoire du MTA est également donnée en annexe (VII figure 7). Ce boomerang est un boomerang de durée. Les caractéristiques du boomerang donnent une durée de vol allant de 15 secondes à 5 minutes. Notre simulation calcule une durée de 1 minute et 10 secondes ce qui est tout à fait satisfaisant. De plus le boomerang doit se lancer très haut (au moins 45° par rapport à l'horizontale) ce que nous avons pris en compte dans la simulation. Le boomerang atteint une très grande hauteur et tourne en redescendant lentement. Ceci est tout à fait conforme à la réalité observée.

### 3.2.3 Comparaison entre les trajectoires suivant les différentes formes

#### Comparaison entre deux formes de boomerang : le « Challenger » et l' «équerre »

Le “Challenger” étant un boomerang plus dense et plus gros que l'équerre, il nous a semblé logique de comparer les deux boomerangs à masse égale. L' “équerre” a donc été alourdie pour avoir un poids similaire à celui du “challenger”, de l'ordre de 100 grammes. Les conditions de lancer ont été affinées pour chaque boomerang, d'une part pour que les lancers soient corrects (le boomerang doit revenir vers le point de départ sans toucher le sol) et d'autre part pour optimiser leur distance maximale atteinte. Sur la figure 7, on observe que la masse joue certes un rôle dans la trajectoire mais que c'est bien la forme particulière du “Challenger” qui lui permet d'aller si loin.



**Figure 7** : Trajectoires du “Challenger” (en rouge), de l'équerre alourdie (en bleu) et de l'équerre normale (en noir). Chaque trajectoire a été arrêtée après un tour ; le vol du “Challenger” dure 17s, celui de l'équerre alourdie dure 10s et l'équerre simple 4,5s.

## Comparaison entre le « MTA » et l'« équerre »

Ici, un boomerang classique de type “équerre” a été lancé avec les mêmes conditions initiales qu'un boomerang de type “MTA”. Un “MTA” doit être lancé très haut pour pouvoir tourner en l'air et descendre en spirale. Pour les lancers de la figure 8, l'angle par rapport à l'horizontale est de  $45^\circ$  et l'angle par rapport à la verticale est de  $30^\circ$ . La translation initiale est de 30m/s et le taux de rotation est fixé à 75 rad/s. On voit sur cette figure que la forme pourtant assez proche des boomerangs “MTA” et “équerre” donne des trajectoires très différentes. Le vol du MTA est correct (avec ces paramètres initiaux, le vol du “MTA” dure 70 secondes cf. figure 7 de l'annexe VII) mais l'“équerre” tombe au sol très rapidement, au bout de 3,8 s. De tels paramètres sont en effet inadaptés au vol de l'“équerre”.

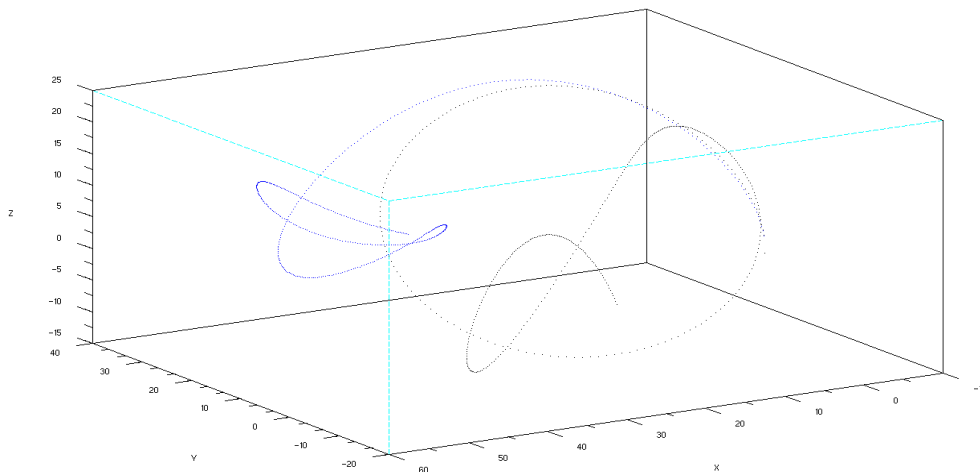
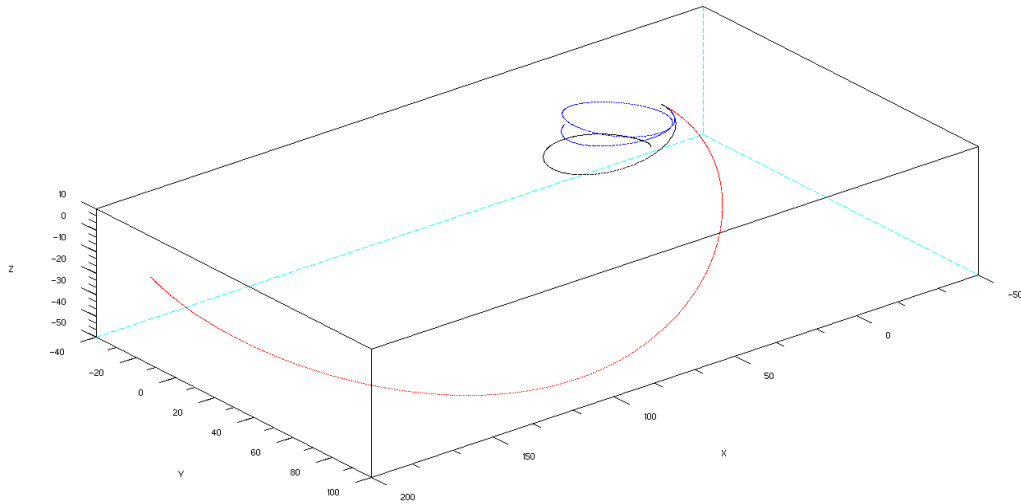


Figure 8 : Trajectoires du MTA (en bleu) et de l'équerre (en noir) sur un vol de 15 s, sans tenir compte du sol.

## Comparaison entre les trois boomerangs

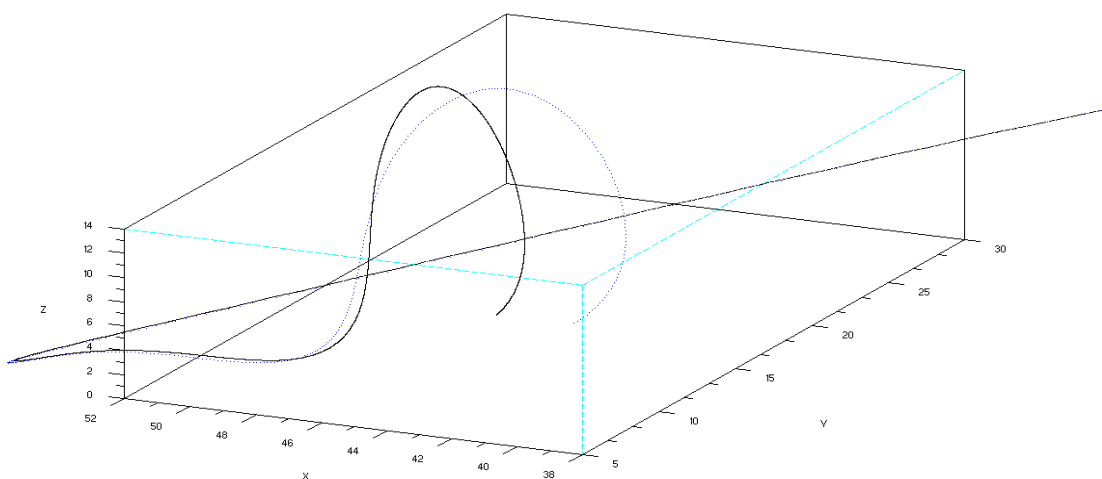
Nous avons aussi décidé de comparer les trois boomerangs entre eux, sans se fixer d'objectif particulier de distance ou de temps de vol. Les trois boomerangs ont donc été lancés avec les conditions initiales standard :  $20^\circ$  d'angle par rapport à la verticale, angle par rapport à l'horizontale nul, 25 m/s pour la vitesse et 65 rad/s pour le taux de rotation. Les courbes de la figure 9 nous montrent tout d'abord que seule l'équerre a un vol ne touchant pas le sol. Ensuite, on remarque que les trajectoires de l'équerre et du MTA sont relativement proches par rapport à celle du Challenger. Ceci est sûrement dû à l'importante différence de masse entre le Challenger et les autres boomerangs. De plus, dans sa forme, le “MTA” ressemble plus à l'équerre que le “Challenger”.



**Figure 9 :** simulation d'un vol de 10 secondes pour l'équerre (en bleu), le "MTA" (en noir) et le "Challenger" (en rouge). Le calcul n'est pas arrêté lorsque l'un des boomerangs passe à une altitude négative.

### 3.2.4 Influence du sillage

L'enjeu de la méthode de la ligne portante est de prendre en compte l'influence du sillage dans la simulation. Pour évaluer la perturbation du sillage nous avons calculé les trajectoires d'un boomerang avec des paramètres de lancer fixés, avec et sans sillage. On remarque que la prise en compte du sillage ne modifie que peu les trajectoires. L'allure générale du vol est la même dans les deux cas. Les figures en annexes montrent que les deux trajectoires de boomerang ( avec et sans sillage) sont presque identiques. Après une durée de 10 secondes les deux courbes pour le boomerang " équerre " diffèrent de 60cm. Pour le " challenger ", elles varient de 3 mètre et pour le MTA de 4 mètres en milieu de vol.



MTA: Ecart de trajectoire entre les simulation avec (noir) et sans sillage (bleu)  
 $V = 30\text{m/s}$ ,  $\omega = 75\text{rad/s}$ ,  $30^\circ$  par rapport à la verticale,  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale

La simulation donnait donc de faibles différences selon que l'on prenne en compte ou non l'influence du sillage. En revanche le calcul des vitesses induites est couteux en temps car il s'effectue à chaque itération sur l'ensemble du sillage et l'obtention des trajectoires est donc beaucoup plus longue pour le calcul avec sillage ( plusieurs heures ). Ainsi lorsque nous effectuions des lancers de réglages (recherche de l'angle optimal de lancer pour un boomerang donné par exemple ), nous nous contentions de lancer le programme sans sillage. Une fois les paramètres déterminés nous raffinons la trajectoire en lançant un calcul complet avec la prise en compte du sillage .

Nous nous sommes interrogés sur la pertinence des résultats obtenus. Nous avons en effet été intrigués par cette faible influence du sillage. Nous avons alors comparé le cas du boomerang à celui de pales d'hélicoptère, situation dans laquelle la prise en compte du sillage dans la théorie de la ligne portante est particulièrement adaptée car l'interaction des pales avec leur sillage est importante (la vitesse de rotation est en effet grande devant la vitesse de translation ce qui implique que chaque pale repasse dans son sillage). En revanche, le boomerang tourne à une vitesse plus faible. Les pales ont donc moins tendance à interagir avec leur propre sillage (voir annexe VIII), ce qui pourrait expliquer les résultats obtenus.

## ***Organisation du travail***

Dans la lettre de mission rédigée fin novembre 2007 nous avons annoncé un projet en 5 phases. Dans les faits, il s'est divisé en deux grandes étapes :

- une étape de familiarisation où chacun a pris connaissance du sujet et de ses pré-requis (maîtrise du modèle effectué par le groupe précédent, maîtrise du modèle théorique par la méthode de la ligne portante).
- une étape de spécialisation durant laquelle le groupe s'est divisé en petites équipes (construction du modèle théorique, simulation informatique, conception du lanceur et enfin confrontation des données théoriques et des données expérimentales). Bien évidemment, les travaux effectués par chaque équipe étaient interdépendants. Des réunions étaient donc nécessaires afin de s'informer sur l'avancée des différents travaux.

Ce système présente l'avantage de pouvoir travailler en parallèle et d'avancer en même temps sur différentes parties du projet. En outre, il permettait à chacun de s'axer sur sa partie sans pour autant être contraint de maîtriser tous les aspects des autres travaux. Néanmoins, du fait de l'interdépendance des différents travaux, les différentes équipes devaient avancer en même temps, et un retard de l'une d'entre elles freinait les autres. Ce système de travail était donc motivant. Ainsi, les problèmes rencontrés lors de la conception du lanceur nous ont contraints à trouver une solution de secours afin de fournir des conditions initiales réalistes pour les lancers effectués par le simulateur informatique.

Dans les premiers temps, de notre travail (notamment lors de la construction du modèle théorique), nous avons organisé des réunions mensuelles avec notre tuteur. Elles nous ont permis de nous informer sur ce qu'il était envisageable de faire sur le thème des boomerangs et de définir clairement notre projet. Elles nous ont également été très utiles afin de mettre en place le cadre théorique et de construire le modèle de la ligne portante. Ensuite, il s'agissait de mettre en œuvre dans un programme informatique les connaissances théoriques que nous avons acquises avec notre tuteur (important travail de codage) ou d'effectuer des travaux complémentaires (lanceur, capture de données expérimentales). Les réunions régulières avec M. Costes étaient alors moins indispensables, et nous avons décidé avec lui de ne le contacter que de manière ponctuelle lorsque nous rencontrions des problèmes ou pour le tenir au courant de l'avancée de notre projet.

## ***Bilan***

Chaque équipe a rencontré quelques obstacles dans la réalisation de son travail, mais le projet n'a pas connu de blocage insurmontable. Le seul retard notable concerne l'obtention de résultats expérimentaux, ceci pour plusieurs raisons. D'abord, l'échec de la machine nous a forcés à chercher d'autres façons d'acquérir des résultats. Ensuite, nous avons pu constater à quel point il était long et parfois fastidieux d'obtenir les fichiers nécessaires à la modélisation d'un boomerang à partir d'un plan. L'usinage d'un boomerang et les multiples retouches nécessaires avant d'obtenir un boomerang volant correctement nécessitent également de longues heures de travail. Ainsi, nous avons prévu de réaliser et modéliser deux boomerangs identiques (de type équerre) puis de faire subir à l'un d'eux différentes modifications (forme, profil, masse) et d'observer leur impact sur le vol. L'un des deux boomerangs est prêt et a été utilisé lors de prises de mesures. En revanche, la deuxième équerre, bien qu'usinée, ne vole pas encore de façon satisfaisante et nous n'avons donc pas encore pu étudier les

effets de modifications sur ce boomerang. Nous avons en particulier envisagé de modifier son profil de façon significative, tout en calculant avec XFLR5 les nouvelles polaires correspondant à de nouveaux profils, de façon à pouvoir les insérer dans le programme et comparer l'impact de cette modification sur la trajectoire réelle et sur le vol simulé.

Malgré l'absence de ces résultats à l'heure actuelle, le programme fonctionne et nous l'avons testé sur trois boomerangs aux formes différentes, pour lesquels il a donné des résultats très satisfaisants en terme de fidélité vis-à-vis des trajectoires expérimentales. En particulier, notre façon de prendre en compte la forme du boomerang semble pertinente puisque les simulations effectuées permettent bien de retrouver pour chaque boomerang des performances (distance pour le Challenger, temps de vol pour le MTA) conformes à ce qui est obtenu empiriquement. Nous estimons donc que nous possédons à présent les outils nécessaires à la réalisation de notre objectif principal, à savoir être en mesure de prévoir le comportement en vol d'un boomerang en fonction de ses paramètres de forme et de lancer. Nous gardons toutefois à l'esprit que notre travail n'est pas parfait et pourrait être amélioré. D'abord, bien que les résultats donnés par le programme soient vérifiés par l'expérience pour les trois boomerangs modélisés, nous restons conscients que pour être parfaitement validé il faudrait effectuer une série de tests plus nombreux sur d'autres boomerangs aux formes très variées. Nous envisageons entre autres de tester le programme sur un boomerang tripale qu'il nous reste à modéliser.

Pour conclure, nous avons réfléchi à une utilisation possible de l'outil que nous avons construit. Notre programme, capable de simuler une trajectoire complète à partir des caractéristiques d'un boomerang et des paramètres du lancer, peut être un outil précieux dans l'aide à la conception de boomerangs recherchés pour des performances spécifiques. Il est vrai que le procédé consistant à numériser un boomerang pour créer un fichier *aile* peut être très long, mais une fois ce fichier réalisé, il est simple et rapide de lui apporter des modifications, tant que la forme générale est conservée. Il est ainsi possible de modifier les paramètres de forme ou de profil des ailes et d'effectuer de nombreux tests de simulation pour étudier l'impact de ces modifications et en déduire les caractéristiques permettant d'obtenir la performance recherchée optimale, le tout sans toucher au boomerang lui-même. L'apport de cette méthode, une fois l'étape de numérisation surmontée, est alors évident, car elle permet d'éviter le risque d'endommager le boomerang utilisé par des tâtonnements au résultat incertain. En effet, on peut sélectionner grâce aux simulations les modifications qui seront bénéfiques pour le comportement du boomerang, et adapter les réglages à effectuer en conséquence.

## ***Remerciements***

Nous remercions tout particulièrement notre tuteur, M. Costes, pour sa disponibilité, pour l'éclairage et l'orientation apportés à notre sujet ainsi que pour les conseils fondamentaux nécessaires à l'élaboration du projet. Nous remercions également M. Huerre, coordinateur des PSC de mécanique, ainsi que l'officier d'encadrement, le chef d'escadron Hoarau.

Nous voudrions remercier également le binet Robot pour ses locaux et son matériel et le JTX pour son aide dans la capture d'images.

## ***Bibliographie***

BOUTTES J.

*Mécanique des fluides*

Ellipses, Paris (1988)

HUERRE P.

*Mécanique des fluides, Tome I*

Cours de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau (1998)

PRANDTL L.

*Führer durch die Strömungslehre*

Dunod, Paris (1952)

TRITTON DJ

*Physical fluid dynamics*

Oxford University Press, Oxford (1988)

## **Thèses**

HESS F.

*Boomerangs aerodynamics and motion*

JOBARD N.

Thèse de doctorat de l'université Paris 6

*Calculs Aéroélastiques pour l'Aéroacoustique des Rotors d'Hélicoptère en Vol d'Avancement*

## ***Sites internet***

Des explications claires et illustrées sur le sillage des avions:

<http://www.onera.fr/synindex/sillage-tourbillonnaire.html>

ou plus généralement : <http://www.onera.fr/>

Le site des amateurs de boomerang avec plus de 150 plans de boomerang :

<http://www.boomerangpassion.com/>

Théorie des hélices, vitesse de Froude:

<http://194.214.98.30/ressources/EquaGene/Cours3-6/MfEqGene2.htm>



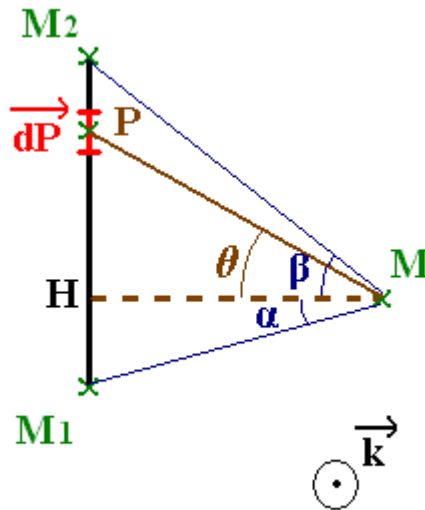
# Annexe I: Les vitesses induites

## 1. Calcul de la vitesse induite par un segment de vorticité

Commençons par redémontrer la formule suivante

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{k}}{MH.M_1M_2} \left( \frac{\overrightarrow{MM_1}}{MM_1} - \frac{\overrightarrow{MM_2}}{MM_2} \right) \cdot \overrightarrow{M_1M_2}$$

  partir de la formule de Biot-Savart: 
$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{M_1}^{M_2} \frac{\overrightarrow{MP} \wedge d\vec{P}}{MP^3}$$



Remarquons tout d'abord que l'orientation de  $\overrightarrow{MP} \wedge d\vec{P}$  ne varie pas au cours de l'intégration et est constamment dirigée selon  $\vec{k}$ . On a donc:

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma \vec{k}}{4\pi} \int_{M_1}^{M_2} \frac{MP \cdot \cos(\theta) \cdot dP}{MP^3}$$

Or

$$\begin{aligned} MP &= \frac{MH}{\cos(\theta)} \\ HP &= MH \cdot \tan(\theta) \\ dP &= \frac{MH}{\cos^2(\theta)} d\theta \end{aligned}$$

d'où

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma \vec{k}}{4\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\cos(\theta) \cdot d\theta}{MH} = - \frac{\Gamma \vec{k}}{4\pi} \cdot \frac{\sin(\beta) - \sin(\alpha)}{MH}$$

Finalement,

$$\vec{V}_i = - \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{k}}{MH.M_1M_2} \left( \frac{\overrightarrow{MM_1}}{MM_1} - \frac{\overrightarrow{MM_2}}{MM_2} \right) \cdot \overrightarrow{M_1M_2}$$

## 2.Approximation des vitesses induites pour des courtes distances

Comme nous l'avons vu dans l'annexe précédente la vitesse induite par un segment de vorticité diverge lorsque l'on se rapproche du segment. Cela n'est pas fidèle   la réalité et crée des singularités dans la modélisation. Nous allons donc introduire une distance caractéristique  $r_c$  en dessous de laquelle la vitesse tendra vers 0 au lieu de diverger. Le choix de  $r_c$  est délicat et nous l'avons choisi de l'ordre de la taille d'une maille du sillage.

Soit

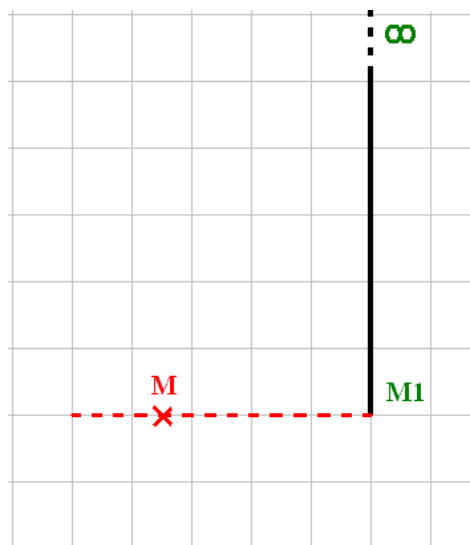
$$V_c = \frac{\Gamma}{4\pi r_c}$$

Si  $V_i > V_c$  alors:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_i \cdot \frac{V_c^2}{\|\vec{V}_i\|^2}$$

Cette modélisation est décrite au chapitre 2.2 de la thèse de doctorat de l'université Paris 6 de JOBARD Nathalie, Calculs Aéroélastiques pour l'Aéroacoustique des Rotors d'Hélicoptère en Vol d'Avancement.

On remarque que dans le cas d'un **fil semi-infini** (voir ci-dessous) on a  $V_i = \frac{\Gamma}{4\pi MM_1} \vec{k}$ .



Alors

$$\|\vec{V}_i\| > V_c \Leftrightarrow MM_1 < r_c$$

Pour  $MM_1 < r_c$ , on a:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_i \cdot \frac{\|\vec{V}_c\|^2}{\|\vec{V}_i\|^2} = \vec{V}_i \cdot \frac{MM_1^2}{r_c^2} = \frac{\Gamma}{4\pi MM_1} \vec{k} \cdot \frac{MM_1^2}{r_c^2}$$

C'est   dire:

$$\vec{V}_i = MM_1 \frac{V_c}{r_c} \vec{k}$$

L'approximation est linéaire.

## Annexe II : fichier *aile*

```
rho=500;
nbProfils=2;
nbSections=24;
/
1:
plat.profil
2:
ultimatePolaire.profil
/
1:
pos=-0.0115;0;-0.0199;
dim=0.027;0.004;0.0075;
dev=-0.956;0;0.292;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
2:
pos=-0.0077;0;-0.0092;
dim=0.04;0.005;0.005;
dev=-0.809;0;0.588;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
3:
pos=-0.0021;0;-0.0021;
dim=0.044;0.005;0.005;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
4:
pos=0.0099;0;0.0099;
dim=0.045;0.005;0.03;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
5:
pos=0.0306;0;0.0317;
dim=0.045;0.005;0.03;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
6:
pos=0.0521;0;0.0539;
dim=0.042;0.005;0.031;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
7:
pos=0.0736;0;0.0763;
dim=0.04;0.005;0.031;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
8:
pos=0.0945;0;0.0978;
dim=0.041;0.005;0.03;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
9:
pos=0.1160;0;0.1201;
dim=0.042;0.005;0.031;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
10:
pos=0.1323;0;0.1419;
dim=0.046;0.005;0.023;
dev=-0.707;0;0.707;
cdg=0.22;
sillage=1;
id=2;
11:
pos=0.1445;0;0.1605;
dim=0.049;0.005;0.016;
dev=-0.9135;0;0.4067;
cdg=0.13;
sillage=0;
id=1;
12:
pos=0.1491;0;0.1777;
dim=0.053;0.005;0.016;
dev=-0.9925;0;0.1219;
cdg=0.02;
sillage=0;
id=1;
13:
pos=0.1527;0;0.1954;
dim=0.052;0.005;0.014;
dev=0.9925;0;0.1219;
cdg=0.06;
sillage=0;
id=1;
```

```

14:                                dim=0.046;0.005;0.03;
pos=0.1516;0;0.2087;              dev=0.7431;0;0.6691;
dim=0.047;0.005;0.013;            cdg=0.25;
dev=0.9744;0;0.249;              sillage=1;
cdg=0.19;                          id=2;
sillage=0;                          22:
id=1;                                pos=0.0090;0;0.3718;
15:                                dim=0.046;0;0.006;
pos=0.1413;0;0.2275;              dev=0.7193;0;0.6947;
dim=0.044;0.005;0.025;            cdg=0.25;
dev=0.7313;0;0.6820;              sillage=1;
cdg=0.25;                          id=2;
sillage=1;                          23:
id=2;                                pos=0.002;0;0.3770;
16:                                dim=0.044;0.005;0.006;
pos=0.1232;0;0.2473;              dev=0.5736;0;0.8191;
dim=0.04;0.005;0.03;              cdg=0.25;
dev=0.7431;0;0.6691;              sillage=1;
cdg=0.25;                          id=2;
sillage=1;                          24:
id=2;                                pos=-0.0126;0;0.3806;
17:                                dim=0.031;0.004;0.007;
pos=0.0999;0;0.2700;              dev=0.4226;0;0.9063;
dim=0.041;0.005;0.031;            cdg=0.27;
dev=0.7431;0;0.6691;              sillage=1;
cdg=0.25;                          id=2;
sillage=1;
id=2;
18:
pos=0.0794;0;0.2913;
dim=0.042;0.005;0.031;
dev=0.7431;0;0.6691;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
19:
pos=0.0590;0;0.3158;
dim=0.045;0.005;0.03;
dev=0.7431;0;0.6691;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
20:
pos=0.0389;0;0.3355;
dim=0.046;0.005;0.03;
dev=0.7431;0;0.6691;
cdg=0.25;
sillage=1;
id=2;
21:
pos=0.0223;0;0.3584;

```

Fichier *\*.aile* codant le boomerang de type “équerre” pour le programme informatique.

# Annexe III: Obtention de polaires à l'aide du logiciel XPLR5

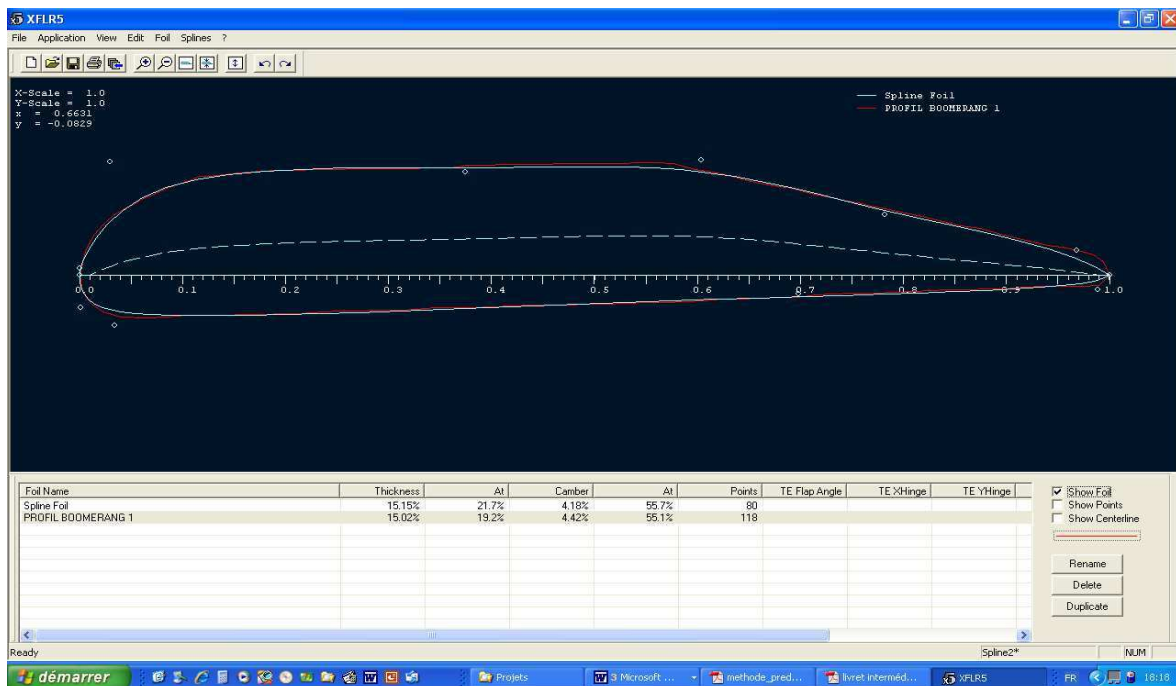


Figure 1 : Création d'un profil à l'aide de la fonction « Foil direct design » d'XFLR5

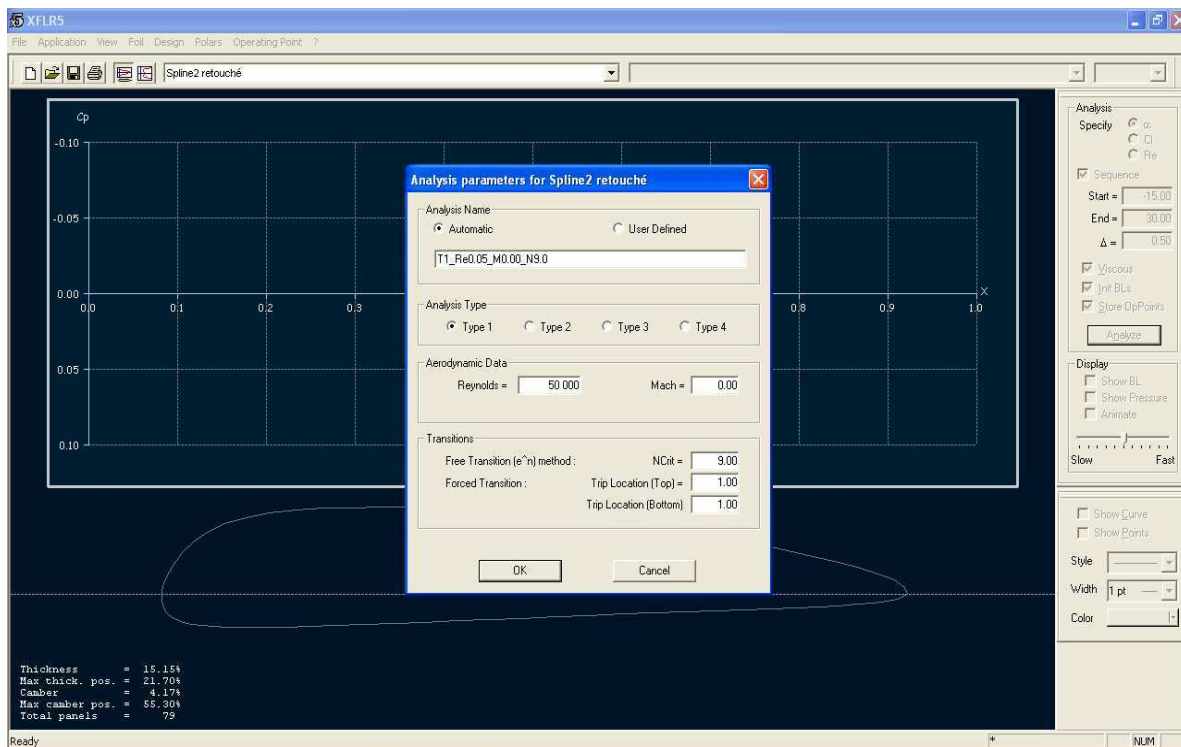


Figure 2 : Obtention de polaires avec la fonction « XFOIL direct analysis » (étape 1)

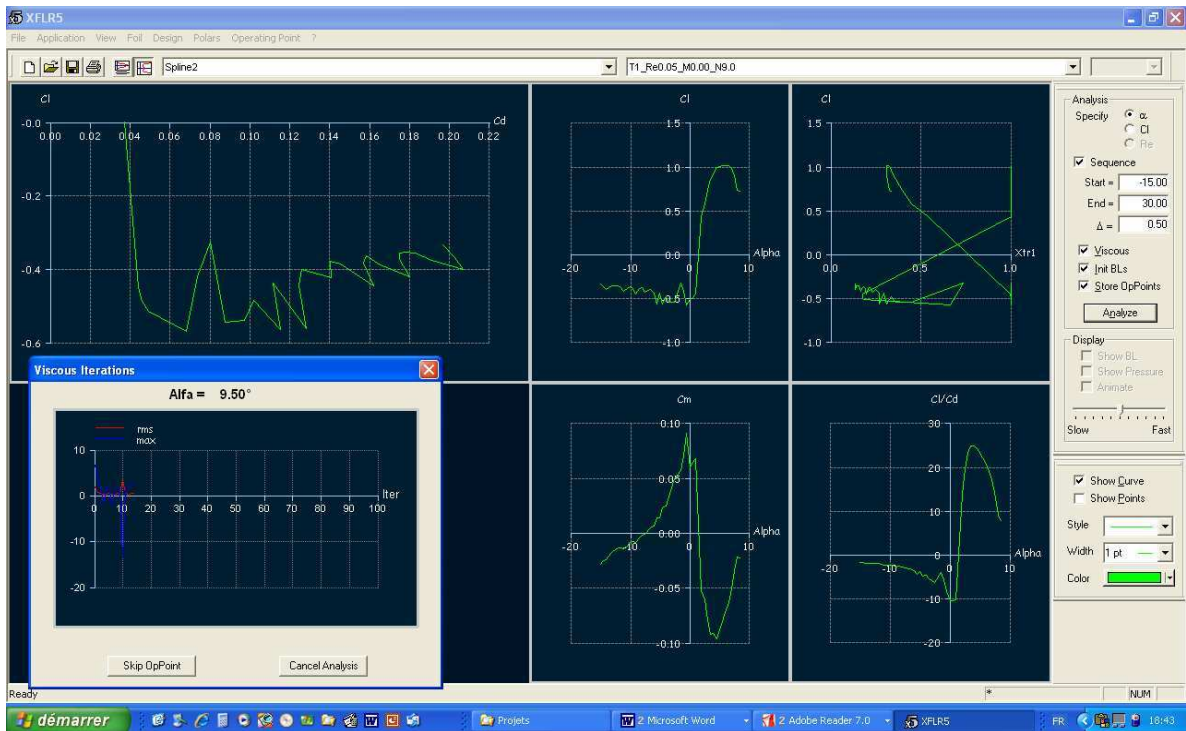


Figure 3 : Obtention de polaires avec la fonction « Xfoil direct analysis »(étape 2)

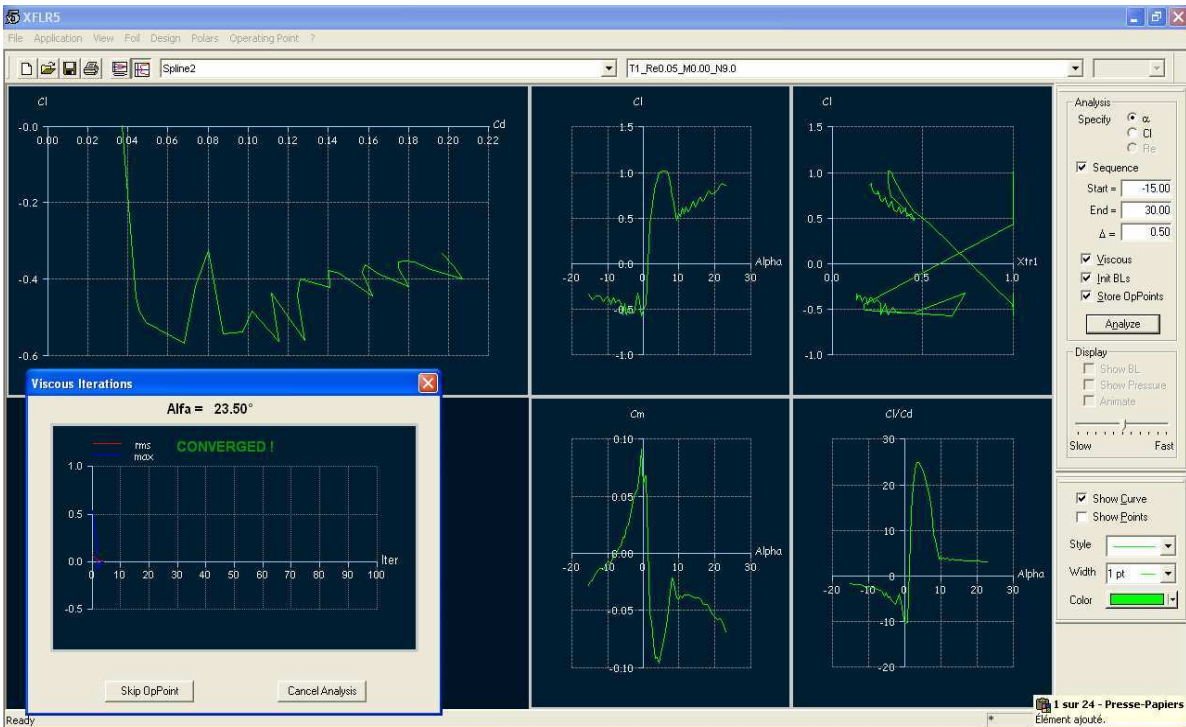


Figure 4 : Obtention de polaires avec la fonction « Xfoil direct analysis » (étape 3)

# Annexe IV : fabrication de la machine

## **Composants mécaniques de la machine (cf. figures 2 et 3)**

- 1- L'élastique permettant le mouvement de la catapulte. Il est linéaire, donc permet de régler facilement les conditions initiales.
  - 2- Système d'accrochage du boomerang. Celui-ci est pincé entre les deux lames en carbone du bras. Un ressort est monté pour écarter celles-ci. Lorsque l'on place le boomerang, on ferme le mécanisme par un crochet qui serre l'ensemble boomerang/lames. Lorsque le bras passe à la verticale, le crochet bute sur le bâti et libère le ressort qui ouvre alors les deux lames. Le boomerang est libre et peut entamer son vol.
  - 3- Bras de la catapulte constitué de deux lames de carbone. Matériau idéal pour ses caractéristiques mécaniques de haute résistance et son faible poids qui permet d'avoir un faible moment d'inertie. On se sert de l'élasticité de ce matériau pour pouvoir insérer le boomerang entre les deux lames.
  - 4- Élément rigidifiant le bâti de la catapulte. Les efforts étant appliqués au bout d'une barre en carbone assez fine, il était nécessaire de la renforcer pour minimiser la flèche.
  - 5- Liaison pivot de la catapulte, graissée pour réduire les frottements.
  - 6- Élastique linéaire de traction du chariot. Il est fixé en encastrement inamovible au niveau du chariot, et avec une liaison encastrement démontable (par pincement) au niveau de la rampe de lancement, pour permettre les réglages.
  - 7- Bâti du chariot en bois afin d'une part d'avoir un matériau solide et relativement léger et d'autre part pour fixer simplement le reste du mécanisme dessus.
  - 8- Mécanisme de déclenchement de la catapulte. La ficelle qui retient en position armée la catapulte est accrochée en position d'équilibre instable sur la bielle. Lorsque le chariot a atteint sa vitesse finale (l'élastique n'est plus en tension) la bielle bute sur une cale fixée sur le bord de la rampe de lancement, libérant ainsi le mécanisme.
  - 9- Partie fixe de la catapulte. La forme en équerre permet à l'élastique d'être au repos quand le bras est à la verticale (permettant ainsi des calculs simples de vitesse initiale).
  - 10- Rampe de lancement. Celle-ci est inclinable par de longues vis permettant de pencher tout le mécanisme et ainsi orienter le boomerang avec un angle initial par rapport à la verticale. Le chariot est alors soutenu et guidé par un câble.
- A- Crochet de fermeture des lames sur le boomerang. Il est monté sur pas de vis afin de pouvoir s'adapter à la taille du boomerang.

- B- Site du réglage de l'élastique. Bien que le taux de rotation soit défini par l'angle initial du bras de la catapulte, ce réglage permet de changer la longueur initiale ou l'élastique entier, si besoin est.
- C- Ressort de rappel permettant l'ouverture des deux lames quand le bras est à la verticale. L'allongement est réglable, pour d'une part s'adapter à la taille des boomerangs et d'autre part régler la vitesse d'ouverture.
- D- Butée permettant le déclenchement de la catapulte, elle est déplaçable le long de la rampe de lancement afin de pouvoir choisir le moment du lancer.

### **Images de la machine**

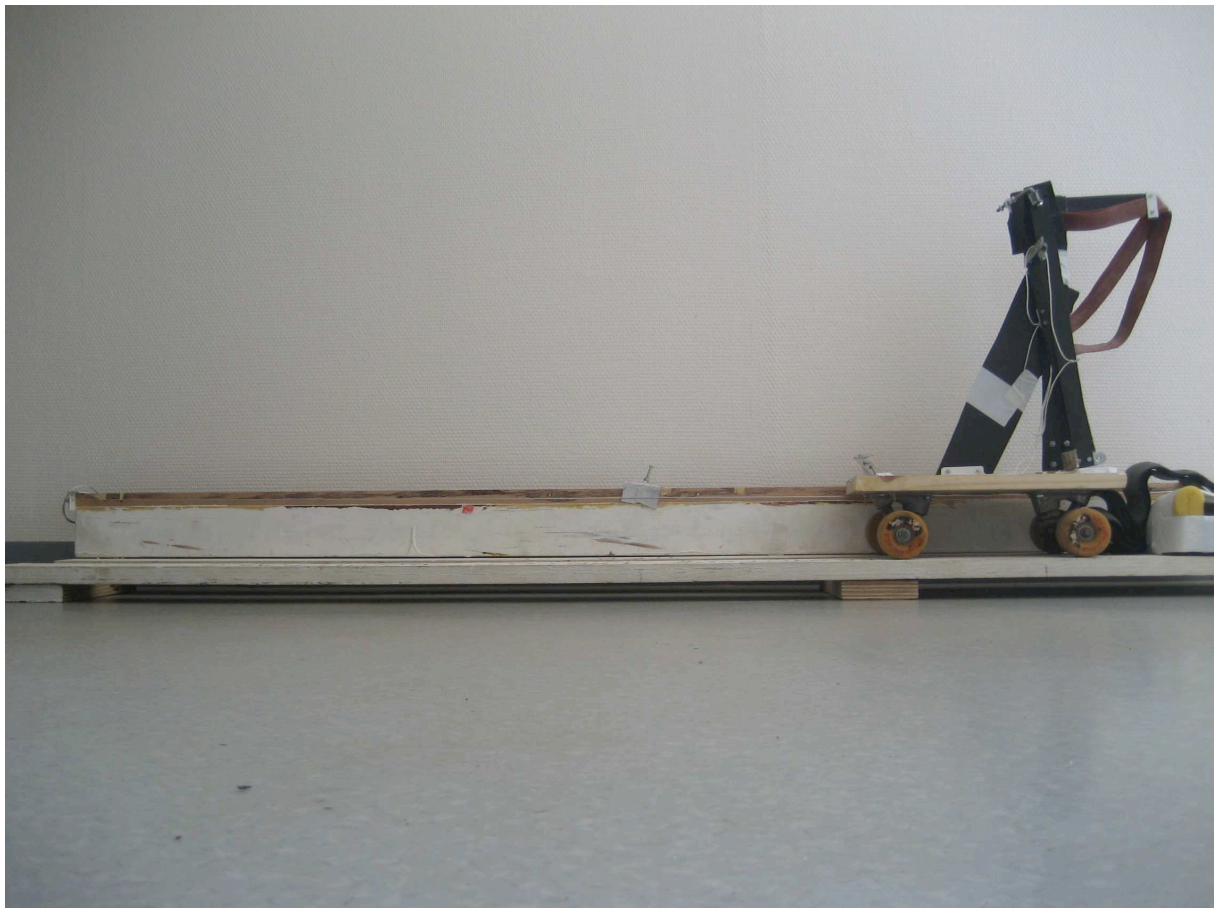


Figure 1 : vue de profil de l'ensemble



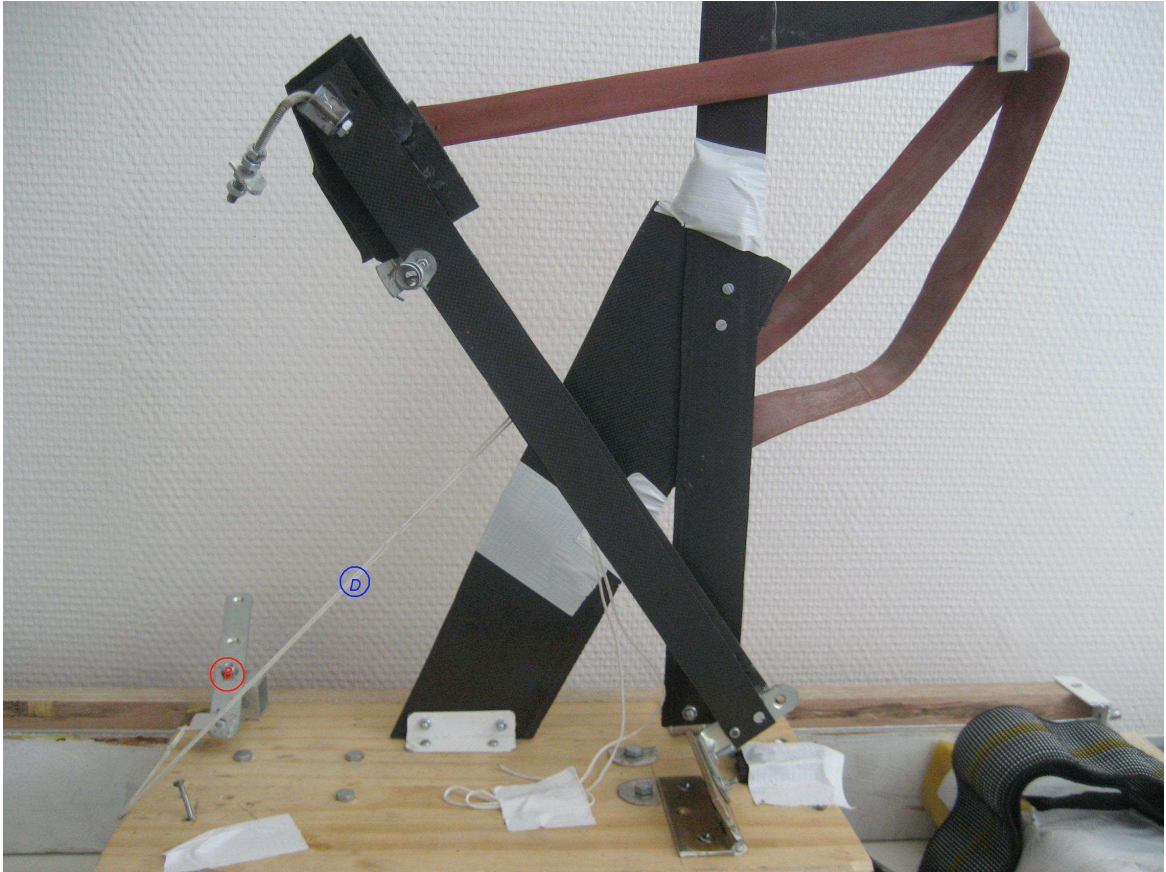


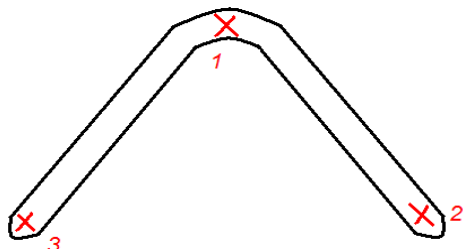
Figure 2: Chariot avec la catapulte armée



Figure 3 : chariot et catapulte avec légende

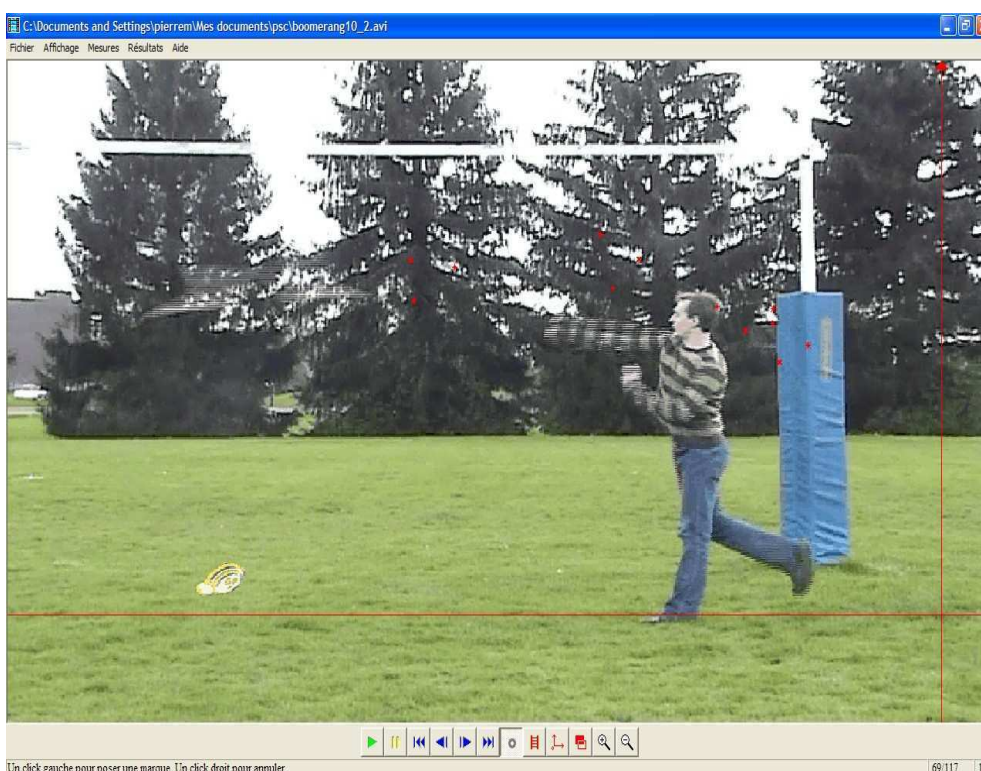
# Annexe V: Acquisition de données expérimentales avec le logiciel AviStep

Le boomerang est repéré sur les images grâce à 3 points :



La position de chaque point est repérée sur la vidéo, image par image.

Localisation du pointage



Un click gauche pour poser une marque. Un click droit pour annuler

69/117 13

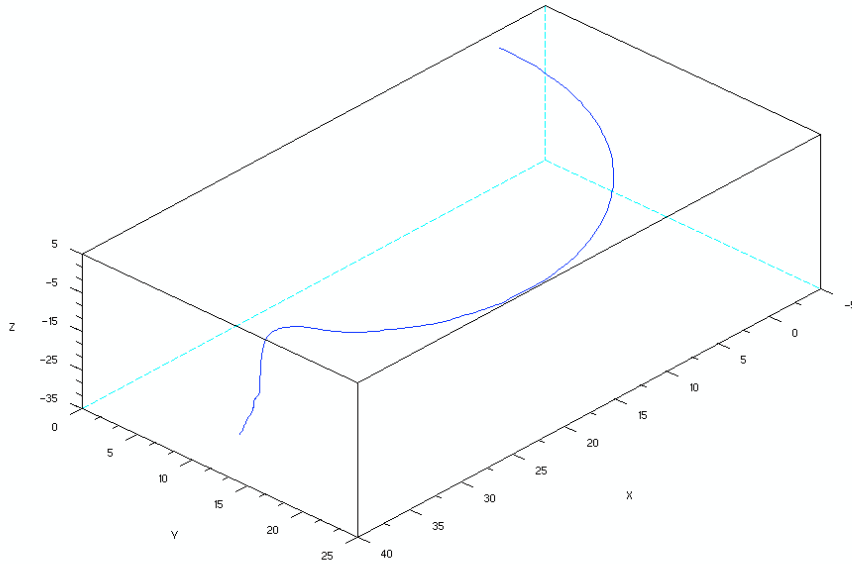
Le repère donné à l'image permet de recueillir un tableau de positions numériques, ainsi qu'un tableau de vitesses simplement calculées par différence de positions d'un même point, divisée par l'intervalle de temps entre deux images soit 1/25e de seconde.

	Numéro	Date (s)	x1 (m)	y1 (m)	x2 (m)	y2 (m)	x3 (m)	y3 (m)
▶	1	0	-0,74	1,373	-0,771	1,583	-0,609	1,464
	2	0,04	-0,895	1,545	-1,025	1,674	-0,768	1,663
	3	0,08	-1,381	1,933	-1,501	1,776	-1,557	2,067
	4	0,12	-2,424	1,927	-2,223	1,89	-2,41	1,707

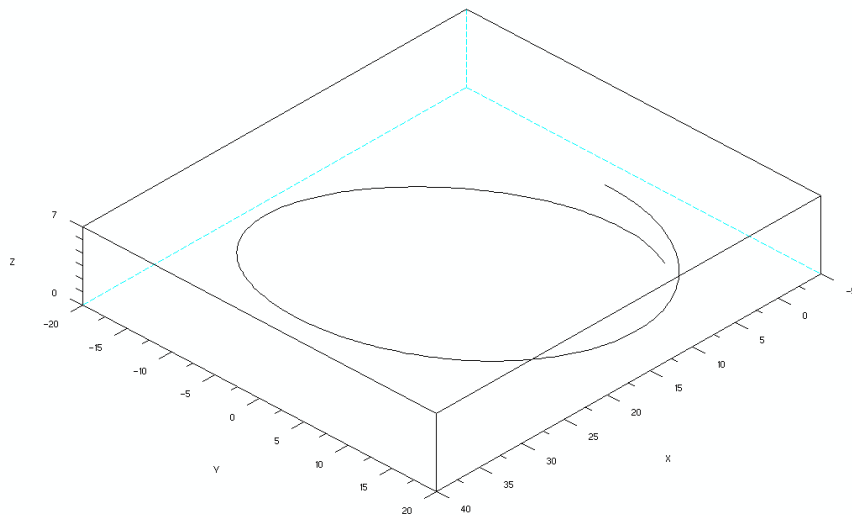
Positions pointées par le logiciel(cı-dessus) et calcul des vitesses (cı-dessous)

	Numéro	Date (s)	vx1 (m/s)	vy1 (m/s)	v1 (m/s)	vx2 (m/s)	vy2 (m/s)	v2 (m/s)	vx3 (m/s)	vy3 (m/s)	v3 (m/s)
▶	1	0	2,801	1,615	3,233	-3,289	2,557	4,166	3,919	2,422	4,607
	2	0,04	-8,296	6,998	10,854	-9,146	2,557	9,497	-11,845	7,537	14,04
	3	0,08	-19,393	4,778	19,973	-15,003	2,557	15,219	-20,52	0,538	20,527
	4	0,12	-30,49	-5,047	30,904	-20,859	2,557	21,015	-22,105	-18,572	28,872

## Annexe VI : influence des polaires



**Figure 1** : vol du boomerang “équerre” avec des conditions initiales classiques ( $20^\circ$  d’inclinaison par rapport à la verticale, 25 m/s en translation et 65 rad/s en rotation) mais avec une polaire inadaptée. Le sol n’a pas été pris en compte dans la simulation. Le boomerang tombe de manière abrupte au bout de quelques secondes.



**Figure 2** : vol du même boomerang avec mêmes conditions initiales mais avec une polaire de profil plus réaliste. Le boomerang revient vers l’envoyeur sans toucher le sol.

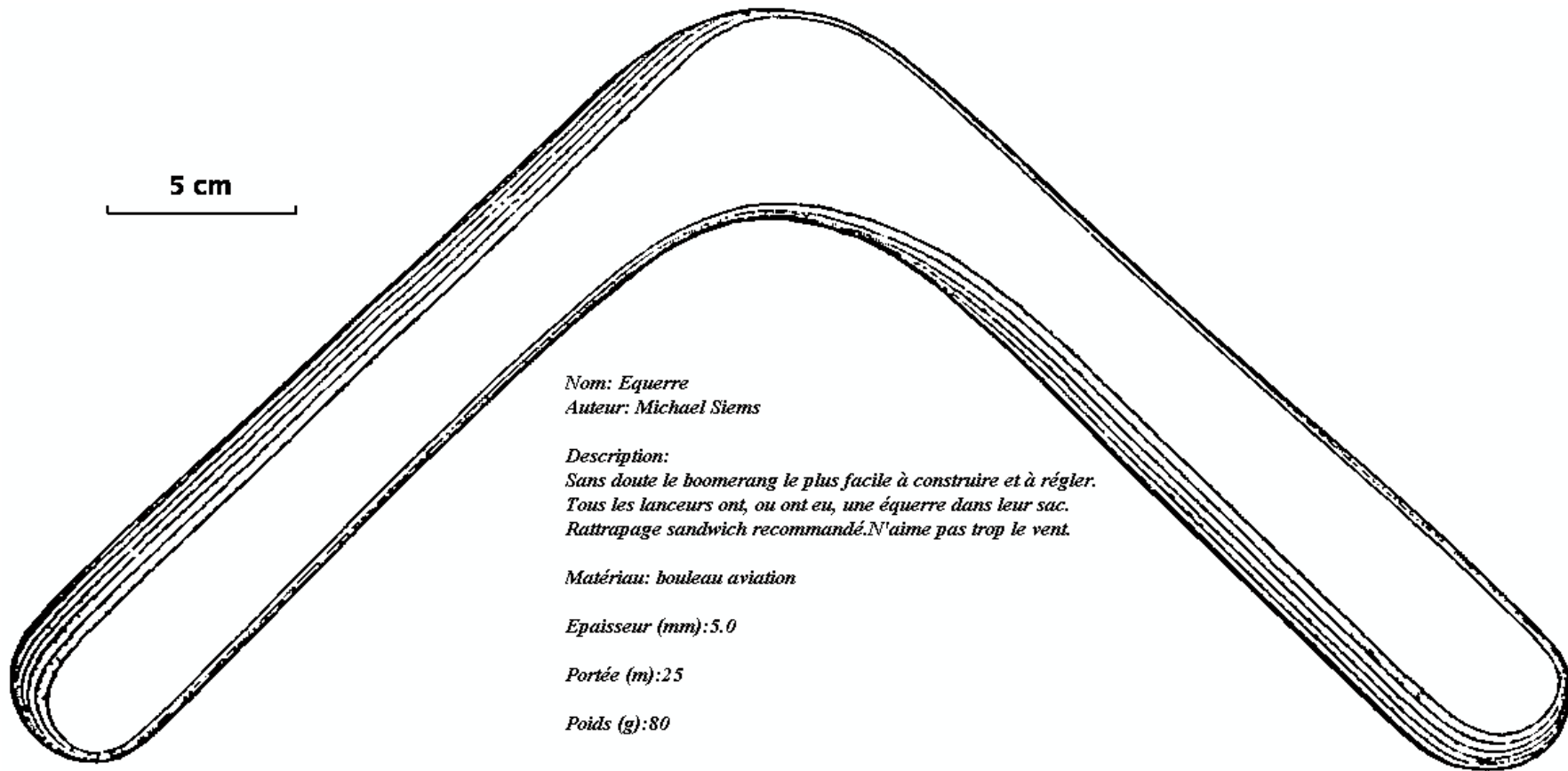


Figure 1 :Plan de l'équerre à partir duquel les boomerangs ont été usinés et qui a servi à l'acquisition pour le programme informatique

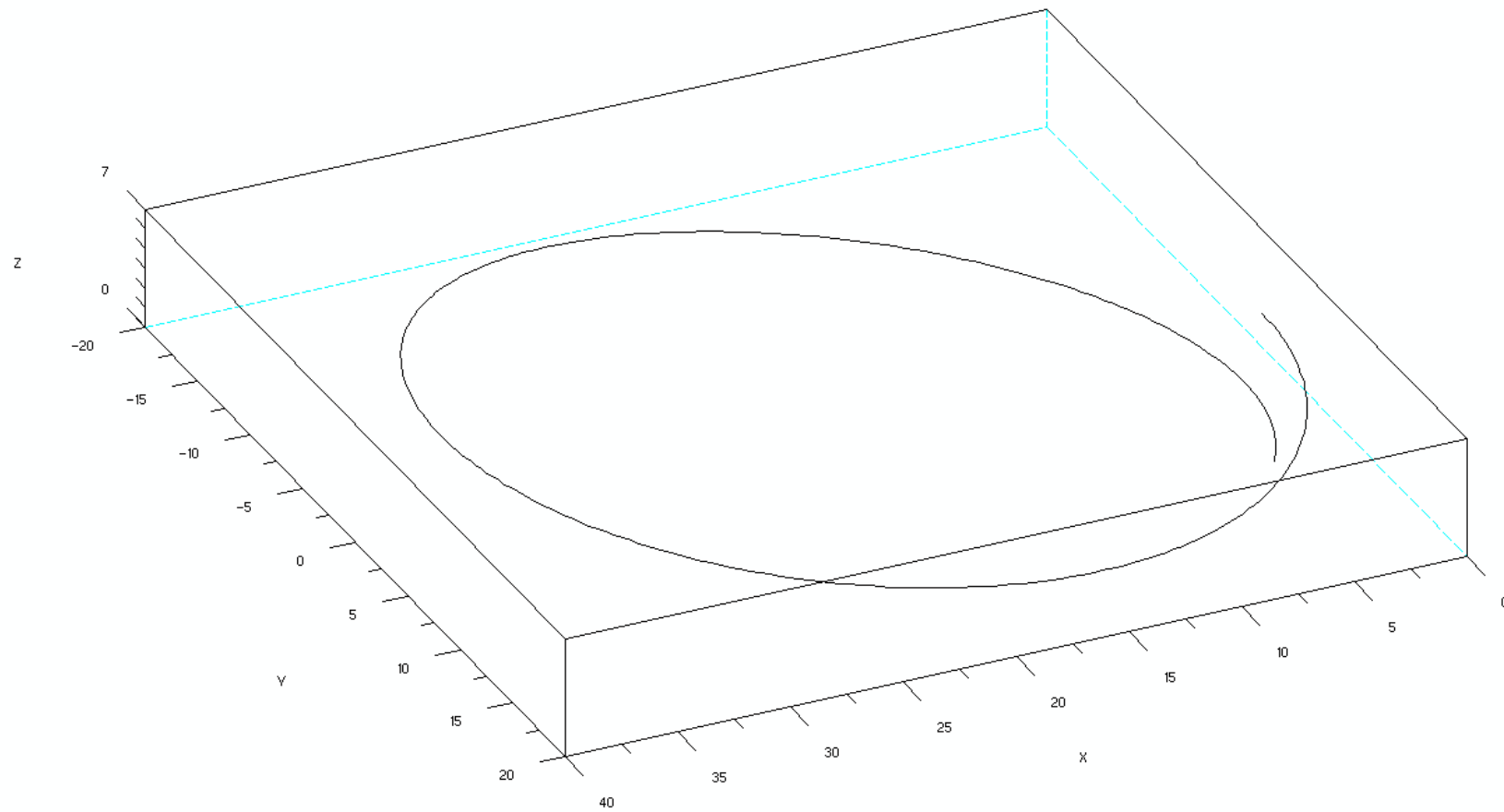
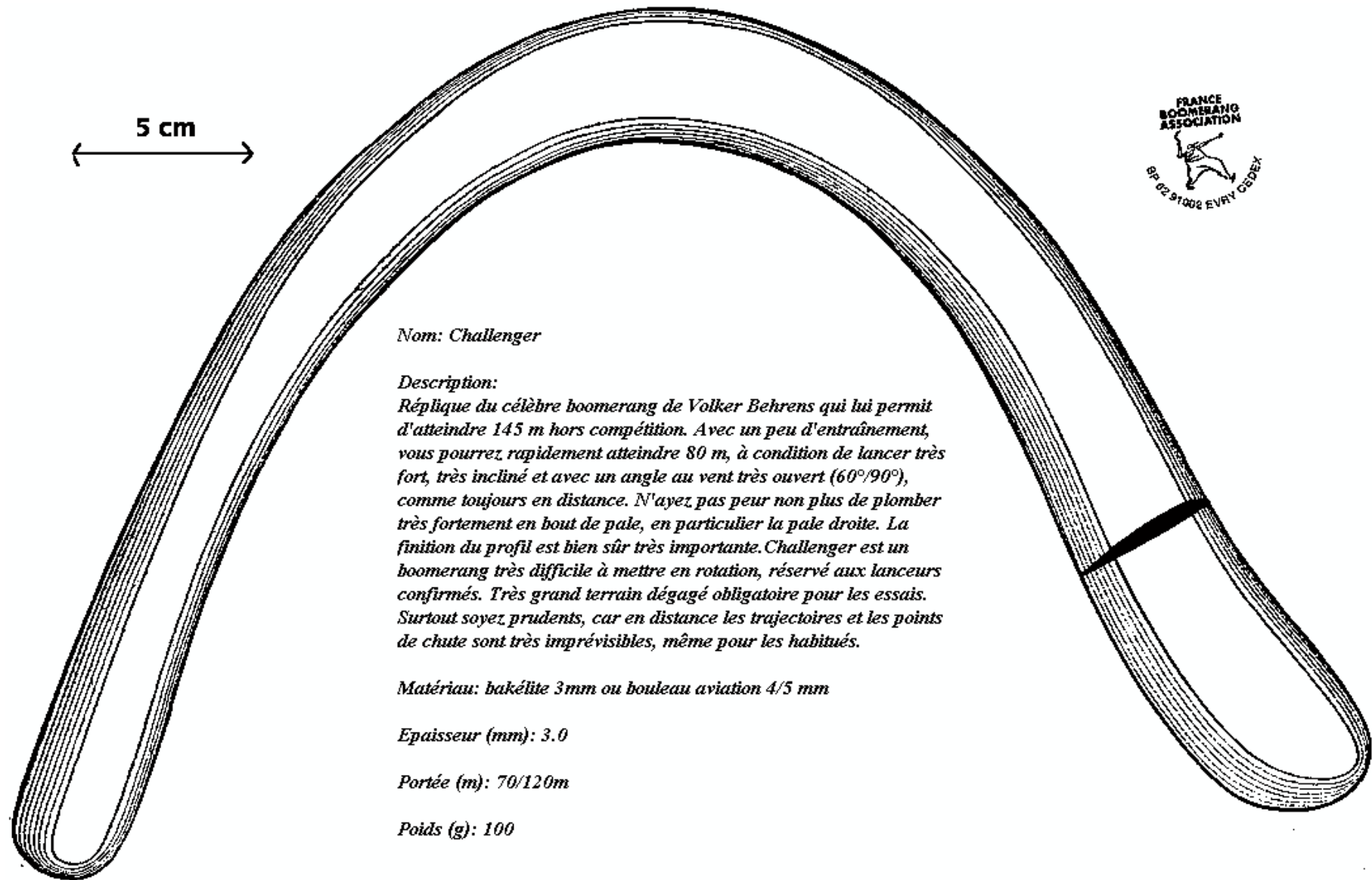


Figure 2 : Vol typique d'un boomerang "équerre" avec les paramètres suivants :  $20^\circ$  d'inclinaison par rapport à la verticale, parallèle à l'horizontale, 25 m/s en translation et 65 rad/s en rotation



Figure 3 : comparaison du vol obtenu par la simulation (à droite) et du vol réel (à gauche) d'une "équerre".



*Nom: Challenger*

*Description:*

*Réplique du célèbre boomerang de Volker Behrens qui lui permit d'atteindre 145 m hors compétition. Avec un peu d'entraînement, vous pourrez rapidement atteindre 80 m, à condition de lancer très fort, très incliné et avec un angle au vent très ouvert (60°/90°), comme toujours en distance. N'ayez pas peur non plus de plomber très fortement en bout de pale, en particulier la pale droite. La finition du profil est bien sûr très importante. Challenger est un boomerang très difficile à mettre en rotation, réservé aux lanceurs confirmés. Très grand terrain dégagé obligatoire pour les essais. Surtout soyez prudents, car en distance les trajectoires et les points de chute sont très imprévisibles, même pour les habitués.*

*Matériau: bakélite 3mm ou bouleau aviation 4/5 mm*

*Epaisseur (mm): 3.0*

*Portée (m): 70/120m*

*Poids (g): 100*

Figure 4 : Plan du boomerang "Challenger"



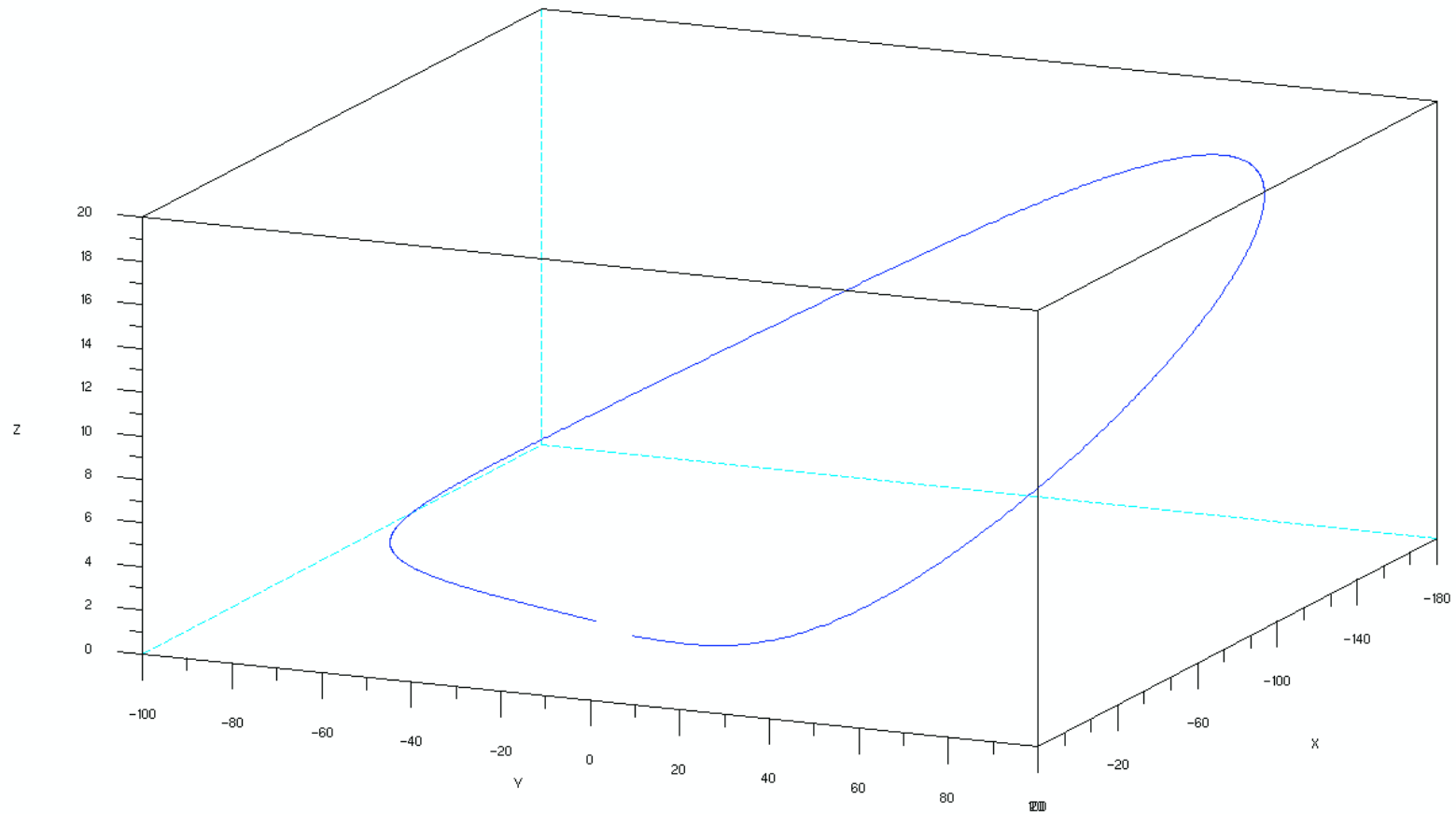


Figure 5 : Trajectoire du boomerang “Challenger” avec des paramètres initiaux adaptés :  $40^\circ$  d’inclinaison par rapport à la verticale, 38m/s de vitesse initiale et 60 rad/s pour le taux de rotation

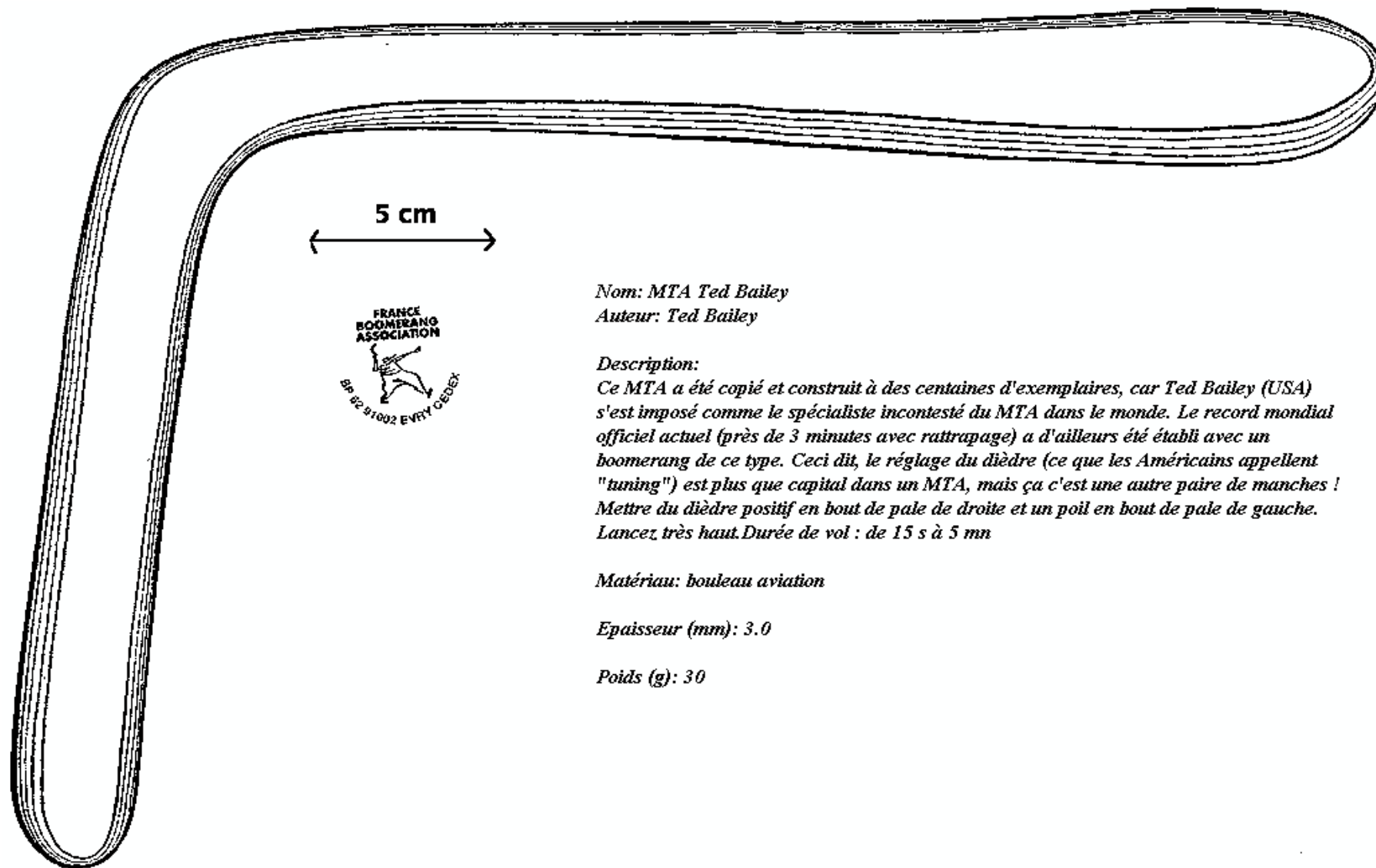


Figure 6 : Plan d'un boomerang de type "MTA" (Maximum time aloft)

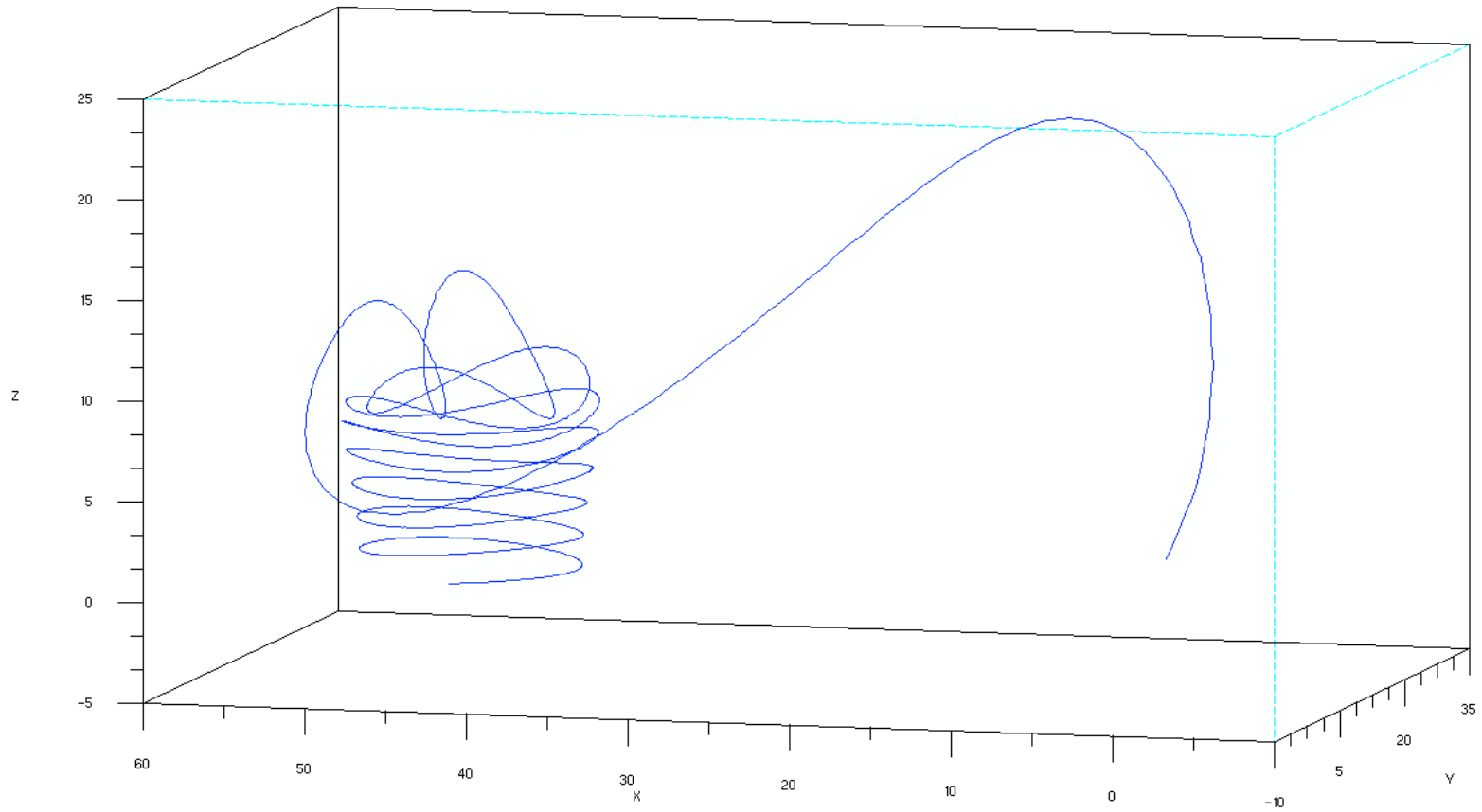


Figure 7 : Trajectoire du boomerang "MTA" avec des conditions de lancer adaptées pour un long temps de vol : angle par rapport à la verticale de  $30^\circ$ , angle par rapport à l'horizontale de  $45^\circ$ , vitesse initiale de 30 m/s et taux de rotation initial de 75 rad/s.

## Annexe VIII : Influence du sillage

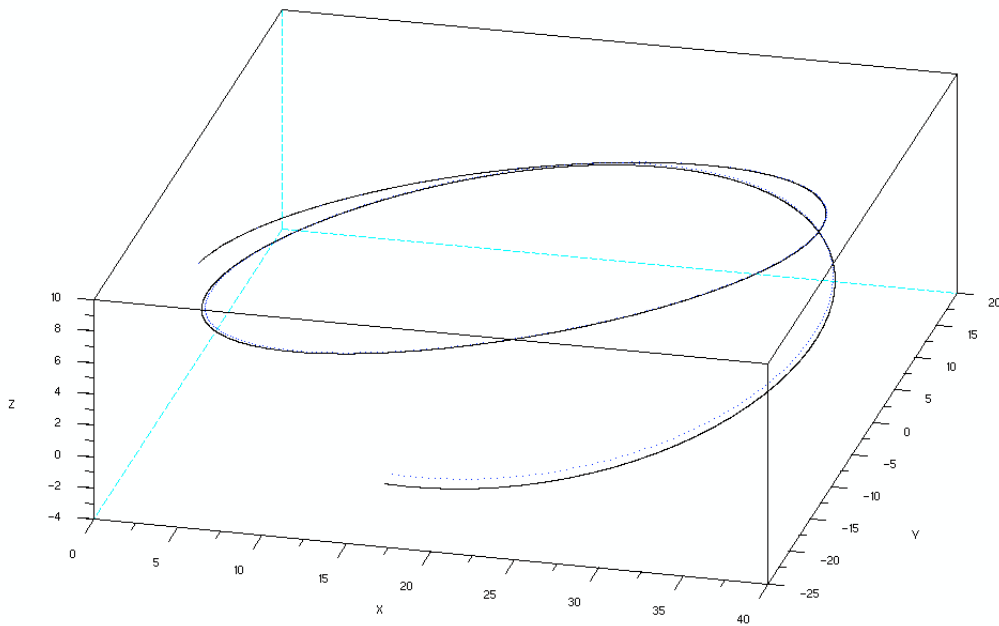


Figure 1 : vol classique d'une équerre sur 10 secondes (le sol n'a pas été pris en compte). La trajectoire calculée sans influence du sillage est en pointillés bleu alors que celle prenant en compte le sillage est en trait continu noir.

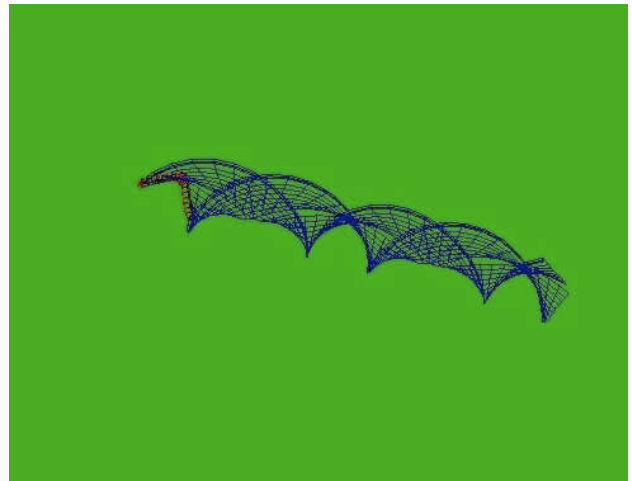
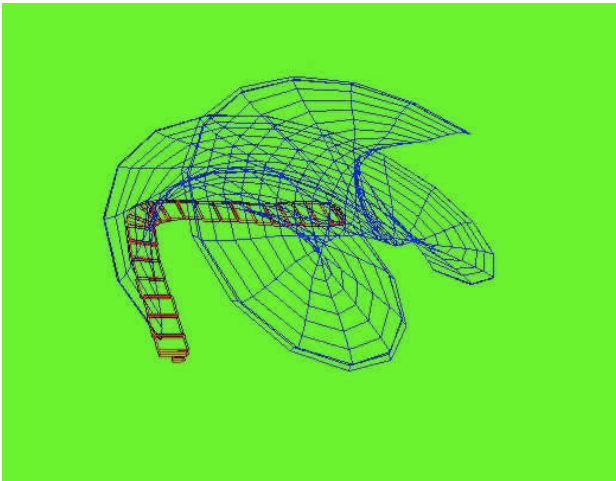


Figure 2 : A droite, une équerre qui interagit visiblement peu avec son sillage. A gauche, le boomerang "MTA" à un moment de sa trajectoire où les pales traversent le sillage.