

Situation Problème

L'Echiquier

Les Origines de l'Echiquier

Il tourne autour des origines du jeu d'échecs un brouillard historique. Pour certains auteurs, c'est le plus ancien jeu intellectuel, ils placent l'origine des échecs au temps d'Adam et Eve qui les pratiquaient pour se consoler du meurtre d'Abel. Des hypothèses affirment aussi qu'il existait des traces aux Indes 2000ans avant Jésus-Christ. Une autre origine serait reliée à la Chine : "500ans avJC, le Bouddha prêchait contre la pratique du jeu d'échecs le dimanche". Enfin, certains n'hésitent pas à placer les origines du jeu d'échecs environ 1200 ans avJC en Grèce : ce serait Palamède qui l'aurait inventé pour donner un loisir à ses soldats pendant la guerre de Troie...

Ces légendes alimentent la magnificence du jeu d'échecs !



La Légende de Sissa

Les historiens sont parvenus à un semblant de consensus. Selon eux, les échecs seraient nés aux environs du Ve siècle de notre ère, au nord de l'Inde. En fait, ce n'était pas à proprement parlé du jeu d'échecs tel que nous le connaissons aujourd'hui mais du Chaturanga (ce qui signifie "4 rois"). Ce jeu d'armée se jouait à 2 ou à 4 adversaires et l'objectif du combat était de détruire l'armée adverse ou de capturer son roi. Il est d'ailleurs à noter que le hasard pouvait intervenir tout au long des parties suivant que l'on introduise ou non les dés dans les règles du jeu. L'écrivain arabe Asaphad rapporte que le philosophe Sissa, fils de Daher, imagina le jeu d'échecs, où le roi, quoique la pièce la plus importante, ne peut faire un pas sans le secours de ses sujets, afin de rappeler au monarque indien Scheran les principes de justice et d'équité avec lesquels il devait gouverner. Il aurait ainsi réussi à distraire le roi neurasthénique. Scheran, voulant le remercier, lui demanda de choisir lui-même une récompense.

Alors Sissa aurait ainsi répondu :

" Il me faudrait un peu de blé. "

"C'est parfait Sissa, mais combien en veux-tu donc ? " s'enquit de rajouter le souverain.

Voilà aurait dit Sissa :

" il ne vous suffit que de placer un grain de blé sur la première case de l'échiquier, puis deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la 64ème en doublant à chaque fois le nombre de grains. C'est assez simple et le total des grains de blé est la quantité que je désire..."

Le roi fut surpris et amusé par une demande aussi modeste :

"Je fais une bonne affaire ! Vous serez récompensé ! "

A ton avis, le roi a-t-il pu récompenser Sissa ?

Une activité en classe

Acte 1

a. Observe puis complète le tableau ci-dessous.

Case n°	1	2	3	4	5
Nombre de grains de blé	1	2	4	8
Calcul effectué

b. Complète le tableau ci-dessous.

Case n°	10	11	n	64
Nombre de grains de blé
Calcul effectué

Acte 2

a. Observe les calculs suivants.

$$1 + 2 = 2 + 1 = 2 + (2-1) = 2 + 2 - 1 = 2 \times 2 - 1$$

$$1 + 2 + 4 = 4 + 2 + 1 = 4 + 2 \times 2 - 1 = 4 + 4 - 1 = 2 \times 4 - 1$$

$$1 + 2 + 4 + 8 = 8 + 4 + 2 + 1 = 8 + 2 \times 4 - 1 = 8 + 8 - 1 = 2 \times 8 - 1$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 16 + 2 \times 8 - 1 = 2 \times 16 - 1$$

b. La somme suivante représente le nombre de grains de blé contenus dans les 10 premières cases. Evalue cette somme.

c. Quelles sont les égalités correctes ?

La somme des 10 premières cases est: $2^9 - 1$	$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{63} - 1$
La somme des 10 premières cases est: $2^{10} - 1$	$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{64} - 1$
La somme des 10 premières cases est: $2^{11} - 1$	$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{65} - 1$

Acte 3 : Réponds aux questions suivantes.

Combien de grains de blé devrait-il y avoir sur la 64ème case ?

<input type="checkbox"/>	9 223 372 037 000 000 000
<input type="checkbox"/>	9 223 372 036 854 775 808
<input type="checkbox"/>	18 446 744 073 709 551 616

Combien de grains de blé devrait-il y avoir sur l'échiquier ?

<input type="checkbox"/>	18 446 744 070 000 000 000
<input type="checkbox"/>	18 446 744 073 709 551 616
<input type="checkbox"/>	18 446 744 073 709 551 615

De nos jours, la production mondiale annuelle de blé est ...

<input type="checkbox"/>	supérieure à 1 milliard de tonnes
<input type="checkbox"/>	voisine de 250 millions de tonnes
<input type="checkbox"/>	proche de 450 000 tonnes

Cent grains de blé ont une masse approximative de 5 grammes. Quelle est la masse approximative de 19 000 000 000 000 000 000 ou $1,9 \times 10^{19}$ grains de blé ?

<input type="checkbox"/>	Un million de tonnes
<input type="checkbox"/>	Trois cent mille sept cent deux kilogrammes
<input type="checkbox"/>	Deux mille milliards de tonnes

SOLUTION...

Acte 2

c. Quelles sont les égalités correctes ?

	La somme des 10 premières cases est: $2^9 - 1$		$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{63} - 1$
x	La somme des 10 premières cases est: $2^{10} - 1$	x	$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{64} - 1$
	La somme des 10 premières cases est: $2^{11} - 1$		$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61} + 2^{62} + 2^{63} = 2^{65} - 1$

Acte 3 : Réponds aux questions suivantes.

Combien de grains de blé devrait-il y avoir sur la 64ème case ?

	9 223 372 037 000 000 000
x	9 223 372 036 854 775 808
	18 446 744 073 709 551 616

Combien de grains de blé devrait-il y avoir sur l'échiquier ?

	18 446 744 070 000 000 000
	18 446 744 073 709 551 616
x	18 446 744 073 709 551 615

soit un tas de blé recouvrant la France entière sur une hauteur d'un mètre !

Un entrepôt ayant quatre mètres de hauteur et 10 mètres de largeur devrait avoir une longueur d'environ 300 millions de kilomètres.

De nos jours, la production mondiale annuelle de blé est ...

	supérieure à 1 milliard de tonnes
x	voisine de 250 millions de tonnes
	proche de 450 000 tonnes

il aurait fallu la production de blé d'environ 2000 ans, si on considère une production de deux millions de boisseaux par an

Cent grains de blé ont une masse approximative de 5 grammes. Quelle est la masse approximative de 19 000 000 000 000 000 000 grains de blé ?

	Un million de tonnes
	Trois cent mille sept cent deux kilogrammes
x	Deux mille milliards de tonnes

Une activité en classe au tableur

Objectifs

Traiter un type de problème peu fréquenté en collège sur **les Puissances**

Description

Séquence sur 1h en salle multimédia de préférence

Travail par binôme qui nécessite Excel ou tout programme de type Tableur pour permettre l'illustration dynamique de la situation et faciliter la démarche de conjecture.

Le problème est distribué à chaque binôme. Les élèves sont prévenus que la fiche sera rendue en fin d'heure et que le déroulement de la séquence devra y apparaître.

Si un binôme a une piste et qu'il bute sur une difficulté, il demande à l'enseignant une aide ponctuelle.

On pourra proposer un fichier Excel à compléter avec un guide par étapes (***echiquier excel JeuSetetMaths.xls***) pour trouver à l'aide de formules le nombre de grains.

En fin d'heure les fiches sont ramassées et analysées. Deux ou trois binômes exposeront leur démarche le cours suivant. Les autres valident ou contestent les choix. On fera ensemble le choix de la méthode la plus convaincante.

NB : Activité testée sur une classe.