

CHAPITRE 4

APPROCHE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT ELASTIQUE DU MATERIAU BOIS

Les dispositions normalisées, notamment françaises (NF.B.51-003 et figure n°4.1), visant à la caractérisation des propriétés mécaniques des bois ne prévoient pas la détermination de la matrice des complaisances élastiques du matériau bois. On se propose d'examiner ici quelques approches, ayant été pratiquées par différents laboratoires, en mettant l'accent sur certains choix méthodologiques, desquels découlent des compromis technologiques ayant des conséquences sur les résultats attendus.

On se limite dans ce chapitre à l'examen d'essais quasi statiques, pour lesquels les vitesses de mise sous contraintes sont supposées suffisamment lentes pour ne pas induire des effets d'inertie ou de comportement différé, lesquels seront envisagés dans la suite (chapitre 7).

L'ingénieur trouvera les principes de certains protocoles expérimentaux accompagnés de commentaires comparatifs, ainsi que des résultats chiffrés donnant les valeurs des complaisances élastiques obtenues notamment pour certaines essences de bois métropolitains.

Les approches expérimentales, dites dynamiques, basées sur les méthodes d'analyse de la propagation d'ondes, ou de vibrations libres ou forcées, seront traitées au chapitre 6. Il est en effet nécessaire, pour interpréter de tels essais, de disposer de l'outil d'analyse que constitue la théorie de l'élasticité des milieux continus élastiques anisotropes, dont la formulation sera présentée au chapitre 5.

4.1. DETERMINATION EXPERIMENTALE DES COMPLAISANCES ELASTIQUES.

L'approche expérimentale du comportement élastique des matériaux anisotropes en général, et du matériau bois en particulier, implique, comme cela a été précisé au chapitre 3, la détermination d'un nombre important de constantes élastiques. Une conséquence immédiate est la mise en place de différents systèmes de chargement (par exemple: traction, compression, cisaillement, flexion...) appliqués à plusieurs échantillons d'orientations privilégiées par rapport au repère matériel.

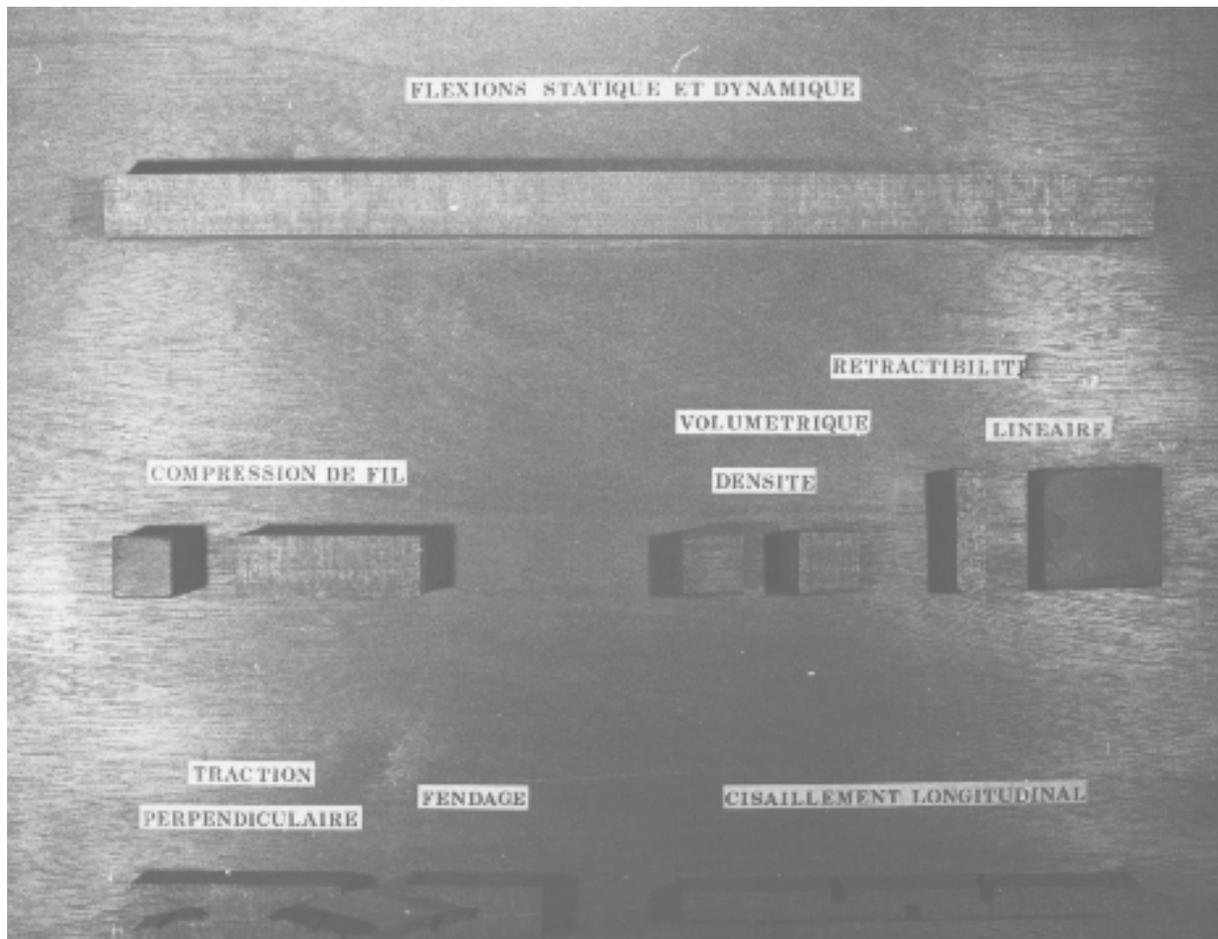


Figure n° 4.1 : Illustration du jeu d'éprouvettes utilisées pour les essais de qualifications normalisées du matériau bois, selon NF.B.51-003.

Quelle que soit la méthode adoptée, l'ensemble des estimations obtenues pour les complaisances élastiques doit être cohérent, compte tenu des incertitudes expérimentales résultant de la diversité des essais réalisés et de la disparité des échantillons prélevés sur un même bloc de matière.

Pour assurer la cohérence optimale des résultats, il est conseillé de tirer le maximum d'informations d'un essai donné et de limiter au mieux le nombre d'échantillons nécessaires.

Les principales étapes de la démarche expérimentale sont :

- définition du principe de la méthode et du protocole expérimental ;
- prélèvement des échantillons, taille et usinage des éprouvettes ;
- enregistrement des charges imposées ;
- détermination extensométrique des déformations résultantes ;
- dépouillement et interprétation des grandeurs déduites, en terme de complaisances élastiques.

En guise d'illustration, deux méthodes vont être particularisées. L'une consistant à n'utiliser qu'un seul essai (traction ou compression) et à l'appliquer à une famille d'éprouvettes judicieusement taillées par rapport aux axes de symétries matérielles ; la seconde ne met en œuvre qu'un seul échantillon cubique, auquel est imposé deux familles d'essais (compression et cisaillement)

4.1.1. Essai uniaxial, Méthodes des six éprouvettes

La méthode des six éprouvettes repose sur le principe suivant:

L'essai choisi (traction ou compression) vise à imposer à une éprouvette prismatique un état de contrainte uniaxial uniforme et, par des mesures des déformations résultantes, à évaluer les complaisances élastiques exprimées dans le référentiel lié à l'éprouvette.

Des éprouvettes sont taillées suivant des directions privilégiées de telle sorte que l'ensemble des termes de la matrice des complaisances puisse être déduit, connaissant l'orientation de chaque éprouvette par rapport au repère de symétrie et en utilisant les formules de changement de base (§ 3.2 et § 3.3, tableau 3.3).

La pratique est d'utiliser six éprouvettes, comme schématisé sur la figure n° 4.1, d'où le nom de la méthode :

- trois éprouvettes sont taillées avec leur grand axe respectivement parallèle aux trois axes matériels \vec{R} , \vec{T} et \vec{L} ,
- trois éprouvettes dites "hors axes", sont taillées avec leur grand axe parallèle à chacune des bissectrices des angles (\vec{R}, \vec{T}) , (\vec{T}, \vec{L}) et (\vec{L}, \vec{R})

Tableau n°4.1: Méthode des six éprouvettes.

Eprouvette	A	B	C	D	E	F
grand axe \vec{e}_1^0	\vec{R}	\vec{T}	\vec{L}	$\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{R} + \vec{T})$	$\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{T} + \vec{L})$	$\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{L} + \vec{R})$
petit axe \vec{e}_2^0	\vec{T}	\vec{L}	\vec{R}	$\frac{\sqrt{2}}{2}(-\vec{R} + \vec{T})$	$\frac{\sqrt{2}}{2}(-\vec{T} + \vec{L})$	$\frac{\sqrt{2}}{2}(-\vec{L} + \vec{R})$
petit axe \vec{e}_3^0	\vec{L}	\vec{R}	\vec{T}	\vec{L}	\vec{R}	\vec{T}
S_{11}°	S_{11}	S_{22}	S_{33}	$S_{66} = \frac{1}{G_{RT}} =$	$S_{44} = \frac{1}{G_{TL}} =$	$S_{55} = \frac{1}{G_{LR}} =$
S_{21}°	S_{21}	S_{32}	S_{13}	$\frac{1}{2}(S_{11}^\circ - S_{12}^\circ)$	$\frac{1}{2}(S_{11}^\circ - S_{12}^\circ)$	$\frac{1}{2}(S_{11}^\circ - S_{12}^\circ)$
S_{31}°	S_{31}	S_{12}	S_{23}			
S_{51}°	S_{51}	S_{62}	S_{43}			
S_{61}°	S_{61}	S_{42}	S_{53}			

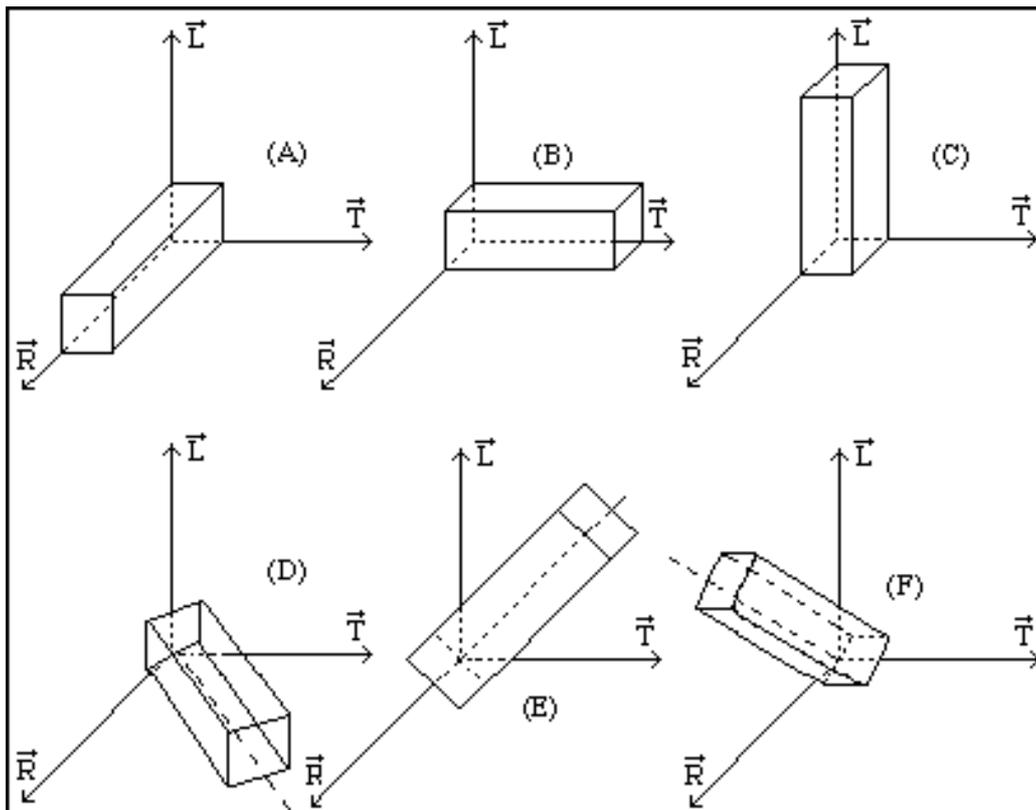


Figure n° 4.2 Méthodes des six éprouvettes, trois dans les axes, trois hors axes.

4.1.1.1. Principe de l'essai uniaxial

Examinons les moyens nécessaires et l'ensemble des possibilités qu'offre théoriquement un essai uniaxial, pratiqué sur un échantillon prismatique.

Considérons un prisme droit de section rectangulaire dont la géométrie est définie dans le repère de structure $(\vec{e}_1^0, \vec{e}_2^0, \vec{e}_3^0)$ (figure n°4.3).

Supposons cet échantillon soumis à un état de contrainte uniforme, caractérisé par la seule composante non nulle du tenseur des contraintes σ_1^0 .

Un moyen extensométrique adapté permet de déterminer l'état de déformation plan des faces $(\vec{e}_1^0, \vec{e}_2^0)$ et $(\vec{e}_1^0, \vec{e}_3^0)$, et de connaître les composantes de déformations suivantes : $\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \varepsilon_3^0, \gamma_5^0, \gamma_6^0$. L'ensemble des composantes envisagées sont effectivement mesurables par simple application d'une méthode de rosettes sur les faces latérales. Les faces d'extrémité normales à l'axe de sollicitation sont, par contre, généralement non accessibles.

Dans ces conditions, ce seul essai permet d'évaluer, dans le repère lié à l'éprouvette, les composantes suivantes:

- une complaisance longitudinale : $S_{11}^0 = \frac{\varepsilon_1^0}{\sigma_1^0}$
- deux complaisances transverses : $S_{21}^0 = \frac{\varepsilon_2^0}{\sigma_1^0}$; $S_{31}^0 = \frac{\varepsilon_3^0}{\sigma_1^0}$
- deux complaisances de couplage : $S_{51}^0 = \frac{\gamma_5^0}{\sigma_1^0}$; $S_{61}^0 = \frac{\gamma_6^0}{\sigma_1^0}$

Pour être complet sur le plan théorique, comme sur le plan expérimental, il conviendrait de disposer d'un moyen extensométrique permettant de déterminer γ_4^0 , la déformation angulaire de $(\vec{e}_2^0, \vec{e}_3^0)$ résultant de σ_1^0 , et en conséquence

d'accéder à $S_{41}^0 = \frac{\gamma_4^0}{\sigma_1^0}$

4.1.1.2. Choix de l'orientation des éprouvettes

Les mesures de complaisances ci-dessus sont interprétées en vue de déterminer la matrice des complaisances (3.3). Il convient pour cela de définir le schéma de découpe des éprouvettes $(\vec{e}_1^0, \vec{e}_2^0, \vec{e}_3^0)$ par rapport au référentiel $(\vec{R}, \vec{T}, \vec{L})$.

Soit, à titre d'exemple, le cas représenté sur le figure n°4.3 illustrant une éprouvette dont le grand axe \vec{e}_1^0 fait un angle η par rapport à la direction \vec{T} et le petit axe \vec{e}_3^0 est colinéaire à la direction radiale \vec{R} .

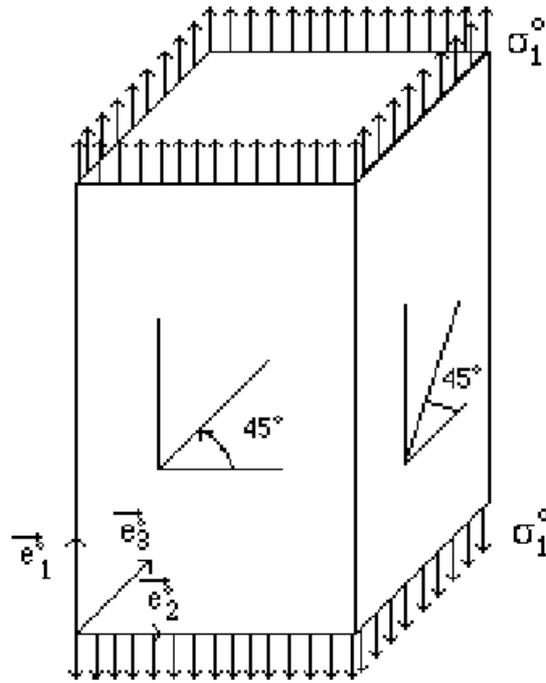


Figure n°4. 3: Sollicitation uniaxe d'une éprouvette.
Illustration des directions extensométriques sur les face.

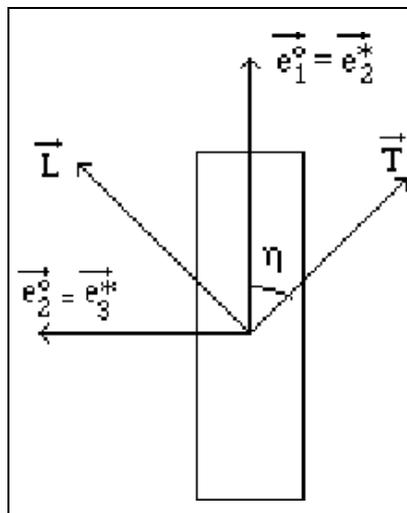


Figure n°4.4: Epreuve "hors axes",
dont le repère se déduit du repère de symétrie matérielle
par une rotation d'angle η autour de l'axe radial

Pour utiliser les formules de changement de base du paragraphe § 3.1.2., il convient, dans un premier temps, de noter que le repère d'éprouvette $(\vec{e}_1^0, \vec{e}_2^0, \vec{e}_3^0)$ est lié au repère $(\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ du paragraphe §3.4.1. par une permutation circulaire sur les indices. $(\vec{e}_3^0, \vec{e}_1^0, \vec{e}_2^0) \rightarrow (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$.

Dans ces conditions, le tableau 3.3 est directement utilisable et les complaisances obtenues ci-dessus § 4.1.1.1. par l'essai uniaxial s'interprètent comme indiqué par les relations (4.1), dont le dernier terme S_{51}^0 doit être nul, car la rotation d'angle η laisse $(\vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$, (ou $(\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*)$), plan de symétrie matérielle.

$$\begin{aligned}
 S_{11}^0 &= S_{22}^\eta = S_{22} \cos^4 \eta + (S_{23} + S_{32} + S_{44}) \cos^2 \eta \sin^2 \eta + S_{33} \sin^4 \eta \\
 S_{21}^0 &= S_{32}^\eta = S_{23} \cos^4 \eta + (S_{22} + S_{33} - S_{44}) \cos^2 \eta \sin^2 \eta + S_{32} \sin^4 \eta \\
 (4.1) \quad S_{31}^0 &= S_{21}^\eta = S_{12} \cos^2 \eta + S_{31} \sin^2 \eta \\
 S_{61}^0 &= S_{42}^\eta = - (2 S_{22} - 2 S_{23} - S_{44}) \cos^3 \eta \sin \eta - (2 S_{32} - 2 S_{33} + S_{44}) \cos \eta \sin^3 \eta \\
 \\
 S_{51}^0 &= S_{62}^\eta = 0
 \end{aligned}$$

Les relations (4.1) relatives au plan (\vec{T}, \vec{L}) montrent aisément que trois éprouvettes taillées dans les axes donnent des mesures des complaisances indiquées dans le tableau n°4.1.

Pour les éprouvettes hors axes, on choisit $\eta = 45^\circ$, soit la bissectrice, de telle sorte que, dans le cas illustré ici, le module de cisaillement G_{TL} soit déduit de:

$$S_{44} = \frac{1}{G_{TL}} = \frac{1}{2} (S_{11}^0 - S_{21}^0)$$

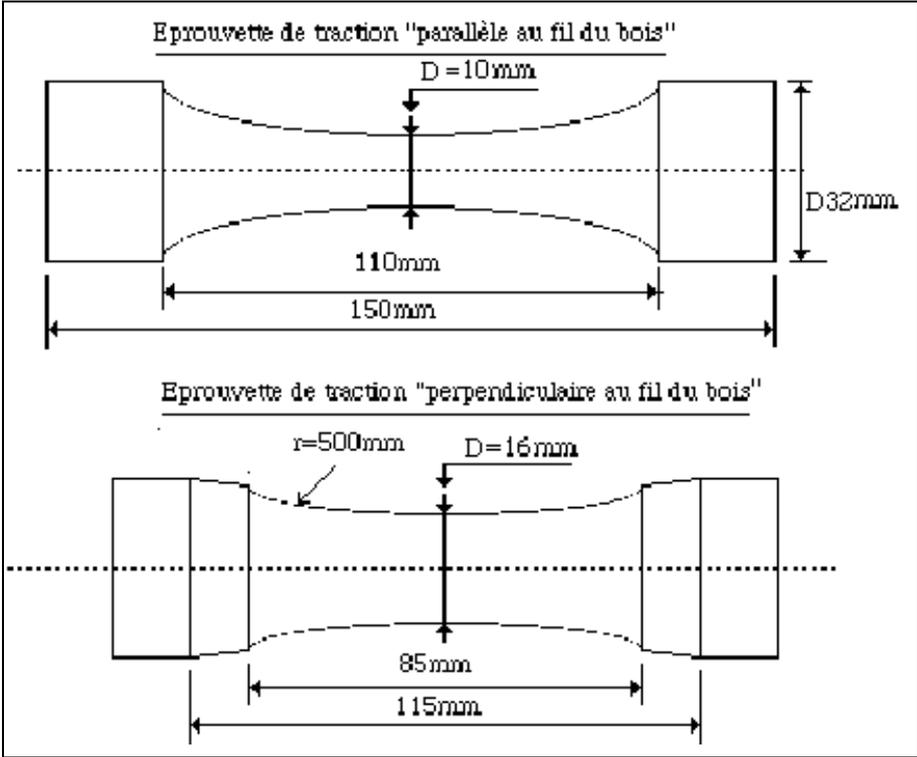


Figure n° 4.5 a : Eprouvettes de traction (selon M.T. GAUTHERIN)

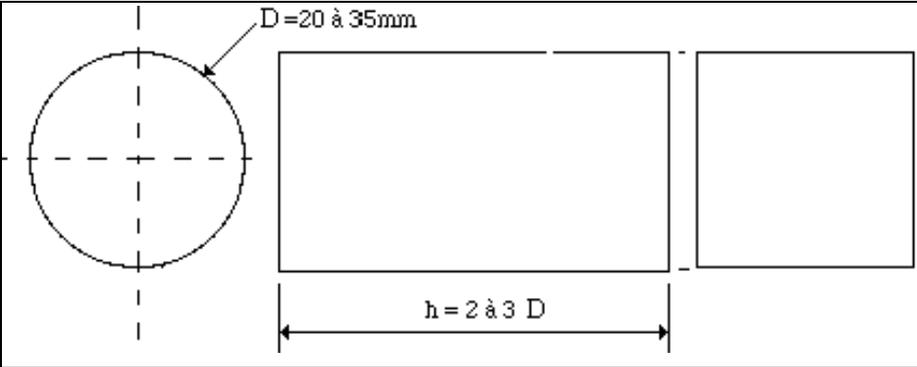


Figure n°4.5 b : Eprouvette de compression à section droite carrée ou circulaire (selon C.T.B.A. et C.T.F.T.)

4.1.1.3. Mise en œuvre pratique

Dans le cas de l'essai de traction, la méthode, dont le principe vient d'être rappelé ci-dessus, a été mise en œuvre, en particulier, par M.T. GAUTHERIN.

Les éprouvettes sont taillées avec des surépaisseurs d'extrémité pour assurer un ancrage satisfaisant dans les mâchoires de la machine d'essai (en forme d'haltères, comme schématisé sur la figure n°4.5a).

La section droite, dans la zone utile, est d'un diamètre suffisamment petit en regard du rayon de courbure local des cernes de croissance. Cet aspect du dimensionnement de la partie utile de l'éprouvette sera discuté plus en détail ultérieurement. Les extensomètres réalisent des mesures locales, des jauges de déformation à variation de résistance électrique sont utilisées.

L'essai de compression a été mis en œuvre en particulier au CTBA et au CTFT. Les éprouvettes utilisées sont des prismes à section droite carrée, ou circulaire, dont le diamètre D est compris entre 20 et 35 mm et la hauteur h , égale à 2 ou 3 fois le diamètre D . Les elongations longitudinales sont évaluées au moyen d'extensomètres positionnés suivant les génératrices. Les déformations transverses sont parfois évaluées à partir de la détection des variations de diamètres privilégiés de la section droite. Le positionnement angulaire des extensomètres doit dans ce cas être soigné.

L'essai de compression doit en principe être réalisé avec des conditions de frottement minimal entre les plateaux de la presse et les faces d'extrémité; l'utilisation de doubles feuilles de Téflon aux interfaces est une solution intéressante qui permet de minimiser ce frottement. Les faces d'extrémité doivent être usinées en assurant un parallélisme suffisant de façon à prévenir les flexions parasites ; pour réduire l'influence de celles-ci, des mesures simultanées de déformations longitudinales sur deux faces opposées sont recommandées.

Dans tous les cas, les expériences doivent être menées avec soin, suivant des protocoles expérimentaux précis, sous peine d'aboutir à une grande dispersion des résultats qui pourrait être attribuée, parfois à tort, à une variabilité des propriétés du matériau, associée à l'hétérogénéité naturelle du bois.

Compte tenu des orientations et des dimensions des ébauches nécessaires pour usiner les éprouvettes aux cotes finales, on conçoit qu'un important volume de matière est nécessaire pour extraire, au moins, le jeu de six éprouvettes qu'impose la méthode. Il en résulte nécessairement une dispersion topographique de l'échantillonnage au sein de la grume. Cette dernière remarque est à l'origine de l'idée ayant conduit à la méthode, dite du "cube unique", présentée au paragraphe suivant.

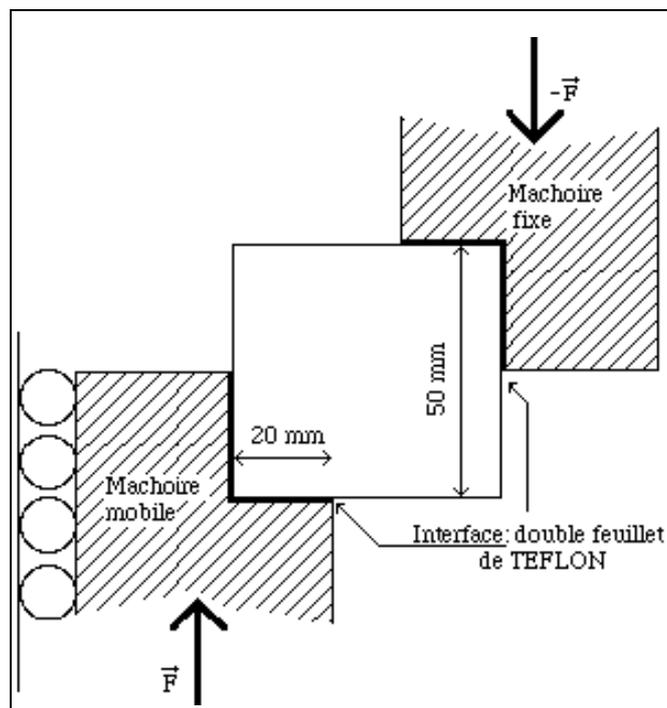
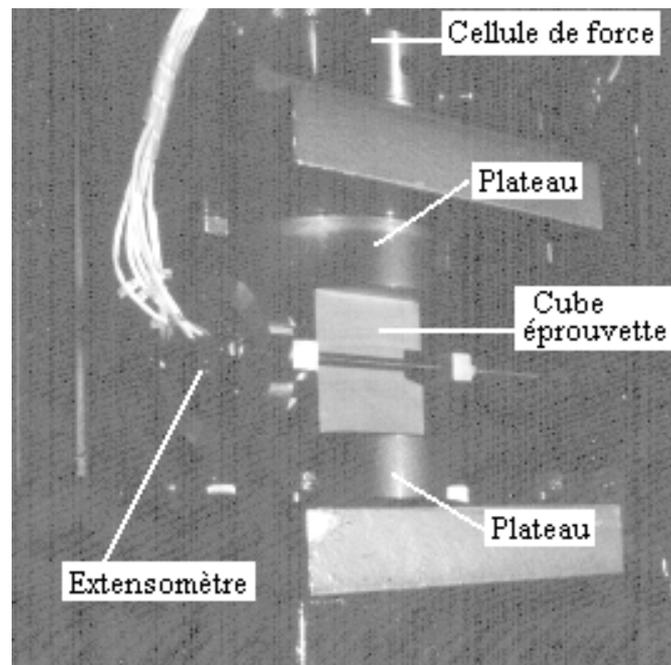


Figure n° 4.6 Méthode du cube unique :
Essai de compression (en haut)
Principe de l'essai de cisaillement (en bas)
(selon J.L. SEICHEPINE)

4.1.2. Méthode du cube unique

Une autre méthode consiste à réaliser sur une même éprouvette l'ensemble des essais et mesures nécessaires pour déterminer la matrice des complaisances élastiques.

La méthode du cube unique, conçue et réalisée par J.L. SEICHEPINE, propose l'utilisation d'une éprouvette cubique taillée suivant les axes de symétrie, de dimensions (50x50x50 mm³) :

- trois essais de compression uniaxiale, réalisés suivant les trois axes du cube ($\vec{R}, \vec{T}, \vec{L}$), donnent accès aux modules d'Young et aux coefficients de Poisson (c.f. § 4.1.1.1.);
- trois essais de cisaillement permettent une évaluation des trois modules de cisaillement.

La réalisation d'un essai de compression sur des échantillons de très faible élancement, égal à 1 pour le cube, impose des conditions sévères et soignées de mise en place entre les plateaux de la presse:

- usinage précis des éprouvettes assurant un parallélisme des faces.
- conservation des éprouvettes en atmosphère contrôlée, lesquelles perdent leur qualités géométriques pour une variation minime du taux d'humidité.
- possibilité de pré-réglage en position angulaire des plateaux de la presse.
- lubrification des interfaces plateaux-éprouvettes (là encore, le double feuillet de Téflon est utilisé).

La procédure d'application des charges prévoit:

- une charge limite à ne pas dépasser, différente suivant les axes de sollicitation choisis, de telle sorte que les essais successifs ne créent pas d'endommagement de l'éprouvette,
- un programme de sollicitation ondulée destinée à assurer une accommodation de l'éprouvette,
- un seuil minimal de précharge à partir duquel sont effectués les relevés d'efforts appliqués et des déformations sur les faces libres du cube.

Les mesures de déformations sont exécutées par une méthode de rosette sur la zone centrale de chaque face libre du cube.

Compte tenu du nombre nécessairement élevé d'échantillons à tester, pour s'affranchir de la mise en œuvre longue, et finalement onéreuse, des jauges électriques de déformation (rosettes), des capteurs multidirectionnels amovibles ont été développés, soit à lames élastiques, soit à jauges de friction .

Par conception, le capteur à huit branches permet d'évaluer les élongations d'une face suivant quatre directions décalées les unes par rapport aux autres d'un

angle de 45° . Trois de ces mesures sont théoriquement suffisantes pour évaluer l'état de déformation sur une face, au voisinage d'un point. La redondance, que constitue la quatrième mesure, est utilisée comme test de cohérence de l'essai.

La méthode à un seul capteur (J.L. SEICHEPINE), qui n'auscultait qu'une face au cours d'un essai, a évolué vers la méthode du double capteur (BEN FARHAT), traitant simultanément deux faces libres opposées du cube, et c'est étendue à la méthode du quadruple capteur, traitant simultanément les quatre faces libres d'un cube (C. SALES et P.A. BORDONNE au CTFT).

La réalisation des essais de cisaillement sur cube est assurée dans des conditions spécifiques. S'agissant d'imposer un champ de cisaillement quasi uniforme sur une zone suffisamment large, les mâchoires sont définies comme indiqué sur la figure n° 4.6 ; l'interface est lubrifiée par un double feuillet de Téflon.

Un protocole d'application des efforts est préconisé dans l'esprit de celui évoqué à propos de l'essai de compression.

Enfin, le cisaillement angulaire est évalué par le même procédé extensométrique (capteur multidirectionnel amovible).

L'essai de cisaillement, évoqué ici, a été dimensionné en s'appuyant sur une simulation numérique (méthode des éléments finis), laquelle a permis de justifier certains choix dimensionnels de l'équipage mobile que constitue les mâchoires. On notera, en particulier, que la largeur d'appui de la mâchoire est de 0,4 fois l'arête du cube. Il ne s'agit donc pas d'un simple massicotage.

Cette technique a été préférée à la technique de cisaillement réalisée au moyen d'un cadre articulé, ou à tout autre technique qui aurait nécessité un usinage spécial de l'éprouvette.

La méthode du cube unique, basée sur l'utilisation d'une seule éprouvette pour estimer l'ensemble des termes de la matrice des complaisances élastiques, élimine les effets d'hétérogénéité du bois évoquées à propos de la méthode des six éprouvettes. Les sources de disparités des résultats expérimentaux sont ici imputables à l'utilisation de deux classes d'essais, la compression et le cisaillement.

4.1.3. Les essais de flexion

Le module d'Young dans la direction du grand axe d'une éprouvette prismatique longue peut être déduit de la mesure de la rigidité à la flexion de cette éprouvette.

L'essai de flexion trois points et l'essai de flexion quatre points sont successivement présentés ci-dessous. Les difficultés d'interprétation de tels essais en termes de composantes de la matrice des complaisances élastiques sont signalées en fin de paragraphe.

4.1.3.1. L'essai de flexion simple

Les conditions géométriques de l'essai peuvent être celles préconisées par l'ancienne norme d'essai de flexion statique (NF B51 008 de Février 1945), qui était destinée, rappelons le, à évaluer les caractéristiques ultimes à la *rupture*, et non les caractéristiques élastiques, comme suggéré ici.

Le schéma (Figure n° 4.7) de l'essai de flexion est relatif à une éprouvette de 340 mm de long, à section droite carrée (20x20 mm²), placée sur deux appuis cylindriques de 30 mm de diamètre, à axes parallèles.

La charge est appliquée au moyen d'un couteau, de même profil que les appuis, agissant au milieu de la portée L.

La vitesse d'avancement du couteau est imposée de l'ordre de quelques millimètres par minute (5 mm/mn).

L'enregistrement de la courbe caractéristique effort (F) - flèche (f) (Figure n° 4.8) permet de calculer, à l'intérieur de la zone de linéarité, la rigidité à la flexion k:

$$k = \frac{|\Delta F|}{|\Delta f|}$$

L'interprétation de cet essai de flexion est en général conduite dans le cadre de la théorie classique de la résistance des matériaux, appliquée aux poutres droites. A ce stade, l'anisotropie intrinsèque du matériau bois n'est pas prise en considération. Les dépouillements préconisés sont identiques à ceux qui seraient pratiqués avec un matériau conventionnel supposé isotrope. Les conséquences de l'anisotropie du bois sur le dépouillement des essais de flexion seront analysées dans l'Annexe 1 Chap. 4.

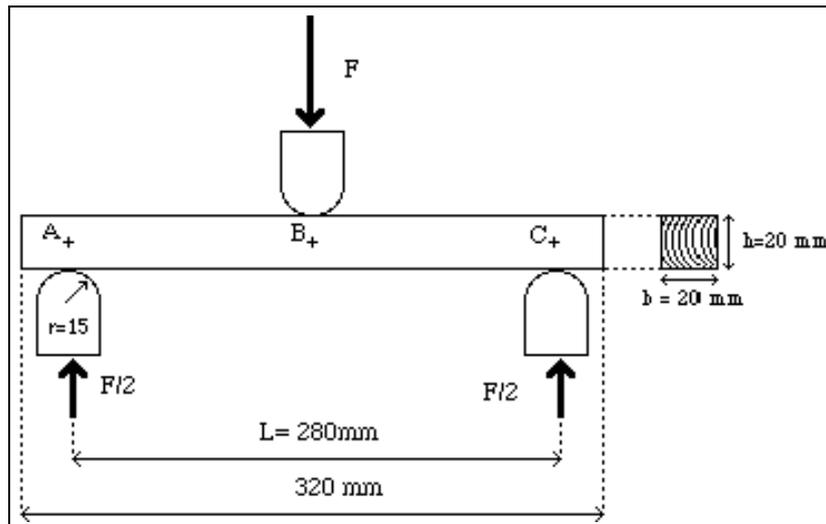


Figure n°4.7: Flexion simple (3 points) (selon NF B 51 008)

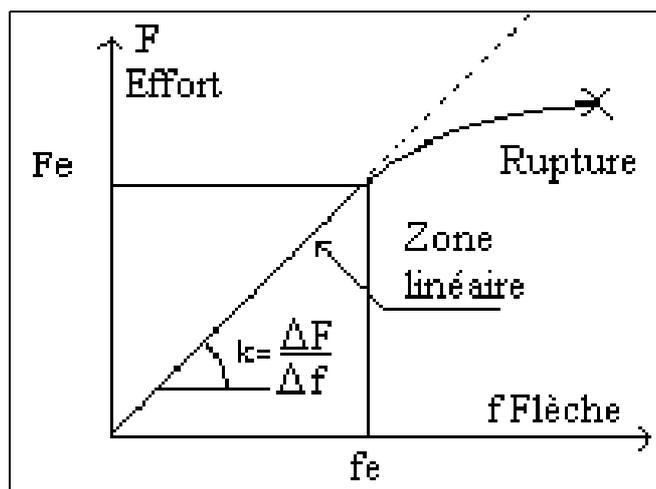


Figure n° 4.8: Caractéristique Effort-Flèche

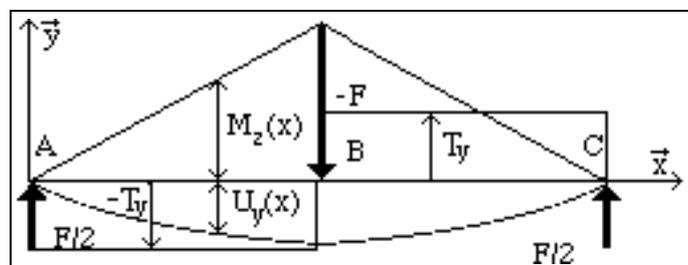


Figure n° 4.9: Déformée statique $U_y(x)$ en flexion trois points sur appuis simples. Diagramme du moment fléchissant $M_z(x)$.

Etant donné, le schéma de chargement et le repère représentés sur la figure n°4.9, il résulte de l'effort F , agissant en $x = L/2$, un moment fléchissant

$M_Z(x)$, porté par l'axe \vec{z} , agissant sur la section droite, de centre d'inertie G, située à l'abscisse x, comptée à partir de l'appui A, tel que:

$$(4.2) \quad M_Z(x) = \frac{F}{2} x = E_x I_z \frac{d^2 U_y}{dx^2}$$

E_x : module d'Young dans la direction x, grand axe de l'éprouvette.

$I_z = \frac{bh^3}{12}$: moment d'inertie de la section droite par rapport à l'axe de flexion \vec{z} , (b largeur et h épaisseur de l'éprouvette).

$U_y(x)$: flèche à l'abscisse x.

Remarque: L'utilisation de la formule (4.2.), ci-dessus, suppose qu'un certain nombre d'hypothèses soient satisfaites. Le matériau est supposé homogène au sein du volume utile de l'éprouvette, l'élançement de l'éprouvette est supposé suffisamment grand (typiquement $L/h > 20$), pour que l'influence de l'effort tranchant puisse être négligée.

Pour $x \in [0, L/2]$

$$(4.3) \quad U_y(x) = \frac{F}{4E_x I_z} \left(\frac{x^3}{3} - x \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right)$$

En désignant par $f = |U_y(L/2)|$ la flèche au centre, alors le module d'Young E_x se déduit de la rigidité à la flexion k par:

$$(4.4) \quad E_x = \frac{L^3}{4bh^3} \frac{|DF|}{|Df|} = \frac{L^3}{4bh^3} k$$

ΔF et Δf étant respectivement des accroissements correspondants de l'effort appliqué et de la flèche résultante, évalués dans la zone linéaire de la caractéristique effort-flèche.

Remarque: Dans l'essai de flexion simple, la section droite de l'éprouvette soumise au chargement maximum est justement la section médiane ($x = L/2$) au niveau de laquelle agit le couteau. Il en résulte une triaxialité locale des états de contraintes. Ceci rend l'interprétation du comportement mécanique au voisinage de l'état limite assez délicate. Bien que cet aspect des choses, portant sur les mécanismes de rupture ou de ruine de l'éprouvette, soit hors du propos de ce chapitre, cette remarque a grandement justifié l'utilisation de la flexion circulaire par différents auteurs.

Cet essai est présenté au paragraphe suivant.

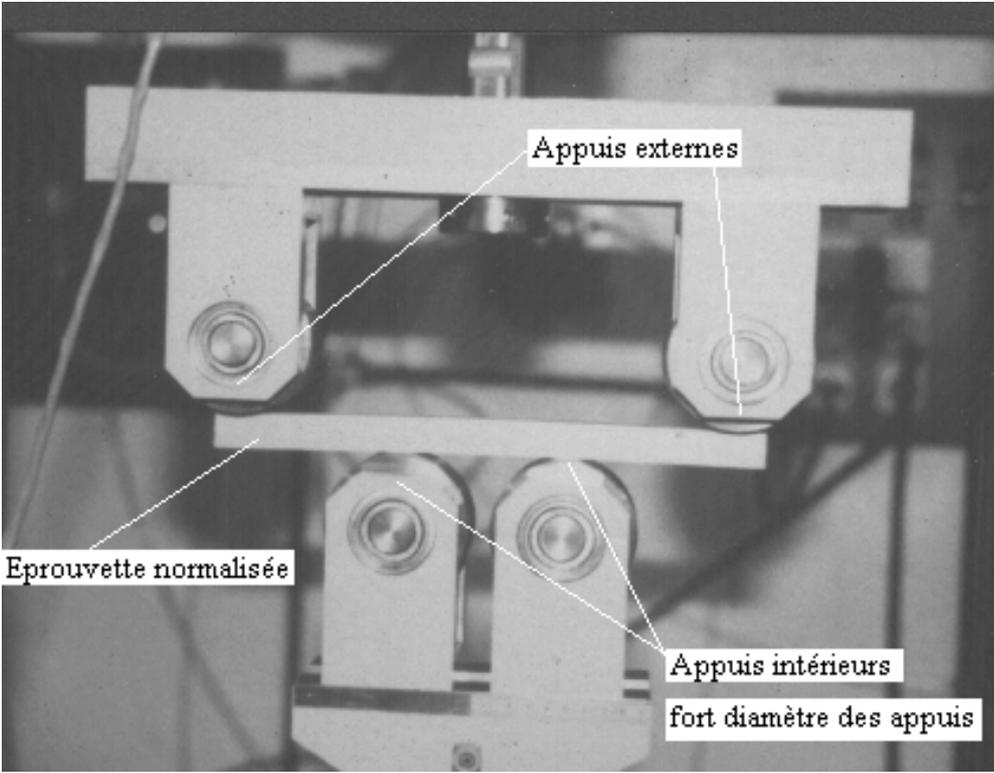
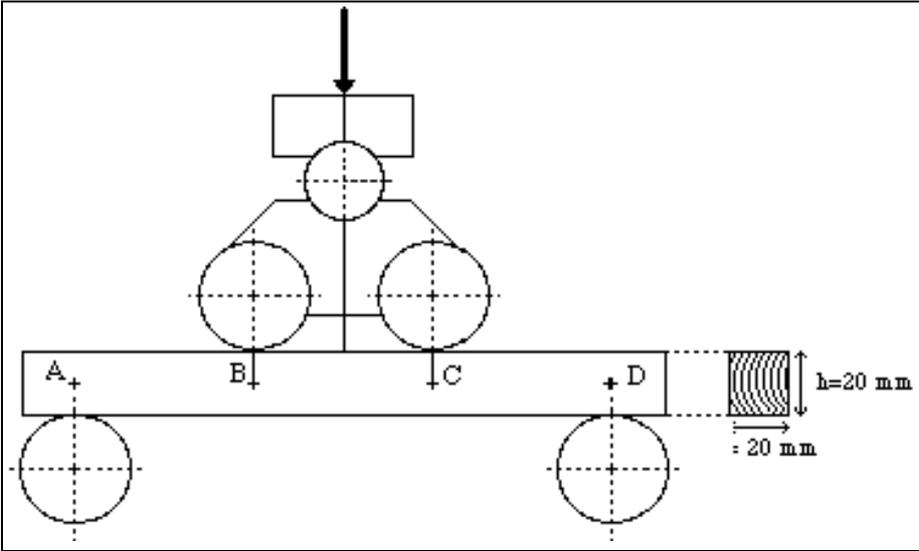


Figure n° 4.10 : Flexion circulaire (quatre points) (selon D. MOUSSLI)

4.1.3.2. L'essai de flexion circulaire (quatre points)

Le schéma de la figure n°4.10 représente l'essai de flexion circulaire utilisé au L.E.M.T.A. (D. MOUSSLI). Cet essai a servi de base de réflexion à la nouvelle norme NF B 51 - 016 de Décembre 1987, spécifiquement destinée à la mesure du module d'élasticité longitudinal.

L'éprouvette a les mêmes caractéristiques géométriques que dans l'essai précédent (longueur = 340 mm, largeur = 20 mm, épaisseur = 20 mm). Elle est placée sur deux appuis extérieurs de portée $L = 270$ mm, dont le profil circulaire a été porté à un diamètre $D = 80$ mm, dans le but de minimiser les déformations de poinçonnement au niveau des appuis, pour des niveaux de sollicitation voisins des charges de rupture. Il s'agit en fait de roulements à billes. L'effort est imposé au moyen de deux rouleaux intérieurs avec une portée " a " = $L/3 = 90$ mm.

L'hyperstaticité de ce mode chargement est réduite par l'intermédiaire d'une liaison rotule, assurant un degré de liberté de rotation supplémentaire d'axe perpendiculaire au plan de chargement. Cette précaution est nécessaire pour encaisser raisonnablement les éventuelles non homogénéités longitudinales des éprouvettes. (figure n° 4.10.).

Une section droite située à l'abscisse $x \in [0, (L-a)/2]$, entre un appui extérieur et un appui intérieur, est soumise à un moment fléchissant $M_z(x)$:

$$(4.5) \quad M_z(x) = \frac{F}{2}x = E_x I_z \frac{d^2 U_y}{dx^2}$$

Il en résulte une flèche $U_y(x)$ dans le même intervalle égale à :

$$(4.6) \quad U_y(x) = \frac{F}{4E_x I_z} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x}{4} ((L^2 - a^2)) \right)$$

Une section droite située à l'abscisse $x \in [(L-a)/2, (L-a)/2]$, entre les appuis intérieurs, est soumise à un moment fléchissant constant (flexion circulaire) :

$$(4.7) \quad M_z(x) = \frac{F}{4}(L - a) = E_x I_z \frac{d^2 U_y}{dx^2}$$

Dans le même intervalle, la flèche $U_y(x)$ s'écrit :

$$(4.8) \quad U_y(x) = \frac{F}{4E_x I_z} \left(\frac{L-a}{2} \right) \left(x^2 - Lx + \frac{1}{3} \left(\frac{L-a}{2} \right)^2 \right)$$

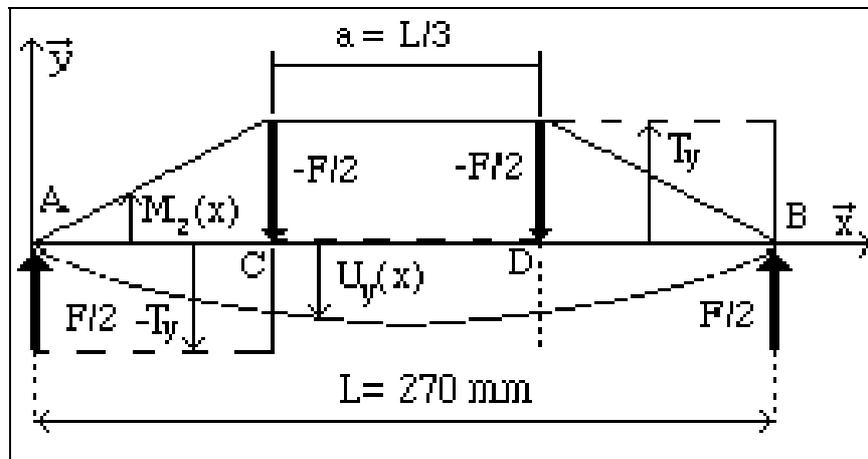


Figure n° 4.11: Diagramme du moment fléchissant $M_z(x)$ et de la déformée statique $U_y(x)$ en flexion quatre points.

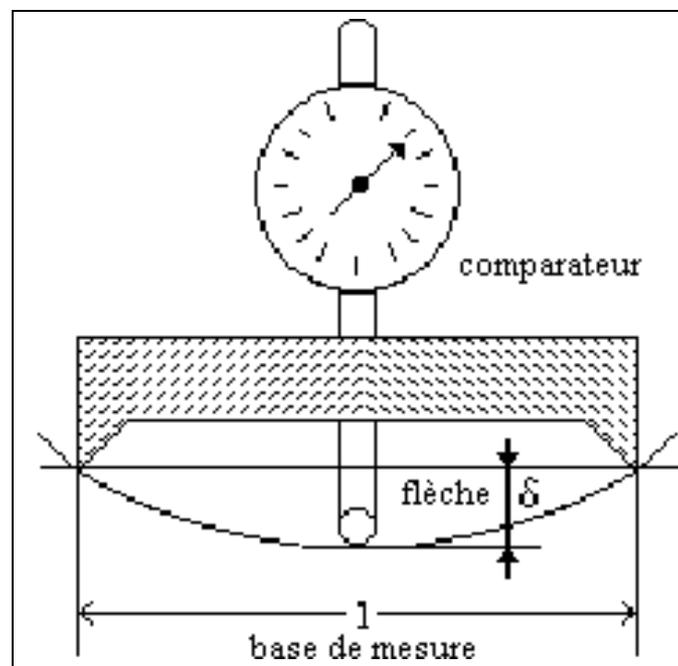


Figure n° 4.12: Mesure de la courbure sur une portion de poutre en flexion circulaire.

Les expressions de la flèche données par les expressions (4.6) et (4.8) assurent les conditions de raccordement à l'abscisse $x=(L-a)/2$, à savoir la continuité de la flèche $U_y(x)$ et de la dérivée première de celle-ci $\frac{dU_y(x)}{dx}$.

Plusieurs méthodes d'exploitation de l'essai de flexion circulaire peuvent être utilisées.

La méthode du déplacement des appuis consiste à enregistrer simultanément l'effort appliqué F et le déplacement relatif f des appuis intérieurs par rapport aux appuis extérieurs (déplacement de traverse).

Dans ce cas,
$$f = U_y \left(\frac{L-a}{2} \right)$$

Dans le cas particulier où $a=L/3$, le module d'Young E_x est donné par :

$$(4.9) \quad E_x = \frac{5 L^3 |\Delta F|}{324 I_z |\Delta f|}$$

Cette procédure, tentante par sa simplicité, constitue une manière d'hérésie, elle ne prend, en effet, pas en compte la part de déformée en flexion circulaire qui ne se développe qu'entre les appuis intérieurs.

La méthode de la courbure consiste à mesurer l'évolution de la courbure que prend l'éprouvette, dans la zone médiane, en fonction de l'effort imposé. Un petit appareil permet de mesurer, à la surface de l'éprouvette, la flèche δ du point médian situé entre deux appuis d'une portée l . (Figure n°4.12)

Dans ces conditions, $\delta = U_y \left(\frac{L}{2} \right) - U_y \left(\frac{L-l}{2} \right)$ et le module E_x est donné par:

$$(4.10) \quad E_x = \frac{(L-a)l^2 |\Delta F|}{32I_z |\Delta \delta|}, \text{ soit } E_x = \frac{Ll^2 |\Delta F|}{48I_z |\Delta \delta|} \quad \text{avec } a = L/3$$

Cette seconde méthode présente l'avantage de minimiser les incertitudes expérimentales. La souplesse de la machine d'essai n'intervient pas, les effets de poinçonnement au niveau des appuis ne sont pas à prendre en compte. En revanche, il faut être attentif à la sensibilité du capteur de déplacement pour la mesure de $\Delta\delta$, en effet cette mesure est d'un ordre de grandeur plus faible que Δf .

D'après (4.9) et (4.10) il vient :

$$(4.11) \quad |\Delta \delta| = \frac{27}{20} \frac{l^2}{L^2} |\Delta f| \quad \text{avec } l \leq a.$$

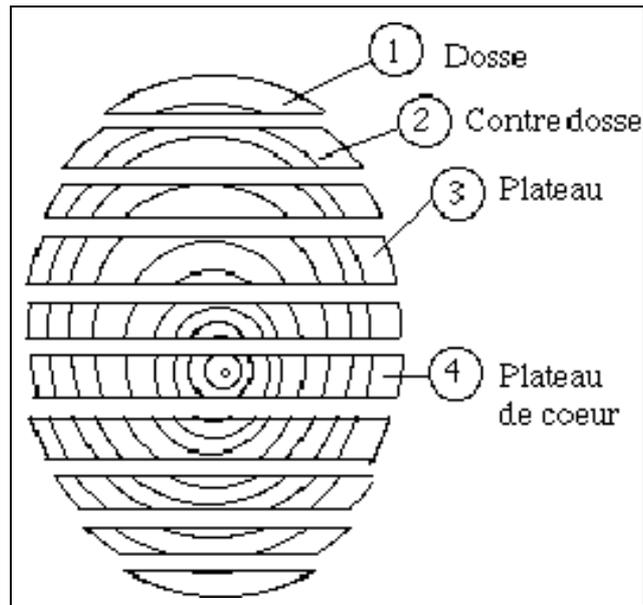


Figure n°4.13: Débit d'une grume en plot.

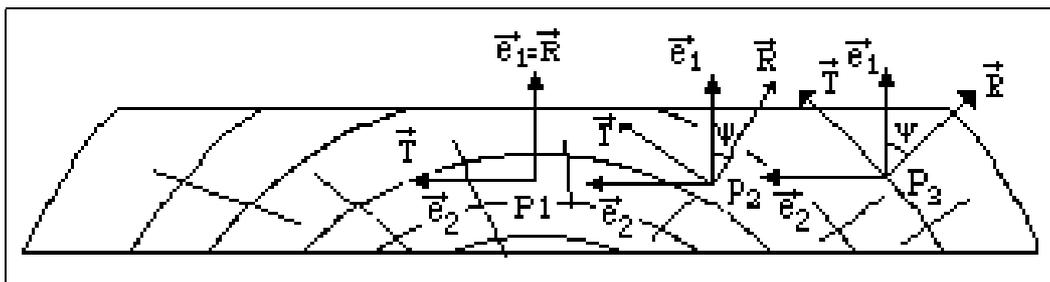


Figure n°4.14: Evolution spatiale de l'orientation relative du repère de structure par rapport au repère matériel dans une contredosse.

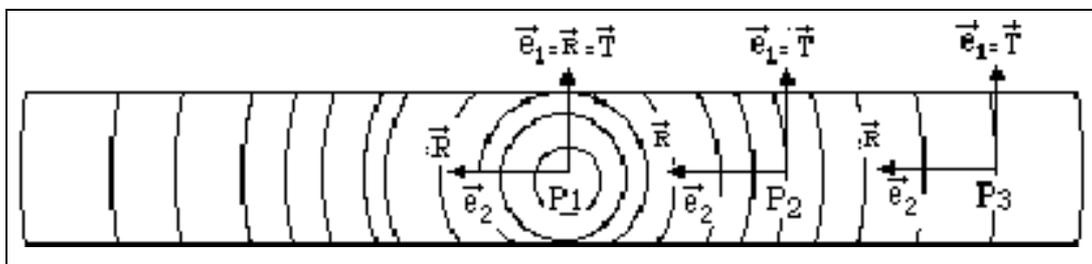


Figure n°4.15: cas particulier d'un plateau de coeur

4.1.3.3. Normes relatives aux essais de flexion

Pour mémoire, signalons que plusieurs dispositifs de sollicitation en flexion d'éprouvette de bois propre (sans noeud) sont mentionnés dans différentes normes. Certaines sont destinées à la détermination des charges de rupture telles que NF B 51 008, ASTM D143 § 245, 252 ou ISO 3133. Tandis que d'autres sont vouées à l'évaluation du module d'élasticité en flexion statique, telles que NF B 51 016, ASTM D143 § 245, 252 ou ISO 3149.

On remarquera que les dispositions normatives françaises NF B 51 016 réalisent un compromis entre différentes propositions. Par rapport aux données géométriques du paragraphe précédent, on notera les particularités suivantes :

- la longueur des éprouvettes est portée à 360 mm ;
- la distance entre appuis extérieurs est portée $L = 320$ mm ;
- la distance entre appuis intérieurs est de $a = 160$ mm, soit $a/L = 0,5$;
- la base de mesure du mesureur de courbure est fixée à $l = 110$ mm ;
- le diamètre des cylindres d'appuis est réduit à $D = 60$ mm.

En conséquence, l'expression du module d'élasticité en flexion E_x se déduit de (4.10) :

$$(4.12) \quad E_x = \frac{(L-a)l^2}{32I_z} \frac{|\Delta F|}{|\Delta \delta|}, \text{ soit } E_x = \frac{Ll^2}{64I_z} \frac{|\Delta F|}{|\Delta \delta|} \quad \text{avec } a = L/2$$

Les essais de flexion ne sont pas adaptés à la détermination de l'ensemble des termes de la matrice des complaisances élastiques ; il n'est, en effet, pas possible de tailler des éprouvettes aux dimensions requises selon les trois directions matérielles, particulièrement les éprouvettes de grand axe suivant la direction tangentielle.

4.1.4. Repère matériel, repère de structure

Les éprouvettes, comme les avivés de bois massif, sont nécessairement prélevées dans un billon, lequel est débité dans la grume, elle même extraite du tronc de l'arbre par tronçonnage. L'orientation ainsi que la localisation de l'éprouvette considérée par rapport à la grume d'origine ont, comme nous allons le voir, une grande importance.

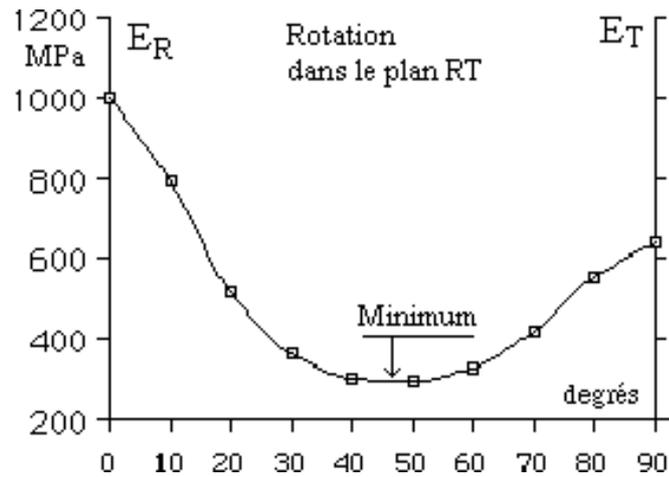


Figure n°4.16: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois résineux standard, dans différentes directions du plan R,T

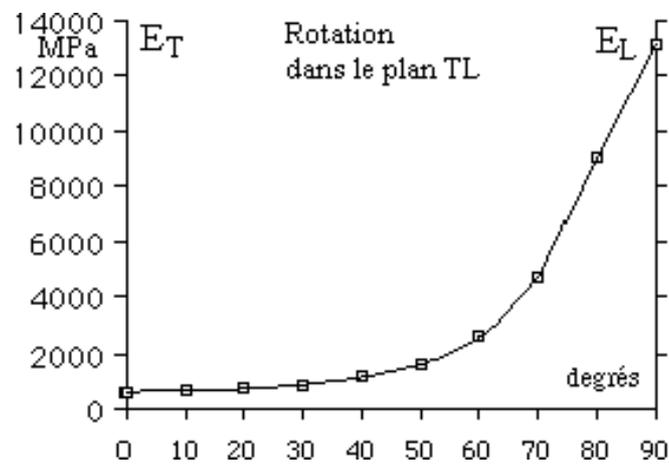


Figure n° 4.17: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois résineux standard, dans différentes directions du plan T,L

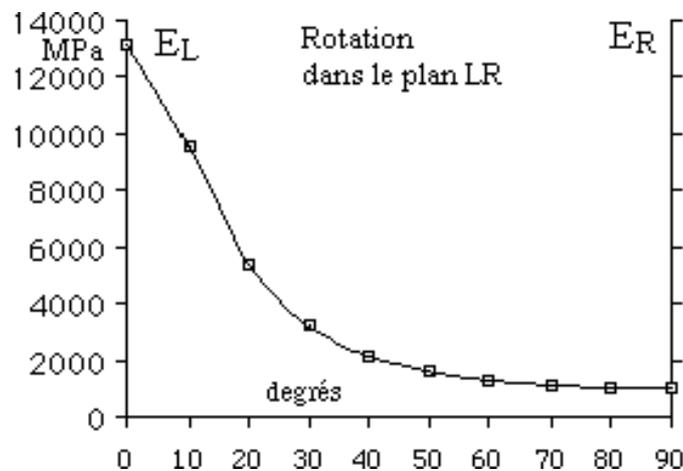


Figure n° 4.18: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois résineux standard, dans différentes directions du plan L,R

4.1.4.1. Orientation des structures de dimensions finies

Etant donné un débit de matériau bois sous forme de poutre, chevron ou planche, il est pratique de choisir un repère cartésien orthonormé $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ lié à la structure. D'une façon générale, en un point P de la structure considéré il n'y a pas coïncidence entre le repère de structure $(P, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et le repère matériel $(P, \vec{R}, \vec{T}, \vec{L})$.

Pour illustrer ceci, considérons par exemple un débit particulier de la grume, débit en plot (Figure n°4.13), et dégageons le plateau en contredosse (2) et le plateau de coeur (4). Munissons chacun de ces éléments structurels d'un repère cartésien orthonormé $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ tel que :

\vec{e}_1 : direction perpendiculaire aux faces du plateau

\vec{e}_3 : direction longitudinale du plateau.

La figure n° 4.14 représente le repère de structure et le repère matériel, en trois points P1, P2 et P3, appartenant au plan moyen du plateau de contredosse. On constate que plus le point considéré est éloigné du plan médian du plateau, plus le référentiel de structure subit une rotation importante par rapport au référentiel matériel, d'angle ψ autour de l'axe $\vec{L} = \vec{e}_3$.

L'expression de la loi de comportement dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ en différents points P1, P2 ou P3 par exemple, soit les complaisances $S_{ij}^\psi(P)$ s'obtiendront à partir des S_{ij} donnés dans $(\vec{R}, \vec{T}, \vec{L})$ compte tenu de ψ et des formules de changement de base du paragraphe § 3.1.2.

Le débit en plateau de coeur représenté sur la figure n°4.15 constitue une situation privilégiée, du fait que le plan moyen du plateau est un plan longitudinal-radial de la grume.

En guise d'illustration, exprimons le module d'Young apparent E_1^ψ qui serait mesuré au point P3 (Figure n°4.14) suivant la direction \vec{e}_1 . Par définition, $E_1^* = 1/S_{11}^*$, et en appliquant les formules de changement de base du paragraphe § 3.1.2., compte tenu de la rotation ψ d'axe \vec{L} , il vient:

$$(4.14) \quad 1/E_1^\psi = S_{11}^\psi = S_{11} \cos^4 \psi + (S_{12} + S_{21} + S_{66}) \cos^2 \psi + S_{22} \sin^4 \psi$$

pour $\psi = 0^\circ$, notons $E_1^\psi = E_0 = 1/S_{11}$

pour $\psi = 90^\circ$, notons $E_1^\psi = E_{90} = 1/S_{22}$

pour $\psi = 45^\circ$, notons $E_1^\psi = E_{45} = 4/(S_{11} + S_{12} + S_{21} + S_{66} + S_{22})$

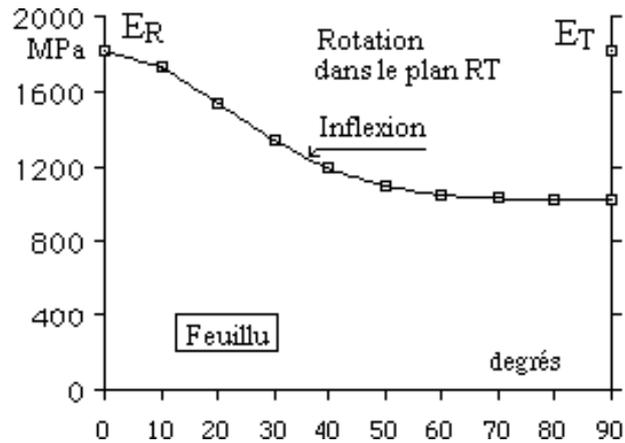


Figure n° 4.19: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois feuillu standard, dans différentes directions du plan R,T

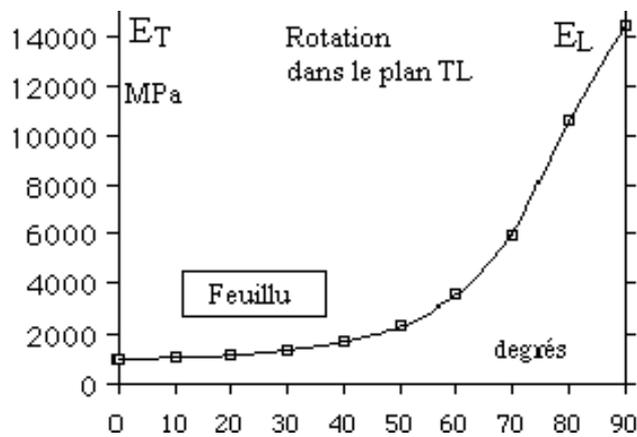


Figure n° 4.20: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois feuillu standard, dans différentes directions du plan T,L

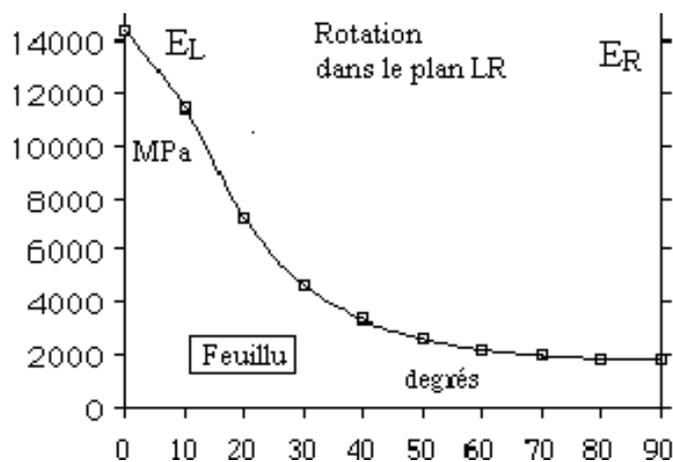


Figure n° 4.21: Evolution du module d'élasticité E_1^ψ d'un bois feuillu standard, dans différentes directions du plan

On en déduit la formule de KELWORTH:

$$(4.15) \quad E_1^\psi = E_\psi = \frac{1}{\left(\frac{\cos^2 \psi}{E_0} - \frac{\sin^2 \psi}{E_{90}}\right) \cos 2\psi + \frac{\sin^2 2\psi}{E_{45}}}$$

qui donne le module d'Young apparent dans une direction quelconque ψ , à partir des modules mesurés selon $\psi = 0, 45$ et 90° .

Le lecteur notera la similitude de la discussion ci-dessus avec la méthode des six éprouvettes (paragraphe § 4.1.1.)

Les figures n° 4.16-17 et 18 représentent les évolutions du module d'élasticité E_1^ψ en fonction de l'orientation d'angle ψ , respectivement, dans les différents plans (R,T), (T,L) et (L,R). Elles sont calculées à l'aide de formules de passage analogues à (4.14) ou (4.15). Les données élastiques utilisées correspondent à celles du bois résineux standard (tableau n°5.2, chapitre suivant).

En revanche les données matérielles relatives aux graphiques n° 4.19, 20 et 21 sont celles du feuillu standard (tableau n°5.2).

Dans le cas illustré par la figure n° 4.16, l'évolution de E_1^ψ du bois résineux, entre les valeurs E_R et E_T , passe dans par un minimum au voisinage d'un angle $\psi=45^\circ$. En revanche, ce passage par un minimum n'est pas observable sur le graphique figure n° 4. 19, relatif aux propriétés du bois feuillu standard.

Sur les figures n° 4.17 et 20 qui sont relatives au plan (T,L) . On constate que l'essentiel de la variation du module dans ce plan fortement anisotrope se situe au voisinage de la direction longitudinale, dans un intervalle de 30 degrés. Une remarque analogue peut être formulée à propos de l'évolution du module d'élasticité dans le plan (L,R) illustré par les deux figures n°4.18 et 21.

La figure n° 4. 22 illustre les conséquences d'un défaut de fil sur les valeurs apparentes du module d'élasticité longitudinal. Pour des défauts de fil compris entre 0 et 10 degrés, il faut de plus noter qu'une approximation linéaire entre les valeurs des modules mesurés E_ψ et les angles de fil ψ ne peut être retenue. Le développement limité de la formule (4.14) suggère, en effet, une relation du second degré en ψ pour $1/E_\psi$.

$$(4.16) \quad 1/E_1^\psi = S_{11} - (2S_{11} - S_{12} - S_{21} - S_{66}) \psi^2 + \dots$$

Pour un angle de fil de 5% le module d'élasticité diminue de 5 à 8 %, pour 10 degrés les écarts à E_L atteignent 20 à 25%.

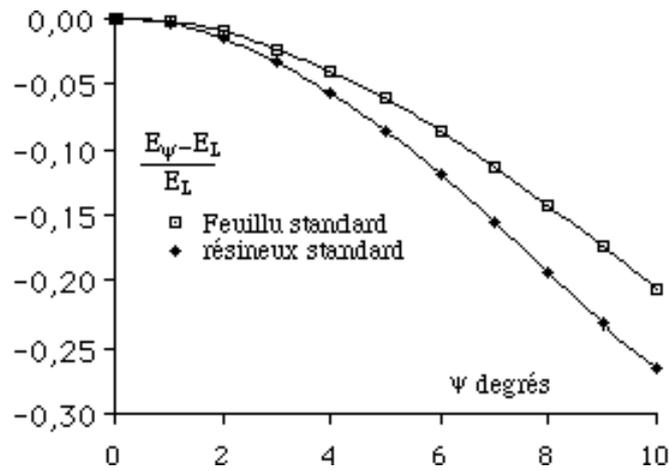


Figure n° 4.22 : Evolution du Module d'élasticité apparent E_{ψ} en fonction du défaut de fil.

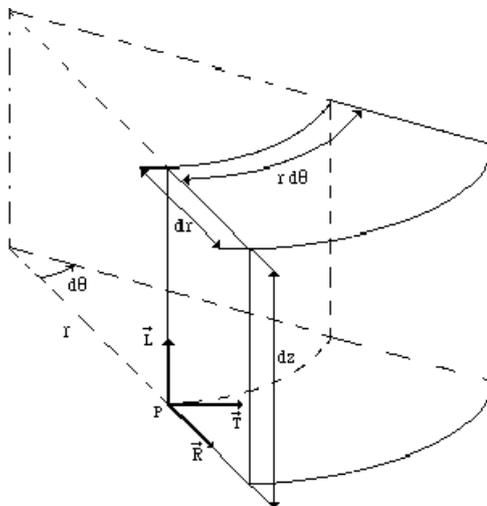


Figure n° 4.23: Volume élémentaire de matière associé aux coordonnées cylindriques.

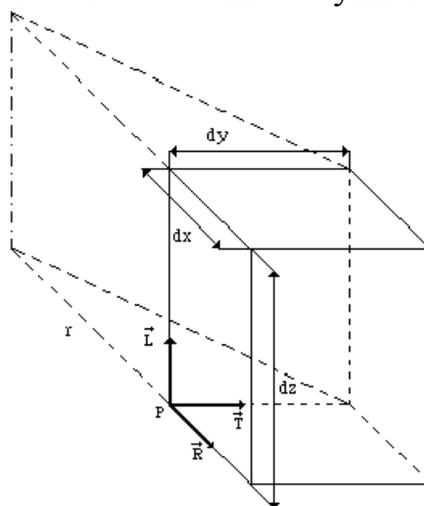


Figure n° 4.24: Volume élémentaire de matière associé aux coordonnées cartésiennes.

Ces remarques illustrent la nécessité de maîtriser l'orientation du référentiel matériel par rapport au repère lié à la géométrie de l'avivé, pour étudier expérimentalement le comportement élastique du bois, dans de bonnes conditions.

4.1.4.2. Prélèvement d'échantillons de bois propre

Une conséquence immédiate des considérations précédentes est la nécessité de bien définir l'orientation des échantillons par rapport au référentiel de la matière et de tenir compte des dimensions des éprouvettes, considérées comme volumes élémentaires représentatifs de la matière, par rapport à la structure anatomique du bois.

Le volume élémentaire de matière, associé aux coordonnées curvilignes orthogonales r , θ et z est un petit secteur circulaire creux d'ouverture $d\theta$, d'épaisseur radiale dr et de hauteur dz , comme représenté sur la figure n°4. 23.

Pour des raisons pratiques évidentes, on est généralement conduit à travailler localement, au voisinage du point $P(r,\theta,z)$, en coordonnées cartésiennes x,y,z , auxquelles est associé le repère cartésien orthonormé $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, colinéaire en P à $(\vec{R}, \vec{T}, \vec{L})$.

Le volume élémentaire de matière associé aux coordonnées cartésiennes (x,y,z) est un parallélépipède rectangle, d'arêtes dx , dy et dz , représenté sur la figure n° 4.24. Les dimensions Δx , Δy et Δz d'une éprouvette prismatique destinée à l'identification des complaisances élastiques sont finies et doivent satisfaire à des exigences contradictoires.

Pour réaliser une homogénéisation des propriétés mécaniques dans le cerne de croissance, entre le bois initial et le bois final aux différences particulièrement marquées chez les essences des pays tempérés, il convient que la dimension radiale Δx soit de plusieurs fois supérieure à la largeur des cernes de croissance. La dimension tangentielle Δy de l'éprouvette doit être très petite devant le rayon de courbure moyen des cernes interceptés par l'éprouvette, de telle sorte que la corde soit assimilable à l'arc intercepté.

Il résulte de ceci, que l'interprétation de résultats expérimentaux en termes de complaisances élastiques, obtenus par des essais conformes à ceux décrits dans les paragraphes § 4.1.1, .2 et .3, ne peut être assurée que pour des échantillons comprenant radialement un nombre suffisant de cernes et prélevés à une distance radiale suffisante de l'axe de la grume. En particulier, on sera prudent quant aux mesures relatives au plan transverse, acquises sur des éprouvettes prélevées sur des perches de petit diamètre, ou dans du bois de cœur voisin de l'axe.

De telles conditions, lorsqu'elles sont respectées, ont pour conséquence de favoriser des prélèvements de bois "normal", d'exclure de l'échantillonnage le bois situé au voisinage immédiat de la moelle, généralement constitué de bois "juvénile" (fibres plus courtes ayant un angle de microfibrilles assez grand); d'autre part, les prélèvements de matière effectués sur des billons à moelle faiblement excentrée sont susceptibles de limiter la prise en compte de larges zones compactes de bois de "réaction".

Tableau n° 4.2.1. Essences résineuses , caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques	Réf.	H	ρ	E_R	E_T	E_L	GRT	GTL	GLR	$-S_{12}^{-1}$	$-S_{23}^{-1}$	$-S_{31}^{-1}$
Noms communs	-	%	gcm^{-3}	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
Thuja occidentalis Northern white cedar	8	11,2	0,26	649	287	3540	53	663	746	1050	10400	10500
Thuja plicata Western red cedar	8	11,5	0,28	543	365	6680	35	577	584	1000	22600	17700
Abies lasiocarpa Subalpine fir	8	13,1	0,31	816	304	8020	48	461	558	1220	24200	23500
Picea engelmannii Engelman spruce	8	12,2	0,31	763	374	6890	54	625	645	1330	20400	18700
"	8	12,0	0,32	780	361	6322	71	788	854	1733	10623	12437
"	8	12,0	0,32	1300	350	6050	76	873	962	1610	10000	11900
"	8	12,0	0,32	351	379	5610	55	705	618	1180	5890	7640
Picea sitchensis Sita spruce	8	12,8	0,36	649	348	10700	41	438	533	1160	26900	31900
"	5	12	0,39	920	510	11800	40	730	760	2080	25300	31700
Picea sp	2-3	9,8	0,44	700	400	16200	40	780	630	1670	30300	37000
"	6	12	0,43	910	490	13800	30	710	730	1630	25600	30400
"	7	12	0,50	830	650	17000	40	640	870	1930	30300	45500
"	7	12	0,50	850	690	16600	37	840	630	2030	18900	46700
"	7	12	0,39	710	430	10700	23	620	500	1390	18900	25700
"	7	12	0,37	730	410	9900	22	610	500	1390	18900	25700
"	9	12	0,43	690	390	15900	36	770	620	1510	34900	29300
"	7	12	0,39	640	420	10900	26	590	580	1280	22200	24700

Tableau n° 4.2.2. Essences résineuses , caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _{TL} MPa	G _{LR} MPa	$-S_{12}^{-1}$ MPa	$-S_{23}^{-1}$ MPa	$-S_{31}^{-1}$ MPa
Pinus lambertiana Sugar pine	8	11,9	0,36	884	588	6740	96	763	836	1830	19300	18900
Pinus lambertiana Sugar pine	8	11,9	0,36	884	588	6740	96	763	836	1830	19300	18900
Pinus monticola Western white pine	8	11,9	0,34	728	352	9270	94	443	478	1320	27000	28200
Pinus pondérosa ponderosa pine	8	12,9	0,41	946	642	7730	117	887	1070	1980	19300	22900
Pinus concorta Lodgepole pine	8	12,8	0,34	666	447	6560	32	301	322	1290	18900	20800
Pinus resinosa Red pine	8	11,9	0,40	867	430	9870	114	800	945	1680	31300	28500
Pinus taeda Loblolly pine	8	13,4	0,47	1250	871	11100	142	898	903	2950	38000	33800
Pinus serotina Pond pine	8	12,8	0,58	1360	781	19000	173	862	958	2870	52300	68000
Pinus palustris Longleaf pine	8	12,5	0,52	1490	805	14600	172	886	1040	2930	40100	44100

Tableau n° 4.2.3. Essences résineuses , caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _T _L MPa	G _L _R MPa	$-S_{12}^{-1}$ MPa	$-S_{23}^{-1}$ MPa	$-S_{31}^{-1}$ MPa
Pinus eliotti Slash pine	8	12,5	0,50	1190	725	16000	157	843	883	2200	36000	40800
Pinus sp Pine	2-3	9,7	0,54	1120	580	16600	70	680	1780	1850	37000	35700
Toxidium distichum Bald cypress	8	13,7	0,43	1040	475	12300	84	658	772	2700	37600	36300
Pseudotsuga menziesii Douglas fir	8	12	0,47	947	932	16700	114	800	747	2580	40000	31600
"	2-3-4	9,5	0,59	1320	920	16700	80	930	1200	2220	43500	45500
"	5	12	0,48	1010	800	16000	90	900	900	2340	35800	52600
"	8	12	0,44	846	840	16800	109	854	711	1600	21300	26200
"	8	12	0,38	889	807	12314	114	874	743	1383	15247	41782
Pseudotsuga sp Douglas	10	9,5	0,48	1370	890	15600	64	735	1020	2030	40000	62500
Larix occidentalis Western larch	8	12,6	0,44	923	759	11700	80	812	737	2260	42500	33000
Tsuga heterophylla Western hemlock	1	12,8	0,48	1720	1090	10600	160	790	940	5780	24300	19300
"	8	13,2	0,36	598	323	10300	36	331	396	1040	19400	21300

Tableau n° 4.3.1. Essences feuillues, caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _{TL} MPa	G _{LR} MPa	$-S_{12}^{-1}$ MPa	$-S_{23}^{-1}$ MPa	$-S_{31}^{-1}$ MPa
Parkia nitida Dodomissinga	1	13,8	0,26	587	263	5720	70	430	590	668	36400	13800
Vochisia sp Quaruba	1	13,3	0,35	914	381	8124	60	440	580	1460	17000	26400
Simuraba amara Marupa	1	14,3	0,42	1170	736	7070	70	680	880	1670	30500	16300
Terminalia superba Limba	1	12,8	0,55	1670	1170	11000	550	920	1050	2660	25400	28200
Xypolia Pegreou	1	10,8	0,71	2480	1650	14900	460	1220	1470	4220	38200	40400
Peltogyne venosa Amarante	1	11,2	0,80	2740	1930	20100	630	1300	1620	4780	50900	35900
Diploptropis purpurea Coeurs dehors	1	9,7	0,85	2720	1920	23300	1350	1500	1660	4650	40300	84900
Manilkara mabokeensis Monghinza	1	12,8	0,98	4040	2190	21300	900	1420	1950	6650	51600	63500
Malinkara bilentala Balaata rouge	1	12,8	1,11	4640	3360	28500	1100	1710	2230	8060	65300	103005

Tableau n° 4.3.2. Essences feuillues, caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _{TL} MPa	G _{LR} MPa	$-S_{12}^{-1}$ MPa	$-S_{23}^{-1}$ MPa	$-S_{31}^{-1}$ MPa
Humbertia madagascarensis Endranendrana	1	9,0	1,28	5630	5110	24000	1840	2800	2980	11200	55000	64400
Fraxinus Sp Frêne (Ash)	1	12,8	0,80	2240	1429	16300	520	1300	1330	3110	34100	101000
"	2-3	9,2	0,68	1540	820	16100	280	910	1370	2220	31300	34500
"	6	14,0	0,80	1670	990	15300	250	620	880	2530	23500	28800
Ochroma Sp Balsa Wood	5	9,0	0,20	310	110	6420	30	210	320	457	12500	21100
"	5	9,0	0,10	120	40	2490	10	90	130	168	4650	8070
Acer pseudoplatanus Alpine maple	2-3	9,6	0,58	1550	890	10200	300	1120	1240	2041	21700	20800
Betula Sp Birch	2-3	8,8	0,62	1130	630	16700	190	930	1200	1560	38500	34500
Betula alleghaniensis Yellow Birch	5	13,0	0,64	1140	730	14600	240	990	1080	1670	31400	29800
Fagus silvatica Red beech	2-3-4	10,5	0,74	2280	1160	14000	470	1080	1640	3230	27000	31300
Fagus Sp Hêtre	10	9,4	0,63	2040	867	14100	500	980	1850	2810	30400	38600

Tableau n° 4.3.3. Essences feuillues, caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _{TL} MPa	G _{LR} MPa	$-S_{12}^{-1}$ MPa	$-S_{23}^{-1}$ MPa	$-S_{31}^{-1}$ MPa
Khaya Sp Khaya	5	11,0	0,44	1150	520	10400	210	610	920	1960	16200	34700
Swietenia Sp Mahogany	6	13,0	0,53	990	490	12600	150	480	620	1190	22600	41000
"	5	12,0	0,50	1240	740	11600	330	760	1000	2160	21900	37600
Cavanillesia platanifolia Quipo	5	10,0	0,10	240	40	1070	40	60	120	395	1460	4990
"	5	10,0	0,20	400	150	3360	70	140	220	984	4880	11100
Liquidambar styraciflua Sweet Gum	5	10,5	0,54	1380	600	11900	280	810	1180	1980	27900	33400
Populus tremuloides Quaking aspen	8	12,0	0,30	743	264	7850	83	447	601	584	25400	15400
"	8	12,0	0,31	712	281	9540	99	432	674	448	17100	11400
"	8	12,0	0,29	722	252	8900	102	429	647	615	11200	23500
Populus alba Peuplier	1	13,7	0,40	1190	493	6830	200	900	1000	1350	15200	29200
Quercus Sp Red Oak , Chêne	8	12,0	0,60	1500	828	14800	398	695	967	2800	21600	25200
"	1	13,7	0,63	2220	1320	9400	610	1100	1320	3440	24200	25300
"	8	12,0	0,58	1290	621	12700	301	767	940	2130	28200	48800
"	8	12,0	0,57	1180	614	15200	319	686	826	2480	29300	33600
"	10	9,0	0,73	2090	1150	17500	220	670	1000	3080	25500	43500

Tableau n° 4.3.4. Essences feuillues, caractéristiques élastiques à température ambiante

Noms scientifiques Noms communs	Réf. -	H %	ρ gcm ⁻³	E _R MPa	E _T MPa	E _L MPa	G _{RT} MPa	G _{TL} MPa	G _{LR} MPa	-S ₁₂ ⁻¹ MPa	-S ₂₃ ⁻¹ MPa	-S ₃₁ ⁻¹ MPa
Juglans Sp Walnut	6	11,0	0,59	1210	640	11400	230	710	980	1710	18000	23300
Bagassa Guianensis Bagasses	11	12,0	0,68	1980	1450	12300	430	870	1090	3430	20600	60500
Lophira alata Azobe	11	12,0	1,02	4700	2880	19200	960	1400	2000	6970	91400	66700
Liriodendron tulipifera Tulipier, White wood "	10 5	9,7 11,0	0,54 0,38	1330 910	752 420	17000 9890	333 110	925 680	1720 730	1560 1280	43500 23500	43700 30500
Ceiba pentendra Fromager	11	12,0	0,34	820	230	3140	180	230	450	1760	7140	13100
Distemonanthus benthamianus Movingui	11	12,0	0,76	2490	1730	16000	550	1230	1410	4100	28000	77000
Eperua salcata Wapa	11	12,0	0,85	2920	1060	18100	570	740	1400	5000	50200	50900

[1] PRESIOZA , 1982

[2] HORIG, 1938

[3] STAMER, 1935

[4] STAMER et SIEGLERSCHMIDT, 1933

[5] DOYLE, DROW, MAC-BURNEY, 1945,46

[6] HEARMON, 1948

[7] CARRINGTON, 1923

[8] BODIG, 1973

[9] JENKIN, 1920

[10] SEICHEPINE, 1980

[11] LAUNAY, 1986

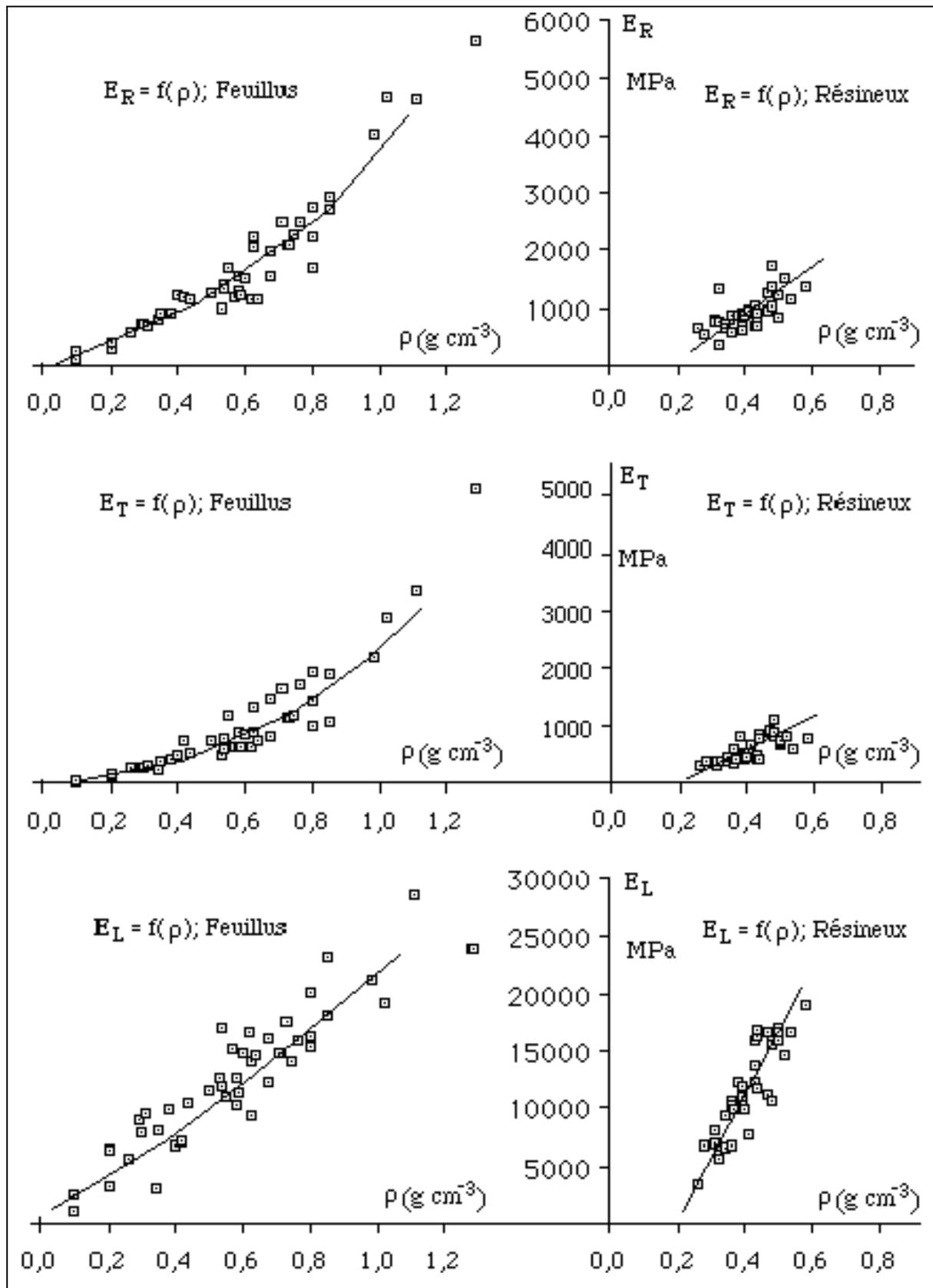


Figure n° 4.24 : Module d'Young à 12 % de taux d'humidité en fonction de la masse volumique

4. 2. COMPLAISANCES ELASTIQUES DE CERTAINES ESSENCES

4.2.1. Quelques données numériques de caractéristiques élastiques

Si l'on s'impose de ne retenir de la bibliographie, à propos d'une essence, que les données numériques portant sur l'ensemble des termes de la matrice des complaisances élastiques et précisant la masse volumique ainsi que le taux d'humidité correspondants, alors les sources sont relativement rares et souvent assez anciennes. On trouve, en particulier, deux répertoires, dans "Principles of wood Science and Technology" et dans le "Wood Handbook".

Les tableaux n° 4.2.1 à 4.2.3 relatifs à des essences résineuses et les tableaux n° 4.3.1 à 4.3.4, concernant des bois feuillus, comportent les valeurs de complaisances élastiques disponibles dans les différents ouvrages cités en bibliographie et dont les noms d'auteurs sont mentionnés à la fin du tableau n° 4.3.4. Parmi ceux-ci figurent quelques résultats obtenus, en particulier, par des équipes françaises.

Pour chaque bois répertorié, le taux d'humidité, la masse volumique, les trois modules d'élasticité E_R , E_T et E_L , les trois modules de cisaillement G_{RT} , G_{TL} , G_{LR} sont reportés. Les coefficients de Poisson ne sont pas reportés directement, nous leur avons préféré les inverses des composantes non diagonales de la matrice des complaisances élastiques, changés de signe. $-1/S_{ij}$ avec $i \neq j$ (c.f. § 3.2.2).

Il convient de souligner que les résultats pris en compte sont d'origines variées, obtenus par différents auteurs, mettant en œuvre des techniques expérimentales parfois mal précisées et le plus souvent originales, du fait de l'absence de normalisation. Ces remarques ne donnent que plus de valeur à la cohérence qui ressort de l'analyse de ces résultats expérimentaux.

A première vue, les écarts constatés entre individus d'une même espèce sont souvent du même ordre de grandeur que les dispersions observables entre espèces. Il se dégage cependant, entre les différentes complaisances ou grandeurs techniques, des relations d'ordre presque toujours respectées, qui vont être discutées dans les paragraphes suivants.

4.2.2. Complaisances axiales, modules d'Young

Les complaisances S_{11} , S_{22} et S_{33} , et par conséquent les modules d'Young E_R , E_T et E_L se rangent pratiquement dans les relations d'ordre suivantes, vérifiées pour toutes les essences forestières connues :

$$S_{33} \ll S_{22} < S_{11}$$

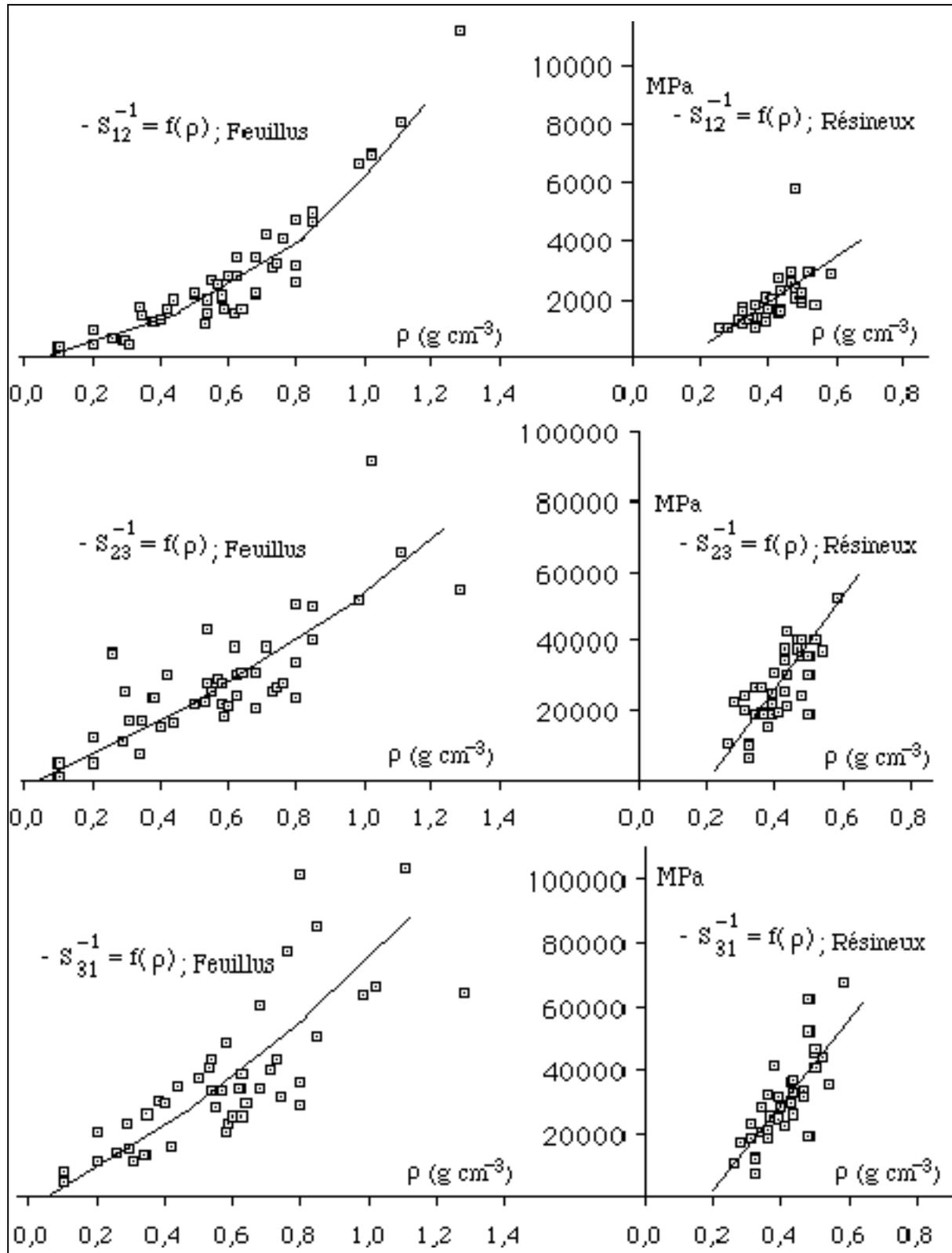


Figure n° 4.2.5 : Module de cisaillement à 12 % de taux d'humidité en fonction de la masse volumique

$$E_L \gg E_R < E_T$$

Afin d'illustrer le degré de l'anisotropie du matériau bois, fixons des ordres de grandeurs relatifs des modules d'Young selon les trois directions anatomiques pour le bois feuillu standard ainsi que pour le résineux standard. (la notion de bois standard qui est utilisée ici sera précisée en fin du présent chapitre)

	E_L/E_R	E_R/E_T	E_L/E_T	ρ (g cm ⁻³)
Feuillu standard	8	1,7	13,5	0,65
Résineux standard	13	1,6	21	0,45

En s'appuyant sur une discussion mécanicienne de certaines des considérations anatomiques évoquées au paragraphe § 1.2.1., ces relations d'ordre seront interprétées, au chapitre 5, dans une démarche micro-macro, explicative du comportement mécanique observé. A ce stade, on se limitera aux commentaires suivants.

Au niveau de la couche S2 de la paroi cellulaire, du fait d'arrangements hélicoïdaux de microfibrilles de cellulose fortement cristallisée, avec un angle faible par rapport au grand axe de la cellule, la fibre ou trachéide est un élément structural à grande rigidité axiale.

En référence aux concepts généraux des matériaux composites à renforts filamenteux, les fibres cellulosiques se comportent en éléments de renforcement du matériau, selon la direction générale de leur grand axe ; elles sont noyées dans la matrice principalement composée de lignine que constitue la lamelle mitoyenne.

Dans ces conditions, la majorité des fibres étant orientées suivant l'axe du tronc, celles ci confèrent un renforcement mécanique selon la direction de la croissance primaire, d'où un E_L grand.

Les rayons ligneux, constitués de cellules parenchymateuses, apportent une contribution au renforcement selon la direction anatomique radiale, correspondant à la croissance secondaire. La fraction volumique en rayon ligneux étant pratiquement toujours inférieure à 30% et, d'autre part, l'angle des microfibrilles, dans les parois de rayons ligneux, étant en général plus grand que celui correspondant aux fibres longitudinales, il semble logique que la rigidité radiale E_R soit nettement plus faible que E_L .

Sous un effort tangentiel, fibres longitudinales et rayons ligneux sont sollicités perpendiculairement au grand axe des cellules, il en résulte que le module tangentiel doit être le plus faible.

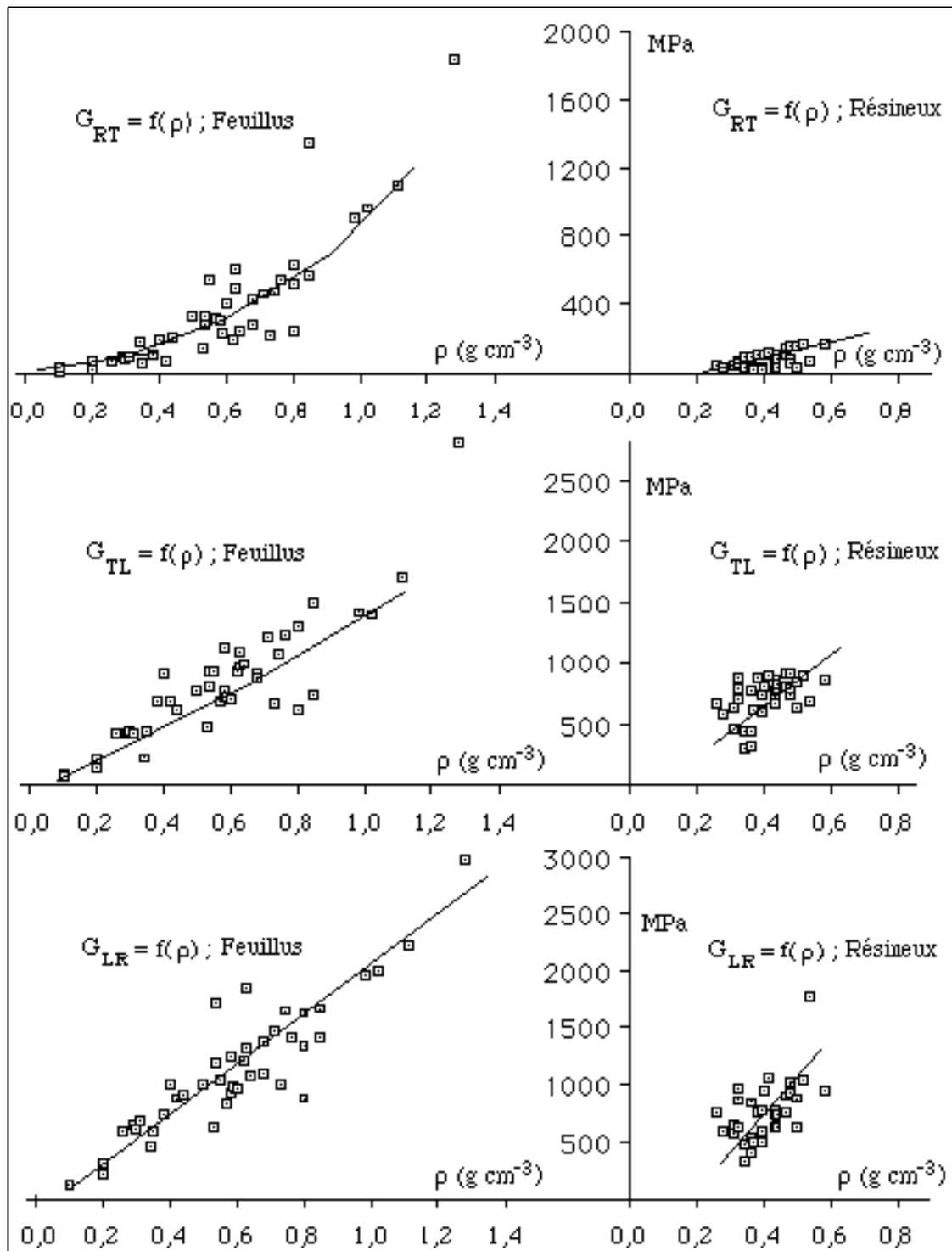


Figure n° 4.25 : Module de cisaillement à 12 % de taux d'humidité en fonction de la masse volumique

4.2.3. Complaisances transverses , coefficients de Poisson

Les complaisances transverses S_{12} , S_{23} , S_{31} sont elles mêmes généralement ordonnées, en valeur absolue de la façon suivante:

$$-S_{12} \gg -S_{23} \geq -S_{31}$$

L'interprétation physique est plus simple si on se souvient que S_{ij} représente l'élongation ε_i résultant d'une contrainte σ_j égale à l'unité.

Le couplage radial-tangentiel est donc plus important que les couplages longitudinal-radial ou longitudinal-tangentiel.

On trouve le plus souvent les relations d'ordre suivantes entre les coefficients de Poisson:

$$\nu_{RT} > \nu_{LT} > \nu_{LR} \approx \nu_{TR} \gg \nu_{RL} > \nu_{TL}$$

Pour interpréter correctement ceci, il convient de revenir aux définitions du paragraphe § 3.2.2. et de bien noter que ν_{ij} (avec $i,j \in (R,T,L)^2$) représente le rapport de l'élongation ε_i à l'élongation ε_j qui résultent d'une sollicitation uniaxe σ_i .

	ρ (g cm ⁻³)	$\nu_{RT} = -\frac{S_{21}}{S_{11}}$	$\nu_{LT} = -\frac{S_{23}}{S_{33}}$	$\nu_{LR} = -\frac{S_{13}}{S_{33}}$	$\nu_{TR} = -\frac{S_{12}}{S_{22}}$	$\nu_{RL} = -\frac{S_{31}}{S_{11}}$	$\nu_{TL} = -\frac{S_{32}}{S_{22}}$
Feuillu st.	0,65	0,67	0,46	0,39	0,38	0,048	0,033
Résineux st	0,45	0,51	0,43	0,39	0,31	0,030	0,020

Le retrait tangentiel rapporté à l'élongation radiale, dans une traction radiale, est important: $\nu_{RT} = 0,6$. Le mécanicien, non familier du matériau bois ou plus généralement des matériaux composites fortement anisotropes, notera qu'il n'est pas rare de rencontrer des coefficients de Poisson supérieurs à 0,5 (limite supérieure fatidique dans le cas des solides élastiques isotropes).

D'autre part, le retrait longitudinal rapporté à l'élongation radiale (ou tangentielle), dans une traction radiale (ou tangentielle) est particulièrement faible. Ceci conduit à des coefficients de Poisson ν_{RL} et ν_{TL} très faibles, inférieurs à 5%, propriété liée à la grande rigidité axiale des fibres.

Ceci a une conséquence pratique importante sur le plan expérimental. En effet, pour accéder aux complaisances S_{31} et S_{32} et afin que les essais soient effectués dans le domaine élastique, on est tenu de limiter les déformations imposées suivant l'axe de sollicitation, R ou T, à des valeurs de l'ordre de quelques centaines de microdéformations (ε_{rr} ou $\varepsilon_{\theta\theta} \leq 500 \mu\text{def}$).

Tableau n° 4.4: Modèles prévisionnels des caractéristiques élastiques d'une essence de masse volumique ρ donnée à 12% d'humidité.

	Feuille "standard" (effectif 43) ($\rho_0 = 0,65 \text{ g/cm}^3$, $H = 12\%$) $S_{ij}^{-1} = S_{ij}^{-1}(\rho_0) \cdot [\rho/\rho_0]^B$			Résineux "standard" (effectif: 37) ($\rho_0 = 0,45 \text{ g/cm}^3$, $H=12\%$) $S_{ij}^{-1} = S_{ij}^{-1}(\rho_0) + B(\rho - \rho_0)$		
Modules z	$S_{ij}^{-1}(\rho_0)$ MPa	B	R(z, ρ)	$S_{ij}^{-1}(\rho_0)$ MPa	B Mpa.cm ³ g ⁻¹	R(z, ρ)
$S_{11}^{-1} = E_R$	1810	1,30	0,933	1000	2370	0,705
$S_{22}^{-1} = E_T$	1030	1,74	0,920	636	1910	0,744
$S_{33}^{-1} = E_L$	14400	1,03	0,917	13100	41700	0,876
$S_{44}^{-1} = G_{TL}$	971	1,26	0,912	745	989	0,533
$S_{55}^{-1} = G_{LR}$	1260	1,14	0,900	861	2080	0,676
$S_{66}^{-1} = G_{RT}$	366	1,74	0,851	83,6	228	0,460
$-S_{12}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RT}} = \frac{E_T}{\nu_{TR}}$	2680	1,41	0,888	2050	5280	0,546
$-S_{23}^{-1} = \frac{E_L}{\nu_{LT}} = \frac{E_T}{\nu_{TL}}$	31200	1,09	0,805	30800	101000	0,817
$-S_{31}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RL}} = \frac{E_L}{\nu_{LR}}$	37300	0,913	0,727	34200	117000	0,762

Note:

R(z, ρ) est le coefficient de corrélation obtenu pour chacune des régressions calculées. Il est à apprécier en fonction de l'effectif des populations traitées.

B est soit l'exposant de la loi puissance, soit la pente de la droite de régression de la loi linéaire, obtenu par optimisation par les moindres carrés.

Pour N-2 = 38 degrés de liberté,

Test significatif au seuil de 1‰ avec $R > 0,413$

Test significatif au seuil de 1‰‰ pour $R > 0,513$

La déformation dans le sens des fibres ϵ_{LL} se trouve alors limitée à quelques dizaines de microdéformations et dans la majorité des conditions expérimentales, il en résulte une grande incertitude sur les évaluations de S_{31} et de S_{32} .

C'est l'une des causes des fortes différences trouvées expérimentalement entre S_{31} et S_{13} , et S_{23} et S_{32} et en conséquence, de la non symétrie apparente de la matrice des complaisances élastiques signalée par certains auteurs. Bien souvent les expérimentateurs mesurent trois caractéristiques parmi quatre et déduisent la quatrième en utilisant la relation de symétrie supposée (c.f. § 2.1.4.)

4.2.4. Complaisances et modules de cisaillement

On retrouve pour ces caractéristiques de nouvelles relations d'ordre :

$$\begin{matrix} S_{55} < & S_{44} & \ll & S_{66} \\ G_{LR} > & G_{TL} & \ll & G_{RT} \end{matrix}$$

Pour fixer les idées, retenons les ordres de grandeurs suivants :

	ρ (g cm ⁻³)	$G_{LR} = -\frac{1}{S_{55}}$	$G_{TL} = -\frac{1}{S_{44}}$	$G_{RT} = -\frac{1}{S_{66}}$	$\frac{G_{LR}}{G_{RT}}$	$\frac{G_{TL}}{G_{RT}}$
Feuillu st.	0,65	1260	971	366	3,4	2,6
Résineux st.	0,45	862	745	83,6	10,3	8,9

Le plan ligneux longitudinal-radial (L,R) est le plan le plus rigide au cisaillement, il contient des fibres longitudinales et des rayons ligneux, dont les zones de croisement ont un rôle rigidifiant; tandis que le plan radial-tangentiel (R,T) qui ne contient que les rayons ligneux comme éléments de renforcement, ayant leur grand axe dans ce plan, est le plus souple au cisaillement. On notera la valeur particulièrement faible de G_{RT} affichée ici, pour le bois résineux standard.

La déformation dans le sens des fibres ε_{LL} se trouve alors limitée à quelques dizaines de microdéformations et dans la majorité des conditions expérimentales, il en résulte une grande incertitude sur les évaluations de S_{31} et de S_{32} .

C'est l'une des causes des fortes différences trouvées expérimentalement entre S_{31} et S_{13} , et S_{23} et S_{32} et en conséquence, de la non symétrie apparente de la matrice des complaisances élastiques signalée par certains auteurs. Bien souvent les expérimentateurs mesurent trois caractéristiques parmi quatre et déduisent la quatrième en utilisant la relation de symétrie supposée (c.f. § 2.1.4.)

4.2.4. Complaisances et modules de cisaillement

On retrouve pour ces caractéristiques de nouvelles relations d'ordre :

$$S_{55} < \quad S_{44} \ll \quad S_{66}$$

$$G_{LR} > G_{TL} \ll G_{RT}$$

Pour fixer les idées, retenons les ordres de grandeurs suivants :

	ρ (g cm ⁻³)	$G_{LR} = \frac{1}{S_{55}}$	$G_{TL} = \frac{1}{S_{44}}$	$G_{RT} = \frac{1}{S_{66}}$	$\frac{G_{LR}}{G_{RT}}$	$\frac{G_{TL}}{G_{RT}}$
Feuillu st.	0,65	1260	971	366	3,4	2,6
Résineux st.	0,45	862	745	83,6	10,3	8,9

Le plan ligneux longitudinal-radial (L,R) est le plan le plus rigide au cisaillement, il contient des fibres longitudinales et des rayons ligneux, dont les zones de croisement ont un rôle rigidifiant; tandis que le plan radial-tangentiel (R,T) qui ne contient que les rayons ligneux comme éléments de renforcement, ayant leur grand axe dans ce plan, est le plus souple au cisaillement. On notera la valeur particulièrement faible de G_{RT} affichée ici, pour le bois résineux standard.

4.3. INFLUENCE DE CERTAINS PARAMETRES PHYSIQUES SUR LE COMPORTEMENT ELASTIQUE DU BOIS.

Les propriétés élastiques des matériaux bois sont sensibles aux variations de l'état physique de l'échantillon considéré. Parmi les paramètres physiques dont l'influence est certaine, nous avons retenu la masse volumique, le taux d'humidité et la température.

4.3.1. Influence de la densité du matériau

Le paramètre densité, ou masse volumique ρ , caractérise la quantité de matière ligneuse contenue dans un volume donné de bois (c.f. § 1.2.3.3.). S'agissant ici de discuter de l'influence de la masse volumique sur le comportement élastique du bois massif, on admet que les fluctuations locales de la microdensité, à l'intérieur du cerne de croissance entre bois initial et bois final, sont homogénéisées dans le volume élémentaire de matière considéré.

Les tableaux n° 4.2 et 4.3. indiquent des caractéristiques élastiques d'essences dont les masses volumiques sont très largement distribuées, depuis des bois très peu denses, comme le Balsa avec $\rho = 0,2 \text{ g/cm}^3$, jusqu'à l'Endranendrana à très forte densité, avec $\rho = 1,28 \text{ g/cm}^3$.

A l'intérieur d'une même espèce, on observe une variabilité de la densité entre individus, en conséquence des conditions de croissance: climat, nature du sol, mode de sylviculture, etc...

Enfin, au sein d'un même arbre, on constate généralement une diminution de densité de la patte vers le houppier, ainsi qu'une évolution de densité du coeur vers l'écorce.

Sur les figures n° 4.24 à 4.26 sont reportées les valeurs des constantes élastiques, correspondant aux essences mentionnées dans les tableaux n° 4.2.i et 4.3.i, en fonction de la masse volumique ρ des bois secs à l'air.

Reprenant l'idée de BODIG, visant à donner une prévision des constantes élastiques du bois en fonction de la masse volumique, des lois de régressions ont été calculées pour les différentes complaisances.

Le tableau n° 4.4 donne deux modèles prévisionnels du comportement élastique tridimensionnel des bois, établis respectivement sur un effectif de 37 résineux et de 43 feuillus.

Feuille Standard : Une masse volumique de $\rho_0 = 0,65 \text{ g/cm}^3$ a été choisie pour présenter le modèle relatif aux bois feuillus. Cette densité conduit à la définition du **bois feuillu standard** qui constitue une référence acceptable pour les feuillus utilisés industriellement. Une correction, tenant compte de la masse volumique ρ d'un bois particulier, est proposée sous la forme d'un coefficient multiplicatif en puissance de ρ . Celle-ci permet une prévision acceptable des caractéristiques élastiques sur une large plage de densités ($0,1$ à $1,28 \text{ g cm}^{-3}$).

Il est à noter que les ajustements par des régressions en puissances de la masse volumique sont meilleurs que des régressions linéaires ; elles conduisent à des variances résiduelles un peu plus faibles et surtout excluent les biais. Les coefficients de corrélation simple $R(z,\rho)$ mentionnés dans le tableau n° 4.4. permettent d'apprécier la qualité des ajustements, compte tenu d'un effectif des jeux de données, relatives aux bois feuillus, voisin de quarante.

Sachant les origines variées des matériels et méthodes mis en œuvre, par une multiplicité d'auteurs, pour évaluer les propriétés élastiques tridimensionnelles des bois feuillus, il est particulièrement remarquable que plus de 80% de la variabilité de ces paramètres mécaniques soient statistiquement expliqués par la masse volumique.

Résineux standard : Les propriétés élastiques du **résineux standard** sont exprimées pour une masse volumique $\rho_0 = 0,45 \text{ g.cm}^{-3}$; qui est de même une référence acceptable pour les résineux travaillés industriellement. Dans ce cas, la correction en masse volumique est proposée sous forme de régressions linéaires, applicables sur une plage densitométrique plus limitée, comprise entre $0,25$ et $0,60 \text{ g.cm}^{-3}$. L'échantillonnage disponible concerne des essences dont les densités restent comprises dans cette fourchette.

Les caractéristiques des bois standards, définies ci-dessus, sont utilisées dans différentes applications numériques. La notion de bois standard sera commentée de façon plus approfondie en fin de chapitre.

4.3.2. Influence du taux d'humidité H

Le caractère hygroscopique de la matière ligneuse a été souligné au chapitre 1. § 1.2.3.1. La distinction a été faite entre l'eau libre, présente à des taux d'humidité élevés en phase liquide et phase vapeur dans les lumens cellulaires du bois, et dont les fluctuations n'affectent pas les propriétés mécano-physiques apparentes du matériau, et, d'autre part, l'eau liée ou adsorbée qui concerne des molécules d'eau liées aux polymères constitutifs par des liaisons hydrogène. Les fluctuations de taux d'humidité, au dessous du point de saturation des fibres ($H_{\text{PSF}} \approx 30\%$) s'accompagnent d'une part de variations dimensionnelles, retraits et gonflements,

signalées au § 1.2.3.1., mais aussi de modifications des valeurs des caractéristiques élastiques.

Dans le cadre de ce chapitre, il s'agit de dégager l'influence des variations du taux d'humidité sur les caractéristiques élastiques du matériau bois.

Le bois est assimilable à un composite naturel complexe essentiellement constitué de trois polymères, comme cela a été indiqué au § 1.2.2. Les lignines et les hémicelluloses sont des polymères amorphes, l'affinité hygroscopique des hémicelluloses est très supérieure à celle des lignines. La cellulose est un polymère semi-cristallin dont seule la partie amorphe a une affinité pour l'eau.

Le passage d'un polymère amorphe thermoplastique de l'état vitreux à l'état caoutchoutique est généralement caractérisé par une température T_g , dite température de transition vitreuse. Le franchissement de cette transition, en température croissante, s'accompagne d'une diminution très importante de rigidité.

Sur bon nombre de polymères à haut poids moléculaire, des transitions secondaires, associées à des rotations de chaînes, sont parfois observées à des températures inférieures à la transition vitreuse.

A l'état anhydre, les températures de transition vitreuse des constituants du bois ont été notées à des températures relativement hautes, auxquelles les processus de décomposition chimique de la matière ligneuse sont déjà perceptibles.(c.f. tableau n° 4.5.) La sensibilité des températures de transition vitreuse des constituants du bois, en fonction de l'évolution du taux d'humidité, a été étudiée, notamment, par SALMEN.

L'eau adsorbée, à partir de l'état anhydre, agit sur les différents polymères constitutifs comme un plastifiant, en abaissant les températures de transitions.

Dans le cas des hémicelluloses, une quantité suffisante d'eau adsorbée abaisse la température de transition jusqu'à la température ambiante.

Pour la lignine, une très faible quantité d'eau abaisse radicalement la température de transition jusqu'à 115°C, environ. Au delà, un taux d'humidité supérieur n'affecte plus cette température, qui est maintenue.

Seule la phase amorphe de la cellulose, polymère semi-cristallin, est susceptible d'absorber de l'eau, en conséquence le ramollissement de la cellulose amorphe sera d'autant moins sensible que le taux de cristallinité sera élevé.

Tableau n° 4.5: Températures de transition vitreuses

Température de transition vitreuse	Cellulose* anhydre	Hémicellulose anhydre	Lignine anhydre
T_g valeur probable (selon SALMEN)	220-255°C 230°C	150-220°C 180°C	130-195°C

NB: dépendant du taux de cristallinité de la cellulose, la transition vitreuse de la cellulose n'est pas définitivement prouvée.

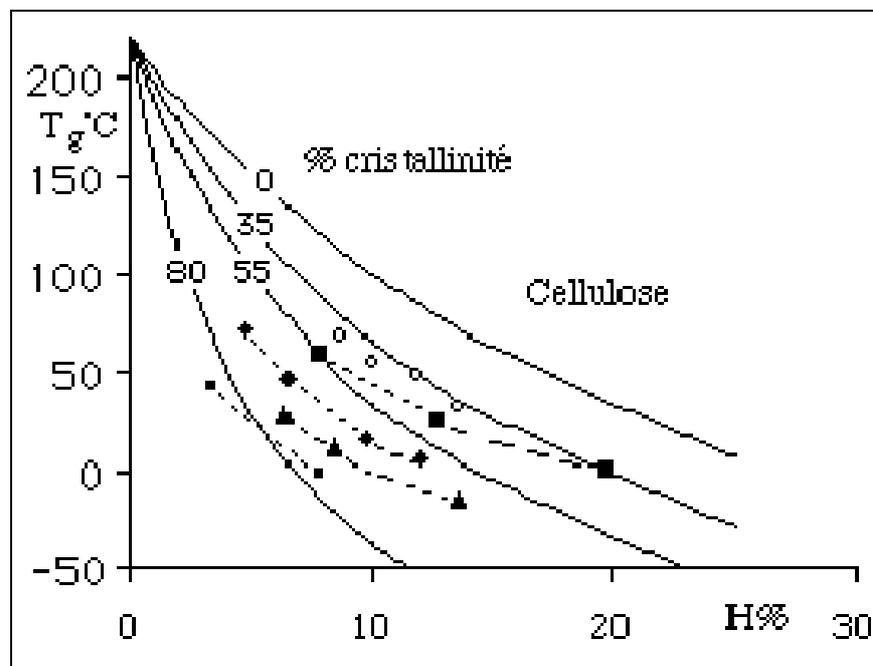


Figure n° 4.27: Pour la cellulose, évolution de T_g en fonction de l'humidité H , pour différents taux de cristallinité. Courbes théoriques et points expérimentaux selon SALMEN.

Un taux d'humidité de 20% est susceptible d'abaisser la température de transition de la cellulose amorphe jusqu'à la température ambiante.

La transposition au matériau bois, des connaissances acquises sur les polymères constituants isolés, doit être réalisée avec prudence. Les interactions entre les mécanismes élémentaires sont probables et induisent une complexification de l'analyse. On notera qu'un taux d'humidité donné pour le matériau, de 15% par exemple, correspond à des taux d'imprégnation hydrique différenciés selon les polymères constituants, compte tenu des diverses affinités pour l'eau adsorbée. Les remarques ci-dessus, relatives aux principaux constituants du bois, sont néanmoins de nature à faciliter l'interprétation des observations expérimentales, rapportées dans la bibliographie, de l'influence du taux d'humidité sur les caractéristiques élastiques du bois.

La figure n° 4.28 a-b-c illustre l'allure générale des évolutions des modules d'élasticité pour différentes essences.

De façon très schématique, les modules d'Young présentent un léger plateau (ou même une légère croissance) lorsque le taux d'humidité évolue depuis l'état anhydre jusqu'aux environs de $H=5\%$, puis décroissent quasi-linéairement entre 8 et 20%. Au delà de 30%, le point de saturation des fibres étant dépassé, les modules élastiques se stabilisent à une valeur palier. Les particularités des polymères constituants se retrouvent dans le comportement du bois massif.

Sur le plan pratique, pour des humidités voisines de 12% dans un intervalle de variation entre $H \approx 5\%$ et $H \approx H_{psf}$, l'influence du taux d'humidité H sur les propriétés élastiques des bois standards est prise en compte par une correction linéaire sur modules d'élasticité, de la forme (4.17) suivante :

$$(4.17) \quad S_{ij}^{-1}(H) = S_{ij}^{-1}(12\%) [1 - C_{Hij}(H-12)]$$

Les trois jeux de coefficients C_{Hij} , reportés dans le tableau n° 4.6, sont construits respectivement, à partir des données de passage, bois sec à l'air - bois vert, proposées par KOLLMAN (1968), des données de PALKA (1973) et des résultats expérimentaux publiés sous forme de graphiques par GERHARDS (1982) et interprétés par GUITARD (1987) dans l'intervalle de taux d'humidité de 6 à 20%. Les propositions concernant l'ensemble des caractéristiques élastiques sont celles de PALKA.

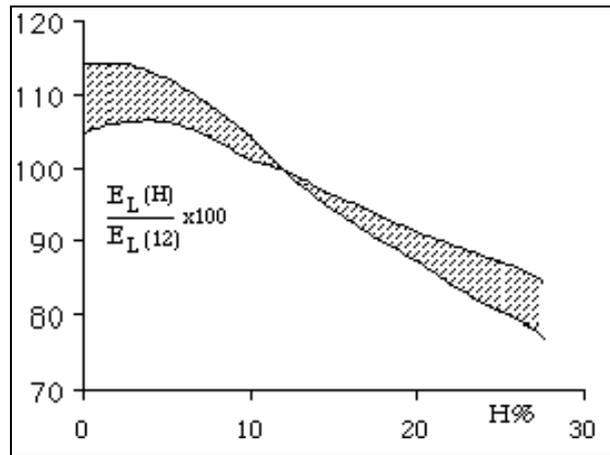


Figure n° 4.28-a: Variations E_L en fonction du taux d'humidité, rapportée à $E_L(12)$, pour différentes espèces (dédit de GERHARDS)

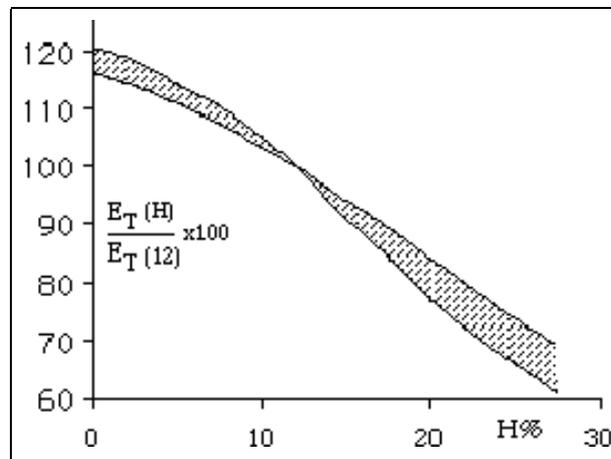


Figure n°IV.28-b: Variations E_T en fonction du taux d'humidité, rapportée à $E_T(12)$, pour différentes espèces (dédit de GERHARDS)

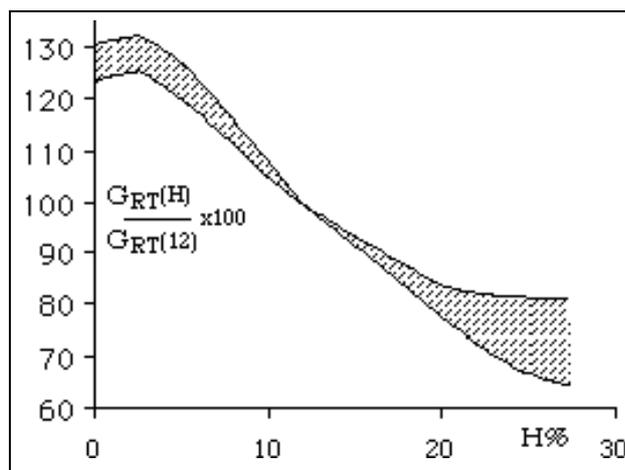


Figure n° 4.28-c: Variations G_{RT} en fonction du taux d'humidité, rapportée à $G_{RT}(12)$, pour différentes espèces (dédit de GERHARDS)

4.3.3. Influence de la température T

Il a été indiqué au paragraphe précédent, qu'une élévation du taux d'humidité abaisse les températures de transition des polymères constitutifs du bois, ce qui a pour conséquence un ramollissement du matériau. A taux d'humidité fixé, une élévation de température provoque un ramollissement des bois, matériau thermoplastique.

L'influence de la température sur les constantes élastiques des bois standards est prise en compte par la correction proposée par PALKA (1973) de la forme (4.18) suivante:

$$(4.18) \quad S_{ij}^{-1}(T) = S_{ij}^{-1}(20^\circ) [1 - C_{Tij} H (T-20)]$$

Cet auteur différencie les domaines de température : $20^\circ\text{C} < T < 60^\circ\text{C}$ et $T < 20^\circ\text{C}$.

Les valeurs des coefficients C_{Tij} correspondantes sont consignées dans le tableau n° 4.7.

4.3.4. Les bois standards

Dans le déroulement d'études mécaniques, sur des éléments de structures en bois, en général, et en mécanique de l'arbre, en particulier, il est fréquemment nécessaire de disposer d'ordres de grandeurs, et même de choisir des jeux de propriétés matérielles.

A la démarche traditionnelle consistant à relever dans la bibliographie, de façon plus ou moins aléatoire, les propriétés de telle ou telle essence, nous préférons celle de l'utilisation des caractéristiques des bois "standards" (GUITARD, 1987).

Ces caractéristiques ne se réfèrent pas à une espèce particulière, mais constituent des données, statistiquement réalistes, traduisant les spécificités de la matière ligneuse.

Les caractéristiques élastiques du *feuillu et du résineux standards* sont reportées dans le tableau n° 4.8. Pour comparaison, ce tableau indique aussi les propriétés correspondantes d'un matériau composite à renfort filamenteux fortement anisotrope (fibres de verre, matrice résine époxy), d'un polymère solide (une résine époxy), ainsi que d'un acier.

Tableau n°4.6: Coefficients de correction en humidité C_{Hij} ,
entre $H \approx 5\%$ et $H \approx H_{psf}$
 $S_{ij}^{-1}(H) = S_{ij}^{-1}(12\%) [1 - C_{Hij}(H-12)]$

Propriété	C_{Hij} (en [% d'humidité] ⁻¹)		
	PALKA	GUITARD	KOLLMAN
Elastique			
$S_{11}^{-1} = E_R$	0.02	0.03	0.03
$S_{22}^{-1} = E_T$	0.02	0.03	0.03
$S_{33}^{-1} = E_L$	0.01	0.015	0.01
$S_{44}^{-1} = G_{TL}$	0.015	0.03	0.02
$S_{55}^{-1} = G_{LR}$	0.015	0.03	0.015
$S_{66}^{-1} = G_{RT}$	0.02	0.03	0.02
$-S_{12}^{-1} = \frac{E_T}{\nu_{TR}}$	0.03	-	-
$-S_{23}^{-1} = \frac{E_L}{\nu_{LT}}$	0.01≈0.015	-	-
$-S_{31}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RL}}$	0	-	-

Tableau n°4.7: Coefficients de correction en température C_{Tij} , jusqu'à $T \approx 60^\circ C$
 $S_{ij}^{-1}(T) = S_{ij}^{-1}(20^\circ) [1 - C_{Tij} H (T-20)]$

Propriété Elastique	C_{Tij} (en [% d'humidité] ⁻¹ x [°c] ⁻¹)	
	T<20°	T>20°
$S_{11}^{-1} = E_R$	0.00013	0.00018
$S_{22}^{-1} = E_T$	0.00013	0.00018
$S_{33}^{-1} = E_L$	0.00009	0.00009
$S_{44}^{-1} = G_{TL}$	0.00010	0.00013
$S_{55}^{-1} = G_{LR}$	0.00010	0.00013
$S_{66}^{-1} = G_{RT}$	0.00013	0.00018
$-S_{12}^{-1} = \frac{E_T}{\nu_{TR}}$	0.00020	0.00027
$-S_{23}^{-1} = \frac{E_L}{\nu_{LT}}$	0.00006	0.00009
$-S_{31}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RL}}$	0.00000	0.00000

Les propriétés élastiques des bois étant variables d'une espèce à l'autre, d'un individu à l'autre et ceci en fonction d'un grand nombre de paramètres, génétiques, stationnels, anatomiques et physiques, le technologue est tenu de réduire le caractère aléatoire de cette variabilité naturelle en prenant en compte les indicateurs prépondérants du comportement mécanique.

En l'état du savoir, il est pratique de retenir les 4 paramètres suivants:

- le caractère feuillu ou résineux de l'essence considérée,
- ρ_{12} la masse volumique évaluée à 12%,
- H le taux d'humidité,
- T la température.

Le caractère feuillu ou résineux est déjà pris en compte dans la définition des bois standards. Le tableau n° 4.8. donne les complaisances élastiques du feuillu standard de masse volumique fixée à 0.65 g.cm^{-3} , et du résineux standard de masse volumique fixée à 0.45 g.cm^{-3} , à un taux d'humidité de 12%.

Correction de masse volumique. Une évaluation de l'élasticité d'un bois de masse volumique sensiblement différente de celle des standards est donnée par les modèles prévisionnels reportés dans le tableau n° 4.4., sous forme de corrélations fonctions linéaires de la masse volumique pour un résineux et de corrélations en puissances de la masse volumique pour un feuillu.

Correction de taux d'humidité. Pour tenir compte du taux d'humidité H, lorsque celui-ci s'écarte sensiblement du taux de référence de 12%, tout en restant inférieure au point de saturation des fibres, les corrections indiquées au tableau n° 4.6 peuvent être appliquées.

Correction en température. Pour tenir compte de la température du matériau, lorsque celle ci s'écarte sensiblement de la référence de 20°C , tout en restant inférieure à une soixantaine de degrés, les corrections indiquées au tableau n° 4.7 peuvent être utilisées.

Il faut préciser que les modèles de bois standards (tableau n° 4.8) et les corrections en masse volumique (tableau n° 4.4), en taux d'humidité (tableau n° 4.6) et en température (tableau n° 4.7), proposées ci-dessus, n'ont pas la prétention de traduire de façon exacte les propriétés élastiques d'un bois particulier. Ces évaluations s'en approchent, toutefois, de façon satisfaisante, du point de vue technologique.

Tableau n° 4.8: Constantes élastiques des bois standards, comparées à certains matériaux

	Feuillu	Résineux	Ver./époxy	Epoxy	Acier
Masse volumique (g.cm ⁻³)	0,65	0,45	2,60	1,2	7,8
Humidité en %	12	12	-	-	-
Modules élastiques	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
$S_{11}^{-1} = E_R$	1810	1000	18000	2850	210000
$S_{22}^{-1} = E_T$	1030	636	18000	2850	210000
$S_{33}^{-1} = E_L$	14400	13100	49400	2850	210000
$S_{44}^{-1} = G_{TL}$	971	912	7800	1070	80000
$S_{55}^{-1} = G_{LR}$	1260	861	7800	1070	80000
$S_{66}^{-1} = G_{RT}$	366	84	6760	1070	80000
$-S_{12}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RT}}$	2680	2050	60000	7120	70000
$-S_{23}^{-1} = \frac{E_L}{\nu_{LT}}$	31200	30800	224000	7120	70000
$-S_{31}^{-1} = \frac{E_R}{\nu_{RL}}$	37300	34200	224000	7120	70000

Correction à partir d'un module longitudinal expérimental E_L^{exp} : Un utilisateur disposant pour un bois donné d'une évaluation expérimentale du module d'Young longitudinal E_L^{exp} , de la masse volumique ρ , du taux d'humidité H et de la température T , pourra estimer les autres grandeurs élastiques, en conservant l'anisotropie prévue par les modèles. Il appliquera la correction basée sur E_L^{exp} suivante:

$$(4.19) \quad S_{ij}^{-1} = S_{ij}^{-1}(\rho, H, T) \cdot \frac{E_L^{\text{exp}}}{S_{33}^{-1}(\rho, H, T)}$$

Précisons, enfin, que ces propositions de lois de comportement élastique traduisent l'état actuel des connaissances en rhéologie du bois et que les progrès de cette science conduiront à des affinements ultérieurs. En particulier, il est maintenant certain, que le niveau d'anisotropie élastique est sensiblement différent pour des bois de même nature, feuillue ou résineuse, ayant sensiblement la même masse volumique et des taux d'humidité voisins. Cette variabilité est le résultat de spécificités anatomiques telles que la présence de bois juvénile et/ou de bois de réaction, qui se traduisent par des variations de l'angle des microfibrilles, des fractions volumiques en rayons ligneux variables... (SCHNIEWIND, 1959 ; CAVE, 1968; Mark, 1972; PANSIN et de ZEUB 1980).

4. 4. CONCLUSION

Le chapitre 4. traite essentiellement du comportement élastique du matériau bois. Le paragraphe § 4.1. est une discussion de certaines approches expérimentales mises en œuvre pour l'identification des constantes élastiques de ce matériau fortement anisotrope.

Une banque de données matérielles qualifiant le comportement élastique anisotrope d'une importante diversité d'espèces, tant feuillues que résineuses, est rapportée au paragraphe § 4.2..

Le paragraphe § 4.3. donne un aperçu de modèles prévisionnels du comportement élastique tridimensionnel des bois, établis en utilisant comme indicateurs la masse volumique, le taux d'humidité et la température. Ce paragraphe traduit le "comment" du comportement élastique du bois, tandis que l'Annexe A.2, par la mise en œuvre de modèles de micro mécanique dont certains ont un caractère d'originalité, vise à répondre au "Pourquoi" du comportement élastique observé.

Les modèles prévisionnels de comportement élastique anisotrope du matériau bois ont permis d'introduire la notion de bois "*standards*". Le *feuillu standard* et le *résineux standard* sont des bois virtuels, statistiquement

représentatifs des données matérielles disponibles, dont les propriétés élastiques anisotropes sont indiquées à un taux d'humidité de 12% et des masses volumiques respectivement de 0,65 et 0,45 kg m⁻³ ; pour lesquels il est proposé des corrections en masse volumique, taux d'humidité et température permettant de couvrir les plages usuelles d'utilisation des bois.