Unité 13 : Les fractions

Découvrir, comprendre, écrire et comparer des fractions simples. Dans des situations de la vie quotidienne, comprendre à l'aide d'images le sens d'additionner ou de soustraire des fractions.

Les deux idées de base

La Méthode de Singapour aborde les fractions unitaires (c'est-à-dire dont le numérateur est égal à 1) et autres fractions simples dès le CE1 pour aider les élèves à se familiariser avec ce concept et à développer une attitude positive à leur égard. Les fractions sont certes hors programme mais nous vous encourageons vivement à traiter ce chapitre entièrement, car il préparera vos élèves efficacement au cycle 3. En réalité, les élèves comprennent intuitivement les deux notions de base qui sont nécessaires à la compréhension du concept : la répartition et l'équité.

- *Répartition*. Toutes les familles sont amenées un jour ou l'autre à partager des gâteaux de forme ronde ou des plats rectangulaires (par exemple des lasagnes). Les enfants envisagent la répartition comme l'acte de découper un plat en autant de parts qu'il y a de personnes avec qui partager ce plat.
- *Équité*. Qui n'a jamais entendu un enfant protester en recevant une part plus petite que celle de sa sœur ou de son frère ? Avant même de connaître les fractions un demi ou un quart, les enfants peuvent déjà dire si les parts découpées sont de taille égale, c'est-à-dire si la répartition est équitable.

La signification « partie-tout » d'une fraction

Le premier sens des fractions que les élèves vont rencontrer est le sens « partie-tout » : « *a* parties des *b* parties égales ». Toutefois, les élèves vont apprendre d'autres sens des fractions dans les années à venir. L'interprétation « partie-tout » des fractions ne doit donc pas faire obstacle à la compréhension d'autres significations.

L'importance de la façon dont nous parlons des fractions

- L'un des obstacles au développement d'une bonne compréhension des fractions est de penser que le numérateur ne peut pas être plus grand que le dénominateur parce que « on peut prendre 3 parties sur 5 parties égales, mais on ne peut pas prendre 7 parties sur 5 parties égales ». Pensez d'abord à la fraction unitaire $\frac{1}{5}$: c'est la partie qu'on obtient après avoir découpé le tout en cinq parties égales. Ensuite, $\frac{3}{5}$ c'est tout simplement 3 « un cinquième ». Par la suite, cela nous mènera naturellement à envisager $\frac{7}{5}$ comme 7 « un cinquième ». Il est nécessaire de faire l'analogie avec les nombres entiers. Lorsqu'on visualise 3, on compte trois unités ; lorsqu'on visualise 7, on compte sept unités. Lorsqu'on visualise $\frac{3}{5}$, on compte trois cinquièmes ; lorsqu'on visualise $\frac{7}{5}$, on compte sept cinquièmes. La seule différence, c'est l'unité de mesure : quand on compte, ce sont des unités ; avec les fractions, ce sont des fractions unitaires.
- Le premier modèle de « tout » que les élèves vont découvrir est celui du tout continu, qu'il s'agisse d'un cercle, d'un carré ou d'un rectangle, qui représente par exemple un aliment. On peut diviser ces modèles en 2D en autant de parties égales que nécessaire. On peut les découper (concret), les modéliser (avec du matériel pédagogique) ou les colorier (griser des parties d'un dessin). Insistez sur le fait qu'une fraction n'a pas de sens si le tout est inconnu.

Comparer les fractions

Au CE1, les élèves commencent à développer un sens de la grandeur (ou de la quantité) des fractions. Ils se familiarisent avec la taille relative des fractions unitaires $\frac{1}{n}$, où *n* varie de 1 à 10. Les activités de comparaison jouent un rôle majeur dans le développement de ces notions de taille relative des fractions. L'objectif est le développement d'une pensée réfléchie (« Si 8 amis se partagent un gâteau, chacun aura moins de gâteau que si 4 amis se partageaient le même gâteau ») et non la mémorisation des règles (« Un huitième est plus petit qu'un quart parce que son dénominateur est plus grand »). Insistez sur le fait que les fractions ne peuvent être comparées que si elles renvoient à un même tout.

Additionner et soustraire des fractions

Les enfants interprètent souvent une fraction comme deux nombres entiers sans lien l'un avec l'autre. Or, l'un des objectifs essentiels des mathématiques élémentaires consiste à aider les élèves à voir la fraction comme représentant un nombre ou une quantité. C'est seulement à partir de là que l'on peut commencer à combiner les fractions par le biais des opérations. Insistez sur le fait que les fractions de même dénominateur que l'on décompose ou que l'on recompose renvoient à un même tout.

Difficultés générales d'apprentissage

- Comprendre le sens des fractions.
- Comprendre ce que les nombres représentent.
- Retenir que les parties du tout doivent être égales.
- Conceptualiser la fraction comme un nombre/une quantité unique.

Séance 126 Découvrons les fractions

Objectifs Explorer le sens des fractions simples à travers une situation de partage. Introduire les fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$.

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Que manque-t-il ?

Jouez à « remplir les blancs » en posant toutes sortes de devinettes oralement ou en écrivant au tableau. Dites aux élèves : « Je vais vous poser une devinette, et quand je dirai "bip", ou quand je laisserai un trou, ce sera à vous de répondre. » Les élèves peuvent répondre oralement ou sur leur ardoise. Par exemple :
- 10, 12, 14, « bip », 18, 20 ;
- 20, 25, 30, « bip », 40, 45, 50 ;
- 28 moins « bip » égalent 20 ;
- 404 plus « bip » égalent 444 ;
- 20 fois « bip » égalent 100 ;
- 100 divisé par « bip » égalent 20.

Symétrique ou congruent ?

Il est important de faire la distinction entre les différentes façons de créer des moitiés égales d'un tout. Les deux méthodes abordées au cours de la séance (**figure 1 a)** et **b)**) consistent à plier le carré le long d'un axe de symétrie, puis à en superposer les parties. Il existe une infinité d'autres lignes droites (**figure 4**), et même brisées (**figure 3**), le long desquelles on pourrait découper le carré pour obtenir des moitiés congruentes (c'est-à-dire égales), mais ces lignes ne sont pas des axes de symétrie.

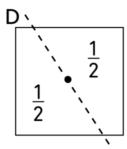


Figure 4 : La droite D n'est pas un axe de symétrie.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Découper un carré	20 min	En binôme puis collectif
2 Étude des pages 90 à 92 du fichier 2	20 min	Collectif
3 Pratique autonome	20 min	Collectif puis individuel
Fichier 2 : pp. 90-92 **Fichier photocopiable :** pp. 235-236 **Annexe :** 13-2 « Disques de fractions »	**Matériel pédagogique :** 1 carré en papier prédécoupé par élève et des crayons de couleur, géoplan	
Vocabulaire : parties égales, moitié, demi, tiers, quart, fraction		

Note : *Au CP, les enfants ont appris à faire la différence entre les formes divisées en parties égales et celles qui sont divisées en parties non égales. Ils ont appris les notions de double et de moitié, et de partage équitable. Dans l'unité 12, ils ont créé des demi-disques et des quarts de disque à partir d'un disque entier. Toutes ces notions posent les bases d'une bonne compréhension du modèle des fractions.*

1 Découper un carré

Distribuez à chaque élève un **carré en papier** et demandez-leur d'imaginer qu'il s'agit d'un biscuit carré. Ils vont devoir modéliser le fait de manger la moitié du biscuit. « Pliez le biscuit en papier en deux moitiés égales et coloriez l'une des moitiés pour représenter la partie que vous avez mangée. » Dites-leur : « Commencez par réfléchir, puis discutez de votre idée avec votre voisin. Essayez de trouver deux façons différentes de faire des demi-biscuits. » Laissez-leur le temps de plier et de colorier une moitié de leur carré. Avant de passer aux quarts, discutez des deux solutions les plus communes, qui ne sont cependant pas les seules possibilités (**figure 1**).

Figure 1  **a)** Moitié triangulaire  **b)** Moitié rectangulaire

Répétez l'activité de pliage en demandant cette fois aux élèves de plier le carré en quatre parties égales et d'en colorier une partie. S'ils utilisent le même carré, ils vont le plier une seconde fois : ils vont alors obtenir soit quatre triangles égaux s'ils continuent avec la **figure 1 a)**, soit quatre carrés égaux ou des rectangles plus étroits s'ils continuent avec la **figure 1 b)**. Faites-leur colorier l'une des quatre parties du côté non colorié de la feuille. Bien sûr, le fait d'utiliser un nouveau carré causera moins de confusion et leur permettra de recommencer depuis le début.

2 Étude des pages 90 à 92 du fichier 2

Projetez la **page 90 du fichier 2** au tableau, ou dites aux élèves de suivre dans leur fichier. Quand les élèves ont fini d'étudier les images, demandez à un volontaire d'interpréter la première vignette (Maël a faim et se réjouit de manger sa pizza). Faites de même pour les trois vignettes suivantes : dites à un volontaire de lire les phylactères et d'interpréter les réactions de Maël et leur évolution. Certains élèves connaissent peut-être déjà les mots demi et quart, mais le mot tiers sera sûrement inconnu pour la plupart d'entre eux. S'il est important qu'ils apprennent les nouveaux mots de vocabulaire, il s'agit aussi et surtout de faire passer les idées suivantes :

1. À chaque fois, on découpe la pizza en parts égales pour que le partage soit équitable.
2. Plus il y a de personnes qui se partagent la pizza, plus la part de chacun est petite.

Ensuite, étudiez le haut de la **page 91 du fichier 2** en lisant attentivement les différentes étapes du processus. Recommencez la discussion avec le nouveau symbole « $\frac{1}{4}$ » en vous référant au bas de la **page 91** et à l'**exercice 2 de la page 92**.

Vous pouvez également évoquer une troisième solution possible (**figure 2**).

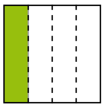


Figure 2

Continuez d'insister sur l'adjectif « égales » dans « deux parties égales » ou « quatre parties égales », qui est essentiel à la compréhension du sens du dénominateur.

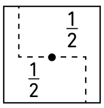
3 Pratique autonome

Avant de distribuer les **pages 235 et 236 du fichier photocopiable** à faire comme entraînement individuel, discutez ensemble des **problèmes 3 et 4 page 92 du fichier 2**. Demandez à des volontaires d'expliquer pourquoi les figures **3C**, **4G** et **4H** sont incorrectes (parce que les parties ne sont pas égales).

Différenciation

Soutien : Revenez à la **séance 111** et faites le lien entre les demi-carrés et les quarts de carré d'une part, et les demi-disques et les quarts de disque que les élèves ont déjà vus d'autre part. Soulignez également le lien entre les sonorités respectives de demi et de deux, de quart et de quatre.

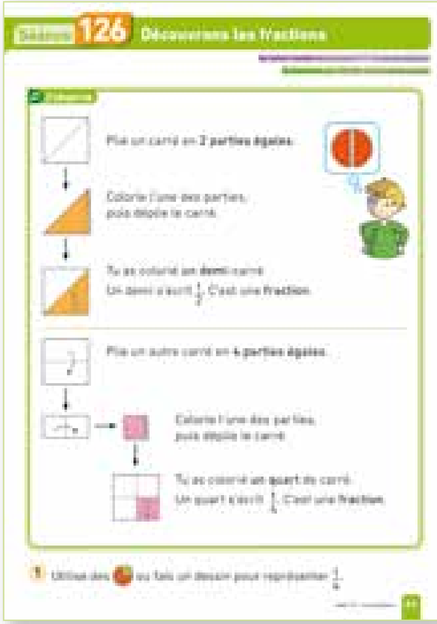
Approfondissement : Invitez les élèves à aller plus loin en leur demandant de former des demis, puis des quarts sur un **géoplan** : « Formez le plus grand carré possible sur votre géoplan et imaginez que c'est votre jardin. Maintenant, tracez un chemin qui le divise en deux moitiés égales, mais attention, le chemin ne peut pas être une ligne droite. »



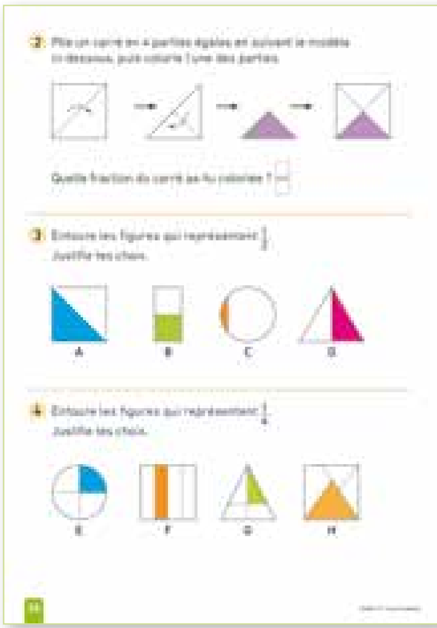
Synthèse de la séance
• Je sais former des demis et des quarts en pliant un carré en deux ou en quatre parties égales. • Je sais représenter un demi et un quart de trois manières : avec un mot, un symbole et un dessin. • Je sais faire la différence entre les images qui sont et celles qui ne sont pas des demis ou des quarts.

Fichier 2 p. 90

Fichier 2 p. 91



Fichier 2 p. 92



Écrivons les fractions (1)

Objectifs **Reconnaître, nommer et écrire des fractions dont le dénominateur est inférieur à 10.**

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

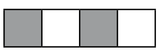
Calcul mental

Soustraire sur la bande numérique

Tracez au tableau une bande numérique « utile », c'est-à-dire une droite horizontale sur laquelle vous n'inscrirez que les nombres concernés par chaque calcul.
Demandez aux élèves de soustraire « 51 – 39 ». Les élèves doivent faire mentalement des sauts sur la bande et expliquer oralement : « Je fais un bond de 1, de 39 à 40, puis un bond de 10, de 40 à 50, puis un bond de 1, de 50 à 51 : j'ai parcouru 12. » Représentez les 3 bonds par des flèches sur la bande numérique au fur et à mesure des réponses.
À ceux qui sont prêts et désireux d'aller plus loin, proposez « 501 – 298 ».

Conceptions erronées concernant les parties grisées

Beaucoup d'élèves croient que les parties (égales) grisées ou colorées d'une image de fraction doivent être mises côte à côte pour former une seule et même zone continue. Par exemple, si un rectangle est divisé en quatre parties égales (voir ci-dessous), dont deux sont grisées mais séparées par une partie non grisée, certains hésiteront peut-être à décrire les deux parties grisées comme deux quarts (ou un demi) du rectangle.



C'est pour faire face à cette conception erronée très répandue que sont proposés des exercices comme **1 d) page 237 du fichier photocopiable** ou **2 b) page 94 du fichier 2**. Créez d'autres figures de ce type pour vos élèves.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Découvrir les tiers	25 min	En binôme puis collectif
2 Exploration des pages 93 et 94 du fichier 2	15 min	Collectif
3 Pratique autonome	20 min	Individuel

Fichier 2 : pp. 93-94
Fichier photocopiable : pp. 237-238
Annexe : 13-2 « Disques de fractions »

Matériel pédagogique : un pain de mie coupé en tranches, 15 cubes multidirectionnels par binôme (5 cubes de couleur claire et 10 cubes de couleur foncée)

Vocabulaire : parties égales, tiers, numérateur, dénominateur

1 Découvrir les tiers

Organisez la classe en binômes et distribuez à chacun **un sac de 15 cubes multidirectionnels** contenant **5 cubes de couleur claire et 10 de couleur foncée**. Demandez aux élèves : « Créez une structure de votre choix dont un tiers est de couleur claire. » Au cours de la séance 126, les élèves se sont concentrés sur un demi et un quart, mais certains se souviendront peut-être de la troisième vignette de l'illustration pleine page au début de l'unité 13. Vous procédez ainsi à une évaluation préliminaire de leur compréhension de « un tiers ». Soulignez le lien entre les mots « tiers » et « trois ». Avec les cubes, certains binômes vont peut-être créer de simples structures en 3D (**figure 1**) qui ressemblent à des figures en 2D. D'autres créeront peut-être des structures plus inventives (**figure 2**).

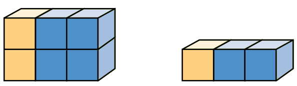


Figure 1

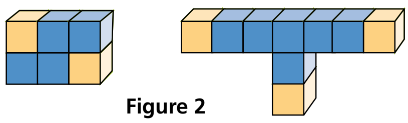


Figure 2

Demandez-leur : « Comment savez-vous qu'un tiers de la structure est de couleur claire ? » Pour aider les élèves à trouver eux-mêmes la réponse, faites-leur d'abord décomposer leur structure en trois trains de cubes de même longueur puis montrer que l'un de ces trois trains est de couleur claire.
Concluez cette partie de la séance en montrant **trois tranches de pain de mie** égales, que vous allez manipuler dans la deuxième partie de la séance. Commencez par vérifier le raisonnement des élèves : montrez l'une des parties égales et demandez : « Quelle fraction du pain de mie cette tranche représente-t-elle ? » (un tiers). Montrez ensuite deux parties égales et voyez si l'un d'eux dit « deux tiers ».

Enfin, montrez les trois tranches ensemble et voyez si quelqu'un suggère « trois tiers ».

2 Exploration des pages 93 et 94 du fichier 2

Projetez la **page 93 du fichier 2** au tableau et dites aux élèves de suivre dans leur fichier. Demandez à un volontaire de lire le phylactère d'Idris. Pendant qu'il lit, mimez la scène en cachant l'une des **trois tranches de pain** dans votre dos. Le volontaire suivant devra lire le phylactère d'Alice et expliquer ce que signifient les chiffres « 1 » et « 3 » dans la notation « $\frac{1}{3}$ » (« Idris a mangé l'une des trois parts égales. ») Si les élèves ont du mal à comprendre la différence entre « parties » et « parts », expliquez-leur que le premier terme est le plus général tandis que le second fait souvent référence à des portions de nourriture, comme dans « une part de pizza ». Enfin, lisez et commentez les phylactères d'Adèle et de Maël qui donnent les définitions de dénominateur et de numérateur d'une fraction. Plus que la mémorisation du vocabulaire, c'est la compréhension des sens des mots qui est importante (« nombre du bas » et « nombre du haut » sont acceptables pour une séance de mathématiques au CE1) :

1. Le dénominateur indique en combien de parties égales le tout a été découpé ou divisé. Les élèves apprendront plus tard que c'est un diviseur. Concrètement, le dénominateur désigne le type de partie fractionnelle dont il est question.
2. Le numérateur compte ou indique le nombre de parties fractionnelles dont il est question. Les élèves apprendront plus tard que c'est un multiplicateur parce qu'il indique un multiple de la partie fractionnelle en question (ex. : $\frac{5}{8}$ c'est 5 fois $\frac{1}{8}$).

Étudiez ensemble les **exercices 1 et 2** (**pages 93 et 94 du fichier 2**). Modélisez le **2 b)** avec un train de **5 cubes** dont **3 sont bleus** : si 1 cube bleu représente $\frac{1}{5}$ du train de cubes entier, alors 3 cubes bleus représentent $\frac{3}{5}$ de ce même train de cubes.

3 Pratique autonome

Pour l'entraînement individuel, faites faire aux élèves l'**exercice 3 page 94 du fichier 2**, suivi des **pages 237 ou 238 du fichier photocopiable**. Proposez aux élèves des **disques de fraction (annexe 13-2)** pour leur permettre de modéliser le **problème 3** de manière concrète.

Différenciation

Soutien : Présentez aux élèves un éventail varié de représentations possibles d'« un tiers » ou de toute autre fraction. Faites-leur représenter une même fraction en construisant des modèles de fraction, en découpant des formes en papier et en faisant des dessins.

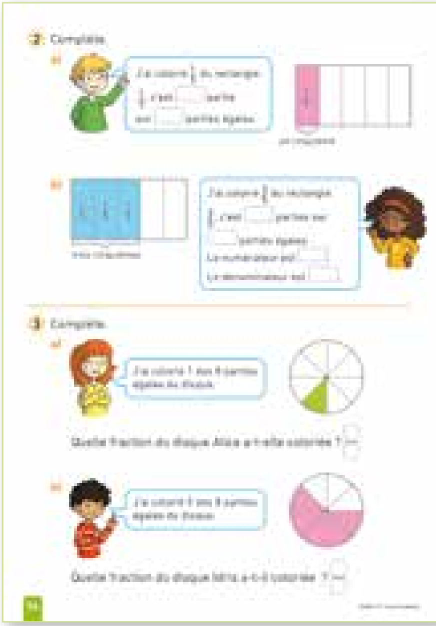
Approfondissement : Proposez aux élèves de faire une recherche sur Internet ou dans leur atlas et de trouver, parmi les drapeaux du monde entier, ceux dont un tiers est blanc.

Synthèse de la séance

- Je sais lire, écrire et identifier la fraction $\frac{1}{3}$, et en construire des exemples.
- Je comprends les sens du dénominateur (nombre du bas) et du numérateur (nombre du haut) d'une fraction.

Fichier 2 p. 93

Fichier 2 p. 94



Séance 128 Écrivons les fractions (2)

Objectifs **Reconnaître, nommer, écrire et former des fractions dont le dénominateur est inférieur à 10.**

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Les presque-doubles

Si les élèves connaissent bien les presque-doubles de la forme « n + (n + 1) », proposez-leur des sommes de la forme « n + (n + 2) », telles que « 7 + 9 », qui est égale à « 8 + 8 » (on ajoute 1 à 7 et on retranche 1 à 9).

Tessellation

Le mot « tessellation » vient du verbe latin « tessellare » qui signifie « paver de mosaïques ». Les tessellations sont des motifs agréables à regarder.
En activité optionnelle, faites trouver toutes les façons dont on peut recouvrir l'hexagone avec des combinaisons de trapèzes, de losanges et de triangles. Cette activité amusante est une bonne façon d'introduire l'action de combiner des fractions pour obtenir un même tout.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Exploration libre : mosaïques	20 min	En binôme puis collectif
2 Les noms des fractions unitaires	20 min	Collectif
3 Se concentrer sur le tout	10 min	En binôme
4 Pratique autonome	10 min	Individuel
Fichier 2 : p. 95 **Fichier photocopiable :** pp. 239-240 **Annexe :** 13-1 « Formes à découper »		**Matériel pédagogique :** formes de couleur, solides ou en papier
Vocabulaire : *n*ièmes		

1 Exploration libre : mosaïques

Distribuez à chaque binôme un **sac de formes de couleur (comportant des hexagones, des trapèzes, des losanges et des triangles)** ou utilisez les **formes à découper de l'annexe 13-1** (en noir et blanc).
Dites aux élèves de s'imaginer que chaque hexagone représente une pâte à pizza, pas encore garnie, qui correspond à un « tout ». Ils vont devoir recouvrir ces « pizzas » avec des « garnitures » de 5 façons différentes au moins. La plupart des élèves commenceront par des garnitures unicolores de même forme) (**figure 1**). L'objectif mathématique est ici de revoir le fait que « 2 demis » (2 trapèzes) et « 3 tiers » (3 losanges) sont deux façons différentes de désigner le « tout » sélectionné (hexagone). La garniture en triangles, « 6 sixièmes », permet d'introduire une nouvelle fraction unitaire, « un sixième ». Si vous avez le temps, faites explorer aux élèves d'autres combinaisons possibles (**figure 2**). Faites-les verbaliser, par exemple : « Ensemble, 1 demi (trapèze), 1 tiers (losange) et 1 sixième (triangle) font 1 tout. » Il s'agit de notions fondamentales pour l'addition des fractions. Si vous disposez d'un TBI, rendez-vous sur le site www.mathplayground.com/patternblocks.html.

2 Les noms des fractions unitaires

Faites venir 12 volontaires au tableau. Donnez à chacun une petite tape dans le dos, l'un après l'autre, en leur attribuant un nombre ordinal allant de « premier » à « douzième ». Dites : « Tu seras *n*ième », en précisant la valeur de n à chaque élève. Ils devront alors rapidement se mettre dans l'ordre devant la classe. L'objectif est de revoir le sens premier des mots allant de « premier » à « douzième », déjà vus au CP : les nombres ordinaux.

Donnez ensuite des exemples de mots polysémiques comme souris, addition ou plat, et annoncez-leur qu'ils vont apprendre un deuxième sens des mots **cinquième** à **douzième**. Expliquez-leur que les trois premières fractions unitaires ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$) ont des noms spécifiques parce que ce sont les plus connues et les plus fréquemment utilisées mais que, au-delà de 5, l'appellation des fractions suit une même règle. Projetez la **page 95 du fichier 2** et dites aux élèves de suivre dans leur fichier. Pointez l'**exercice 1 a)** en disant « trois huitièmes égalent trois parties de huit parties égales ». Donnez d'autres équivalences : « 3 répétitions de la fraction unitaire $\frac{1}{8}$ » ou « 3 copies de $\frac{1}{8}$ » (ce qui donnera plus tard « $\frac{3}{8}$, c'est 3 fois $\frac{1}{8}$ »). Demandez à trois volontaires de dire les phrases correspondant aux **exercices 1 b) à 1 d)**. Terminez par l'**exercice 2** avec deux volontaires. Insistez pour qu'ils confirment d'abord que les parties (petits carrés ou petits triangles) sont bien égales. Ensuite, il suffit de compter toutes les parties pour trouver le dénominateur, et les parties coloriées pour trouver le numérateur. Revoyez le sens de ces deux mots.

3 Se concentrer sur le tout

Demandez aux élèves de faire l'**exercice 3** en binôme et d'utiliser les **formes** si nécessaire. L'idée centrale qui doit émerger de cet exercice est qu'aucune forme spécifique n'est une fraction en elle-même parce qu'une fraction représente la relation d'une partie à un tout, et ce, quel que soit « l'objet » considéré (une forme ou une part de pizza). Lors de la mise en commun, insistez sur le fait que le petit triangle, visible en **a)** et **b)** de l'**exercice 3** par exemple, a une valeur fractionnelle différente selon le tout choisi.

4 Pratique autonome

À la fin de la séance, demandez aux élèves de résoudre les **problèmes du fichier photocopiable pages 239 et 240**. Le troisième est semblable à l'**exercice 3 page 95 du fichier 2**.

Différenciation

Soutien : Fournissez aux élèves plusieurs représentations différentes de $\frac{1}{3}$ pour les aider à en approfondir la notion. Faites-leur par exemple envisager « 20 minutes » par rapport à « 60 minutes » (1 heure), ou mesurer la longueur de la salle de classe en « pas » et déterminer ce qui constitue « $\frac{1}{3}$ de la longueur ».
Approfondissement : Demandez aux élèves de sélectionner le **losange** (**annexe 13-1**) et de créer quatre « touts » différents de façon à ce que cette forme représente respectivement $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{6}$ du tout. Proposez d'autres variantes sur le même thème.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
Garnir les pizzas Faites travailler les élèves par équipes pour trouver toutes les solutions possibles pour recouvrir l'hexagone avec les trapèzes, losanges et triangles. Si vous ne disposez pas d'un nombre suffisant de formes géométriques, faites-leur dessiner chaque solution avant d'en créer une nouvelle.	• Je sais lire, écrire, dessiner et identifier les fractions unitaires allant de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{12}$. • Je comprends qu'une fraction est la relation d'une partie à un tout.

Fichier 2 p. 95

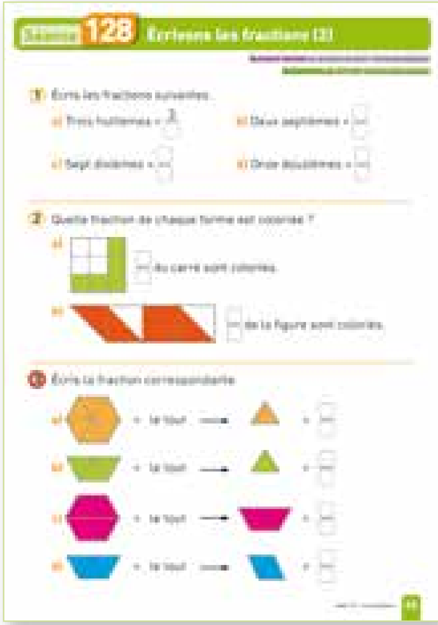


Figure 1 : Garnitures unicolores représentant 2 demis, 3 tiers et 6 sixièmes (si l'hexagone = 1 tout).

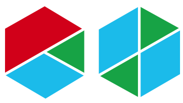


Figure 2 : Autres combinaisons possibles de « garnitures » qui font 1 tout.

Séance 129 Les parties et le tout (1)

Objectif Comprendre qu'un tout ou une unité (ou 1) peut être désigné par différents noms de la forme $\frac{n}{n}$, avec $2 < n < 10$.

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Le nombre du jour

Prenez la date du jour, par exemple le 25 avril, et demandez aux enfants de représenter le nombre 25 comme ils le souhaitent. Exemples :
- À l'aide d'une ou deux opérations : « 5 × 5 » ou « 2 × 10 + 5 » ;
- Avec du matériel de base 10 : 2d et 5u ou 1d et 15u ;
- Avec un dessin (les possibilités sont infinies).

Processus et produit

Certains élèves de CE1 vont suggérer qu'une fraction unitaire comme « $\frac{1}{3}$ » signifie « diviser un tout en 3 parties égales », faisant ainsi le lien entre les fractions et la notion de « partage équitable ». Il s'agit du processus de division. Aidez-les à se rendre compte que le symbole « $\frac{1}{3}$ » dénote également le produit obtenu comme résultat de l'action de diviser ou de découper. Ainsi, « $\frac{1}{3}$ » désigne la part égale de chacun.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 **La fraction, une partie d'un tout**	10 min	Collectif
2 **Les parties égales d'un carré (carré = 1 tout)**	20 min	Collectif puis individuel
3 **Les parties égales d'un cercle (cercle = 1 tout)**	15 min	Individuel puis en binôme
4 **Pratique autonome**	15 min	En binôme puis individuel
Fichier 2 : pp. 96-97 **Fichier photocopiable :** pp. 241-242 **Annexes :** 13-1 « Formes à découper », 13-2 « Disques de fraction »		**Matériel pédagogique :** formes de couleur

1 La fraction, une partie d'un tout

Montrez aux élèves l'**un des triangles** utilisés à la **séance 128** et demandez-leur : « Quelle est cette fraction ? » C'est une question piège dans la mesure où vous n'avez pas précisé le tout. Si les élèves ont bien compris qu'une fraction est une relation entre une partie et un tout, ils devraient répondre : « Ça dépend de ce qu'est le tout. » Mais il est possible qu'ils disent « un sixième », parce qu'ils ont travaillé avec l'hexagone comme tout et le triangle comme sixième au cours de la séance précédente. Montrez-leur **trois formes comme celles** ci-dessous et demandez-leur : « Quelle fraction de chaque forme le petit triangle représente-t-il ? » ($\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{10}$). « Il faut toujours connaître le tout pour pouvoir nommer une partie fractionnelle. »

2 Les parties égales d'un carré (carré = 1 tout)

Rappelez aux élèves la façon dont ils ont plié leurs carrés en papier pour obtenir des demis et des quarts à la **séance 126**. Projetez la **page 96 du fichier 2** au tableau et montrez-leur comment Alice a découpé un même carré en parties de taille égale (ou en bandes verticales) de quatre façons différentes. Montrez le premier carré et posez les quatre

questions suivantes : « Combien Alice a-t-elle formé de bandes dans le carré ? » (2), « Sont-elles égales ? » (oui). « Comment appelle-t-on l'une de deux parties égales ? » (un demi et on écrit $\frac{1}{2}$), « Combien de demi-carrés faut-il pour former un carré entier ? » (2).
Observez et répétez ces quatre mêmes questions pour les trois carrés suivants. Déduisez-en le nom et le symbole désignant l'une des parties égales (la fraction unitaire $\frac{1}{n}$). Rappelez qu'il faut n parties de taille $\frac{1}{n}$ pour former le tout ($\frac{n}{n}=1$).
Demandez aux élèves pourquoi les bandes sont de plus en plus petites à mesure que le dénominateur devient grand (plus on forme de parties égales à partir d'un même tout, plus chaque partie sera petite). Faites le lien avec l'illustration introductive de la **page 90 du fichier 2** (plus les amis sont nombreux à se partager la pizza, plus la taille des parts de pizza diminue). Pour finir cette partie de la séance, faites travailler les élèves individuellement et en silence. Ils devront d'abord lire le phylactère d'Alice en bas de l'encadré « **J'observe** », puis étudier l'exemple fourni, et trouver une autre combinaison dans l'**exercice 1**.

3 Les parties égales d'un cercle (cercle = 1 tout)

Les élèves continuent de travailler seuls sur l'**exercice 2 page 97 du fichier 2**. Une fois qu'ils ont fini la page, demandez-leur de comparer leurs réponses avec celles de leur voisin. Distribuez des **disques de fraction** aux élèves, ou utilisez ceux de l'**annexe 13-2**. Lors de la mise en commun de cet exercice, faites une analogie entre le fait de combiner des nombres entiers (ex. : 3 unités et 5 unités font 8 unités) et le fait de combiner des fractions relevant de la même fraction unitaire (ex. : 3 huitièmes et 5 huitièmes font 8 huitièmes, ou $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{8}$ font $\frac{8}{8}$).Vous pouvez faire remarquer que la somme des numérateurs égale le dénominateur.

4 Pratique autonome

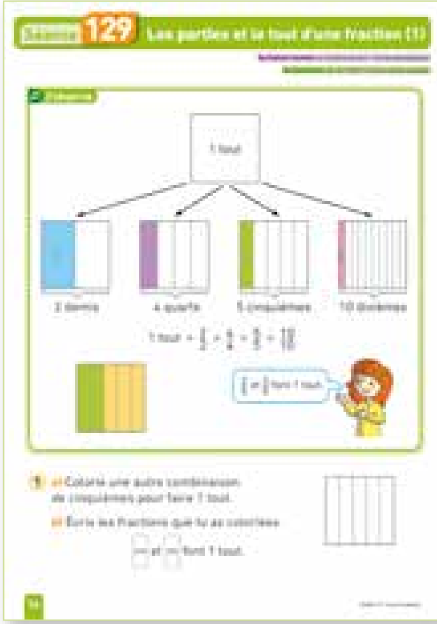
Pour commencer, faites travailler les élèves en binôme sur le **problème 3 page 242 du fichier photocopiable**. Accompagnez les élèves en difficulté pour le **problème 4**. Laissez-les ensuite réaliser individuellement les **problèmes 1 et 2**.

Différenciation

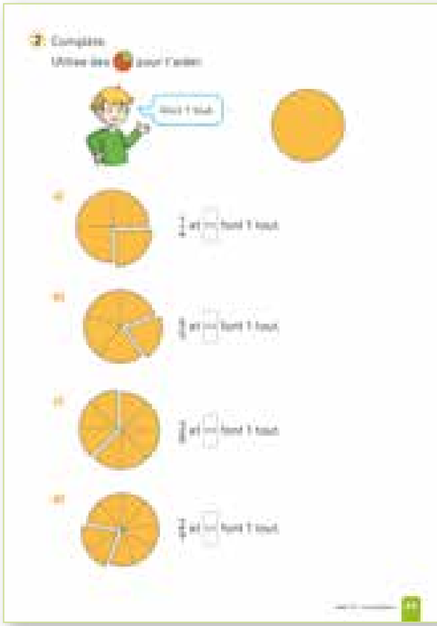
Soutien : Faites découper aux élèves en difficulté les **disques de fraction** (**annexe 13-2**), puis demandez-leur d'écrire les symboles des fractions sur les parties fractionnelles correspondantes. Les élèves visualiseront ainsi le fait que, plus le dénominateur est grand, plus la taille de la fraction unitaire est petite.
Approfondissement : Demandez aux élèves de sélectionner un tout (par exemple $\frac{8}{8}$) et de trouver trois fractions qui, lorsqu'on les combine, donnent le tout choisi. Ex. : $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$ et $\frac{1}{8}$ font $\frac{8}{8}$.

Synthèse de la séance
• Je comprends qu'un tout peut être découpé en différents nombres de parties égales. En rassemblant ces parties, on obtient le tout.
• Je sais combiner deux fractions ayant le même dénominateur (le nombre du bas, c'est-à-dire le nombre de parties égales) pour faire un tout.

Fichier 2 p. 96



Fichier 2 p. 97



Séance 130 Les parties et le tout (2)

Objectifs **Trouver des fractions « partenaires » qui ensemble font 1. Plus précisément, combiner deux fractions ayant le même dénominateur pour faire un tout, comme $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{8}$ qui font $\frac{8}{8}$, soit « un tout ».**

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Centaines, dizaines et unités

Dites aux élèves un nombre quelconque à 3 chiffres et demandez-leur d'écrire sur leur ardoise trois différentes décompositions en centaines (c), dizaines (d) et unités (u). Renouvelez avec d'autres nombres. De temps en temps, comparez les décompositions et démontrez leur équivalence.

Aller de la partie au tout

Lorsque les élèves réussissent à aller d'un tout donné à l'une des parties, discutez du processus inverse avec ceux qui sont prêts. Il est en effet important que les élèves voient avec leurs yeux et comprennent avec leur esprit que n'importe quelle pièce de leur choix peut représenter différentes fractions selon le tout choisi. Prenez par exemple une forme de couleur et demandez aux élèves de trouver différents « touts » dont la pièce en question représente $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, puis $\frac{1}{4}$, ou encore des fractions non unitaires.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Trouver mon partenaire pour former un tout	15 min	Collectif
2 Faire des sixièmes	20 min	Individuel puis collectif
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 98 **Fichier photocopiable :** pp. 243-245	**Matériel pédagogique :** carton, cordons, feuilles A4	

1 Trouver mon partenaire pour former un tout

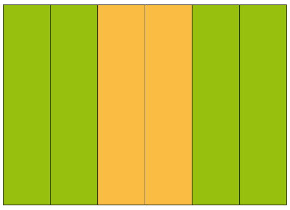
Préparez en amont de la séance un **nombre pair de colliers** composés de cartes de fractions fixées à un cordon sur lesquelles figureront les fractions de la **figure 1**.

Rappelez brièvement aux élèves, en choisissant des exemples concrets (figures, cubes, histoire de la pizza…), que les fractions $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ représentent chacune un tout. Demandez-leur d'essayer d'expliquer pourquoi $\frac{5}{5}$ constitue un tout. Dites-leur que les explications ou les arguments qu'ils utilisent doivent convaincre leurs camarades. En cherchant des arguments pour convaincre les autres, les élèves font leurs premiers pas vers la notion de preuve mathématique.

Distribuez un collier par élève et demandez-leur de le porter de façon à ce que la fraction soit visible sur leur poitrine. Si vous avez un nombre impair d'élèves, participez au jeu avec eux afin d'obtenir un nombre pair de participants. Dites ensuite : « À trois, chaque élève devra trouver son partenaire de fraction. Ensemble, les partenaires de fractions forment un tout. » Comptez jusqu'à 3. Demandez-leur de se tenir à côté de leur partenaire et faites valider par la classe le fait que tous les partenaires se sont bien retrouvés.

2 Faire des sixièmes

En guise d'introduction à l'étude de la **page 98 du fichier 2**, donnez à chaque élève une **feuille de papier A4** qui constitue le tout. Demandez-leur de plier la feuille de façon à former 6 sixièmes, ou bien de les dessiner, puis de colorier ces 6 sixièmes à l'aide de 2 couleurs différentes. Certains élèves vont diviser la feuille rectangulaire comme Adèle à la **page 98**, d'autres feront des bandes de même largeur, comme Alice à la **page 96**, tandis que d'autres encore trouveront une façon différente de former des sixièmes. Partagez les diverses solutions et demandez aux élèves de nommer les fractions partenaires qui com-posent leur tout, symbolisées par les deux couleurs. Par exemple, la figure ci-dessous montre que $\frac{2}{6}$ et $\frac{4}{6}$ font $\frac{6}{6}$ ou un tout. Rappelez aux élèves que les parties d'une même couleur ne doivent pas forcément être contiguës.



Continuez en projetant l'**exercice 1 page 98 du fichier 2** ou en faisant suivre les élèves sur leur fichier. L'exemple d'Idris est un rappel. Passez au rectangle d'Adèle et invitez les élèves à le commenter. Ces derniers feront sans doute le lien entre les sixièmes d'Adèle et les leurs. Finissez cette partie en demandant à deux volontaires de répondre aux **problèmes 2 a)** puis **2 b)**.

3 Pratique autonome

Pour commencer l'entraînement individuel, demandez aux élèves de faire les **problèmes 3 et 4 page 245 du fichier photocopiable**. Lorsqu'ils ont fini, faites-leur vérifier leurs réponses avec leur voisin. Pour ceux qui trouvent le **problème 3 d)** difficile, faites-leur imaginer une histoire dans laquelle trois personnes partagent 12 douzièmes d'une tarte.

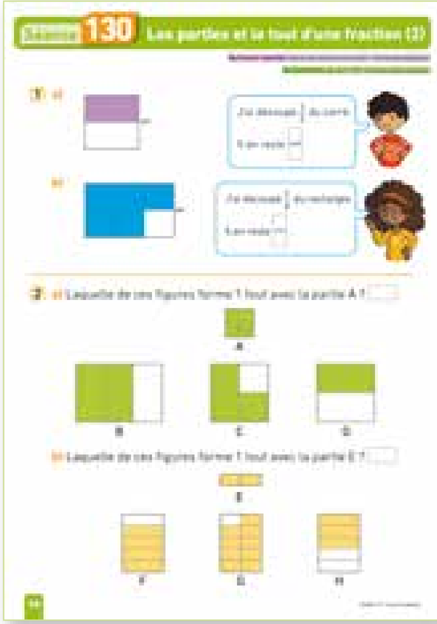
Différenciation

Soutien : Si certains élèves ont besoin de réviser, faites-leur faire l'**exercice 1 page 243 du fichier photocopiable**. Expliquez que, dès lors que la fraction unitaire est la même, disons un huitième, combiner 3 huitièmes et 5 huitièmes pour obtenir 8 huitièmes n'est pas plus difficile que de combiner 3 unités et 5 unités pour obtenir 8 unités.

Approfondissement : Faites travailler les élèves avancés sur le **problème 2 page 244 du fichier photocopiable**. Aller d'une partie au tout est plus difficile que d'aller du tout à l'une des parties.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
Faire un (tout) Faites lever la classe et indiquez une fraction, par exemple « 3 quarts ». Le premier élève qui réussit à indiquer la fraction qui fait un (tout) avec la fraction donnée (ici, un quart) donne ensuite une autre fraction avant de s'asseoir, par exemple « 2 cinquièmes ». Le jeu continue : l'élève qui trouve « 3 cinquièmes » propose une nouvelle fraction et s'assoit, et ainsi de suite. Terminez le jeu en donnant la fraction qui fait 1 avec la dernière fraction citée.	• Je comprends qu'un tout peut être découpé en différents nombres de parties égales. En rassemblant ces parties, on obtient le tout. • Je sais combiner deux fractions ayant le même dénominateur (le nombre du bas) pour obtenir un tout.

Fichier 2 p. 98



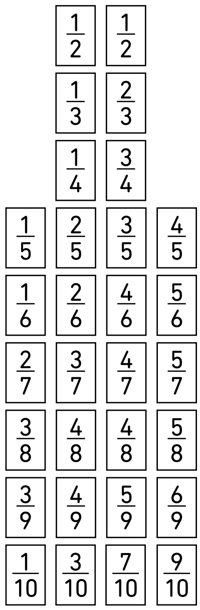


Figure 1

Séance 131 Comparons et ordonnons les fractions (1)

Objectifs **Comparer et ordonner des fractions unitaires $\frac{1}{n}$, avec $n \leq 12$.**

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Par quel nombre multiplier ?

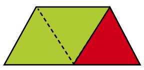
Posez des questions comme : « Je commence par 5 et je veux obtenir 20 ; par quoi dois-je multiplier ? » ou « Je commence par 10 et je veux obtenir 100 ; par quel nombre dois-je multiplier ? » Interrogez chaque élève afin de revoir les multiplications par 2, 3, 4, 5 et 10. Réservez aux élèves en difficulté les multiples de 2, 5 et 10, et aux plus avancés, les multiples de 3 et de 4.

Aller plus loin que la bonne réponse

Il est parfois important d'analyser le raisonnement qui a mené un élève à donner la bonne réponse. Prenons l'exemple de Léa qui affirme que : « $\frac{5}{6}$, c'est plus grand que $\frac{2}{3}$ ». Comment est-elle arrivée à cette réponse ? Vous allez peut-être découvrir que :

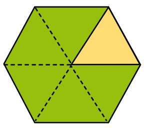
- Léa n'a comparé que le numérateur, et 5 étant supérieur à 2 elle a considéré que la fraction $\frac{5}{6}$ est plus grande que $\frac{2}{3}$.
- Léa a associé de façon automatique des fractions aux formes de couleurs utilisées en classe (figure ci-dessous).

Forme n° 1



$\frac{2}{3}$

Forme n° 2



$\frac{5}{6}$

Pour que Léa comprenne son erreur, demandez-lui : « À quoi ressembleraient $\frac{2}{3}$ de 2 formes n° 1 ? Compare cela avec tes $\frac{5}{6}$ de la forme n° 2. »

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Faire des bandes de fractions	25 min	En groupe puis collectif
2 Étude des encadrés « J'observe »	20 min	Collectif
3 Pratique autonome	15 min	Individuel
Fichier 2 : pp. 99-100 **Fichier photocopiable :** p. 246 **Annexe :** 13-3 « Bandes de fractions »		**Matériel pédagogique :** 4 bandes de papier de couleur par équipe de 4, cubes multidirectionnels

1 Faire des bandes de fractions

Formez des groupes de 4 élèves et demandez aux membres de chaque groupe de s'attribuer des numéros de 1 à 4. Donnez à chaque équipe **4 bandes de papier de couleurs** différentes qui font toutes la même taille que la bande « 1 tout » de l'**annexe 13-3**, mais ne distribuez pas encore l'annexe.

L'élève n° 1 choisit une bande et écrit « 1 tout » dessus.

L'élève n° 2 en choisit une autre, la plie une fois pour obtenir 2 parties égales, la découpe le long du pli et écrit « $\frac{1}{2}$ » sur chacune des parties.

L'élève n° 3 prend une autre bande, la plie une fois pour obtenir des demis, puis une seconde fois pour obtenir 4 parties égales. Il découpe la bande le long des trois plis et écrit « $\frac{1}{4}$ » sur chaque partie.

L'élève n° 4 prend la dernière bande, la plie une fois pour obtenir des demis, une deuxième fois pour obtenir des quarts, et une troisième fois pour obtenir 8 parties égales. Il la découpe le long des plis et écrit « $\frac{1}{8}$ » sur chaque partie.

Demandez ensuite aux élèves de disposer sur leur table les différentes **bandes de fractions**, en plaçant en haut la plus longue (1 tout) et en bas la plus courte (8 fois 1 huitième).

Demandez à l'élève n° 1 de chaque équipe d'écrire quelque chose que son équipe a apprise de cette activité sur les fractions. Écoutez chaque commentaire. Assurez-vous que les autres élèves écoutent et réagissent.

Vous entendrez peut-être les commentaires suivants :

- On peut faire 2 demis en divisant par 2 « 1 tout », 2 quarts en divisant par 2 « 1 demi » et 2 huitièmes en divisant par 2 « 1 quart » ;
- $\frac{1}{4}$, c'est la moitié de $\frac{1}{2}$; et $\frac{1}{8}$, c'est la moitié de $\frac{1}{4}$;
- 1 demi, 2 quarts et 4 huitièmes, c'est la même chose ;
- Quand on coupe les bandes de fractions en 2, leur dénominateur double ;

- Plus les bandes de fractions sont petites, plus leur dénominateur est grand.

Insistez sur le fait qu'il est important d'utiliser un tout commun pour comparer des fractions.

2 Étude des encadrés « J'observe »

Projetez la **page 99 du fichier 2** au tableau et demandez aux élèves de suivre dans leur fichier. Demandez-leur : « Quelles différences et quels points communs y a-t-il entre les bandes de fractions qui figurent en haut de la page et celles qui sont sur votre table ? » Faites remarquer que, à mesure que la longueur des bandes de fractions diminue (de $1 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{8}$ ou de $1 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{6}$), la valeur des dénominateurs augmente. Demandez à des volontaires de lire les phylactères, en posant à chaque fois à la classe des questions comme : « Comment le savez-vous ? » ou « Comment pouvez-vous en être sûrs ? »

Passez ensuite au haut de la **page 100 du fichier 2**. Le second objectif de cette séance (poursuivi lors de la séance 132) est de comparer des fractions ayant un dénominateur commun. Commencez par attirer l'attention des élèves sur la fraction unitaire $\frac{1}{5}$: il s'agit de la partie obtenue lorsqu'on partage le tout en cinq parties égales. Ensuite, $\frac{3}{5}$, c'est tout simplement 3 « un cinquième » et $\frac{4}{5}$, c'est 4 « un cinquième », etc. Faites l'analogie avec les nombres entiers. La différence réside dans ce que l'on compte : avec $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$, on compte des cinquièmes ; avec 1, 3, et 4, on compte des unités.

3 Pratique autonome

Pour commencer l'entraînement individuel, demandez aux élèves de travailler sur le **problème 1 page 100 du fichier 2**. Au besoin, faites-leur manipuler les **bandes** créées en début de séance. Ils devraient trouver cet exercice assez facile. Ils peuvent ensuite continuer leur travail de comparaison des fractions unitaires avec les **problèmes 1, 2 et 3 page 246 du fichier photocopiable**.

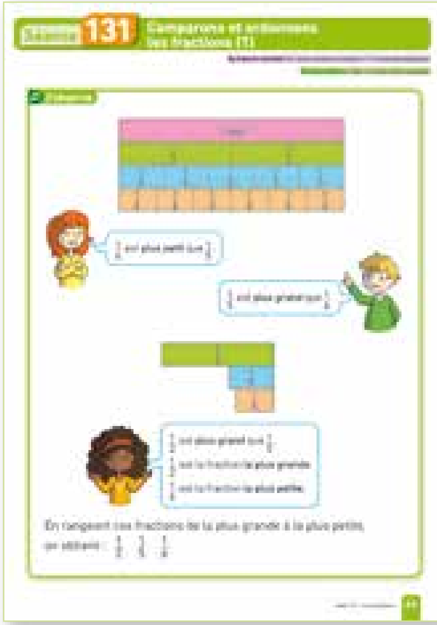
Différenciation

Soutien : Les élèves en difficulté ont besoin de visualiser de manière répétée des parties de plus en plus petites symbolisées par des fractions aux dénominateurs de plus en plus grands. Distribuez l'**annexe 13-3** et dites-leur de colorier, de nommer et de découper les parties égales.

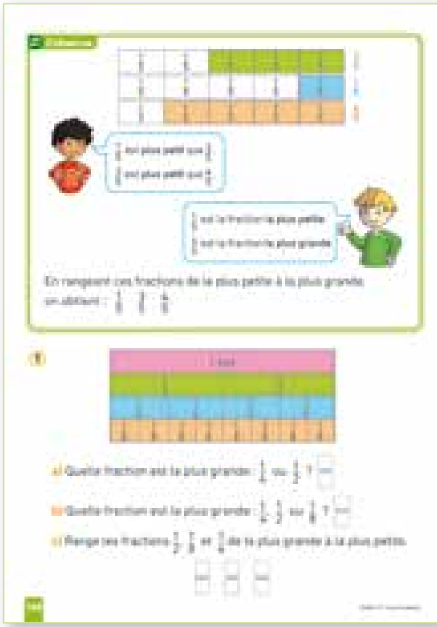
Approfondissement : Demandez aux élèves avancés de montrer (avec un dessin, des **cubes**, du **papier cartonné**, etc.) que dans certains cas, « $\frac{1}{3}$ peut être plus grand que $\frac{1}{2}$ ». (Indice : « Est-ce que $\frac{1}{3}$ d'un gâteau n'est pas plus grand que $\frac{1}{2}$ biscuit ? »)

Synthèse de la séance
• Je sais comparer deux fractions unitaires, comme $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{4}$. • Si je choisis une fraction unitaire comme $\frac{1}{5}$, je sais comparer et ordonner $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{5}$.

Fichier 2 p. 99



Fichier 2 p. 100



Séance 132 Comparons et ordonnons les fractions (2)

Objectifs Comparer et ordonner des fractions unitaires $\frac{1}{n}$, avec $n \leq 12$. Comparer et ordonner des fractions ayant un dénominateur commun.

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

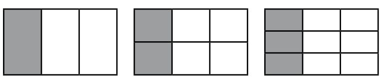
Calculs itératifs

Proposez aux élèves des calculs itératifs. Commencez par des calculs simples, avec par exemple « + 2 » ou « – 2 » : « Que vaut 10 plus 2 plus 2 plus 2 plus 2 ? », « Quelle est la réponse de 10 moins 2 moins 2 moins 2 moins 2 ? » Le calcul n'est pas difficile mais il demande de l'attention et de l'écoute. Continuez avec « + 5 » ou « – 5 », puis avec « + 10 » ou « – 10 ».

Pour augmenter la difficulté, introduisez la multiplication : « Calculez 2 fois 2 fois 2 ».

Éviter l'utilisation excessive d'un seul modèle

Si les bandes de fractions sont extrêmement utiles, comme d'autres types de matériel pédagogique (les formes de couleur, les disques de fractions, etc.), il est important d'éviter que les élèves ne se reposent que sur un seul modèle. À chaque fois que c'est possible, faites-leur dessiner des fractions associées. Par exemple, sur une feuille de papier A4, les élèves peuvent commencer par dessiner 3 bandes égales qu'ils appelleront des tiers. Ensuite, en divisant les tiers perpendiculairement, ils peuvent former des sixièmes (avec un seul trait) ou des neuvièmes (avec 2 traits).



Il s'agit d'une autre façon de visualiser le fait qu'$\frac{1}{3}$, c'est la même chose que $\frac{2}{6}$ et $\frac{3}{9}$. Vous préparez ainsi les élèves à la notion de fractions équivalentes.

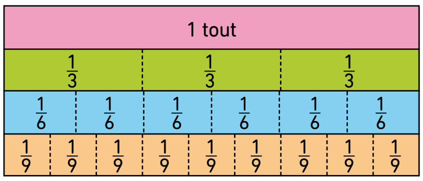
DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 **Faire des bandes de fractions**	25 min	En groupe puis collectif
2 **Étude du problème 1 page 101 du fichier 2**	20 min	Collectif
3 **Pratique autonome**	15 min	En binôme
Fichier 2 : p.101 **Fichier photocopiable :** p. 247 **Annexes :** 13-3 « Bandes de fractions », 13-2 « Disques de fraction »		**Matériel pédagogique :** crayons de couleur

1 Faire des bandes de fractions

Formez des **groupes de 4 élèves** et demandez aux membres de chaque groupe de s'attribuer un numéro allant de 1 à 4. Donnez à chaque équipe **une copie de l'annexe 13-3** (**Bandes de fractions**) et **quatre crayons de couleur différents**.

- L'élève n° 1 colorie la 1re bande (« 1 tout ») puis la découpe.
- L'élève n° 2 colorie la bande des tiers, écrit « $\frac{1}{3}$ » sur chaque partie égale, puis découpe les tiers.
- L'élève n° 3 colorie la bande des sixièmes, écrit « $\frac{1}{6}$ » sur chaque partie égale, puis découpe les sixièmes.
- L'élève n° 4 colorie la bande des neuvièmes, écrit « $\frac{1}{9}$ » sur chaque partie égale, puis découpe les neuvièmes.



Demandez à chaque groupe d'aligner le tout, les tiers, les sixièmes et les neuvièmes comme ils l'avaient fait avec le tout, les demis, les quarts et les huitièmes à la **séance 131**. Demandez à l'élève n° 1 de chaque groupe d'écrire un commentaire formulé par le groupe. Tour à tour, ces commentaires seront ensuite partagés avec la classe. Par le biais de cette mise en commun et avec votre aide, les élèves vont comprendre que :

- 1 tout plié ou découpé en 3 parties égales donne 3 tiers ; 1 tiers plié ou découpé en 2 parties égales donne 2 sixièmes (« 2 fois 3 égalent 6 ») et 1 tiers plié ou découpé en 3 parties égales donne 3 neuvièmes (« 3 fois 3 égalent 9 ») ;

- 3 tiers font 1 tout, et 2 sixièmes ou 3 neuvièmes font 1 tiers ;
- Les tiers, les sixièmes et les neuvièmes sont liés entre eux ;
- 1 tiers, 2 sixièmes et 3 neuvièmes, c'est la même chose ;
- $\frac{1}{3}$, c'est moins que 1 ; $\frac{1}{6}$, c'est moins que $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$, c'est moins que $\frac{1}{6}$;
- Plus les bandes de fractions sont petites, plus les dénominateurs des fractions sont grands.

Ici encore, insistez sur l'importance d'avoir un tout commun pour comparer des fractions.

2 Étude du problème 1 page 101 du fichier 2

Projetez le haut de la **page 101 du fichier 2** au tableau et demandez aux élèves de suivre dans leur fichier. Demandez-leur : « Quelles sont les différences et les points communs entre ces bandes de fractions et celles qui se trouvent sur votre table ? » (Seule la troisième rangée – celle de quarts – est différente.) L'objectif principal de cette séance, une fois de plus, est de permettre aux élèves de visualiser le fait que plus la longueur des bandes de fractions diminue, plus la valeur des dénominateurs augmente. Demandez à trois volontaires de lire les **questions a), b) et c)** et d'y répondre. Prenez les **disques de fraction (annexe 13-2)** et passez ensuite au **problème 2 page 101 du fichier 2**. Pour la partie **b)**, demandez à la classe : « Quelle est la fraction unitaire ici ? » ($\frac{1}{7}$). Faites répéter aux élèves « $\frac{4}{7}$, c'est 4 un septième », « $\frac{6}{7}$, c'est 6 un septième », et « $\frac{3}{7}$, c'est 3 un septième ».

3 Pratique autonome

Pour qu'ils s'entraînent à comparer des fractions, faites travailler les élèves en binôme sur les **problèmes 1 et 2 page 247 du fichier photocopiable** : un élève résout la partie **a)** pendant que l'autre l'observe, puis ils inversent les rôles pour la partie **b)**. Laissez-les ensuite résoudre les **problèmes 3 et 4**.

Différenciation

Soutien : Rappelez aux élèves que, lorsqu'ils ordonnent des fractions ayant un dénominateur commun comme $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$ et $\frac{3}{7}$, ils comptent des septièmes. Le reste est simple : 6 est plus grand que 4, et 4 est plus grand que 3.

Approfondissement : Demandez aux élèves avancés de :

1. Trouver une fraction plus grande et une fraction plus petite que $\frac{2}{3}$, dont le dénominateur est égal à 2 dans les deux cas.
2. Trouver une fraction plus grande et une fraction plus petite que $\frac{3}{4}$, dont le dénominateur est égal à 3 dans les deux cas.
3. Trouver une fraction plus grande et une fraction plus petite que $\frac{3}{5}$, dont le dénominateur est égal à 4 dans les deux cas.

Synthèse de la séance

- Je sais comparer deux fractions unitaires comme $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$.
- Si je choisis une fraction unitaire comme $\frac{1}{7}$, je sais ordonner $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{7}$ et $\frac{6}{7}$.

Fichier 2 p. 101

Séance 133 Additionnons les fractions

Objectif Développer la compréhension de l'addition de fractions à travers des situations concrètes.

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Les familles de nombres

Choisissez une famille entre 11 et 20 et demandez aux élèves de lever la main s'ils ont une famille (additive) en tête. Interrogez-les, l'un après l'autre, et notez les réponses au tableau au fur et à mesure. Montrez que toutes les réponses forment des suites de nombres. Faites de même avec des familles multiplicatives dont le produit est inférieur à 25.

Numérateur et dénominateur

Si les termes « numérateur » et « dénominateur » sont difficiles à retenir pour les élèves, vous pouvez ajouter, à chaque fois que vous les utilisez, « nombre du haut » ou « nombre du bas ». Les élèves finiront par les retenir.

Il est important d'apprendre aux enfants à considérer une fraction comme $\frac{5}{7}$, par exemple, comme le décompte de 5 parties appelées des septièmes.

- Le nombre du haut, ou numérateur, indique le nombre de parties ;
- Le nombre du bas, ou dénominateur, indique la taille de la partie que l'on compte.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Modéliser une addition de fractions avec des formes	25 min	En binôme
2 Étude de l'encadré « J'observe » page 102 du fichier 2	20 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	15 min	Individuel

Fichier 2 : pp. 102-103
Fichier photocopiable : pp. 248-249
Annexe : 13-1 « Formes à découper »

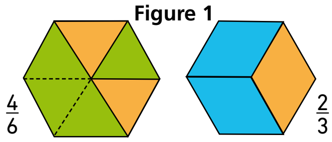
Matériel pédagogique : formes de couleur solides : 1 sac contenant 2 hexagones jaunes, 4 trapèzes rouges, 6 losanges bleus et 6 triangles verts par binôme

1 Modéliser une addition de fractions avec des formes

Distribuez un sac de formes de couleur par binôme d'élèves (ou utilisez l'**annexe 13-1**) et demandez-leur de placer un **hexagone** sur la table. Chaque binôme désigne un élève A et un élève B. Dites : « Pour notre premier exercice, l'hexagone sera un tout. » Plus vous insisterez sur le mot « un » dans « un tout », plus vite les élèves feront le lien entre la notion de « tout » et le nombre « 1 ». Demandez-leur ensuite : « Est-ce que l'élève A peut disposer sur le tout des formes égales à *3* sixièmes du tout ? » Après avoir vérifié que votre consigne a été correctement appliquée (les pièces ne doivent pas forcément être contiguës), poursuivez : « Maintenant, l'élève B doit placer sur l'hexagone une autre forme égale à 1 sixième du tout. » Enfin, demandez à l'élève A : « Écris sur ton ardoise la fraction du tout que représente l'ensemble des formes qui sont posées dessus. » Les réponses « $\frac{4}{6}$ », « 4 sixièmes » et « 4 un sixième » sont toutes correctes, les deux dernières révélant une bonne compréhension du sens du symbole « $\frac{4}{6}$ ».

D'autres répondront peut-être à l'aide de la fraction équivalente « $\frac{2}{3}$ », « 2 tiers » ou « 2 un tiers » : c'est correct aussi (**figure 1**).

Figure 1



Faites le lien entre les représentations de $\frac{4}{6}$ et de $\frac{2}{3}$ avec les **formes** d'une part et avec les **bandes de fractions** étudiées à la **séance 132** d'autre part.

Insistez sur le fait, très important, que si l'on a pu compter, combiner ou additionner la partie de 3 sixièmes et celle de 1 sixième pour former la partie de 4 sixièmes (ou $\frac{4}{6}$), c'est parce que ce sont tous des sixièmes, c'est-à-dire des morceaux de même taille. En mathématiques, on dit que ce sont des fractions qui ont le même dénominateur.

Recommencez cet exercice en partant cette fois de deux hexagones contigus qui constituent le nouveau tout. Demandez à l'élève B de commencer par placer « 1 quart » ou « $\frac{1}{4}$ » du tout. Demandez ensuite à l'élève A de placer « 2 quarts », ou « $\frac{2}{4}$ » supplémentaires (**figure 2**). Posez les mêmes questions.

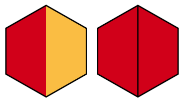


Figure 2

2 Étude de l'encadré « J'observe » page 102

Projetez la **page 102 du fichier 2** au tableau et demandez aux élèves de suivre dans leur fichier. Proposez à deux élèves de lire les deux premiers phylactères et à deux autres de lire les suivants. Pour faire comprendre aux élèves le sens de l'addition, insistez : « Ensemble, Alice et Adèle ont pris 3 quarts ($\frac{3}{4}$) de la pizza », « Alice et Adèle ont pris $\frac{3}{4}$ de la pizza en tout ». Faites la même chose avec les garçons. Prenez également le temps de confirmer que « pour chacun des groupes, la partie prise par les deux enfants et la partie qu'ils ont laissée forment la pizza entière : $\frac{4}{4}$ ou $\frac{8}{8}$ de la pizza. » Pour permettre aux élèves de s'exercer à l'addition de fractions, faites-leur d'abord faire les **exercices 1 et 2 page 103 du fichier 2**. Notez ici les différentes représentations utilisées pour les fractions : cercles, hexagones, barres.

3 Pratique autonome

Les élèves passent ensuite à la **page 248 du fichier photocopiable** : colorier est une activité ludique, et les choix des élèves vous aideront à évaluer leur compréhension des représentations de fractions. Les exercices de la **page 249 du fichier photocopiable** sont semblables à ceux de la **page 103 du fichier 2** et présentent une progression vers l'abstraction puisque aucune représentation n'est associée aux fractions dans l'**exercice 3**.

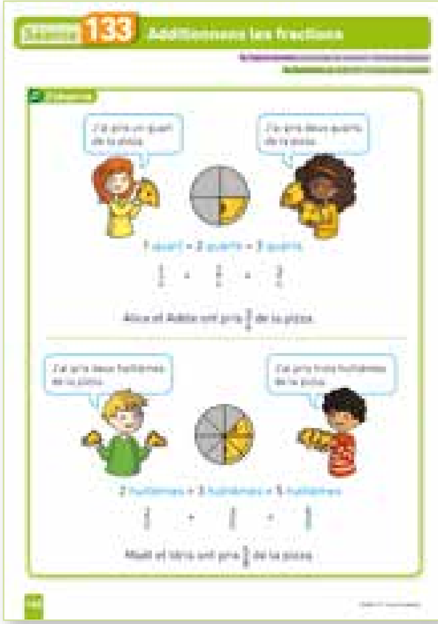
Différenciation

Soutien : Certains élèves appliquent à tort les « règles » de l'addition des nombres entiers à l'addition des fractions, ce qui peut donner par exemple : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Habituez-les à évaluer le caractère raisonnable ou non de leur réponse en leur posant des questions comme : « Si tu manges une demi-pomme, puis une autre demi-pomme, quelle fraction de la pomme as-tu mangée ? » et faites constamment référence au sens du symbole des fractions.

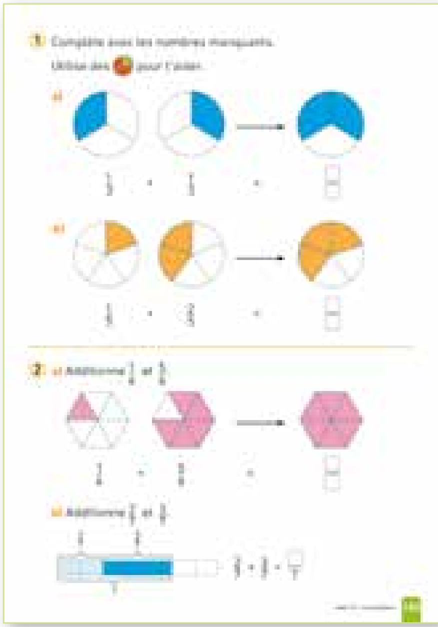
Approfondissement : Demandez aux élèves avancés de dessiner ou d'utiliser du matériel pédagogique pour modéliser des sommes comme $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ ou $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$ et en comprendre le sens. Il est essentiel d'utiliser des formulations comme « 4 morceaux de taille un tiers » ou « 5 morceaux de taille un quart », plutôt que « 4 parties sur 3 » ou « 5 parties sur 4 ».

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
Fraction Math Match Consultez le site www.apps4math.com et faites jouer les élèves au jeu de fractions « Fraction Math Match » seuls ou avec un partenaire. Ce jeu propose des représentations multiples des fractions de base.	• Je sais combiner ou additionner des fractions ayant le même dénominateur. • Quand j'additionne des fractions, je sais qu'elles renvoient à un même tout. • Dans une fraction, je connais le sens des nombres du haut et du bas.

Fichier 2 p. 102



Fichier 2 p. 103



Séance 134 Soustrayons les fractions

Objectif Développer la compréhension de la soustraction de fractions à travers des situations concrètes.

Compétence du programme 2016 : L'étude de la division, travaillée au cycle 3, est initiée au cours du cycle 2 dans des situations simples de partage ou de groupement. NB : Les fractions elles-mêmes sont hors programme (voir introduction page 259).

Calcul mental

Multiplier par 3

Demandez aux élèves : « Que vaut 3 fois 5 ? » ou « Que vaut 7 fois 3 ? » puis variez la formulation des questions : « 4 fois 3 égalent ? » ou « 3 multiplié par 9 égalent ? » ou encore « Quel est le triple de 2 ? » et « Quel est le produit des deux nombres 3 et 8 ? »
Continuez de la même façon avec des produits tels que « 3 × 20 », « 50 × 3 », « 3 × 200 », etc. Pour les élèves qui sont prêts et désireux d'aller plus loin, donnez des produits tels que « 3 × 150 », « 250 × 3 » ou « 3 × 222 ».

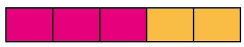
Moins d'erreurs pour la soustraction de fractions !

Nous avons vu que, pour additionner des fractions ayant un dénominateur commun, les élèves additionnent souvent les numérateurs d'une part et les dénominateurs d'autre part. Cependant, il y a moins de risque qu'ils procèdent de la même manière pour soustraire des fractions ayant un dénominateur commun. En effet, $\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$ donnerait $\frac{1}{0}$. Les élèves se rendraient rapidement compte qu'il n'existe pas de partie fractionnelle d'un tout qui s'appelle « $\frac{1}{0}$ ».

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

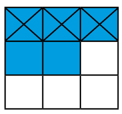
Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Inventer des histoires de soustractions de fractions	25 min	En binôme
2 Étude de l'encadré « J'observe » page 104 du fichier 2	20 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	15 min	Individuel
Fichier 2 : pp.104-105 **Fichier photocopiable :** pp. 250-251	**Matériel pédagogique :** au choix (cubes, jetons, disques...)	

1 Inventer des histoires de soustractions de fractions

Démarrez la séance en faisant un rappel de ce que les élèves savent déjà : soustraire est l'action réciproque d'additionner, et la soustraction est l'opération réciproque de l'addition. Demandez aux élèves : « Quelle relation y a-t-il entre la soustraction et l'addition ? » Si la réponse donnée fait référence à la relation réciproque, interrogez de nouveau l'élève : « Montre-moi ce que tu veux dire par là. » Étudiez quelques exemples impliquant des nombres entiers. Faites ensuite travailler les élèves en binôme en leur laissant choisir le matériel qu'ils préfèrent pour modéliser leur travail. Ils vont devoir inventer une histoire de soustraction impliquant des fractions. Dites-leur : « Même si nous n'avons pas encore abordé ce sujet, je suis sûr que vous pouvez inventer une histoire de soustraction de fractions en vous appuyant sur :
1. votre compréhension du sens de la soustraction ;
2. ce que vous avez appris sur l'addition des fractions à la séance précédente.
Quel que soit le matériel utilisé, assurez-vous que les élèves modélisent au moins deux cas différents :
1. Soustraire d'un tout : 

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

2. Soustraire d'une fraction inférieure à un tout :



$$\frac{5}{9} - \frac{3}{9} = \frac{2}{5}$$

Étudiez plusieurs histoires différentes. Pour chacune d'elles, aidez les élèves à comprendre la phrase mathématique correspondante.

2 Étude de l'encadré « J'observe » page 104 du fichier 2

Projetez au tableau l'encadré « **J'observe** » **page 104 du fichier 2** et demandez aux élèves de suivre dans leur fichier. Demandez-leur : « Qui peut expliquer l'histoire que nous racontent ces images ? » Expliquez que la part de pizza détachée ($\frac{2}{8}$) correspond à la fraction que l'on soustrait : « Il y avait $\frac{3}{8}$ de la pizza au début ; Alice a mangé $\frac{2}{8}$ de la pizza ; il en reste donc $\frac{1}{8}$. » Parmi les histoires de soustraction inventées par les élèves en début de séance, beaucoup tourneront sans doute autour de la consommation de nourriture. Ce sont les exemples les plus faciles à comprendre pour les élèves.

Poursuivez en demandant à deux volontaires de résoudre les **parties a)** et **b)** de l'**exercice 1** devant la classe, afin de vérifier que tout le monde comprend bien la correspondance entre les images et les phrases mathématiques. Répétez : « Nous soustrayons des huitièmes à des huitièmes, donc nous obtenons moins de huitièmes ; des cinquièmes à des cinquièmes, donc nous obtenons moins de cinquièmes ; des dixièmes à des dixièmes, donc nous obtenons moins de dixièmes. Nous soustrayons des fractions ayant des dénominateurs égaux. »

Pour que les élèves s'entraînent à soustraire des fractions, faites-les travailler individuellement sur les **exercices 2 à 4 page 105 du fichier 2**. Les phrases mathématiques pour l'**exercice 4 b)** sont les suivantes : $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$; $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$; $\frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$; et $\frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$.

3 Pratique autonome

Dites aux élèves de passer aux **pages 250 et 251 du fichier photocopiable**. Il y a trois exercices avec le nombre « 1 » : **1 f), 2 b), 3 f)**. Dans chaque cas, demandez aux élèves : « Quelle est la taille d'un petit rectangle ? » (Mettons un sixième ou $\frac{1}{6}$.) Enchaînez avec la deuxième question : « Combien de sixièmes me faut-il pour faire un tout ? » (6 sixièmes ou $\frac{6}{6}$.)

Différenciation

Soutien : Pour aider les élèves à développer un sens des fractions et un sens des opérations, proposez cet exemple : « Combien font $\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$? » Demandez d'abord : « Combien de quarts avons-nous au début ? » puis : « Combien de quarts retire-t-on ? » et enfin : « Combien de quarts reste-t-il ? » Cela aidera les élèves à comprendre pourquoi les quarts, ou les dénominateurs, sont tous identiques...

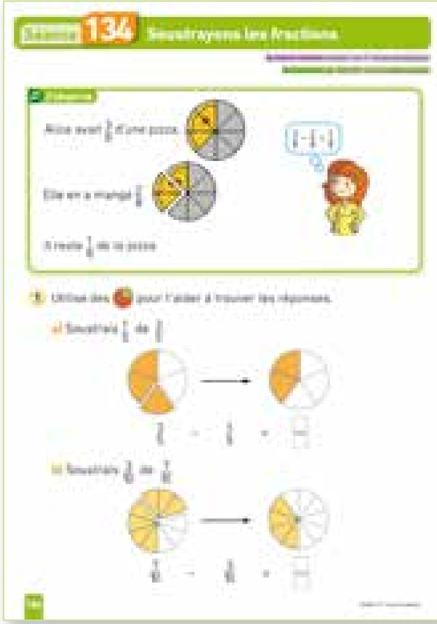
Approfondissement : Demandez aux élèves avancés de faire un dessin pour modéliser les cas de soustraction suivants et faites-leur écrire la phrase mathématique correspondante :

- Pars d'un tout et fais une soustraction pour obtenir un résultat plus petit qu'un tout ;
- Pars de deux « touts » et fais une soustraction pour obtenir un tout ;
- Pars de quelque chose de plus grand qu'un tout et fais une soustraction pour obtenir un tout.

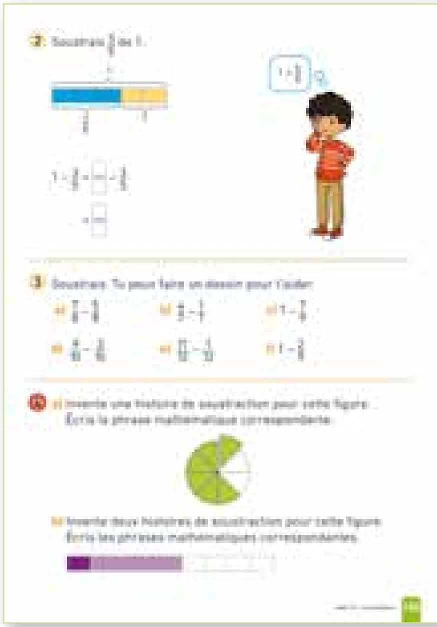
Synthèse de la séance

- Je comprends ce que signifie la soustraction et je sais soustraire des fractions ayant le même dénominateur.
- Quand je soustrais des fractions, je sais qu'elles renvoient à un même tout.
- Dans une fraction, je connais le sens des nombres du haut et du bas.

Fichier 2 p. 104



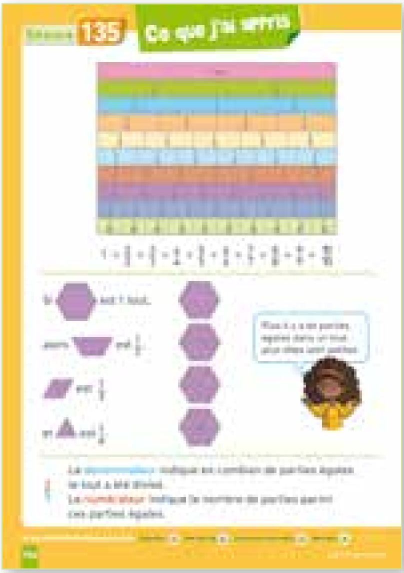
Fichier 2 p. 105



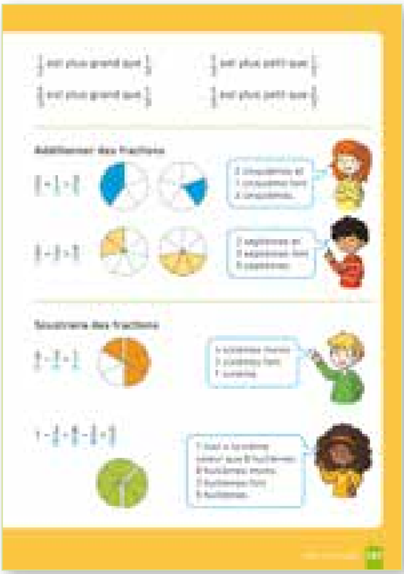
Séance 135 Bilan de l'unité 13

Faire le point sur ce que les élèves ont appris et compris à la fin de l'unité 13. Proposer trois activités au choix : « Jouons avec les maths », « Explorons » et « Mon journal ».

Fichier 2 p. 106



Fichier 2 p. 107



Ce que j'ai appris

Les élèves doivent comprendre pourquoi ils apprennent les fractions. On les rencontre et on les utilise fréquemment dans la vie de tous les jours : découper 1 biscuit en 2 parts égales, diviser 1 heure en 3 périodes égales consacrées à trois activités ou encore partager 1 litre d'eau équitablement entre 4 personnes donnent respectivement $\frac{1}{2}$ biscuit, $\frac{1}{3}$ d'heure et $\frac{1}{4}$ de litre. Au CE1, les élèves n'abordent que des fractions d'un tout (les fractions inférieures à 1). Dites-leur que les fractions supérieures à 1 seront étudiées plus tard.

Rappelez aux élèves ce qu'ils ont appris grâce aux bandes de fractions :

1. Plus le tout est divisé en un grand nombre de parties égales, plus le dénominateur (qui indique le nombre de parties égales) augmente, mais plus les fractions unitaires diminuent.
2. Si un tout est divisé en n parties égales appelées $\frac{1}{n}$, il faut $\frac{n}{n}$ de ces parties pour recréer le tout. Ex. : 10 dixièmes ou $\frac{10}{10}$ égalent 1 tout.

Entraînez vos élèves à citer différentes façons de faire une même fraction. Par exemple, « 1 demi, c'est la même chose que 2 quarts, 3 sixièmes, 4 huitièmes ou 5 dixièmes ; ou bien 1 tiers, c'est la même chose que 2 sixièmes ou 3 neuvièmes. » Faites-le vérifier par les élèves **page 106 de leur fichier 2**.

Lisez le phylactère d'Adèle et revoyez les formes, puis changez de « tout » et demandez aux élèves de trouver la partie. Dites-leur par exemple : « Si le trapèze est le tout, quelle fraction représente le triangle ? » (Réponse : $\frac{1}{3}$.) Choisissez ensuite une forme, indiquez la fraction qu'elle représente et demandez aux élèves de trouver le tout. Dites-leur par exemple : « Si le triangle est $\frac{1}{2}$, quel est le tout ? » (Réponse : le losange.) En utilisant des formes, demandez aux élèves de vérifier les 4 affirmations du haut de la page 107.

Pour finir, évaluez la compréhension des élèves des processus consistant à rassembler (+) et à décomposer (–) des fractions.

Jouons avec les maths

La course aux fractions

Lisez attentivement les règles avec la classe pour vous assurer qu'elles sont bien comprises. Faites une partie avec un élève en guise de démonstration. À chaque lancer de dés, interrogez : « Quelle fraction peut-on faire ? », « Est-elle plus petite que 1 ? » De temps en temps, demandez : « Que manque-t-il pour faire 1 tout ? » Faites ensuite jouer une partie par les élèves puis discutez de leurs stratégies.

Explorons

Dans cette activité, les élèves doivent colorier 10 des 20 carrés-unités puis 4 des 16 carrés. Dans la **partie a)** de chaque problème, les carrés coloriés ne doivent pas nécessairement être contigus.

La réponse à la question b) est « de nombreuses façons différentes ». En réalité, il y a une infinité de possibilités si le rectangle/le carré est blanc.

Mon journal

Cette activité permet aux élèves de formuler, avec leurs propres mots, ce qu'ils ont compris des idées fondamentales liées aux fractions :

- plus le nombre de personnes qui se partagent un tout est grand, plus la part de chacun est petite ;
- plus la part est petite, plus le « nombre du bas » est grand (il indique le nombre de personnes qui se partagent le tout).