

Propiedades algebraicas de las potencias

- Producto de potencias: $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
- Potencia de productos: $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$
- Potencia de potencias: $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
- Notación exponencial de las fracciones: $\frac{1}{a} = a^{-1}$
- Potencia de fracciones: $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p} = a^p \cdot b^{-p}$
- Notación exponencial de las raíces: $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
- Potencia de raíces: $(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p} = a^{p/n}$

Consecuencias:

- Suma de potencias: $a^p + a^q = a^p \cdot \left(\frac{a^p + a^q}{a^p}\right) = a^p \cdot (1 + a^{q-p})$
- Potencia de sumas ($n \in \mathbb{N}$):

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b) \\ &= a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} \cdot a \cdot b^{n-1} + b^n\end{aligned}$$

- $a^0 = 1$
- $\frac{a}{b^p} = a \cdot b^{-p}$
- $\frac{a^p}{a^q} = a^p \cdot a^{-q} = a^{p-q}$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{1/n} = a^{1/n} \cdot b^{1/n} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = a^{1/n} \cdot b^{-1/n} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Desigualdades (en general):

- $(a+b)^p \neq a^p + b^p$
 - $\left(\frac{1}{a+b}\right)^p \neq \frac{1}{a^p} + \frac{1}{b^p}$
 - $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$
- $-(a^p) = -a^p \neq (-a)^p$
- $\frac{a^p}{b^p} \neq \frac{a}{b}$
- $a^{p^q} \neq (a^p)^q$