



TOUCHE ECONOMIQUE

LA REVUE DE LA N.A.I.



LES MOINDRES CARREES ORDINAIRES : Un apport géométrique a l'analyse statistique

APPORT DE LA
GEOMETRIQUE AU MCO

Keywords: test de Durbin et Watson,

Test de Student



La Touche Economique, 2012, tous droits réservés. L'accès aux archives de la
« Touche Economique » nécessite l'accord avec les conditions générales d'utilisation.

Une utilisation commerciale ou impression systématique constitue une infraction pénale.

N. A. I.

FEVRIER 2013

ARTICLE

«LES MOINDRES CARREES ORDINAIRES : Un apport géométrique a l'analyse statistique»

AUTEUR

Houédikin Tonahouédo HONDI ASSAH

LES MOINDRES CARREES ORDINAIRES : Un apport géométrique a l'analyse statistique, vol. 01, n° 3, 2013, p. 1-13.

Note: les règles d'écriture des références bibliographiques peuvent varier selon les différents domaines du savoir. Celle-ci est propre à la **N.A.I. / TOUCHE ECONOMIQUE**.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services N.A.I. (Y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter sur worldnai.overblog.com

Document publié en Février 2013

N.A.I. est un Cabinet d'études Statistiques économiques, sociales et de recherches scientifiques à but lucratif composé d'Ingénieurs (Statisticiens, Informaticiens, Mathématiciens).

Nous avons pour Objectif la promotion et la valorisation de la recherche.

SOMMAIRE

AVANT PROPOS

QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS

PROBLEMATIQUE

UNE EQUATION DE REGRESSION

UN CAS D'ECOLE

PRESENTATION DU RESULTAT D'UNE REGRESSION

UNE PETITE NOTE

BIBLIOGRAPHIE

AVANT PROPOS

Le monde évolue en permanence, la concurrence est plus exacerbée que jamais et touche dangereusement l'économie Africaine en générale et particulièrement celle Béninoise encore très traditionnelle. Sa proximité avec le Nigéria et le fait qu'elle serve de trais d'union entre l'Afrique de l'ouest et l'Afrique centrale francophone constituent des ressources non négligeables pour développer une économie diversifiée et prospère.

Pour mieux accompagner l'économie Africaine et ici Béninoise dans sa marche résolue vers la croissance distributive et l'émergence économique, la (N. A. I.) : Cabinet d'études Statistiques économiques, sociales et de recherches scientifique a travers sa revue « **TOUCHE ECONOMIQUE** » s'engage dans une dynamique de recherches afin de faire des propositions aussi pertinentes et efficaces pour le bien être de l'économie Africaine et donc Béninoise.

En effet l'objectif fondamental en initiant cette revue est de devenir une entreprise plus performante, plus efficace par la qualité de notre travail et nos propositions ou recommandations aussi muris au fond qu'en formes. Puis nous seront plus proche de vous ! A la N.A.I. nous osons penser autrement et nos apports sont toujours innovants.

L'avenir économique de l'Afrique dépend très largement de la capacité de tous les habitants de chaque Etats qui constituent l'Afrique unique et totalement entière d'autant plus que le monde auquel nous appartenons a atteint sa vitesse de croisière et qu'il est urgent que l'Afrique prépare tous les secteurs clés de son économie à son arrimage au train de la mondialisation et de la modernité.

LES MOINDRES CARREES ORDINAIRES : Un apport géométrique a l'analyse statistique

→ **GEOMETRIE (CAS DU BENIN)** ←

QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS

La théorie économique, et surtout la macro-économie, regorge d'un ensemble de spécifications : les fonctions de Cobb-Douglas pour la production, de Bischoff pour l'investissement, de Houthaker-Taylor pour la consommation, etc... les spécifications sont variées : il s'agit du choix des variables et de leur forme : en niveau, en taux de croissance, quotient de variables, logarithmes, variations, variables retardées etc....

| Modèle | Formule | Propriété fondamentale |
|---------------|---------------------|---|
| Linéaire | $Y = a X + b$ | la variation de Y est proportionnelle à la variation de X |
| Log-linéaire | $Y = B (X)^a$ | le taux de variation de Y est proportionnel au taux de variation de X |
| Exponentiel | $Y = e^{(a X + b)}$ | le taux de variation de Y est proportionnel à la variation de X |
| Logarithmique | $Y = a \ln(X) + b$ | la variation de Y est proportionnelle au taux de variation de X |

La théorie économique joue un rôle important dans la spécification d'un modèle, les données ne doivent servir qu'à valider ou invalider les hypothèses que l'on émet. Il est donc nécessaire de bien comprendre les hypothèses sous-jacentes à chacune des fonctions proposées. Il est clair que l'économétrie dispose de plusieurs méthodes statistiques parmi tant d'autres on peut citer : les moindres carrés ordinaires, les modèles à correction d'erreur, les vecteurs autorégressif, le modèle à changement de régime

markovien etc... Cette touche est axé sur l'application de la méthode des moindres carrés ordinaires et dans cette optique la finesse et la cohérence théoriques sont ici les critères essentiels. On doit prendre en compte aussi des limites des statistiques disponibles.

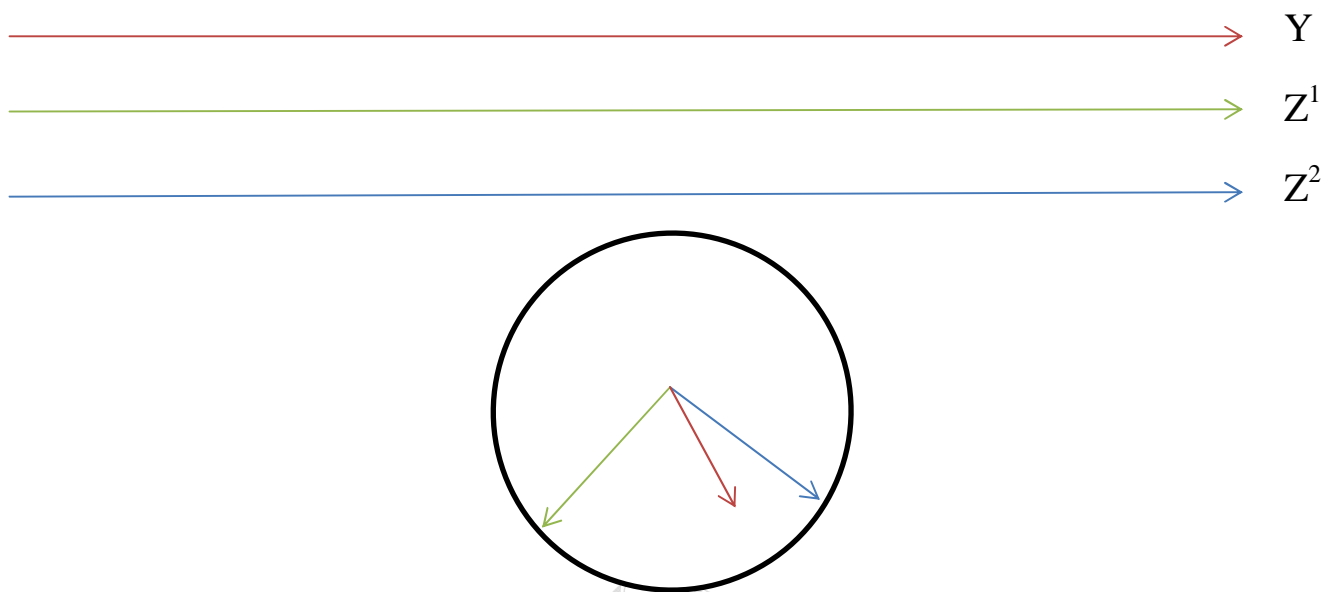
PROBLEMATIQUE

La tâche propre de l'économétrie est d'estimer les paramètres (les coefficients) des équations par ajustement sur les séries passées. L'ajustement conduit parfois à réviser la spécification, c'est-à-dire que lorsqu'une variable admet de coefficient non significatif, ou qu'elle a un coefficient d'effet contraire à celui théoriquement attendu. L'économétrie, en tant que méthode de quantification ne donne que des indications et non des preuves : c'est pourquoi une spécification ne peut prouver, mais seulement qu'elle n'a pas été rejetée par les tests donc de façon statistique. Il faut donc faire très attention lors de l'utilisation des résultats obtenues car on prend un risque lorsqu'on retient une hypothèse rejetée par l'économétrie et chaque choix effectuer doit pouvoir être justifier. L'estimation et l'interprétation des indicateurs techniques issus de l'estimation par la moindre carre ordinaire, au-delà de sa méthode classique à un apport géométrique qui permet de cerner dans le plan comme dans l'espace leurs sens statistique et statistiquement géométrique. Mais que peut-on retenir de cette touche ?

UNE EQUATION DE REGRESSION

Soit Y : Une série chronologique en fonction de h et qui varie de 1 à H . L'on souhaite l'expliquer par une relation bien spécifier et tenant en compte r variables explicatives noté : Z^1, \dots, Z^r avec Z^k la variable explicative courante ($k = 1, \dots, r$). L'équation à estimer se présente comme suit : $Y_h = a_1 Z_h^1 + a_2 Z_h^2 + \dots + a_r Z_h^r$, ou $Y_h = \sum_k a_k Z_h^k$. Notons que à chaque ensemble des H observations relatives à une variable peut être associé un vecteur de l'espace à H dimensions. Lorsqu'on suppose que $p = 2$; on peut avoir une situation de

ce type : deux vecteurs qui se coupent en un point et formant un plan dont le champ dépend de la dimension des deux vecteurs. Ce champ, lorsqu'il est fini (C'est-à-dire : les vecteurs sont des segments ayant des mesures fixes), nous auront la représentation dont les vecteurs se présentent comme suit dans un espace restreint au cercle :



Z^1 et Z^2 définissent un plan. Si Y appartenait à ce plan, il serait clair que les coefficients a_k soient les coordonnées de Y dans la base formée par Z^1 et Z^2 . Mais généralement, Y n'appartient pas au plan formé par Z^1 et Z^2 et l'explication de Y par Z^1 et Z^2 s'avère incomplète. Il peut y avoir des erreurs de mesure c'est-à-dire des aléas, ou encore la spécification a sans doute négligé une variable explicative importante. C'est comme si la seule raison pour laquelle Y n'appartient pas au plan trouve sa source dans les erreurs de mesure sur Y , ou dans des aléas statistiques. Les coordonnées des erreurs se déterminent en faisant la différence entre Y à la date h et Y^* . Or le Y^* n'étant pas connue, l'estimation de ce dernier se fait par projections de Y dans le plan, ce qui donnerait plusieurs points Y^* appartenant à ce plan et le seul point apte à minimiser les erreurs est celle qui serait moins éloigné de Y soit le Y^* donner par projection orthogonale de Y dans le plan former par les vecteurs Z^1 et Z^2 . Alors que s'il n'y avait pas d'erreur, on aurait trouvé : $Y^*_h = \sum_k a_k Z^k_h$ avec les a_k les coefficients réels. L'ajustement, oblige à

faire hypothèse que la spécification est vraie ce qui amène à tester cette hypothèse. Ajoutons que l'analyse s'adapte aussi au plan plus grand formé par les vecteurs Z^1 et Z^2 .

APPORTS EXPLICATIFS:

La projection de Y en \underline{Y}^* se fait selon la définition canonique de l'orthogonalité : C'est la distance euclidienne canonique, $(\text{distance})^2 = \sum (\text{différence des coordonnées})^2$. On dit que l'on utilise les (MCO). Dans certains cas, on doit supposer que entre les coordonnées de ε_t il existe des relations telles que sa distribution de probabilité n'est plus sphérique, mais ellipsoïdale. Il est important de souligner l'utilité d'une métrique particulière, selon la méthode des " moindres carrés généralisés " (MCG). Elle est notamment utile lorsque ε_t est fortement corrélé avec ε_{t-1} et le test de Durbin et Watson permet de savoir si l'on est dans ce cas. Les variables Z^k peuvent être presque colinéaires (il existe, dans le paquet des p vecteurs Z^k , des vecteurs faisant un angle aussi petit). La détermination des coefficients a_k est alors entachée d'une imprécision et le test de Student permet de savoir si l'on est dans ce cas. L'économétrie comporte des raffinements, mais la plupart du temps les choses se passent simplement : on estime les a_k par MCO, et on ne fait autrement que si le test de Durbin et Watson est mauvais, ou si le test de Student est mauvais pour une variable importante. Des méthodes préprogrammées dans les logiciels d'économétrie permettent alors de s'en sortir. (Confère : Michel VOLLE, Eléments d'Econométrie 2001)

UN CAS D'ECOLE

Considérons les quatre variables suivantes : les recettes fiscales ; l'investissement direct étranger entrant ; les crédits fournis par la banque et les importations. Ces dernières ont une périodicité annuelle allant de 1982 à 2011.

PRESENTATION DU RESULTAT D'UNE REGRESSION

| Dependent Variable: RECETTES_FISCALES | | | | |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| Method: Least Squares | | | | |
| Sample: 1982 2011 | | | | |
| Included observations: 30 | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| IDE_ENTRANT | 0.374321 | 0.080270 | 4.663249 | 0.0001 |
| CREDINT_FOURBANC | 3.065419 | 0.506398 | 6.053377 | 0.0000 |
| IMPORTATION | 6.36E-10 | 2.31E-11 | 27.53739 | 0.0000 |
| C | -136.7352 | 14.32309 | -9.546484 | 0.0000 |
| R-squared | 0.986507 | Mean dependent var | | 203.7604 |
| Adjusted R-squared | 0.984950 | S.D. dependent var | | 170.6392 |
| S.E. of regression | 20.93340 | Akaike info criterion | | 9.044135 |
| Sum squared resid | 11393.39 | Schwarz criterion | | 9.230962 |
| Log likelihood | -131.6620 | F-statistic | | 633.6581 |
| Durbin-Watson stat | 2.053700 | Prob(F-statistic) | | 0.000000 |

$$\text{RECETTES_FISCALES} = 0.3743205949 \cdot \text{IDE_ENTRANT} + 3.065419231 \cdot \text{CREDINT_FOURBANC} + 6.36126525e-010 \cdot \text{IMPORTATION} - 136.7351922$$

$R^2 = 0,98$: le R^2 est le cosinus carré de l'angle entre Y et Y. Plus il est proche de 1, plus Y est allongé sur le sous espace engendré par les vecteurs X^k . Si l'on a affaire à des séries chronologiques, le R^2 est souvent très fort sans que cela signifie grand chose, car beaucoup de séries croissent avec le temps. Par contre, il faudra s'interroger si le R^2 est faible (disons inférieur à 0,6).

$DW = 2,05$: c'est le test de Durbin et Watson. Il sert à vérifier si le vecteur des erreurs est distribué indifféremment dans l'espace. DW doit être situé entre 1,5 et 2,5 pour que l'on puisse dire que les MCO sont légitimes. On s'inquiétera si $DW < 1$ (autocorrélation positive des erreurs) ou $DW > 3$ (autocorrélation négative).

SEE: c'est l'écart type de l'erreur qui affecte la variable expliquée. En le divisant par la moyenne des X ; on obtient une idée de la précision de la régression.

UNE PETITE NOTE

La Période d'estimation, indique l'intervalle (1, ..., T) sur lequel les séries ont été observées. C'est une indication importante : bien souvent, les paramètres changent lorsque l'on change de période d'estimation. La pérennité des " lois économiques " que l'on estime par l'économétrie est donc souvent limitée.

BIBLIOGRAPHIE

Michel VOLLE, Eléments d'Econométrie 2001

BOURBONNAIS REGIS, livre d'économétrie. 8^{ième} Edition

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|---|
| AVANT PROPOS..... | 3 |
| QUELQUES APPORTS INTRODUCTIFS..... | 4 |
| PROBLEMATIQUE..... | 5 |
| UNE EQUATION DE REGRESSION..... | 5 |
| UN CAS D'ECOLE..... | 8 |
| PRESENTATION DU RESULTAT D'UNE REGRESSION..... | 8 |
| UNE PETITE NOTE..... | 9 |
| BIBLIOGRAPHIE..... | 9 |

N.A.I.

N. A. I.

**Cabinet d'études statistiques, économiques,
sociales et de la recherche scientifique**

Administration Centrale

Quartier Agori Alledjo a Abomey Calavi ; Bénin

Tél. : (+229) 90075742

Worldnai.overblog.com

NOTA BENE :

LE DOCUMENT COMPLET COMPORTANT LES DETAILS ET TOUS CE QUI ACCOMPAGNENT SE TROUVENT
A LA BIBLIOTHEQUE DE LA (N.A.I.). AUSSI LA PRESENTATION DU DOCUMENT EST PROPRE A LA N.A.I.