Brevet d'entrainement (Pondichéry 2015)

EXERCICE 1 **5 POINTS**

1. $(x-1)^2 = x^2 + 1 - 2x$:réponse B
2. $2 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2 = 2 \times 4 - 6 - 2 = 8 - 8 = 0$. Réponse C
3. Il faut résoudre l'équation $3x + 2 = -7$ soit $3x = -9$ et enfin $x = -3$. Réponse B.
4. L'angle de 18° reste un angle de 18°. Réponse C
5. Réponse A.

Méthode

1) Calculer la valeur pour x = 2
2) Remplacer par les valeurs données
3) Remplacer par les valeurs données
4) On peut dessiner un petit angle de 18° et en agrandir les côtés. (à la loupe un angle droit reste un angle droit)
5) Faire les calculs correspondants

EXERCICE 2 **4 POINTS**

1. On a $\frac{2622}{19} = 138$, mais $\frac{2530}{19} \approx 133,2$.
   Ce qui veut dire que l'on ne pas répartir les 2 530 poissons dans 19 paquets (il eh reste 3)
2. Le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser est un diviseur commun à 2 622 et à 2 530. Puisque c'est le plus grand c'est donc leur PGCD que l'on calcule grâce à l'algorithme d'Euclide :
   $26222530 \times 1 + 92$;
   $2530 = 92 \times 27 + 46$;
   $92 = 46 \times 2 + 0$.
   Le PGCD est le dernier reste non nul, donc 46.
   Effectivement : $\frac{2622}{46} = 57$ et $\frac{2530}{46} = 55$
   Dans chacun des 46 paquets il y aura 57 œufs et 55 poissons.

1) En faisant la division par 19 on voit qu'un des quotients n'est pas entier. Il reste donc des poissons. L'affirmation est donc fausse.
2) En cas de difficulté, le PGCD peut se calculer avec la calculatrice, ou l'algorithme des soustractions successives (long ici mais efficace).

   On peut vérifier les résultats obtenus en faisant les calculs
   46 x 57oeufs = 2622 œufs
   et
   46 x 55 poissons = 2530 poissons

EXERCICE 3 **6 POINTS**

- **Sur la plage** :

Peio paiera 3 mois à 2 500 soit $3 \times 2500 = 7500$ € de location de paillote.
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 500 € par jour et le reste du temps soit $0,25 \times 92$ jours 50 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à :

$$0,75 \times 92 \times 500 + 0,25 \times 92 \times 50 = 34500 + 1150 = 35650 \text{ €}.$$

Il gagnera donc sur la plage :

$$35650 - 7500 = 28150 \text{ €}.$$

Pour la recette de Peio sur la plage, ne pas oublier de soustraire à la recette totale le loyer qu'il paiera.

- **En ville**

Peio paiera 92 jours à 60 soit $92 \times 60 = 5520$ € de location.
Il encaissera les trois quarts du temps soit $0,75 \times 92$ jours 350 € par jour et le reste du temps soit $92 \times 0,25$ jours 300 € par jour.
Ses recettes pour tout l'été s'élèveront donc à :

$$0,75 \times 92 \times 350 + 0,25 \times 92 \times 300 = 24150 + 6900 = 31050 \text{ €}.$$

Il gagnera donc en ville :

$$31050 - 5520 = 25530 \text{ €}.$$

Idem pour la recette de Peio en ville.

- **Conclusion** : Peio gagnera gagnera plus sur la plage.

Ne pas oublier de répondre à la question du problème par une phrase de conclusion.

EXERCICE 4 **6 POINTS**

1. La base est un triangle rectangle isocèle de côtés mesurant 7,5 cm. L'aire de cette base est donc égale à $\dfrac{7,5\times 7,5}{2}$.
La hauteur de la pyramide est égale à 15 cm, donc le volume de la pyramide est égal à :
$V_{\text{SABC}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{7,5\times 7,5}{2}\times 15 = 5\times\dfrac{7,5\times 7,5}{2} = 140,625\text{ cm}^3$ soit environ 141 cm^3 au cm^3 près.

2. **a.** Le plan de coupe étant parallèle à la base de la pyramide la section S′MN est une réduction de la base qui est un triangle rectangle isocèle ; S′MN est donc lui aussi un triangle rectangle isocèle.
b. La pyramide SS′MN est une réduction de la pyramide SABC et le rapport de réduction est le rapport des hauteurs soit $\dfrac{\text{SS}'}{\text{SA}} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$.
On a donc $\text{S}'\text{N} = \dfrac{2}{5}\times\text{AC} = \dfrac{2}{5}\times 7,5 = 3$ cm.

3. Le volume de la petite pyramide SS′MN peut s'obtenir de deux façons :
— Avec les dimensions :
$V_{\text{SS}'\text{MN}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{3\times 3}{2}\times 6 = 9\text{ cm}^3$.
— Soit en utilisant le rapport de réduction. Si la grande pyramide a un volume de 140,625, la petite a un volume de :
$140,625\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = 140,625\times\dfrac{8}{125} = 9\text{ cm}^3$.
Dans tous les cas il reste un volume pour le parfum de :

$$140,625 - 9 = 131,625\text{ cm}^3.$$

1) Le volume d'un solide « en pointe » est donné par la formule :
Aire de la base x hauteur / 3
Il peut être utile de dessiner la base « à plat » (en vraies grandeurs) pour mieux comprendre sa nature et voir que les deux côtés de l'angle droit mesurent 7,5 cm.

2) a) Question de cours à retenir.

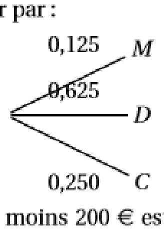
b) le rapport de réduction est le rapport des hauteurs. On retrouve la configuration de Thalès.

3) La méthode la plus simple pour obtenir le nouveau volume s'appuie sur le cours :
Si on réduit les côtés d'un solide d'un coefficient r, alors le volume de la réduction sera celui du solide initial divisé par « le cube du coefficient de réduction »
Ici on divisera donc 141 cm^3 par 2.5^3

EXERCICE 5 **4 POINTS**

1. Il y a une porte sur cinq qui donne accès à la salle du trésor ; la probabilité d'y accéder est donc égale à $\dfrac{1}{5} = 0,2$.

2. **a.** Soit M l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant mille euros » ; on a $p(M) = \dfrac{1}{8} = 0,125$;
Soit D l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant deux cents euros » ; on a $p(D) = \dfrac{5}{8} = 0,625$;
Soit C l'évènement « le candidat choisit une enveloppe contenant cent euros » ; on a $p(C) = \dfrac{2}{8} = 0,250$.
Ce que l'on peut schématiser par :



b. La probabilité de gagner au moins 200 € est la probabilité contraire de gagner 100 € soit :
$1 - 0,250 = 0,75$ ou encore 3 chances sur 4.

3. Dans la salle de consolation 3 enveloppes sur 8 ne contiennent rien ; la probabilité de ne rien gagner est donc égale à $\dfrac{3}{8} = 0,375$.

1) Il est préférable de donner les probabilités sous la forme d'un nombre décimal (après les avoir données sous la forme d'une fraction)

2) a) La difficulté ici est que le problème s'annonce comme un problème à deux épreuves alors qu'on les étudie séparément.
Il ne faut donc considérer ici que la probabilité de la seconde épreuve.

b) on peut aussi faire la somme des probabilités correspondantes, mais c'est un peu plus long, et il vaut mieux montrer que l'on connait la notion de probabilité contraire.

3) Ici aussi on étudie cette épreuve sans la lier à la précédente. On ne tient donc plus compte de la probabilité d'arriver dans la salle de consolation.

EXERCICE 6 — 7 POINTS

1. On construit :
   — le segment [AB] tel que AB = 12 cm ;
   — sa médiatrice pour trouver son milieu O ; ;
   — le demi-cercle de centre O et de rayon 6 cm ;
   — le cercle de centre A et de rayon 6 coupe ce demi-cercle en C ;
   — on trace [AC] et [CB].

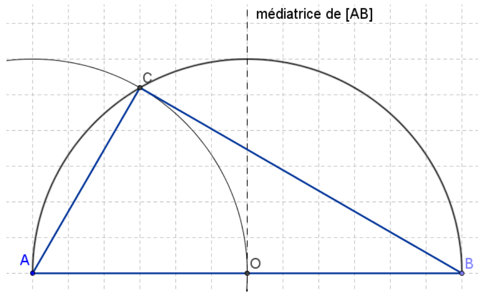
2. **a.** Le triangle ABC est inscrit dans un cercle qui admet pour diamètre l'un de ses côtés [AB] ; il est donc rectangle en C.

   b. Le segment [BC] mesure 10 cm. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :
   $AC^2 + CB^2 = AB^2$ ou $CB^2 = AB^2 - AC^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 \neq 100$ carré de 10. Donc [CB] ne mesure pas 10 cm.

   c. $\widehat{AOC}$ est l'angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AC}$; sa mesure est égale au double de celle dessangle inscrit qui intercepte le même arc soit $\widehat{ABC}$, donc l''angle $\widehat{AOC}$ mesure 60°.

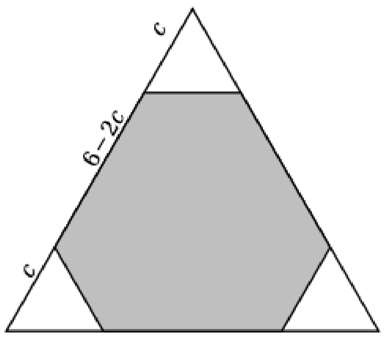
   d. On a vu que $CB^2 = 108 = 9 \times 12 = 9 \times 4 \times 3 = 36 \times 3$, donc
   $CB = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.
   L'aire du triangle ABC est donc égale à :
   $$\frac{AC \times CB}{2} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}\ \text{cm}^2.$$

   e. Dans BOC, on a OB = OC : le triangle est donc isocèle et on a donc
   $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 30$. On en déduit que $\widehat{BOC} = 180 - 30 - 30 = 120$ °.

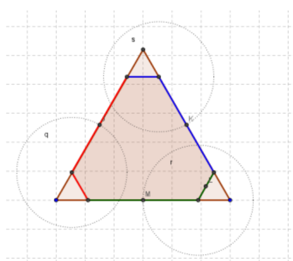


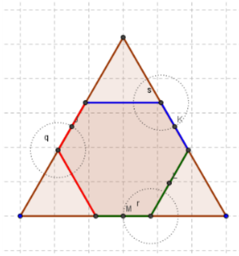
2) a) Propriété très utile (et très utilisée au brevet) pour démontrer qu'un triangle est rectangle
b) Attention, il s'agit là de la valeur exacte et pas d'une valeur approchée.
c) Ou plus simplement en traçant OC. Le triangle AOC a trois côté égaux (OC est un rayon donc OC = 6cm, AO également, et AC = 6cm d'après l'énoncé.
Le triangle équilatéral a trois angle de 60° (180° / 3)
e) On utilise ici (comme ci-dessus) la propriété : « La somme des angles d'un triangle est égale à un angle plat »

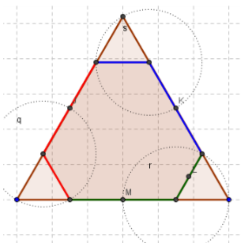
EXERCICE 7 — 4 POINTS



Soit c la mesure d'un côté de l'un des petites triangles équilatéraux.
Dans l'hexagone gris il y a trois côtés de longueur c et trois côtés de longueur $6 - 2c$.
On a donc :
$3 \times 3c = 3c + 3(6 - 2c)$ soit
$9c = 3c + 18 - 6c$ soit
$12c = 18$ soit en simplifiant par 6 :
$2c = 3$ et enfin
$c = \frac{3}{2} = 1{,}5$ cm.







Solution géométrique :
On peut diviser l'hexagone en trois parties. Si on parvient à « dérouler chaque triangle » sur une des parties c'est que la somme des périmètres des trois triangles est égale au périmètre de l'hexagone.
Ceci est vérifié dans la dernière figure pour laquelle le grand côté de l'hexagone est égale à « deux côtés du triangle » (2CT) (*)

Le côté de l'hexagone mesure donc 4 CT
D'où 1 CT = 6cm / 4 = 1,5cm

*[Périmètre des trois triangles = 3x3 CT = 9 CT
Périmètre de l'hexagone = (1CT + 2 CT)x 3 = CT]