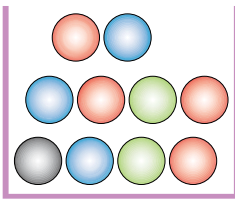


PÁGINA 132

1



En una urna hay 10 bolas de cuatro colores.

Sacamos una bola y anotamos su color.

- a) ¿Es una experiencia aleatoria?
b) Escribe el espacio muestral y cinco sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) $E = \{R, A, V, N\}$

Sucesos:

$$S_1 = \{R, A, V, N\} \quad S_2 = \{R, N\} \quad S_3 = \{V\}$$

$$S_4 = \{A\} \quad S_5 = \{A, V, N\}$$

2 Lanzamos una chincheta y observamos si cae con la punta hacia arriba o no.

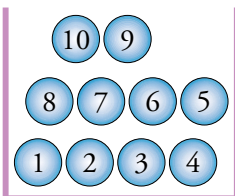
a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) $E = \{\text{PUNTA HACIA ARRIBA}, \text{PUNTA NO HACIA ARRIBA}\}$

3



En una urna hay 10 bolas numeradas.

Sacamos una bola y anotamos el número.

- a) ¿Es una experiencia aleatoria?
b) Escribe el espacio muestral y seis sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Sucesos:

$$S_1: \text{“par”} = \{2, 4, 6, 8, 10\} \quad S_2: \text{“impar”} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$S_3: \text{“múltiplo de 3”} = \{3, 6, 9\} \quad S_4: \text{“múltiplo de 5”} = \{5, 10\}$$

$$S_5: \text{“número primo”} = \{2, 3, 5, 7\} \quad S_6: \text{“cuadrado perfecto”} = \{1, 4, 9\}$$

4 En una bolsa hay 10 bolas, todas rojas.

Sacamos una bola y anotamos su color.

¿Es una experiencia aleatoria?

¿Por qué?

No, el resultado no depende del azar. Siempre obtendremos bola roja.

PÁGINA 133

- 1** En una bolsa hay 90 bolas idénticas, numeradas del 1 al 90. ¿Cuál es la probabilidad de extraer la bola con el número 58? ¿Cuál es la probabilidad de extraer cada una de las bolas?

$$P[58] = \frac{1}{90}$$

La probabilidad de extraer una bola concreta será, también, $\frac{1}{90}$.

- 2** En otra bolsa hay bolas de dos tamaños. Sacamos una, miramos si es grande, G , o chica, CH , y la devolvemos a la bolsa. Así observamos 84 bolas G y 36 bolas CH . ¿Qué valores asignarás a $P[G]$ y a $P[CH]$?

$84 + 36 = 120$ experiencias. Asignamos:

$$P[G] = \frac{84}{120} = 0,7 \qquad P[CH] = \frac{36}{120} = 0,3$$

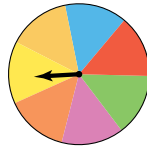
PÁGINA 134

Pág. 1

- 1** En un campamento juvenil hay 32 jóvenes europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar al portavoz de ellos. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?

$$32 + 13 + 15 + 23 = 83 \text{ jóvenes. } P[\text{EUROPEO}] = \frac{32}{83}$$

- 2** Al hacer girar la aguja, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en alguno de los colores rojo, verde o azul?



$$P[\text{ROJO, VERDE O AZUL}] = \frac{3}{7}$$

Practica

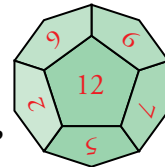
Espacios muestrales. Sucesos

1 ▽▽ ▽ Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos: A = “Menos de 5” B = “Más de 4”

C = “Número par” D = “No múltiplo de 3”



a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

b) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$; $D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$

2 ▽▽ ▽ Nos fijamos en la cifra en la que termina el premio gordo de la lotería.

a) Describe el espacio muestral.

b) Describe los sucesos:

A = “Menor que 4”

B = “Número impar”

C = “Mayor que 5”

a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) $A = \{0, 1, 2, 3\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$C = \{6, 7, 8, 9\}$

3 ▽▽ ▽ Escribimos cada una de las letras de la palabra JUEGO en un papel diferente y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.

a) Describe los sucesos elementales de este experimento aleatorio.

b) Describe el suceso “obtener vocal”.

c) Si la palabra elegida fuera PROBABILIDAD, ¿cómo responderías a los apartados a) y b)?

a) Sucesos elementales: $\{J\}$, $\{U\}$, $\{E\}$, $\{G\}$, $\{O\}$

b) “Obtener vocal” = $\{U, E, O\}$

c) Sucesos elementales: $\{P\}$, $\{R\}$, $\{O\}$, $\{B\}$, $\{A\}$, $\{I\}$, $\{L\}$, $\{D\}$

“Obtener vocal” = $\{O, A, I\}$

4 ▽▽ ▽ Lanzamos una moneda dos veces y anotamos los resultados ordenadamente.

a) Completa el espacio muestral: $E = \{CC, C+, \dots\}$

b) Describe los sucesos: A = “La primera fue cara”, B = “Ninguna fue cara”

a) $E = \{CC, C+, +C, ++\}$

b) $A = \{CC, C+\}$, $B = \{++\}$

5 ▼▼▼ Lanzamos una moneda tres veces y anotamos los resultados en el orden en que salen.

a) Describe el espacio muestral (hay 8 casos).

b) Describe los sucesos siguientes:

A = “Obtener dos veces cara”

B = “Obtener dos veces cruz”

C = “No obtener ninguna cruz”

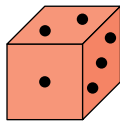
a) $E = \{CCC, CC+, C+C, C++, +CC, +C+, ++C, +++\}$

b) $A = \{CC+, C+C, +CC\}$ $B = \{C++, +C+, ++C\}$ $C = \{CCC\}$

Cálculo de probabilidades

6 ▼▼▼ Halla la probabilidad de obtener un 2 y la probabilidad de obtener un 5, al lanzar un dado correcto en cada uno de estos casos:

a)



(Cubo numerado del 1 al 6)

$$a) P[2] = \frac{1}{6}; P[5] = \frac{1}{6}$$

b)



(Octaedro numerado del 1 al 8)

$$b) P[2] = \frac{1}{8}; P[5] = \frac{1}{8}$$

c)



(Tetraedro numerado del 1 al 4)

$$c) P[2] = \frac{1}{4}; P[5] = 0$$

7 ▼▼▼ En una bolsa hay 6 bolas rojas, 4 azules, 7 verdes, 2 amarillas y una negra. Extraemos una al azar. Halla la probabilidad de que:

a) Sea azul. b) No sea negra. c) Sea roja o verde. d) No sea amarilla ni negra.

En total hay 20 bolas.

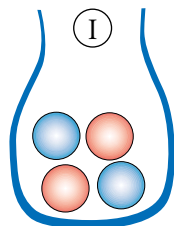
$$a) P[\text{AZUL}] = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$b) P[\text{NO NEGRA}] = \frac{19}{20}$$

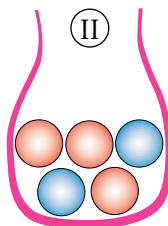
$$c) P[\text{ROJA O VERDE}] = \frac{13}{20}$$

$$d) P[\text{NO AMARILLA Y NO NEGRA}] = \frac{17}{20}$$

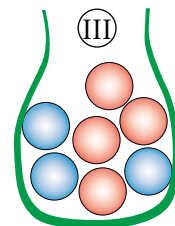
8 ▼▼▼ Razona de cuál de las bolsas siguientes es más probable sacar bola roja:



$$P_{\text{I}}[\text{R}] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$



$$P_{\text{II}}[\text{R}] = \frac{3}{5} = 0,6$$



$$P_{\text{III}}[\text{R}] = \frac{4}{7} = 0,57$$

Por tanto, es más probable extraer bola roja de la bolsa II.

9 ▽▽ ▽ Lanzamos un dado correcto. Halla las probabilidades de que el resultado sea:

a) Múltiplo de 3.

b) Múltiplo de 2.

c) Mayor que 1.

d) Menor que 5.

e) Menor que 1.

f) Potencia de base 2.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{a) } P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } P[\text{MÚLTIPLO DE 2}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{c) } P[\text{RESULTADO MAYOR QUE 1}] = \frac{5}{6}$$

$$\text{d) } P[\text{RESULTADO MENOR QUE 5}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{e) } P[\text{RESULTADO MENOR QUE 1}] = 0$$

$$\text{f) } P[\text{POTENCIA DE BASE 2}] = P[2 \text{ o } 4] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

10 ▽▽ ▽ Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Halla la probabilidad de que:

a) La carta sea de BASTOS.

b) La carta NO sea ni AS ni FIGURA.

c) La carta sea un número menor que 6.

d) La carta sea de OROS o FIGURA.

$$\text{a) } P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } P[\text{NI AS NI FIGURA}] = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

$$\text{c) } P[\text{NÚMERO MENOR QUE 6}] = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } P[\text{OROS O FIGURA}] = \frac{19}{40}$$

a) $P[\text{VERDE CON NÚMERO PAR}] = \frac{2}{11}$ (son las bolas 2 y 4)

b) $P[\text{ROJA Y PAR}] = 0$ (no hay ninguna roja con número par)

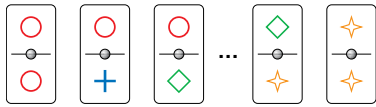
c) $P[\text{AMARILLA O ROJA}] = \frac{6}{11}$

d) $P[\text{NÚMERO} > 7] = \frac{4}{11}$

PÁGINA 136

1 Describe un dominó con \circ + \diamond \star .

Las piezas serían como estas:

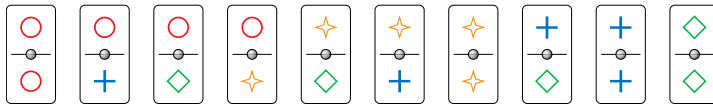


Dibuja todas.

Deben ser 10 fichas.



Echamos las fichas en una bolsa y extraemos una.

- ¿Es una experiencia aleatoria?
- ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?
- Describe el suceso “la ficha extraída tiene el símbolo +”.



- Sí es aleatoria.
- El espacio muestral consta de 10 elementos.
- LA FICHA EXTRAÍDA TIENE EL SÍMBOLO + = $\left\{ \begin{array}{c} \circ \\ + \\ \circ \\ + \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} \star \\ + \\ \star \\ + \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} + \\ \diamond \\ + \\ \diamond \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ + \end{array} \right\}$

2 Dejamos caer 1 000 chinchetas. Caen 649 así  y el resto así .

Halla las frecuencias absoluta y relativa de los sucesos  y . Estima las probabilidades de ambos casos.

$$f(\text{upside-down pin}) = 649 \quad f_r(\text{upside-down pin}) = 0,649$$

$$f(\text{right-side pin}) = 351 \quad f_r(\text{right-side pin}) = 0,351$$

$$P[\text{upside-down pin}] = 0,65 \quad P[\text{right-side pin}] = 0,35$$

3 En un equipo de natación hay 3 niñas americanas, 5 europeas, 2 asiáticas y 2 africanas. Si elegimos una de ellas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea asiática? ¿Y la de que no sea europea?

En total son $3 + 5 + 2 + 2 = 12$ niñas.

$$P[\text{ASIÁTICA}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P[\text{NO EUROPEA}] = P[\text{AMERICANA O ASIÁTICA O AFRICANA}] = \frac{3 + 2 + 2}{12} = \frac{7}{12}$$

Para calcular esta probabilidad también podíamos haber hecho lo siguiente:

$$P[\text{NO EUROPEA}] = 1 - P[\text{EUROPEA}] = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

- 4** Ana tira un dado y su hermana Eva lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Eva sea mayor que la de Ana?

Construimos una tabla:

		EVA					
		1	2	3	4	5	6
ANA	1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
	2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
	3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
	4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
	6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

Hay 36 posibles casos, 15 de los cuales (los sombreados) son favorables para Eva. Por tanto, $P[\text{EVA TENGA MAYOR PUNTUACIÓN QUE ANA}] = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

- 5** De cada una de estas bolsas extraemos una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las tres cifras sea 5?



Que la suma de las tres cifras sea 5 es lo mismo que la suma de las dos primeras bolas sea 4, ya que la tercera bolsa solo tiene dos bolas con la cifra 1. Resolvemos entonces el problema de sacar al azar una bola de la primera bolsa, otra bola de la segunda bolsa y sumar sus cifras.

Si sacamos un 1 de la primera bolsa, no sumaremos nunca 4. Por tanto, descartamos esa posibilidad.

Si sacamos un 2 de la primera bolsa, habrá que sacar un 2 de la segunda. Las probabilidades son:

$$P[\text{SACAR 2 EN LA 1.ª BOLSA Y SACAR 2 EN LA 2.ª BOLSA}] = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

Si sacamos un 3 de la primera bolsa, habrá que sacar un 1 de la segunda. Las probabilidades son:

$$P[\text{SACAR 3 EN LA 1.ª BOLSA Y SACAR 1 EN LA 2.ª BOLSA}] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Por lo tanto: } P[\text{LA SUMA DE LAS TRES CIFRAS SEA 5}] = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$