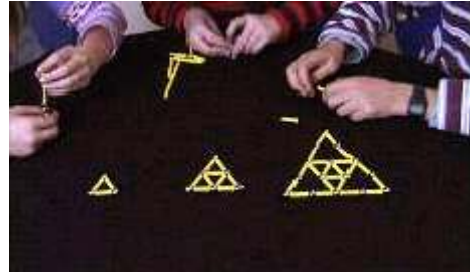


- **Progresiones aritméticas**

### Antes de empezar...

Es muy divertido construir figuras geométricas con estas pequeñas piezas imantadas.



Construimos así más y más triángulos, que forman esta sucesión:

1, 4, 7, 10, 13,...

¿Qué tiene de particular esta sucesión?

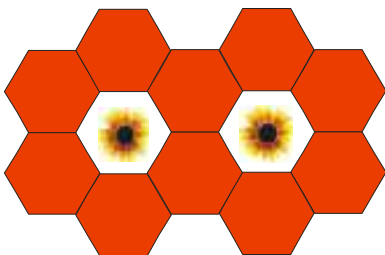
Cada término de esta sucesión se obtiene sumando una cantidad fija al término anterior. Las sucesiones de este tipo reciben el nombre de **progresiones aritméticas**.

Antes de continuar vamos a ver otros casos:

### Actividad 15

#### Diseñando un paseo

Para embellecer un paseo recto, se coloca, a lo largo de su línea central, una fila de jardineras hexagonales, rodeadas de baldosas de la misma forma. Se desea saber el número de baldosas necesarias para colocar una hilera de 20 jardineras. ¿Cuántas baldosas se necesitan para  $n$  jardineras?

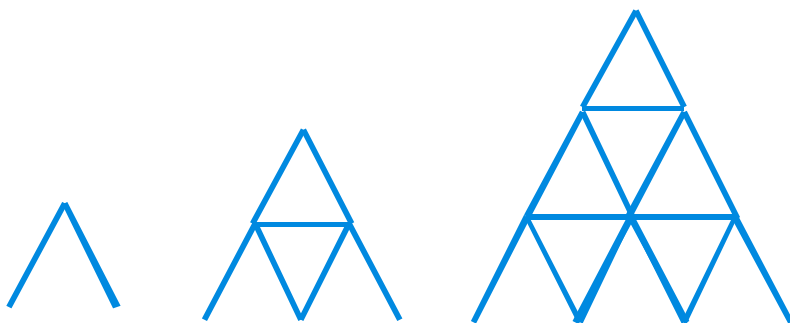


Observa que para la primera jardinera se necesitan 6 baldosas y para cada una de las siguientes 4 más que para la anterior.

## Actividad 16

### Castillos de naipes

Sobre el suelo de una habitación se quiere construir un castillo de naipes de 15 alturas. ¿Cuántos naipes hay en el piso bajo? ¿Y en el piso bajo de un castillo de  $n$  pisos?



Observa que para el primer piso hacen falta dos naipes, para el segundo piso 5 naipes y para cada piso tres naipes más que para el piso anterior.

- **Término general de una progresión aritmética.**

Si escribimos las sucesiones correspondientes a:

- el número de baldosas para una jardinera para dos, para tres ...
- el número de naipes del piso bajo de un castillo de un piso, de dos pisos, de tres pisos,...

Nos daremos cuenta que en ellas, **cada término se encuentra sumando una cantidad fija al número anterior** (4 en el primer caso y 3 en el segundo, y en el primer ejemplo de los triángulos es 3).

Las tres son progresiones geométricas:

Una **progresión aritmética** es una sucesión en la que cada término se obtiene sumando una cantidad fija (positiva o negativa) al término anterior. A esa cantidad fija se le llama **diferencia "d"** de la progresión. Si **d** es **positiva** la progresión es **creciente**, si **d** es **negativa**, la progresión es **decreciente**.

Es muy sencillo obtener el **término general de una progresión aritmética**:

1. Empezamos con el primer término:  $a_1 = a_1$
2. Para obtener el segundo término,  
Sumamos  $d$  al primero:  $a_2 = a_1 + d$
3. Para obtener el tercer término,  
Sumamos  $d$  al segundo:  $a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$
4. Para obtener el cuarto término,  
Sumamos  $d$  al tercero:  $a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$
5. Para obtener el quinto término,  
Sumamos  $d$  al cuarto:  $a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d$
6. ...
7. Luego, el término general será:  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

En el primer ejemplo, si quiero **obtener el término 15** deberé dar **14 pasos** y en cada paso sumo **4 baldosas**.

En general:  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

Ya que para pasar de  $a_1$  a  $a_n$ , damos  $n-1$  pasos de amplitud  $d$ .

Si queremos **calcular el término general a partir de un término cualquiera** de la sucesión, **no del primero**, basta con darse cuenta de que desde el término  $k$  que conocemos hasta el término general  $n$  damos  $n-k$  paso de amplitud  $d$  y por tanto:

$$a_n = a_k + (n-k) \cdot d$$

**FIJATE!!**

En ambos casos es necesario conocer el valor de la diferencia  $d$ .

## Actividad 17

### Ejercicio sencillo

Calcula el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a)  $8, 13, 18, 23, \dots$

b)  $-20, -15, -10, \dots$

c)  $-1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, \dots$

d)  $7'7, 6'6, 5'5,$

## Actividad 18

### Para practicar...

Forma una progresión aritmética de ocho términos con los datos de cada apartado:

a)  $a_1 = 6, d = -2$

b)  $a_1 = 1/2, d = 4$

c)  $a_1 = 2/3, d = -1/2$

d)  $a_1 = m, d = m/4$



Escribe en tu cuaderno las operaciones que has efectuado para hallar los términos correspondientes a cada sucesión.

## Actividad 19

### Sucesiones en las casas

Asigna la etiqueta adecuada a cada fila de casas según sean o no progresiones aritméticas. Posteriormente escribe la diferencia de aquellas que lo sean.

						
67	73	79	85	91	103	
						
3	5	12	24	48	96	192
						
46	41	36	31	26	21	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">ES UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA</div>			<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">NO ES UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA</div>			



Copia en tu cuaderno las progresiones aritméticas de este ejercicio y escribe los cinco términos siguientes de cada una de ellas.

## Actividad 20

### Pinball de progresiones aritméticas

Intenta hacer récord de puntos en el pinball contestando adecuadamente a las cuestiones que te planteo sobre progresiones aritméticas. (Respuesta correcta: +5 puntos. Fallo: -5 puntos)

El primer término de una progresión aritmética es -2 y la diferencia es 3. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = 5 + 3n$
- b)  $a_n = -5 + 3n$
- c)  $a_n = -5 - 3n$

El primer término de una progresión aritmética es 12 y la diferencia es -4. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = 16 - 4n$
- b)  $a_n = 16 + 4n$
- c)  $a_n = -16 - 4n$

El primer término de una progresión aritmética es 7 y la diferencia es -5. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = 12 - 5n$
- b)  $a_n = -12 + 5n$
- c)  $a_n = 12 + 5n$

El primer término de una progresión aritmética es 10 y la diferencia es 15. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = -5 + 15n$
- b)  $a_n = -5 - 15n$
- c)  $a_n = 5 + 15n$

El primer término de una progresión aritmética es 6 y la diferencia es -3. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = -9 + 3n$
- b)  $a_n = -9 - 3n$
- c)  $a_n = 9 - 3n$

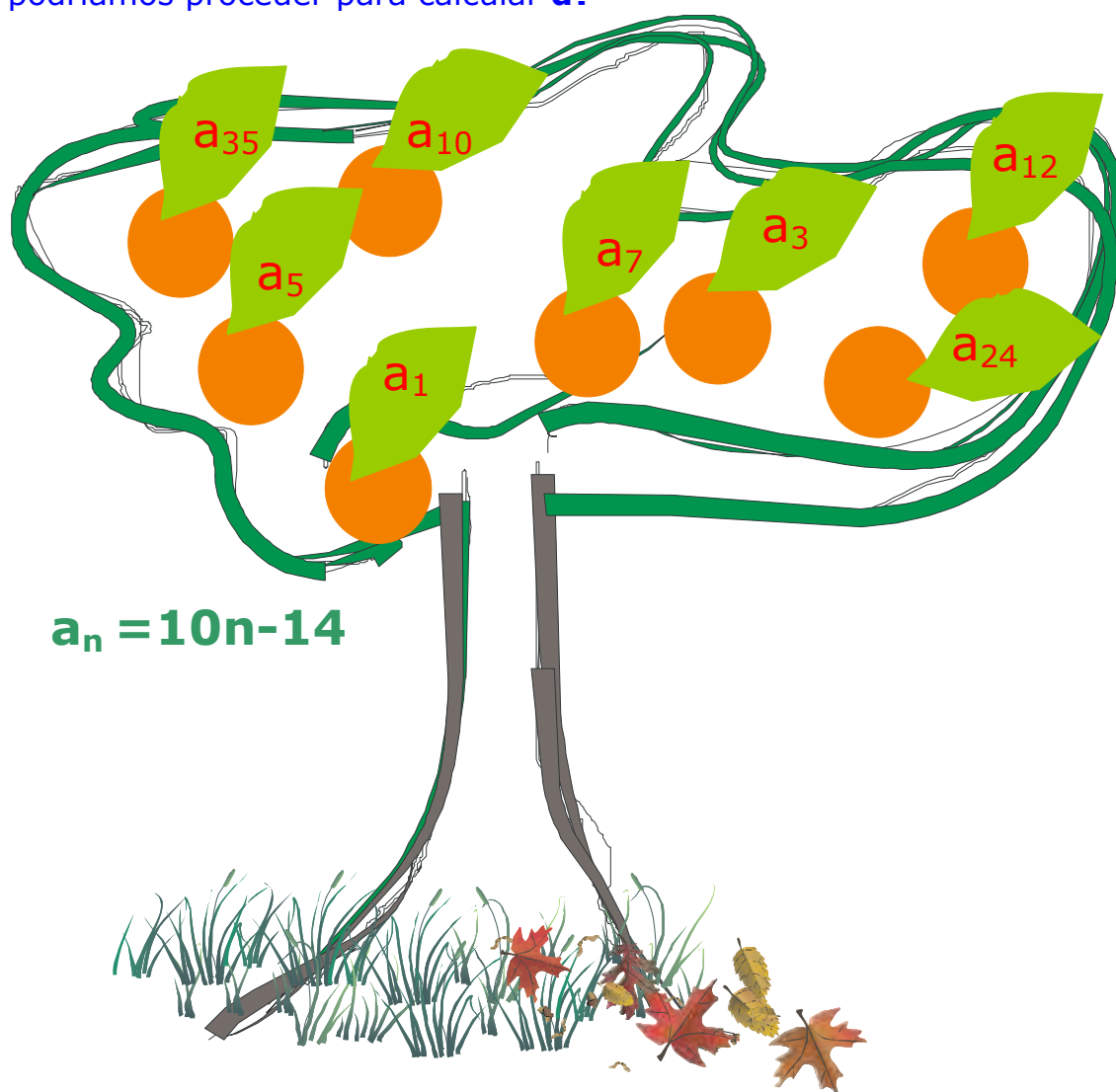
El primer término de una progresión aritmética es -4 y la diferencia es -3. El término general de esta progresión es:

- a)  $a_n = -3n - 1$
- b)  $a_n = 3n - 1$
- c)  $a_n = 1 - 3n$

## Actividad 21

## Los términos del árbol

Escribe el número que le corresponde a cada fruto según el término que sea de la progresión aritmética que muestra el árbol. Averigua cuál es la diferencia **d** de la progresión. ¿ De qué maneras podríamos proceder para calcular **d**?



Escribe en tu cuaderno las operaciones que has efectuado para hallar los términos correspondientes a los frutos que aparecen en cada árbol.

## Actividad 22

### Términos generales

Escribe en cada columna las diferencias y los términos generales correspondientes a las siguientes progresiones aritméticas:

Sucesión	Diferencia (d)	Término general ( $a_n$ )
10, 5, 0, -5, ...		
3, 3, 3, 3, 3, ...		
-10, -5, 0, 5, ...		
23, 26, 29, 32, ...		
4, 7, 10, 13, ...		



Escribe en tu cuaderno las operaciones que has realizado para hallar el término general de cada progresión aritmética.



Hemos visto, pues, que si conocemos el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, podemos calcular cualquier término de la progresión. También podemos calcularlo si conocemos un término cualquiera y la diferencia.

## Actividad 23

### Para practicar

1. Encontrar los cinco primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que el décimo término vale 60 y la diferencia vale 3.
2. Calcula el término que ocupa el lugar 100 de una progresión aritmética cuyo primer término es igual a 4 y la diferencia es 5.
3. El décimo término de una progresión aritmética es 45 y la diferencia es 4. Halla el primer término.
4. Sabiendo que el primer término de una progresión aritmética es 4, la diferencia 7 y el término  $n$ -ésimo 88, halla el número de términos.
5. El término sexto de una progresión aritmética es 4 y la diferencia  $1/2$ . Halla el término 20.
6. Construye una progresión aritmética de 5 términos, sabiendo que el tercero vale 1 y la diferencia entre los extremos es 12.