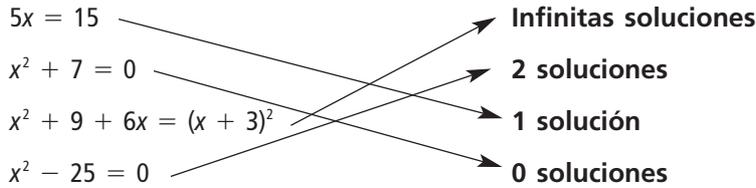


7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Ecuaciones de primer grado

7.41 Relaciona cada ecuación con su número de soluciones.



7.42 En una familia, la madre gana el triple que el padre y entre los dos ingresan mensualmente 4 800 euros.

- Escribe la ecuación que corresponde a esa situación.
- ¿Cuánto gana cada uno?

a) $x + 3x = 4800$

b) $4x = 4800 \Rightarrow x = 1200$; $3x = 3600$, El padre gana 1 200 euros, y la madre, 3 600.

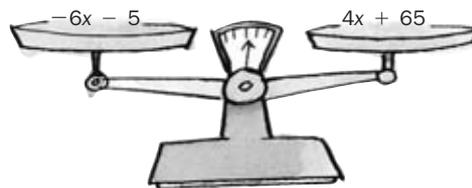
7.43 En la ecuación $8x - 6 = -5x + 20$, realiza las transformaciones que se indican.

- Suma $5x$ a los dos miembros.
- Suma 6 a los dos miembros.
- Divide por 13 los dos miembros.

¿Cuál es la solución?

1. $13x - 6 = 20$; 2. $13x = 26$; 3. $x = 2$. La solución es $x = 2$.

7.44 ¿Para qué valor de x la balanza está equilibrada?



$$-6x - 5 = 4x + 65 \Rightarrow -70 = 10x \Rightarrow x = -7$$

7.45 En una clase de 28 alumnos de 3.º de ESO hay doble número de alumnos americanos que africanos y doble número de alumnos europeos que americanos.

a) Elige una incógnita y plantea una ecuación que refleje el enunciado.

b) ¿Cuántos alumnos hay de cada continente?

a) Sea x el número de alumnos africanos. Entonces la ecuación es $x + 2x + 4x = 28$.

b) Resolvemos: $7x = 28 \Rightarrow x = 4$. Hay 4 alumnos africanos, 8 americanos y 16 europeos.

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.46 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11$

d) $4(x - 3) + \frac{x}{2} = -(x - 4) + 1$

b) $3(x - 4) + 2(3x - 1) = 7x - 18$

e) $3(2x - 5) + 8x - 6 = \frac{x}{2} - (5x + 3)$

c) $-4(2x - 1) + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3$

f) $\frac{x - 4}{5} - 4(-2x + 1) - \frac{(-4x + 2)}{10} = 2(x - 3) + \frac{5x + 6}{2}$

a) $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} = \frac{x}{3} - 11 \Rightarrow 9x - 5x = 15x - 495 \Rightarrow 495 = 11x \Rightarrow x = 45$

b) $3(x - 4) + 2(3x - 1) = 7x - 18 \Rightarrow 3x - 12 + 6x - 2 = 7x - 18 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$

c) $-4(2x - 1) + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3 \Rightarrow -8x + 4 + \frac{3x + 1}{2} = -5x - 3 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow x = 5$

d) $4(x - 3) + \frac{x}{2} = -(x - 4) + 1 \Rightarrow 8x - 24 + x = -2x + 8 + 2 \Rightarrow 11x = 34 \Rightarrow x = \frac{34}{11}$

e) $3(2x - 5) + 8x - 6 = \frac{x}{2} - (5x + 3) \Rightarrow 28x - 42 = x - 10x - 6 \Rightarrow 37x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{37}$

f) $\frac{x - 4}{5} - 4(-2x + 1) - \frac{(-4x + 2)}{10} = 2(x - 3) + \frac{5x + 6}{2} \Rightarrow 2x - 8 - 40(-2x + 1) - (-4x + 2) = 20(x - 3) + 25x + 30 \Rightarrow 86x - 50 = 45x - 30 \Rightarrow 41x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{41}$

Ecuaciones de segundo grado

7.47 Escribe en cada caso la ecuación de segundo grado que tenga estas soluciones.

a) -3 y 4

b) 5 y -5

c) 0 y 3

d) -1 y -3

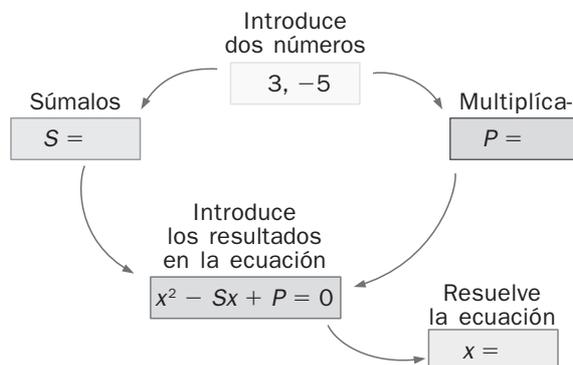
a) $x^2 - (-3 + 4)x + (-3) \cdot 4 = x^2 - x - 12 = 0$

c) $x^2 - (0 + 3)x + 0 \cdot 3 = x^2 - 3x = 0$

b) $x^2 - (5 - 5)x + 5 \cdot (-5) = x^2 - 25 = 0$

d) $x^2 - (-1 - 3)x + (-1)(-3) = x^2 + 4x + 3 = 0$

7.48 Copia y completa el gráfico.



$S = -2, P = -15$
 $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $x = 3, x = -5$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.49 Resuelve las ecuaciones incompletas de segundo grado.

a) $5x^2 - 20x = 0$

b) $2x^2 - 32 = 0$

c) $17x^2 = 0$

a) $5x^2 - 20x = 0 \Rightarrow x \cdot (5x - 20) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$

b) $2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = 4, x = -4$

c) $17x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

7.50 Resuelve estas ecuaciones utilizando la fórmula explicada en el texto.

a) $x^2 - 11x - 12 = 0$

b) $x^2 + 9x + 18 = 0$

a) $x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 48}}{2} = \frac{11 \pm 13}{2} = \begin{cases} 12 \\ -1 \end{cases}$

b) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -3 \\ -6 \end{cases}$

7.51 Soluciona las ecuaciones sin utilizar la fórmula.

a) $(x + 3) \cdot (x - 6) = 0$

b) $(3x - 1) \cdot (2x + 5) = 0$

a) $x = -3, x = 6$

b) $x = \frac{1}{3}, x = -\frac{5}{2}$

7.52 Relaciona cada ecuación con su número de soluciones.

$3x^2 + x + 2 = 0$

2 soluciones

$x^2 - 5x + 1 = 0$

1 solución

$4x^2 + 4x + 1 = 0$

0 soluciones

Vemos el signo de los discriminantes.

$3x^2 + x + 2 = 0 \rightarrow 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0 \rightarrow 0$ soluciones

$x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0 \rightarrow 2$ soluciones

$4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0 \rightarrow 1$ solución

7.53 Desarrolla las ecuaciones hasta conseguir escribirlas en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, y, luego, resuélvelas.

a) $6x^2 - 1 + \frac{2x \cdot (-x + 3)}{3} = \frac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + 2 + \frac{47}{6}$

b) $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$

a) $6x^2 - 1 + \frac{2x(-x - 3)}{3} = \frac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + 2 + \frac{47}{6} \Rightarrow 36x^2 - 6 + 4x(-x + 3) = 5x^2 - 2 - 24x^2 + 12 + 47 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 51x^2 + 12x - 63 = 0$

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 51 \cdot (-63)}}{2 \cdot 51} = \frac{-12 \pm 114}{102} = \begin{cases} -\frac{21}{17} \\ 1 \end{cases}$

b) $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36 \Rightarrow 21(x^2 - 11) - 10(x^2 - 60) = 1260 \Rightarrow 11x^2 = 891 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm 9$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.54 La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 14 centímetros y la hipotenusa mide 10 centímetros. Aplica el teorema de Pitágoras, utilizando una sola incógnita, y halla el valor de los catetos.

Como la suma de los catetos es 14, tenemos que estos valen x y $14 - x$.

Entonces, por el teorema de Pitágoras: $10^2 = x^2 + (14 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 8 \\ 6 \end{matrix}$$

Los catetos miden 8 y 6 centímetros.

Sistemas de ecuaciones

7.55 Dos números se diferencian en 7 y el triple de uno menos el doble del otro se diferencian en 26.

a) Escribe el sistema que corresponda al enunciado.

b) Resuelve el sistema obtenido por tanteo.

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 7 \\ 3x - 2y = 26 \end{cases}$$

b)

x	7	8	9	...	12
$x - 7 = y$	0	1	2	...	5
$3x - 2y$	21	22	23	...	26

La solución es: $x = 12$ e $y = 5$.

7.56 Indica, sin resolverlos, si estos sistemas son compatibles o incompatibles.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2y - x = -1 \end{cases}$$

a) Incompatible, porque tendríamos $7 = 10$.

b) Compatible.

7.57 Comprueba si los valores $x = -2$ e $y = 7$ son solución del sistema.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + y = 3 \\ -3x + 2y = 20 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = -9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 5 \cdot (-2) + 7 = -3 \neq 3 \\ -3 \cdot (-2) + 2 \cdot 7 = 20 \end{cases} \text{ No son solución.}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -2 - 7 = -9 \\ 2 \cdot (-2) + 7 = 3 \end{cases} \text{ Sí son solución.}$$

7.58 Plantea un sistema que tenga como solución $x = -3$ e $y = 5$.

Respuesta abierta, por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -8 \end{cases}$

7.59 Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x = -4y + 2 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 2x - 7y = -3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x = -4y + 2 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4y + 2 \\ 3(-4y + 2) + 5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4y + 2 \\ -7y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \cdot 1 + 2 = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Solución: $x = -2, y = 1$

$$\text{b) } \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 2x - 7y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 3y}{-2} \\ 2 \cdot \frac{1 - 3y}{-2} - 7y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 3y}{-2} \\ -4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 3 \cdot 1}{-2} = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Solución: $x = 1, y = 1$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.60 Resuelve los sistemas utilizando el método de reducción.

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2 \cdot (5x + 2y = 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 10x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$13x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \cdot (3x - 4y = 7) \\ -3 \cdot (5x + 2y = 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x - 20y = 35 \\ -15x - 6y = -3 \end{cases}$$

$$-26y = 32 \Rightarrow y = -\frac{32}{26} = -\frac{16}{13}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot (5x + 4y = -1) \\ 2 \cdot (3x - 6y = 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 6x - 12y = 10 \end{cases}$$

$$21x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot (5x + 4y = -1) \\ -5 \cdot (3x - 6y = 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ -15x + 30y = -25 \end{cases}$$

$$42y = -28 \Rightarrow y = -\frac{28}{42} = -\frac{2}{3}$$

7.61 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas.

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

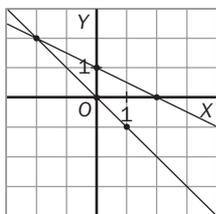
b)
$$\begin{cases} 4x - y = -10 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$$

a) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = \frac{-x + 2}{2}; y = -x$$

x	$y = \frac{-x + 2}{2}$
0	1
2	0

x	$y = -x$
0	0
1	-1



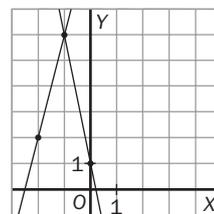
Solución: $x = -2, y = 2$

b) Se despeja y en las ecuaciones:

$$y = 4x + 10; y = -5x + 1$$

x	$y = 4x + 10$
-2	2
-1	6

x	$y = -5x + 1$
0	1
1	-4



Solución: $x = -1, y = 6$

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

7.62 Elimina los paréntesis y los denominadores de las ecuaciones y resuelve los sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} -2(x + 1) + 3(2y - 4) = 16 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{2y}{3} = 6 \\ \frac{-x}{10} + \frac{5y}{6} = -6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} -2(x + 1) + 3(2y - 4) = 16 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2 + 6y - 12 = 16 \\ 2x - 3y = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Solución: $x = -3, y = 4$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{2y}{3} = 6 \\ \frac{-x}{10} + \frac{5y}{6} = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 10y = 90 \\ -3x + 25y = -180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -6 \end{cases}$$

Solución: $x = 10, y = -6$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 8x + 15y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Solución: $x = 5, y = 4$